

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE, UNICENTRO-PR

**MÉTODOS DE AJUSTE DA FUNÇÃO WEIBULL E SEU DESEMPENHO NA
PROGNOSE DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE *Eucalyptus dunnii***

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

JOÃO LUIZ FELDE

IRATI – PR

2010

JOÃO LUIZ FELDE

**MÉTODOS DE AJUSTES DA FUNÇÃO WEIBULL E SEU DESEMPENHO NA
PROGNOSE DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE *Eucalyptus dunnii***

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências Florestais, Curso de Pós-Graduação, área de Concentração em Manejo Florestal da Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO.

Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho
Orientador

Prof. Dra. Andrea Nogueira Dias
Coorientadora

IRATI – PR

2010

Catálogo na Fonte
Biblioteca da UNICENTRO - *Campus* de Irati

F312m FELDE, João Luiz.
Métodos de ajuste da função Weibull e seu desempenho na
prognose do crescimento e produção de *Eucalyptus dunnii* /
João Luiz Felde. – Irati, PR : UNICENTRO, 2010.

77f.
ISBN
Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade
Estadual do Centro-Oeste, PR
Orientador : Professor Dr. Afonso Figueiredo Filho
Co-Orientadora : Professora Dra. Andrea Nogueira Dias

1. Engenharia Florestal – manejo. 2. Diametria - projeção.
3. Modelagem - simulação. 4. Probabilidade – dissertação.
I. Figueiredo Filho, Afonso. II. Dias, Andrea Nogueira. III. Título.

CDD 20ª ed. 634.9751



Universidade Estadual do Centro-Oeste

Reconhecida pelo Decreto Estadual nº 3.444, de 8 de agosto de 1997

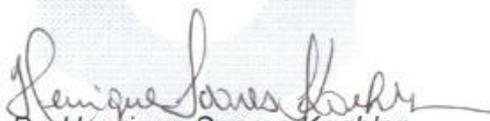
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

PARECER

Defesa Nº 16

A Banca Examinadora instituída pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ciências Florestais, do Setor de Ciências Agrárias e Ambientais, da Universidade Estadual do Centro-Oeste, *Campus* de Irati, após arguir o mestrando **João Luiz Felde** em relação ao seu trabalho de dissertação intitulado "MÉTODOS DE AJUSTE DA FUNÇÃO WEIBULL E SEU DESEMPENHO NA PROGNÓSE DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE *Eucalyptus dunnii*", é de parecer favorável à **APROVAÇÃO** do estudante, habilitando-o ao título de **Mestre em Ciências Florestais**, Área de Concentração em Manejo Sustentável de Recursos Florestais.

Irati-PR, 20 de dezembro de 2010.



Dr. Henrique Soares Koehler
Universidade Federal do Paraná
Primeiro Examinador



Dr. Julio Eduardo Arce
Universidade Federal do Paraná
Segundo Examinador



Dr. Afonso Figueiredo Filho
Universidade Estadual do Centro-Oeste
Orientador e Presidente da Banca Examinadora

Home Page: <http://www.unicentro.br>

Aos meus pais Luiz e Soeli, minha irmã
Regiane, meu cunhado Ednilson e meus
sobrinhos Ana Gabriela e João Gabriel.

DEDICO

BIOGRAFIA

JOÃO LUIZ FELDE, filho de Luiz Felde e Soeli Felde, nasceu em Rebouças, PR, em 17 de outubro de 1986.

Cursou o ensino médio no Colégio Estadual Professor Júlio Cesar, em Rebouças, e em 2005 ingressou no curso de Engenharia Florestal da Universidade Estadual do Centro-Oeste, concluindo-o em dezembro de 2008.

Em março de 2009 ingressou no Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais, em nível de mestrado, área de concentração em Manejo Sustentado de Recursos Florestais, da Universidade Estadual do Centro-Oeste, submetendo-se a defesa em 20 de dezembro de 2010.

Atualmente trabalha como Consultor na STCP Engenharia de Projetos Ltda.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Estadual do Centro-Oeste e ao Departamento de Engenharia Florestal, pela oportunidade.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão da bolsa de estudos.

