# MANUAL DIDÁTICO PARA ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DO PROJETO: PROBABILIDADE E A CONSTRUÇÃO DE JOGOS PARA UM TORNEIO

**Introdução**

A teoria das probabilidades é um ramo importante da matemática com muitas aplicações práticas nas ciências físicas, médicas, biológicas e políticas. Além disso, a probabilidade também está presente em atividades como jogos de tabuleiro, esportes, jogos de parque infantil, parque de diversões, festas e desafios.

Estas atividades são baseadas e adaptadas do livro *"Challenging Units for Gifted Learners – the teaching the way gifted students think",* de Kenneth J. Smith e Susan Stonequist.

A unidade começa com uma introdução e exploração de jogos simples, que envolvem a probabilidade, utilizando cartas, dados, e os jogos de mão. Os estudantes vão olhar para ambas as probabilidades, teóricas e experimentais, para determinar a equidade dos jogos apresentados. Eles também vão aprender a organizar seus dados e transformar jogos injustos para justos, alterando as regras ou número de pontos atribuídos para ganhar.

Como um evento final, os alunos irão desenvolver um jogo em sala de aula, para simular um torneio. Eles terão de analisar os jogos que eles criaram ou adaptar aqueles que já conhecem. Eles vão encontrar probabilidades experimentais e teóricas, para os seus jogos, e determinar se são justos ou injustos e justificar seu raciocínio usando o cálculo da probabilidade.

A unidade leva cerca de 4 - 5 semanas, se a turma se reúne duas vezes por semana, durante 2 horas/aula (100 minutos). É possível adaptar as atividades, tanto para a inclusão de mais considerações de probabilidade avançadas quanto para simplificar a unidade para alunos mais novos. As atividades podem ser trabalhadas em pequenos grupos ou para a turma inteira, com pouca adaptação necessária para qualquer formato.

O evento final para esta unidade será convidar uma outra turma para jogar os jogos criados. Esta unidade pode ser facilmente simplificada, para ter os jogos apenas dentro da sala de aula ou, também, pode se tornar uma unidade mais complexa tendo os jogos disponibilizados em forma de um torneio para toda a escola.

## ROTEIROS

## ATIVIDADE 1 – INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE

**Duração:** 2 horas/aulas (100 minutos)
**Objetivo:** Introduzir a ideia de probabilidade
**Conteúdo trabalhado:** Probabilidade.
**Materiais utilizados:** folhas de exercícios e demais materiais escolares, dados e um *spinner* (roleta que normalmente acompanha os jogos de tabuleiro).

**Desenvolvimento da atividade:**

Faça as seguintes perguntas:

- *Quem foi que nunca jogou jogos em um torneio? Como é que os jogos funcionam?*
- *O que fazem esses jogos serem divertidos?*

*(Extrair ou explicar que estes incluem ganhar um prêmio ou símbolo, o desafio do jogo, a forma como o jogo se parece, jogar com ou contra seus amigos, e assim por diante.) Escreva as respostas dos alunos no quadro.*

✓ Explique que os alunos vão desenvolver e construir seus próprios jogos, como em um torneio. Esses jogos terão de ser esteticamente atraentes e divertidos. A probabilidade de ganhar cada jogo varia, portanto, os alunos terão de determinar quais jogos, criados por seus colegas de turma, lhes oferecem a melhor chance de ganhar.

✓ Pergunte aos alunos o objetivo do jogador quando se joga um jogo em um torneio. (Discutir todas as respostas, e suscitar a ideia de que o objetivo principal é ganhar o jogo que tem desafio). Explique que ao projetar seus jogos, os alunos devem manter este objetivo em mente: oferecer um jogo que é um desafio para o jogador, mas tornar possível para o jogador ganhá-lo.

✓ Pergunte que papel a probabilidade poderia desempenhar em jogos de um torneio. (Extrair várias respostas ou perguntas que abordam: chances de um jogador tem de ganhar o jogo, se o jogo é justo ou injusto, como os pontos são concedidos, e assim por diante.) Explique que, ao longo dos próximos dias, os alunos irão explorar o papel que a probabilidade desempenha na criação de jogos de um torneio.

✓ Explique que, na atividade de hoje, os alunos vão começar pela definição de probabilidade e por exemplos. Peça aos alunos para definirem probabilidade. (Definição: a probabilidade é a chance de que um determinado evento ocorra.)

✓ Explicar que a probabilidade é normalmente expressa como uma razão entre o número de possíveis resultados, comparados com o número total de resultados possíveis. Pergunte aos alunos se eles podem dar exemplos de probabilidade.

✓ Explique que o *spinner* tem quatro setores iguais de cor vermelho, amarelo, azul e verde. Quais são as chances de cair no vermelho após a girar a roleta? (Resposta: 1 em 4 ou $\frac{1}{4}$). Quais são as chances de cair no amarelo? (Resposta: 1 em 4 ou $\frac{1}{4}$).

✓ Enuncie as seguintes definições com a turma (peça aos alunos que deem exemplos do problema com o *spinner*).

- Experiência: é a experimentação para a verificação de um evento. É uma situação que envolve possibilidade ou probabilidade que leva aos resultados. Nesta situação, a experiência é girar a roleta.
- Resultado: é o resultado de um único ensaio de uma experiência. Nesta situação, o resultado está em vermelho, amarelo, azul ou verde.
- Evento: um evento é um ou mais resultados de um experimento. Nesta situação, por exemplo, um evento será o *spinner* parar no vermelho.
- Probabilidade: a probabilidade é a medida de quão provável é um evento. Por exemplo, a probabilidade de cair no vermelho é $\frac{1}{4}$.

✓ Explique que a fórmula para calcular a probabilidade de um evento é:

$$P(a) = \frac{número\ de\ eventos}{número\ total\ de\ resultados\ possíveis}$$

Em outras palavras, a probabilidade do evento A é o número de modos que pode ocorrer um evento, dividido pelo número total de resultados possíveis.