À Klabin S.A. pela concessão dos dados necessários à realização deste estudo, em especial aos Eng. Florestais Luiz Gastão Bernett e Marco Aurélio Figura pelo apoio e orientações.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais pelos ensinamentos repassados durante o curso.

À Prof. Dra. Andrea Nogueira Dias pela coorientação neste trabalho, pela orientação e partilha de seus conhecimentos enquanto professora, e também pela amizade e agradável convivência nos últimos anos.

De maneira muito especial ao Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho que foi um verdadeiro mestre durante minha vida acadêmica, pelos momentos de amizade e muitas vezes paternalismo, sempre sendo exemplo a ser seguido.

À Fabiane pela ajuda neste trabalho com seu conhecimento matemático, pela amizade e companheirismo durante o mestrado.

Aos colegas de graduação e mestrado Felipe Martins, Fernando, Josef, Rodrigo e Thiago pela amizade, companheirismo e momentos de descontração.

À Flávia, secretária do Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais, sempre muito prestativa, pelos cafezinhos, conversas e caronas.

A todos os familiares que sempre me incentivaram a buscar meus objetivos e sempre ajudaram no decorrer do caminho.

Em especial aos meus pais, irmã, cunhado e sobrinhos, os quais são minha fortaleza e razão do meu viver, pelo colo oferecido nos momentos difíceis, pelo grande incentivo, sempre constante, e incontáveis ajudas, e por entenderem meus momentos de ausência.

A todos que de alguma maneira contribuíram para a concretização deste trabalho.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS	3
2.1	Objetivo geral.....	3
2.2	Objetivos específicos.....	3
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
3.1	Manejo do eucalipto para multiprodutos.....	4
3.2	Estudos de crescimento e produção	5
3.3	Uso de funções probabilísticas para projeção da distribuição diamétrica	7
3.4	A função probabilística Weibull.....	8
3.4.1	Histórico	8
3.4.2	Formas da distribuição	9
3.4.3	Métodos de ajuste.....	11
3.4.4	Uso da função Weibull em simulações florestais	13
4	METODOLOGIA.....	15
4.1	Fonte de dados	15
4.2	Métodos de ajuste da função Weibull.....	17
4.2.1	Método dos Momentos.....	17
4.2.2	Método do Estimador da Máxima Verossimilhança.....	20
4.2.3	Método dos Momentos modificado, reconhecendo a assimetria da distribuição	21
4.3	Avaliação dos ajustes da função Weibull	23
4.3.1	Agrupamento dos dados em classes diamétricas	23
4.3.2	Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S).....	25
4.3.3	Índice de Reynolds (IR)	25

4.3.4 Erro padrão da estimativa (EPE%)	26
4.4 Construção de um simulador de crescimento e produção	27
4.4.1 Modelagem de atributos da população.....	27
4.4.1.1 Equação de Sítio	30
4.4.1.2 Sobrevivência	30
4.4.1.3 Equação hipsométrica.....	31
4.4.1.4 Área basal	32
4.4.1.5 Variância dos diâmetros	32
4.4.1.6 Diâmetro mínimo	33
4.4.1.7 Diâmetro máximo.....	33
4.4.1.8 Função de afilamento	34
4.4.2 Estrutura do simulador	36
4.4.3 Avaliação do simulador.....	36
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	39
5.1 Avaliação dos métodos de ajuste da função Weibull por parcela	39
5.1.1 Primeiro subconjunto de dados	39
5.1.2 Segundo subconjunto de dados	43
5.2 Modelos para estimativa dos atributos do povoamento.....	47
5.2.1 Equação de sítio	47
5.2.2 Sobrevivência.....	50
5.2.3 Equação hipsométrica	52
5.2.4 Área basal.....	54
5.2.5 Variância dos diâmetros	55
5.2.6 Diâmetro mínimo	57
5.2.7 Diâmetro máximo.....	59
5.3 Simulador do crescimento e produção e sua avaliação	61
6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	69
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Amplitude das variáveis do conjunto de dados	16
Tabela 2 – Modelos testados para a predição da altura dominante e obtenção dos índices de sítio.	30
Tabela 3 – Modelos testados para a predição do número de árvores sobreviventes. .	31
Tabela 4 – Modelos testados para a estimativa da altura total das árvores.	31
Tabela 5 – Modelos testados para a estimativa da área basal por hectare.....	32
Tabela 6 – Modelos testados para a estimativa da variância dos diâmetros.	32
Tabela 7 – Modelos testados para a estimativa do diâmetro mínimo do povoamento.	33
Tabela 8 – Modelos ajustados para a estimativa do diâmetro máximo do povoamento....	34
Tabela 9 – Estatísticas de ajuste do Polinômio de 5º grau, de acordo com o regime de manejo aplicado e faixa de DAP.	35
Tabela 10 – Percentual de parcelas aderentes pelo teste de Kolmogorov-Smirnov ($\alpha < 0,05$).	39
Tabela 11 –Valores médios do Índice de Reynolds.	40
Tabela 12 – Erro padrão da estimativa percentual médio dos métodos de ajuste da função Weibull.	41
Tabela 13 – Percentual de parcelas aderentes pelo teste de Kolmogorov-Smirnov ($\alpha < 0,05$).	43
Tabela 14 – Valores médios calculados para o Índice de Reynolds.	44
Tabela 15 – Erro padrão da estimativa percentual médio dos métodos de ajuste da função Weibull.	44

Tabela 16 – Estatísticas do ajuste das equações de sítio testadas.	48
Tabela 17 – Estatísticas do ajuste dos modelos de sobrevivência testados.....	51
Tabela 18 – Estatísticas do ajuste das equações hipsométricas testadas.	53
Tabela 19 – Estatísticas do ajuste dos modelos para estimativa da área basal por hectare.....	54
Tabela 20 – Estatísticas do ajuste dos modelos para estimativa da variância dos diâmetros.	56
Tabela 21 – Coeficientes estimados e respectivas estatísticas de ajuste dos modelos para estimativa do diâmetro mínimo.	58
Tabela 22 – Estatísticas do ajuste dos modelos para estimativa do diâmetro máximo.....	60
Tabela 23 – Estatísticas do teste L&O e erro médio percentual na comparação da frequência estimada pela função Weibull 3P em cada combinação idade-sítio com a frequência média observada.....	64
Tabela 24 – Estatísticas do teste L&O e erro médio percentual na comparação da frequência estimada pela função Weibull 2P em cada combinação idade-sítio com a frequência média observada.....	66

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Localização geográfica da área de estudo, Unidade Florestal Monte Alegre, de propriedade da Klabin SA. Fonte: Figura (2010).	15
Figura 2 – Frequências observada e estimadas por cada método de ajuste da função Weibull.	42
Figura 3 – Frequências observada e estimadas por cada método de ajuste da função Weibull.	45
Figura 4 – Distribuição dos resíduos na estimativa da altura dominante.	49
Figura 5 – Dispersão dos dados de altura dominante e representação da curva-guia estimada pelo modelo de Chapman-Richards.	50
Figura 6 – Curvas limite das classes de sítio definidas na idade índice de 15 anos e dispersão dos dados em cada classe.	50
Figura 7 – Distribuição gráfica dos resíduos na estimativa do número de árvores vivas por hectare.	52
Figura 8 – Distribuição dos resíduos na estimativa da altura total das árvores.	53
Figura 9 – Distribuição dos resíduos na estimativa da área basal por hectare.	55
Figura 10 – Distribuição dos resíduos na estimativa da variância dos diâmetros.	57
Figura 11 – Distribuição dos resíduos na estimativa do diâmetro mínimo.	59
Figura 12 – Distribuição dos resíduos na estimativa do diâmetro máximo.	60
Figura 13 – Telas de prognose da produção geradas pelo simulador.	62