✓ Discuta as seguintes experiências e perguntas:

- Um único dado de seis lados é lançado. Quais são os resultados possíveis? Resposta: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.
- Qual é a probabilidade de cair cada número? Resposta: $\frac{1}{6}$.
- Qual a probabilidade de cair um número par? Resposta: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
- Qual é a probabilidade de um número ímpar? Resposta: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- ✓ Dê a cada aluno um único dado. Peça aos alunos para preverem o número de vezes que o número 1 aparecerá em 6 lançamentos.
- ✓ Faça com que cada aluno jogue o dado seis vezes e veja quantas vezes o 1 vem à tona. Some o número de lançamentos de toda a turma e divida esse número pelo número total de alunos da turma. Divida o número de total do resultado 1 pelo número de alunos na turma, e verifique se a relação destes para outros números de lançamento é de 1 em 6. Discuta por que isso não pode ter sido o resultado exato.
- ✓ Explique que esta experiência ilustra a diferença entre um resultado e um evento. Um resultado único desta experiência é 1, 2, 3, e assim por diante. O aparecimento do número 1 no lançamento do dado é um evento, de um número par (2, 4 ou 6) é um evento, um número ímpar (1, 3 ou 5) é também um evento. No exemplo com o *spinner*, a probabilidade de cada resultado é sempre a mesma (1 em 4). Da mesma forma, na experiência, a probabilidade de cada número no dado é sempre a mesma (1 em 6). Em ambas as experiências, os resultados são igualmente suscetíveis de ocorrer.
- ✓ Explique aos estudantes que eles irão olhar para um experimento em que os resultados não são igualmente prováveis de ocorrer.
  - Um frasco de vidro contém bolas de gude: 6 vermelhas, 5 amarelas, 8 azuis e uma verde. Uma única bola é escolhida aleatoriamente do frasco. Quais são os resultados? Resposta: vermelha, amarela, azul ou verde.
  - Qual é a probabilidade de escolha de cada cor? Resposta:$P(vermelho) = \frac{6}{20}$; $P(amarelo) = \frac{5}{20}$; $P(azul) = \frac{8}{20}$; $P(verde) = \frac{1}{20}$;
  - Explicar que os resultados deste experimento não são igualmente prováveis de ocorrer. (Vocês são mais propensos a escolher uma bola de gude azul do que qualquer outra cor, você é menos propenso a escolher uma verde).
- ✓ Revise que a probabilidade de um evento é medida da probabilidade de que o evento irá ocorrer como resultado de um experimento. A probabilidade de um evento é o número de modos que pode ocorrer um evento, dividido pelo número total de resultados possíveis. A probabilidade de um evento, simbolizado por P(A), é um número entre 0 e 1 (inclusive), que é medida da seguinte forma:

  - Se P (A) > P (B), A é mais provável do que a ocorrência do evento B.

  - Se P (A) = P (B), os eventos A e B têm a mesma probabilidade de ocorrer.
- ✓ Leia o seguinte problema para a turma:

*"Imagine que você embarcou num avião. As linhas são numeradas de 1 a 25, e há seis assentos por fileira, três de cada lado do corredor e os assentos em cada linha são rotulados de A à F".*

✓ Divida a turma em pequenos grupos para responder às seguintes perguntas. (Para a resolução de cada problema. Diga aos alunos para escreverem cada uma de suas respostas como uma fração, como um decimal, e como uma porcentagem, por exemplo: a chance de sentar-se no assento 8A é $\frac{1}{180}$, 0, 00555 ou 0,55%). A razão apresentada como uma porcentagem ajuda a tornar claro se a probabilidade de um evento é grande ou pequena.

- Quantos assentos estão no avião? Resposta: 150 lugares.
- Quais são as suas chances de sentar em uma poltrona na linha 12? Resposta: $\frac{6}{150}$, 0,04 ou 4%.
- Quais são as suas chances de se sentar em um assento da janela? Resposta: Existem dois assentos da janela por corredor, para um total de 50 lugares/janelas. Suas chances de sentar-se neste lugar seria $\frac{50}{150}$ , 0,3333 ou 33,33%.
- Quais são as suas chances de se sentar em um banco A? Resposta: Há 25 lugares A, assim suas chances são $\frac{25}{150}$, 0,1666 ou 16,66%.
- Quais são as suas chances de sentar-se em uma linha par? Resposta: De 25 linhas, 12 são de número par, então as chances são $\frac{12}{25}$, 0,48 ou 48%.

***Tarefa de casa***

Os alunos devem completar o seguinte:

1. Faça uma “caça probabilidade” em casa para encontrar exemplos de probabilidade encontrada na vida cotidiana (por exemplo, a probabilidade de chuva amanhã, a probabilidade de retirar seu jeans favorito de uma secadora que tem 10 calças no mesmo).
2. Anote ou traga seus exemplos para compartilhar com a turma. Você deve encontrar um mínimo de três exemplos, cada um com um resultado diferente.
3. Coloque cada resultado em uma das seguintes categorias: impossível, improvável, provável, muito provável, e certo. Se você ficar em dúvida, tente assistir ao noticiário ou explorar jogos que possuir.

4. Esteja pronto para compartilhar suas descobertas com a turma e explicar por que você acha que seu caso cairia na categoria que lhe é atribuído.

## ATIVIDADE 2 – EQUALIZAÇÃO DA PROBABILIDADE: “PEDRA, PAPEL, TESOURA”

**Duração:** 2 horas/aulas (100 minutos)
**Objetivo:** Equalizar a probabilidade.
**Conteúdo trabalhado:** Probabilidade.
**Materiais utilizados:** folhas de exercícios e demais materiais escolares.

**Desenvolvimento da atividade:**

- ✓ Peça aos alunos para compartilharem os exemplos de probabilidade que eles encontraram na tarefa de casa. Obtenha o palpite da turma em que categoria cada exemplo cai e explique o porquê.
- ✓ Coletar e classificar a tarefa de casa, se quiser.
- ✓ Introduzir esta nova atividade com uma demonstração do jogo "Pedra, papel e tesoura". Neste jogo, cada jogador tem a opção de mostrar "PEDRA" (um punho fechado), "PAPEL" (a palma aberta), ou "TESOURA" (dois dedos). Para jogar, dois jogadores contam até três, dizendo: "Pedra, papel e tesoura", e em seguida, na contagem de quatro, cada jogador diz: "disparar" e põe para fora um dos três gestos com as mãos. A pontuação do jogo é a seguinte: a pedra quebra a tesoura, então "pedra" bate "tesoura"; o papel cobre a rocha, por isso, "papel" bate "pedra"; e a tesoura corta o papel, de modo que "tesoura" bate "papel". Se os parceiros mostram o mesmo símbolo, considera-se um empate. Antes de jogar o jogo, peça aos alunos para prever se cada jogador tem alguma vantagem.
- ✓ Divida a classe em duplas e coloque-os para jogar o jogo 18 vezes.
- ✓ Instrua os alunos a coletar os dados com os seus pares sobre a forma como o jogador A ganha um ponto e quantas vezes o jogador B ganha um ponto.
- ✓ Solicitar aos alunos que criem gráficos ou diagramas para o número de vitórias do jogador A e o número de vitórias do jogador B.
- ✓ Desenhe um diagrama de árvore para determinar os possíveis resultados do jogo.

Resposta:

| Jogador A | Jogador B | Jogada | Ganhador |
|---|---|---|---|
| Pedra | Pedra | Pedra, pedra | Empate |
| | Papel | Pedra, papel | Jogador B |
| | Tesoura | Pedra, tesoura | Jogador A |
| Papel | Pedra | Papel, pedra | Jogador B |
| | Papel | Papel, papel | Empate |
| | Tesoura | Papel, tesoura | Jogador A |
| Tesoura | Pedra | Tesoura, pedra | Jogador B |
| | Papel | Tesoura, papel | Jogador A |
| | Tesoura | Tesoura, tesoura | Empate |

✓ Discuta as seguintes perguntas com a turma para determinar se o jogo é justo:

- Quantos resultados possíveis tem o jogo? Resposta: 3 x 3 = 9.
  Isso demonstra o princípio fundamental de contagem, os alunos também podem contar os nove resultados do diagrama de árvore. A maioria deles se referem ao diagrama de árvore. É uma boa ideia para introduzir o princípio fundamental de contagem aqui no contexto, no entanto, esta questão será abordada posteriormente.
- Identifique cada resultado possível no diagrama de árvore: "ganhar A", "ganhar B" ou "empate" e, em seguida, pergunte:
- Quantas vezes o jogador A ganha? Calcule a probabilidade deste jogador ganhar uma rodada. Resposta: O jogador A ganha três vezes e a probabilidade de vitória é $\frac{3}{9}$.
- Quantas vezes o jogador B ganha? Calcule a probabilidade deste jogador ganhar uma rodada. Resposta: O jogador B ganha três vezes e a probabilidade de vitória é $\frac{3}{9}$.
- Determinar se o jogo é justo ou injusto. Se ambos os jogadores têm igual probabilidade de ganhar em qualquer rodada, então ele é considerado um jogo justo; se eles têm probabilidades desiguais de ganhar, então ele é considerado injusto. Resposta: Jogo justo.
- Comparar a probabilidade teórica (mostrado pelo diagrama de árvore) com a probabilidade experimental (o que realmente aconteceu quando os alunos jogaram). Resposta: Vai variar, mas a discussão deve levar os alunos a observar

que o aumento do número de ensaios do jogo resultará na probabilidade experimental se movendo cada vez mais para a probabilidade teórica.

- ✓ Jogue o jogo novamente com três alunos e as seguintes regras:
  - Jogador A ganha se todos os três jogadores fazem o mesmo movimento.
  - Jogador B ganha se todos os três jogadores fazem movimento diferente.
  - Jogador C ganha se exatamente dois jogadores fazem o mesmo movimento.
- ✓ Peça aos alunos para preverem se eles acham que o jogo vai ser justo ou injusto, antes de começar a jogar. Se eles acham que o jogo é injusto, então eles têm que prever quem eles acham que tem a vantagem. Eles devem jogar o jogo 27 vezes.
- ✓ Peça aos alunos que façam gráficos para o jogador A, B e C.
- ✓ Discutir se os alunos acham que o jogo é justo ou injusto, depois de terem jogado. Peça-lhes para explicarem seus pontos de vista. (Os alunos devem ver que o jogo é extremamente injusto e que o jogador C tem a vantagem definitiva).
- ✓ Os alunos criam um diagrama de árvore para encontrar a probabilidade teórica que cada jogador tem de ganhar. Com três jogadores, haverá 3 x 3 x 3 ou 27 resultados possíveis. Os alunos devem criar um diagrama de árvore para ver todos os 27 resultados possíveis.

| **Jogador A** | **Jogador B** | **Jogador C** | **Jogada** | **Ganhador** |
|---|---|---|---|---|
| Pedra | Pedra | Pedra | Pedra, pedra, pedra | Jogador A |
| | | Papel | Pedra, pedra, papel | Jogador C |
| | | Tesoura | Pedra, pedra, tesoura | Jogador C |
| | Papel | Pedra | Pedra, papel, pedra | Jogador C |
| | | Papel | Pedra, papel, papel | Jogador C |
| | | Tesoura | Pedra, papel, tesoura | Jogador B |
| | Tesoura | Pedra | Pedra, tesoura, pedra | Jogador C |
| | | Papel | Pedra, tesoura, papel | Jogador B |
| | | Tesoura | Pedra, tesoura, tesoura | Jogador C |
| Papel | Pedra | Pedra | Papel, pedra, pedra | Jogador C |
| | | Papel | Papel, pedra, papel | Jogador C |
| | | Tesoura | Papel, pedra, tesoura | Jogador B |
| | Papel | Pedra | Papel, papel, pedra | Jogador C |
| | | Papel | Papel, papel, papel | Jogador A |
| | | Tesoura | Papel, papel, tesoura | Jogador C |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Tesoura | Pedra | Papel, tesoura, pedra | Jogador B |
| | | Papel | Papel, tesoura, papel | Jogador C |
| | | Tesoura | Papel, tesoura, tesoura | Jogador C |
| Tesoura | Pedra | Pedra | Tesoura, pedra, pedra | Jogador C |
| | | Papel | Tesoura, pedra, papel | Jogador B |
| | | Tesoura | Tesoura, pedra, tesoura | Jogador C |
| | Papel | Pedra | Tesoura, papel, pedra | Jogador B |
| | | Papel | Tesoura, papel, papel | Jogador C |
| | | Tesoura | Tesoura, papel, tesoura | Jogador C |
| | Tesoura | Pedra | Tesoura, tesoura, pedra | Jogador C |
| | | Papel | Tesoura, tesoura, papel | Jogador C |
| | | Tesoura | Tesoura, tesoura, tesoura | Jogador A |

✓ Os estudantes devem calcular a probabilidade que cada jogador tem de ganhar o jogo.

- Probabilidade do jogador A ganhar: $\frac{3}{27}$
- Probabilidade do jogador B ganhar: $\frac{6}{27}$
- Probabilidade do jogador C ganhar: $\frac{18}{27}$

✓ Faça as seguintes perguntas para levar a turma para determinar se o jogo é justo:

- Quantos resultados possíveis tem o jogo? Resposta: 3 x 3 x 3 = 27, isto é, aplica-se o princípio fundamental de contagem.
- Rotular cada resultado possível no diagrama de árvore: "vitória para A", "vitória para B" ou "vitória para C".
- Quantas vezes o jogador A ganha o jogo? Resposta: Três.
- Calcular a probabilidade do jogador A ganhar uma rodada: Resposta: $\frac{3}{27}$.
- Quantas vezes o jogador B ganha o jogo? Resposta: Seis.
- Calcular a probabilidade do jogador B ganhar uma rodada: Resposta: $\frac{6}{27}$.
- Quantas vezes o jogador C ganha o jogo? Resposta: 18.
- Calcular a probabilidade do jogador C ganhar uma rodada: Resposta: $\frac{18}{27}$.