RESUMO

O objetivo principal desta pesquisa foi desenvolver um sistema simulador do crescimento e produção de plantios não desbastados de *Eucalyptus dunnii* utilizando-se diferentes métodos de ajuste para a função densidade de probabilidade Weibull para descrever a estrutura da floresta nas várias idades. Os dados utilizados neste trabalho são provenientes da medição de 239 parcelas de povoamentos de *E. dunnii* na região de Telêmaco Borba, PR, de propriedade da empresa Klabin S.A., com idades variando de 3 a 20 anos. Testou-se a estimativa dos parâmetros da função probabilística Weibull 3P em cada parcela, ajustando-a pelo método do estimador da máxima verossimilhança e pelo método dos momentos modificado para reconhecer a assimetria da distribuição dos dados, e também o ajuste da função Weibull 2P e 3P pelo método dos momentos em sua forma tradicional. Os ajustes por parcela foram avaliados pelo teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, pelo cálculo do Índice de Reynolds e do erro padrão da estimativa. Foram testadas equações para predição da altura dominante em função da idade e construção de curvas de sítio para o povoamento, expressões para representar a relação hipsométrica nas várias idades, e também foram modelados atributos da floresta sem desbaste para expressar a sobrevivência, área basal, diâmetro mínimo, diâmetro máximo e variância dos diâmetros. Os ajustes por parcelas indicaram que o método do estimador da máxima verossimilhança é o menos acurado na estimativa da frequência de árvores em cada classe diamétrica. O ajuste pelo método dos momentos em sua forma modificada para reconhecer a assimetria dos dados apresentou valores bem próximos aos obtido pelo ajuste da função de 3P pelo método dos momentos em sua forma tradicional. Na comparação do ajuste da função de dois e três parâmetros, a função Weibull 2P mostrou-se mais acurada, com estatísticas um pouco superiores. Após a modelagem dos atributos do povoamento foi construído um simulador do crescimento e produção de *E. dunnii* utilizando a função Weibull para estimativa da frequência das árvores em cada classe diamétrica, e conseqüentemente a produção volumétrica em cada uma destas. A função Weibull com dois e com três parâmetros foi utilizada nas simulações, e as frequências obtidas em cada simulação foram comparadas com as frequências médias observadas no conjunto de dados nas várias combinações idade-sítio, aplicando-se o teste de identidade L&O. As estatísticas do teste de identidade demonstraram que em 21% das simulações que utilizaram a função Weibull 3P houve identidade entre as frequências estimadas e as frequências observadas em cada combinação idade-sítio. Para as simulações que utilizaram a função Weibull 2P o percentual

de identidade entre os valores observados e os valores estimados foi de 30%, indicando superioridade da função de dois parâmetros no uso em simulações da frequência por classe diamétrica.

Palavras-chave: Projeção da estrutura diamétrica, Função densidade de probabilidade, modelagem, simulação.

ABSTRACT

The main objective of this research was to develop a simulator system of growth and yield for unthinned plantations of *Eucalyptus dunnii* using different adjustment methods for the Weibull probability density function to describe the forest structure at various ages. The data used in this research came from measurements of 239 plots in *E. dunnii* stands in the region of Telêmaco Borba, PR, owned by Klabin S.A., aged from 3 to 20 years. The 3P Weibull function parameters were obtained for each plot, adjusting it by the maximum likelihood estimator method and by the moment method form modified to recognize the data distribution asymmetry, and also adjusting the 2P and 3P Weibull function by the moments method in the traditional way. The adjustments by plot were assessed by the Kolmogorov-Smirnov adherence test, Reynolds index, and the estimate standard error. Equations were tested to predict the dominant height according to age and construction of site index curves, equations to represent the hypsometric relationship at various ages and also stand attributes were modeled to express the survival, basal area, minimum diameter, maximum diameter and diameters variance. The statistics indicated that the maximum likelihood estimator method was less accurate in estimating the frequency of trees in each diameter class. The adjustment by the moments method, in its modified form to recognize the asymmetry of the data, presented values very similar to those obtained from the adjustment of 3P function by the moments method in its traditional form. Comparing the fitting of the two and three parameters function, the Weibull 2P was more accurate, with better statistics. After modeling the stand attributes, a growth and yield simulator of *E. dunnii* was built, using the Weibull function to estimate the trees frequency in each diameter class, and consequently the production volume in each of these. The Weibull function with two and three parameters was used in simulations, and the frequencies obtained in each simulation were compared with the mid observed frequencies in the data set in various age-site combinations, applying the L&O identity test. The identity test statistics showed that 21% of the simulations that used the 3P Weibull function had identity among estimated and observed frequencies in each age-site combination. For simulations that used the 2P Weibull function, the percentage of identity among the observed and estimated values was 30%, indicating superiority of the two parameters function use in simulations of the diameter class frequency.