- Determinar se o jogo é justo ou injusto. Resposta: Este não é um jogo justo, porque o jogador C tem uma grande vantagem, pois tem mais chances de conseguir exatamente dois sinais iguais.
- Compare a probabilidade teórica (mostrada no diagrama de árvore) com a probabilidade experimental (o que aconteceu quando os alunos jogaram). Resposta: Vai variar, mas a discussão deve levar os alunos a observar que o aumento do número de ensaios ou vezes que o jogo é jogado resultará na probabilidade experimental se movendo cada vez mais para a probabilidade teórica.

✓ Discuta como você pode fazer um jogo justo. Se necessário, levar a turma à discussão para que vejam que uma maneira de fazer isso seria a de alterar a forma como os pontos são concedidos. Ao olhar para o menor denominador comum, é mais fácil determinar o número de pontos a atribuir a cada jogador. Neste caso, o menor denominador comum é 9. Vemos que o jogador C tem a nítida vantagem, ganhando a cada 6 de 9 vezes, enquanto o jogador A tem a desvantagem total, ganhar apenas 1 vez em cada 9. Ao atribuir ao jogador A, 6 pontos para cada vitória e, ao jogador C apenas 1 ponto, podemos criar uma situação justa entre os dois jogadores. Nós também podemos ver que o jogador B ganha 2 jogos de cada 9, enquanto que o jogador A ganha apenas 1 em cada 9 jogos. Ao atribuir os pontos que o jogador A é concedido e a metade dos pontos para o jogador B, podemos fazer um jogo justo entre eles. Por isso, o jogador B ganha 3 pontos para cada vitória. Para verificar que tudo é justo agora, podemos multiplicar a probabilidade de que um jogador vai ganhar uma rodada pelos pontos atribuídos a esse jogador para uma vitória. O produto deve ser igual para cada jogador.

- Jogador A: $\frac{1}{9}$ x 6 = $\frac{2}{3}$
- Jogador B: $\frac{2}{9}$ x 3 = $\frac{2}{3}$
- Jogador C: $\frac{6}{9}$ x 1 = $\frac{2}{3}$

Portanto, este é agora um jogo justo. Ao alterar a atribuição de pontos, temos que garantir que cada jogador tem igual possibilidade de ganhar pontos.

***Tarefa de casa***

Os alunos devem completar o seguinte:

1. Crie suas próprias regras para "Pedra, papel e tesoura". Você pode alterar a forma como os pontos são ganhos, o número de jogadores e assim por diante.

2. Decida se o seu jogo é justo ou não. Se é um jogo justo, provar que o jogo é justo. Se o jogo é injusto, tentar atribuir pontos para cada jogador para que o jogo possa ser considerado justo.
3. Esteja preparado para compartilhar o seu jogo com a turma amanhã.

## ATIVIDADE 3 – EVENTOS INDEPENDENTES: “ADIVINHE A SUA SORTE”

**Duração:** 2 horas/aulas (100 minutos)

**Objetivo:** Equalizar a probabilidade.

**Conteúdo trabalhado:** Probabilidade.

**Materiais utilizados:** folhas de exercícios e demais materiais escolares, dados e moedas.

**Desenvolvimento da atividade:**

- ✓ Compartilhar as versões de "Pedra, papel e tesoura". Peça para a turma prever se eles acham que cada versão é justa ou injusta. Depois que as previsões foram feitas, o aluno que o criou, compartilha se sua versão do jogo é justa ou injusta e por quê.
- ✓ Coletar e classificar a tarefa de casa, se quiser.
- ✓ Explique que hoje vão estudar eventos independentes. O jogo de "Pedra, papel e tesoura", que os estudantes jogaram ontem é um exemplo de eventos independentes. Isto significa que a escolha de um jogador não afeta a escolha do segundo jogador. Dois eventos, A e B, são independentemente se o fato de que a ocorrência de A, não afeta a probabilidade de ocorrência de B. Para encontrar a probabilidade de dois eventos independentes que ocorrem em sequência, encontra-se a probabilidade de que cada evento ocorra em separado, e depois multiplicam-se as probabilidades. Esta regra de multiplicação é definida simbolicamente abaixo "Quando dois eventos, A e B, são independentes, a probabilidade de ambos ocorrendo é P (A e B) = P (A) x P (B)".
- ✓ Explique que hoje os alunos vão jogar um jogo chamado, "Adivinhe a sua sorte". Diga aos alunos: *"Você e seus amigos decidem jogar. Você vai para a cabine chamada "Adivinhe sua sorte”. O jogo é assim: o vendedor apresenta-lhe uma escolha de três jogos. No entanto, antes de você realizar sua escolha, você deve adivinhar o que vai acontecer. Estas são as opções: jogar uma moeda e um dado de seis lados; virar duas moedas; e, lançar dois dados”.*
- ✓ Peça aos alunos para formar em pequenos grupos para responderem às seguintes questões:
  - Quais são os resultados possíveis para cada um dos seguintes experimentos? Resposta: (Para fins de notação, "K" vai representar cara, "C" coroa, e 1, 2, 3, 4, 5, 6 representará os seis lados do dado).

Obs: Se os alunos não estão familiarizados com uma forma ordenada de listar esses dados, poderão desenhar os diagramas de árvores de cada situação.

Jogo de uma moeda e um dado de seis lados: K1, K2, K3, K4, K5, K6, C1, C2, C3, C4, C5 e C6.

Duas moedas: KK, KC, CK e CC.

Dois dados: 1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 2/1, 2/2, 2/3, 2/4, 2/5, 2/6 ... 6/1, 6/2, 6/3, 6/4, 6/5 e 6/6.

- Quantos resultados existem para cada jogo? Resposta: Uma moeda e um dado: 12; Duas moedas: 4; Dois dados: 36.
- Qual jogo você deve jogar para ter a melhor chance de ganhar? Resposta: Virar duas moedas: melhor chance de adivinhar corretamente o resultado e, virar os dois dados tem a pior chance de adivinhar o resultado.
- Por que alguém escolheria jogar o outro jogo? Resposta: Incluem o desafio, o número de bilhetes, o tamanho do prêmio atribuído, e assim por diante.

✓ Discuta as respostas com a turma.

✓ Pergunte aos alunos se não há outra maneira de encontrar o número total de resultados. Se necessário, levar a discussão para o princípio fundamental de contagem. O princípio fundamental de contagem diz que se há (r) maneiras de fazer uma coisa, (s) maneiras de fazer outra coisa, (t) maneiras de fazer uma terceira coisa e assim por diante (...), então o número de maneiras de fazer todas essas coisas ao mesmo tempo é (r) x (s) x (t) x ... Há dois resultados quando se joga uma moeda e seis resultados quando se joga um dado. Usando o princípio fundamental de contagem, há 2 x 6 = 12 resultados possíveis para jogar uma moeda e um dado. Da mesma forma, existem 2 x 2 = 4 resultados possíveis para jogar duas moedas, e 6 x 6 = 36 resultados para dois dados.

✓ Aplicar o princípio fundamental de contagem a este desafio (leia em voz alta para os alunos):

*"Encontrar um código de quatro dígitos usando os números de 0 a 9 (10 opções). O código de quatro dígitos não pode ser um número maior do que 7999, não pode começar com 0, e deve ser um número ímpar. Quantos códigos diferentes existem?*"

Resposta: O primeiro número deve ser um número de 1 - 7, ambos o segundo e o terceiro dígitos podem usar qualquer um dos números de 10 escolhas, e o último dígito só pode ser 1, 3, 5, 7 ou 9, pois o número é ímpar. Usando o princípio fundamental de contagem, há 7 x 10 x 10 x 5 = 3.500 resultados possíveis. Essa tarefa seria extremamente difícil se tivéssemos de listar todas as possibilidades. A probabilidade de adivinhar o código correto seria $\frac{1}{3500}$ , sendo muito improvável o sucesso para a adivinhação.

***Tarefa de casa***

Os alunos devem completar o seguinte:

1. Desenvolver outros dois jogos usando moedas e/ou dados que poderiam ser adicionados ao "Adivinhe sua sorte". Você pode ter mais do que dois eventos ocorrendo (por exemplo, lançando dois dados e uma moeda)
2. Determine o número total de resultados e a probabilidade de ganhar cada um de seus jogos.
3. Esteja preparado para compartilhar seus jogos com a turma.

**ATIVIDADE 4 – PROBABILIDADES EXPERIMENTAIS E TEÓRICAS: “LANCE DE SORTE”**

**Duração:** 2 horas/aulas (100 minutos)
**Objetivo:** Equalizar a probabilidade.
**Conteúdo trabalhado:** Probabilidade.
**Materiais utilizados:** folhas de exercícios e demais materiais escolares, cartas, copo**.**

**Desenvolvimento da atividade:**

- ✓ Discutir a tarefa de casa. Os alunos devem ser encorajados a salvar os jogos que eles inventaram/modificaram. Estes podem tornar-se potenciais pontos de partida para os seus jogos do torneio.
- ✓ Coletar e classificar a tarefa de casa se quiser, mas não se esqueça de devolvê-las aos alunos para que eles possam usar suas ideias mais tarde.
- ✓ Introduzir o jogo "Lance de sorte". Jogar em pares, cada par de alunos terá duas cartas. Uma carta com ambos os lados marcados A e, a outra, com um lado marcado A e o outro marcado B. O jogador 1 vira duas cartas e, é atribuído um ponto se as cartas forem iguais. O jogador 2 ganha o ponto, se não houver igualdade nas cartas.
- ✓ Discutir a justiça do jogo (A maioria dos alunos irá pensar que o jogador 1 ganhará mais vezes, porque três faces são marcadas A, enquanto apenas um lado está marcando B).
- ✓ Jogue "Lance de sorte". Colocar os alunos em duplas, eles devem colocar suas cartas em um copo pequeno e agitar para garantir que as cartas serão viradas de forma aleatória. Os grupos devem contar o número de ensaios concluídos por cada grupo e ser um múltiplo de 10. Isto tornará mais fácil para comparar as probabilidades teóricas e experimentais. Os alunos vão descobrir rapidamente que a primeira carta não tem nenhuma influência no resultado.
- ✓ Compilar os dados da turma. No quadro, faça duas colunas, "Vitórias do jogador 1" e "Vitórias do jogador 2". Depois de todos os grupos listarem os seus dados, encontrar o número total de vitórias para cada jogador. Deve-se notar que quanto mais os ensaios são executados, mais os dados devem representar a probabilidade teórica.

✓ Discuta a equidade do jogo. Pergunte aos alunos se o jogo é justo, e expliquem o porquê. Discutir se eles foram surpreendidos pelo resultado (se for necessário, levar a discussão para o fato de que a carta marcada com dois A não tem qualquer efeito sobre o jogo).

✓ Construa um diagrama de árvore de modo que os alunos possam ver que a primeira carta não influencia em quem ganha o ponto em cada rodada.

✓ Peça aos alunos para encontrarem a probabilidade teórica, colocando as seguintes perguntas:

- Quais são os resultados possíveis? Resposta: As cartas podem igualar, ou não.
- Qual é a probabilidade de um jogo com as cartas iguais? Resposta: P(A) = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
- Qual é a probabilidade de as cartas não combinarem? Resposta: P(B) = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
- Como podemos comparar estas probabilidades teóricas com as nossas probabilidades experimentais? Como é que elas diferem?

✓ Introduzir um segundo jogo para os grupos "Sorteio de três cartas." Cada par de alunos terá três cartas. Uma carta deve ter um lado marcado A e do outro lado B; a segunda carta deve ter um lado marcado A e do outro lado marcado C, e, a terceira carta deve ter um lado marcado B e outro marcada C. Os jogadores se revezam lançando todas as três cartas ao mesmo tempo. Ao jogador 1 é atribuído o ponto, se duas cartas forem iguais, o jogador 2 é premiado com um ponto, se não houver igualdade (ou seja, se todas as três cartas forem diferentes).

✓ Peça aos alunos para primeiramente preverem a equidade do jogo, e depois jogar o jogo um determinado número de vezes. (Para comparar a probabilidade experimental, sugere-se que o número de vezes que eles joguem seja um múltiplo de oito). Peça-lhes para registar os seus resultados no quadro.

✓ Peça aos alunos para discutirem com seus parceiros tanto a probabilidade experimental quanto a teórica. Eles devem calcular a probabilidade experimental a partir dos dados de turma e construir um diagrama de árvore para encontrar a probabilidade teórica. Eles podem considerar as seguintes questões:

- Quantas, em oito jogadas, tem igualdade? Resposta: 8.
- Qual é a probabilidade do jogador 2 ganhar? Resposta: $\frac{6}{8}$
- Qual é a probabilidade do jogador 1 ganhar? Resposta: $\frac{2}{8}$.