Keywords: Diameter structure projection, probability density function, modeling, simulation.

1 INTRODUÇÃO

Manejar uma floresta é uma das práticas mais complexas dentro da ciência florestal, pois envolve a identificação e análise de inúmeros fatores que influenciarão das mais variadas formas sobre esta, e envolve também a tomada de decisões que afetam não só o futuro do povoamento, como também as ações do dia-a-dia. Desta forma, poder gerar diferentes possíveis cenários da floresta em idades futuras é uma ferramenta imprescindível para ajudar o manejador na tomada de decisões, seja visando sua maior rentabilidade, maior produção, ou ainda a conservação dos recursos florestais existentes.

Para gerar estes futuros cenários, o manejador se vale muitas vezes do uso de modelos matemáticos, os quais ajudam a prognosticar a produção futura da floresta e a descrever sua estrutura em diversas idades, tendo como base para isto informações correntes do povoamento e suas relações com o crescimento. Assim, com a ajuda destes modelos, ditos modelos de crescimento e produção, pode-se testar inúmeras alternativas de manejo e prever as consequências de cada uma delas ao longo do tempo, algo difícil de se testar na prática, na floresta real.

Estes modelos de crescimento e produção podem ser classificados, de maneira resumida, em modelos globais ou de povoamento total, modelos de distribuição diamétrica e modelos de árvores individuais. Os modelos globais predizem o crescimento médio do povoamento sem, contudo, considerar a variação individual do tamanho das árvores, e têm como base para sua modelagem características como o número de árvores por hectare e uma medida de qualidade do local. Os modelos de distribuição diamétrica permitem projetar a frequência de árvores nas várias classes de diâmetro, e quando associados com uma função hipsométrica e uma função de afilamento possibilitam também estimar a produção em cada uma destas classes, além de permitir avaliar mudanças na estrutura da floresta ao longo dos anos. Já nos modelos de árvores individuais a simulação do crescimento da floresta é feita com base na simulação conjunta do crescimento de cada árvore que a compõe, considerando a influência de características do ambiente como, por exemplo, a competição.

Segundo Sanquetta (1996), três modelos não espaciais expressam o desenvolvimento do povoamento pela descrição da evolução das distribuições diamétricas. Eles são conhecidos

como função probabilística, matrizes de transição e processo de difusão. Em povoamentos conduzidos para a obtenção de multiprodutos florestais, é comum a utilização de funções probabilísticas na descrição da estrutura da floresta, destacando-se o uso das seguintes funções: Gama, Normal, Lognormal, Beta, S_B de Johnson, S_{BB} de Johnson, Exponencial e Weibull.

Entre as várias funções probabilísticas, a Weibull é uma das mais utilizadas no meio florestal devido à sua flexibilidade para se ajustar às formas encontradas em florestas, naturais ou plantadas, e também devido à sua facilidade de aplicação. Esta função apresenta diferentes métodos de ajustes, cada um apresentando suas vantagens e desvantagens para cada situação em particular. Cabe então ao manejador testar diferentes alternativas de ajuste e assim avaliar a que se apresenta mais adequada à sua realidade.

Para as espécies do gênero *Eucalyptus* sp., as quais perfazem uma área de mais de 4,5 mi de hectares de florestas plantadas no Brasil (ABRAF, 2010) e tem sua produção de madeira voltada para os mais diversos usos (serraria, laminação, celulose e papel, energia, e outros) a função Weibull tem sido bastante utilizada para a caracterização da estrutura da floresta em estudos de crescimento e produção, encontrando-se na literatura diversos estudos relativos e este tema.

Porém, para o *E. dunnii* não se encontra em literatura praticamente nenhum trabalho que tenha sido desenvolvido especificamente para o estudo do crescimento e da produção da espécie, havendo assim uma lacuna de informações sobre a dinâmica de seus povoamentos. Considerando a importância destas informações e do desenvolvimento de ferramentas para a tomada de decisões no manejo florestal, o enfoque desta pesquisa foi o teste de diferentes maneiras de ajuste da função Weibull para plantios de *Eucalyptus dunnii* na região central do estado do Paraná, e a construção das ferramentas necessárias à simulação do crescimento e da produção da espécie ao longo dos anos.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste estudo foi desenvolver um simulador do crescimento e da produção para plantios não desbastados de *Eucalyptus dunnii*, testando-se diferentes possibilidades de ajustes da função Weibull.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estimar os parâmetros da distribuição Weibull em cada parcela pelo método dos momentos em sua forma tradicional e em sua forma modificada para reconhecer a assimetria dos dados, e também pelo método do estimador da máxima verossimilhança.
- Testar equações para estimar a altura dominante e desenvolver curvas de sítios para a espécie.
- Modelar atributos da floresta sem desbaste, em qualquer idade, para expressar a sobrevivência, relação hipsométrica, área basal, variância dos diâmetros diâmetro mínimo e diâmetro máximo.
- Construir um simulador do crescimento e da produção da espécie utilizando os atributos do povoamento modelados e a função Weibull para descrever a estrutura da floresta, avaliando a influência do ajuste da função de 2 ou 3 parâmetros.
- Avaliar as estimativas geradas pelo simulador e definir o procedimento de ajuste mais adequado para expressar a estrutura diamétrica futura.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 MANEJO DO EUCALIPTO PARA MULTIPRODUTOS

Segundo Speltz e Monteiro (1982) o *Eucalyptus dunnii* foi introduzido no Brasil no ano de 1964, e em plantios da espécie no Planalto Sul, região de Monte Alegre, PR, a 900 m de altitude mostrou certa resistência ao frio, suportando temperaturas mínimas de até -5°C. O plantio da espécie se destacou na região sul por seu crescimento rápido, maior rendimento no processo industrial devido à sua densidade e maior resistência ao frio em áreas de geadas severas (EMBRAPA, 1986; ZANON *et al.*, 1996; SCHNEIDER *et al.*, 1997; HIGA, 1998).

Segundo a ABRAF (2010), há no Brasil mais de 6,3 milhões de hectares de florestas plantadas com pinus e eucalipto, sendo que mais de 70% são de florestas de eucalipto, o que equivale a 4,5 milhões de hectares. Os principais motivos para a escolha de espécies do gênero *Eucalyptus* para reflorestamento são o rápido crescimento das espécies, fornecendo madeira em um curto espaço de tempo, e também a grande variedade de usos para os quais a madeira pode ser aproveitada (SILVA, 2005).

Como o setor florestal está sempre sujeito a oscilações de preços e demandas, o manejo dos povoamentos de eucalipto para a obtenção de multiprodutos é uma alternativa de diversificação da produção florestal, onde a combinação entre preço e demanda momentâneos de cada produto garante flexibilidade na comercialização da floresta, promovendo a rentabilidade do empreendimento, sem a dependência de um único produto principal. Entre os diversos usos a que se destinam as espécies de eucalipto, incluindo-se o *E. dunnii*, podem-se destacar (SOARES, 2002; SILVA, 2005;):

- como madeira serrada, para diversos fins, além do uso como postes, dormentes e moirões;
- na fabricação de laminados e chapas de fibras;
- na construção civil, como escoras, madeiramento de telhado, caixilhos, assoalhos, forros e lambris;
- na fabricação de móveis, como mesas, cadeiras, armários e estantes;
- na geração de energia, como lenha e carvão vegetal;

- na obtenção de polpa celulósica, usada pelas indústrias de papel e papelão;
- nas indústrias farmacêutica e alimentícia, e na fabricação de essências para perfumes e produtos de limpeza.