✓ Discutir possíveis maneiras de tornar o jogo justo (Por exemplo, um jogador pode ganhar 1 ponto por cada jogo em que, pelo menos, duas cartas forem iguais, enquanto o jogador 2 pode ganhar 3 pontos quando todas as cartas forem diferentes).

***Tarefa de casa***

Os alunos devem completar o seguinte:

1. Determine se cada um dos jogos descritos abaixo é justo, analisando-o com um diagrama de árvore e encontrar a probabilidade teórica de cada jogador ganhar um ponto:
    - Jogo 1: os jogadores têm duas cartas vermelhas e uma carta amarela. Cada carta tem um A de um lado e B do outro lado. Virar as três cartas ao mesmo tempo. O jogador 1 ganha um ponto, se ambas as cartas vermelhas forem iguais, ou, se a carta amarela é A, ou, se todas as três cartas mostram A. Caso contrário, o jogador 2 ganha. Resposta: Os alunos devem ver através do desenho de um diagrama de árvore que existe $\frac{5}{8}$ de chance do jogador 1 ganhar o ponto e, jogador 2 tem $\frac{3}{8}$ de chance de ganhar o ponto. O jogador 1 tem a vantagem. Uma maneira de fazer o jogo justo é o jogador 1, ganhar 3 pontos a cada vez que ele ganha, e o jogador 2 ganhar 5 pontos por vitória.
    - Jogo 2: os jogadores têm três cartas vermelhas e uma carta amarela. Cada carta tem um A de um lado e B, do outro lado. Virar quatro cartas ao mesmo tempo. O jogador 1 ganha um ponto se a carta amarela é A, ou se as quatro cartas forem A. Caso contrário, o jogador 2 ganha. Resposta: Os alunos devem ver que o jogo é justo. Cada jogador tem $\frac{1}{2}$ da chance de ganhar o jogo. Depois de analisar o jogo, os alunos também devem observar que a única regra necessária para o segundo jogo é que a carta amarela seja A.
2. Se você determinar que o jogo seja injusto, tentar mudar o jogo para ser justo.
3. Esteja preparado para compartilhar suas descobertas com a turma.
4. Invente um jogo justo para duas pessoas com três moedas. Escrever as regras e como os pontos são concedidos.

## ATIVIDADE 5 – UM PLANO DE SIMULAÇÃO: "DESAFIO DA MESADA"

**Duração:** 2 horas/aulas (100 minutos)
**Objetivo:** Equalizar a probabilidade.
**Conteúdo trabalhado:** Probabilidade.
**Materiais utilizados:** folhas de exercícios e demais materiais escolares.

**Desenvolvimento da atividade:**

- ✓ Discutir a tarefa de casa com a turma. Discutir as respostas corretas para as questões 1 e 2 e pedir que os alunos apresentem suas versões de jogos de três moedas. Isso poderá ser feito em seus pequenos grupos, ou como a turma inteira. A turma ou grupo deve decidir se cada jogo é justo, e se não for, como eles podem torná-lo justo. Os alunos devem ser encorajados a salvar jogos que eles inventam/modificam. Estes podem tornar-se potenciais pontos de partida para os seus jogos do torneio.
- ✓ Recolher e classificar a tarefa de casa se quiser, mas não se esqueça de devolvê-la para que os alunos possam usar suas ideias mais tarde.
- ✓ Contar a seguinte estória: *"Carlos ganha R$ 5,00 por semana para sua subsistência. Um dia, sua mãe oferece a seguinte sugestão: Em vez de eu pagar R$ 5,00 a cada semana, vamos torná-lo mais interessante. A cada semana, vou colocar cinco fichas de R$ 1,00 e uma ficha de R$ 10,00 em um saco. Você vai chegar e pegar duas fichas sem olhar. Você poderá obter R$ 2,00 ou R$ 11,00. Pense sobre isso hoje à noite e me responda no café da manhã."*
- ✓ Perguntar para a turma se eles acham que esta proposta é um bom negócio (isto é justo). Anote suas respostas no quadro, calculando suas respostas sob os títulos "sim" e "não".
- ✓ Perguntar: "Se você fosse Carlos, o que você faria para tomar a sua decisão?"
- ✓ Configurar uma simulação com cinco cartões de "R$ 1,00" e um cartão de "R$ 10,00". Ter um voluntário para escolher dois cartões, sem olhar, e registrar os resultados no quadro. Repetir esta simulação mais quatro vezes, a fim de calcular se Carlos sairá na frente após as 5 semanas.
- ✓ Perguntar se esta simulação dá uma visão precisa de chances de Carlos. (Os alunos irão provavelmente responder que, com apenas cinco sorteios, é possível ter sorte e

que ganhe R$ 11,00 duas ou três vezes. Quanto mais simulações ocorrem, no entanto, mais preciso se torna o ponto de vista de que venham a ocorrer).

- ✓ Os alunos devem trabalhar em pequenos grupos para simular o desempenho. Cada grupo deve simular o valor ganho por Carlos durante 30 semanas. A primeira coisa que o grupo deve fazer é planejar uma forma de simular o problema para que os dados recolhidos representem com precisão as possibilidades de Carlos. (Uma possibilidade é a utilização de cartões de índice, cartas, dados, moedas, fichas ou outros materiais).
- ✓ Circular para ter certeza de cada grupo está usando um esquema de simulação apropriado. Criar uma tabela de quatro colunas com os títulos "Número do grupo", "Número de resultados R$ 11,00", "Número de resultados R$ 2,00", e "Dinheiro total arrecadado". Quando os grupos completarem suas 30 simulações, peça para registarem os seus resultados no quadro.
- ✓ Questionar os alunos sobre qual a forma de encontrar a quantidade média de dinheiro que grupo atingiu. (Isto deve ser em torno de R$ 150,00). Em seguida, perguntar como encontrar o valor médio dos valores arrecadados. Eles devem sugerir dividindo o total por 30, porque cada grupo realizou 30 ensaios. Eles devem ter uma aproximação de R$ 5,00 por teste.
- ✓ Discutir com a turma se este parece ser um bom negócio para Carlos (Porque ele acaba ganhando aproximadamente a mesma quantidade de dinheiro que ele teria de outra maneira, não parece ser muito mal fazer o negócio).
- ✓ Listar todos os possíveis resultados desse experimento com a turma. (Para fins de notação, os cinco cartões de R$ 1,00 serão marcados como $O_1$, $O_2$, $O_3$, $O_4$ e $O_5$, e o cartão de R$ 10,00 será marcado como T). Peça a um voluntário para listar no quadro todas as combinações possíveis.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| T, $O_1$ | $O_1$, $O_2$ | $O_2$, $O_3$ | $O_3$, $O_4$ | $O_4$, $O_5$ |
| T, $O_2$ | $O_1$, $O_3$ | $O_2$, $O_4$ | $O_3$, $O_5$ | |
| T, $O_3$ | $O_1$, $O_4$ | $O_2$, $O_5$ | | |
| T, $O_4$ | $O_1$, $O_5$ | | | |
| T, $O_5$ | | | | |

- ✓ Pergunte se os alunos podem pensar em outras maneiras que eles poderiam listar todos os resultados sem a criação de uma lista (um diagrama de árvore é uma possibilidade).

- ✓ Peça aos alunos para discutirem em seus pequenos grupos as seguintes perguntas para determinar se este é um negócio justo:
  - Quantas combinações valem R$ 11,00? Resposta: Cinco
  - Quantas combinações valem R$ 2,00? Resposta: Dez
  - Qual é a probabilidade de ganhar R$ 11,00? Resposta: $P(11) = \frac{5}{15}$
  - Qual é a probabilidade de ganhar R$ 2,00? Resposta: $P(2) = \frac{10}{15}$
  - Qual o valor médio que Carlos espera ganhar a longo prazo? Resposta: R$ 5,00
  - Em 30 sorteios, quantas vezes Carlos espera obter R$ 11,00? Resposta: 10 vezes
  - Em 30 sorteios, quantas vezes Carlos espera obter R$ 2,00? Resposta: 20 vezes
  - Qual o total em dinheiro será este? Resposta: R$ 11,00 x 10 + R$ 2,00 x 20 = R$ 150,00
  - Como você iria encontrar o valor médio por sorteio? Resposta: R$ 150,00: 30 = R$ 5,00
  - É justo esse negócio a longo prazo? Resposta: Sim, porque, em média, Carlos ganhará R$ 5,00 de qualquer maneira.
  - Você tomaria o negócio? As respostas podem variar.
- ✓ Discutir nos grupos se Carlos deve fazer a seguinte troca: Ao invés de ganhar R$ 5,00 por semana serão colocadas três fichas de R$ 1,00 e uma de R$ 5,00 em um saco. Ele vai retirar duas fichas sem olhar. Resposta: Ele não deve aceitar o acordo. Mesmo que ele tenha a possibilidade de ganhar R$ 6,00, em média, ele vai ganhar apenas R$ 4,00 por semana.

***Tarefa de casa***

Os alunos devem completar o seguinte:

1. Trabalhar as seguintes situações e determinar se as ofertas de mesada tem possibilidade de um ganho maior que R$ 5,00 por semana.
   - ✓ Carlos vai lançar três moedas. Se todas elas ficarem iguais (todas caras ou todas coroas), ele vai receber R$ 12,00. Caso contrário, ele ganha R$ 1,00. Resposta: Ele não deve aceitar o acordo. Embora em um quarto do tempo ele iria ganhar R$ 12,00, porém, em três quartos do tempo, ele iria ganhar apenas R$ 1,00, portanto, em média, ele ganharia $\frac{1}{4} \times 12 + \frac{3}{4} \times 1 = 3{,}75$.

- ✓ Carlos vai lançar um par de dados. Se a soma for sete, ele recebe R$ 20,00. Se for menor que sete, ele ganha R$ 2,00. Resposta: O acordo é justo. Ele ganharia R$ 20,00 em um sexto do tempo, e em cinco sextos do tempo, ele ganharia R$ 2,00. Portanto, em média, ele ganharia $\frac{1}{6} \times 20 + \frac{5}{6} \times 2 = 5$.
- ✓ Carlos vai lançar um par de dados. Se a soma dos dados for quatro ou menos, ele ganha R$ 20,00. A fim de que o pagamento seja justo, a longo prazo, o que ele deve ter para todas as somas maiores de quatro? Resposta: Ele deveria receber R$ 2,00 para todas as jogadas com soma maiores que quatro, a fim do negócio ser justo. Se ele receber mais do que R$ 2,00 para as somas maiores que quatro, ele vai, em média, ganhar mais dinheiro do que sua mesada atual de R$ 5,00. Um sexto do tempo, ele vai ganhar R$ 20,00. Esta é a mesma probabilidade de sair sete no item anterior. Portanto, para uma mesada com valor médio em torno de R$ 5,00, Carlos terá de receber R$ 2,00, quando a soma for cinco ou mais. Pode-se também usar a álgebra para calcular o valor de R$ 2,00. A seguinte equação pode ser criada e resolvida: $\frac{1}{6} \times 0{,}20 + \frac{5}{6}x = 5 \rightarrow x = 2$.

## ATIVIDADE 6 – CRIAÇÃO DE JOGOS PARA O TORNEIO

**Duração:** 2 horas/aulas (100 minutos)
**Objetivo:** Equalizar a probabilidade.
**Conteúdo trabalhado:** Probabilidade.
**Materiais utilizados:** folhas de exercícios e demais materiais escolares.

**Desenvolvimento da atividade:**

- ✓ Discutir as questões da tarefa de casa com a turma. Preste especial atenção à questão 3, criar uma situação justa é o objetivo desta pergunta. Isso levará os alunos para a criação de seus próprios jogos para os outros jogarem.
- ✓ Recolher e classificar a tarefa de casa, se quiser.
- ✓ Explicar a turma que começarão a planejar um jogo, a ser aplicado para outros alunos. Perguntar quais informações são importantes e terão de ser decididas em conjunto para que todos possam começar o planejamento para o evento. (Extrair respostas que abordam o número de tickets necessários para jogar cada jogo e os prêmios a atribuir).
- ✓ Discutir que em muitos torneios, os tickets são trocados por prêmios.
- ✓ Discutir os tipos de prêmios que serão concedidos, se houver. A turma poderá utilizar botões no lugar dos tickets, e os alunos com o maior número de botões no final poderá receber os prêmios.
- ✓ Dê alguns exemplos de jogos aos alunos:
  - Lollipop: As varas de pirulitos são pressionadas em um copo de espuma. As extremidades de algumas dessas varas são coloridas. Se o jogador escolhe um pirulito com uma ponta de cor, ganha um prêmio. Caso contrário, o jogador ganha um pirulito.
  - Puxa-lápis: este jogo tem um conceito semelhante ao Lollipop, mas usando lápis evita ter doces na sala de aula.
  - Duck Pond: Patos de borracha flutuando na água. Cada pato tem um número marcado na parte inferior. Cada jogador escolhe aleatoriamente em pato, depois de ser dada uma regra que deve ser cumprida para ganhar. Por exemplo, o jogador tem que escolher um certo número de pato, um pato de número par, um pato ímpar, e assim por diante.

- Tic-tac-toe: Uma caixa dividida em uma grade 3 por 3 é usada para o jogo. Cada abertura é do tamanho de uma bola de beisebol. Três bolas são lançadas, e se elas formam uma linha reta (horizontal, diagonal ou vertical), então o jogador ganha.
- Aniversário: Doze caixas são colocados em toda a frente de uma cabine, cada uma identificada com o nome de um mês e um número diferente (01 representa janeiro, 02 de fevereiro ...), a pessoa do estande tem um dado de 12 lados (dodecaedro). Cada jogador escolhe um mês e coloca um bilhete na caixa correspondente. O jogador ganha se no lançamento do dado sair o mês escolhido anteriormente.

✓ Discuta o que seria um número razoável de bilhetes para dar a cada pessoa que vem ao torneio. Tentar obter uma relação da quantidade de fichas para aproximadamente $\frac{1}{2}$, o que significa que um aluno vai ganhar uma ficha cerca de 50% das vezes que ele jogar qualquer jogo. Se a probabilidade de ganhar é significativamente menor do que isso, então o número de fichas é ajustado para que ele chegue perto dessa relação. Por exemplo, se a probabilidade de ganhar um determinado jogo é $\frac{12}{100}$, seis fichas seriam concedidas para o jogo, porque é mais difícil de ganhar do que um jogo com $\frac{1}{2}$ de probabilidade de sucesso.

✓ Cada grupo escolhe um jogo do torneio para criar. Os alunos podem escolher a partir da lista que eles pensaram no início desta atividade ou adaptar uma atividade que eles participaram durante esta unidade.

✓ Pedir aos alunos para encontrar a probabilidade de ganhar o jogo que escolheram. Eles também terão de gerar uma lista de materiais que irão precisar e um conjunto de instruções para os participantes do jogo.

✓ Os estudantes devem calcular o número de fichas que devem ser disponibilizadas por jogo. Por exemplo, se um jogo apresenta 50% de chance de ganhar, deve conceder um prêmio por vitória. Se um jogo apresenta 25% de chance de ganhar, permitir que o jogador jogue duas vezes para cada ficha, em vez de apenas uma vez. Dar tempo para que os alunos determinem o número de vezes que um jogo vai ser jogado para uma ficha. Circular entre os grupos e ajudar os alunos a raciocinar através das respostas.

- ✓ Os alunos escrevem as indicações para o seu jogo. Eles devem ter as indicações postadas em seu estande para o evento, as orientações devem ser claras para que um jogador de primeira viagem possa entender como jogar.

## ATIVIDADE 7 – TESTANDO JOGOS E PREPARANDO-SE PARA O TORNEIO

**Duração:** 2 horas/aulas (100 minutos)
**Objetivo:** Equalizar a probabilidade.
**Conteúdo trabalhado:** Probabilidade.
**Materiais utilizados:** dados, *spinner*.

**Desenvolvimento da atividade:**

- ✓ Peça aos alunos que se reúnam em seus grupos para a criação de seus jogos na sala de aula. Peça-lhes para postar as instruções para os seus jogos.
- ✓ Peça aos alunos para discutirem as regras de seus jogos e ter a certeza de que todos os membros do grupo compreenderam plenamente como executá-lo.
- ✓ Peça aos alunos para criarem uma agenda para que pelo menos dois alunos estejam presentes em seu estande jogo em todos os momentos.
- ✓ Fazer uma simulação do evento real. Ao simular o evento, girando entre os grupos, e jogando os jogos, os alunos serão capazes de ver se as regras para seus próprios jogos são claras.
- ✓ Discuta quais dados deverão ser recolhidos durante a simulação do jogo. Isto deve incluir o número de vezes que o jogo foi jogado, o número de prêmios, se os jogadores tinham perguntas a respeito de como jogar, e assim por diante.
- ✓ Simule o torneio dentro da classe. Os estudantes registram os dados durante a simulação.
- ✓ Peça que cada grupo compile os dados após a simulação e que os discutam em seus grupos. Houve algum resultado surpreendente?

***Tarefa de casa***

Os alunos devem concluir o seguinte.

- Compare a probabilidade teórica que você calculou anteriormente com os dados experimentais que acabou de recolher. Anote como foi a comparação. Refletir sobre a simulação, e se é necessário fazer modificações antes do evento real. Esteja preparado para compartilhar esta descoberta com a turma.

## ATIVIDADE 8 – PREPARATIVOS FINAIS

**Duração:** 2 horas/aulas (100 minutos)
**Objetivo:** Equalizar a probabilidade.
**Conteúdo trabalhado:** Probabilidade.
**Materiais utilizados:** dados, *spinner*.

**Desenvolvimento da atividade:**

- ✓ Peça aos alunos para discutirem seus resultados da tarefa de casa. Cada grupo deve chegar a um consenso sobre as modificações que serão feitas ao seu jogo.
- ✓ Recolher cada tarefa de casa, se quiser.
- ✓ Discutir cada jogo com a turma. Os alunos devem explicar as modificações que estão fazendo e por que essas modificações estão sendo implementadas. A turma também deve compartilhar quaisquer aspectos que percebem não terem sido abordados pelo grupo.
- ✓ Peça aos alunos para implementarem as mudanças nos seus jogos. Certifique-se de que todas as regras são claramente escritas e que todos os materiais necessários foram recolhidos.
- ✓ Discuta os planos finais que devem ser estabelecidos para a realização do evento.

## ATIVIDADE 9 – TORNEIO DOS JOGOS

**Duração:** 2 horas/aulas (100 minutos)

**Objetivo:** Equalizar a probabilidade.

**Conteúdo trabalhado:** Probabilidade.

**Materiais utilizados:** dados, *spinner*.

**Desenvolvimento da atividade:**

- ✓ Peça aos alunos para criarem seus jogos. Circular entre os grupos e ajudar na medida do necessário.
- ✓ Discutir e avaliar o evento do torneio com a turma. Peça aos alunos para avaliar a unidade, discutindo algumas ou todas as seguintes perguntas:
  - O que você mais gostou sobre a unidade?
  - Qual foi a parte mais desafiadora?
  - Como o seu maior conhecimento sobre a teoria da probabilidade pode ajudá-lo em sua vida diária?
  - Como você mudaria esta unidade para aulas futuras?
  - Como você avalia sua participação na unidade?