Assim, para que as árvores oriundas de um plantio florestal possam ser convertidas em multiprodutos, garantindo a otimização do uso da floresta, é importante o conhecimento dos fatores que influenciam no crescimento e qualidade destas árvores, e também os efeitos das práticas de manejo exercidas sobre a floresta. A seleção do material genético, o espaçamento inicial, o manejo dos solos, os tratos culturais, os regimes de desbaste e de desrama artificial, são as práticas de manejo mais diretamente relacionadas à produção de árvores de grande porte com qualidade diferenciada (SANTANA, 2008).

3.2 ESTUDOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

O termo *crescimento* geralmente é usado para designar a taxa absoluta de crescimento de qualquer variável dendrométrica (de uma ou várias árvores): diâmetro à altura do peito, altura total, comprimento de copa, volume, etc.; e o termo *produção* como o crescimento total, ou acumulado em um período. Vanclay (1994) definiu modelagem do crescimento e produção como uma abstração da dinâmica natural de uma floresta, e pode incluir crescimento, mortalidade e outras alterações na composição e estrutura da floresta. O mesmo autor afirmou ainda que o termo “modelo de crescimento” geralmente refere-se a um sistema de equações que podem prever o crescimento e a produção de uma floresta dentro de uma variedade de condições.

Scolforo (1998) fez uma discussão a respeito do crescimento e produção das variáveis dendrométricas que são de importante conhecimento na definição das estratégias de manejo de um povoamento (diâmetro, altura, altura dominante, área basal por hectare, volume por hectare), indicando quais fatores influenciam o comportamento de cada variável, exemplificando com dados de experimentos em plantios equiâneos. Segundo a discussão deste autor, pode-se inferir que os fatores de maior influência no crescimento das diversas variáveis dendrométricas são o material genético utilizado, a qualidade do sítio e a densidade do povoamento. Somada a estes fatores há ainda a idade do povoamento, a qual é a expressão do tempo e das mudanças acontecidas na floresta com o passar deste.

Assim, na modelagem do crescimento e produção de um plantio florestal a idade é a primeira variável considerada nos modelos, seguida do índice de sítio indicando a capacidade produtiva do local, e como terceira variável independente uma medida de densidade, que pode ser o número de árvores por hectare, a área basal por hectare, ou outros índices de densidade.

Segundo Scolforo (1992) no final do século XVIII, na Alemanha, foram desenvolvidas as primeiras tabelas de produção, onde o volume por unidade de área era obtido em função do sítio e da idade, para povoamentos completamente estocados, até que no final da década de 1930, McKainey introduziu a técnica de regressão múltipla no meio florestal, e então a medida de densidade do povoamento passou a ser considerada como uma variável independente. Porém, as estimativas de crescimento e de produção eram obtidas independentemente, e seus valores não eram compatíveis, até que Buckman (1962) e Clutter (1963), em trabalhos independentes, porém simultâneos, relataram a importância da compatibilidade entre o crescimento e a produção. Quando se trabalha com modelos compatíveis, fazendo a primeira derivada do modelo de produção obtém-se o modelo de crescimento, da mesma forma que por integração do modelo de crescimento obtém-se o modelo de produção.

Uma grande variedade de modelos de crescimento e produção é encontrada na literatura, variando desde simples equações que expressam a produção por unidade de área em função da idade, sítio e densidade do povoamento, até complexos sistemas de equações que simulam o crescimento individual das árvores de um povoamento, em função de suas próprias características, das características das árvores vizinhas, e da distância destas (CLUTTER *et al.*, 1983). A escolha de um modelo de crescimento e produção vai depender então do nível de detalhamento requerido no resultado, e também da disponibilidade de dados a serem utilizados nesta modelagem.

Entre os modelos utilizados para predição da produção corrente ou futura de povoamentos manejados para obtenção de multiprodutos estão os modelos de distribuição diamétrica, os quais predizem o número de árvores por hectare em cada classe de diâmetro pela utilização de uma função probabilística, e quando utilizados em conjunto com uma equação hipsométrica e uma equação de volume individual ou de afilamento, permitem a prognose da produção por hectare por classe diamétrica. Estes modelos geralmente utilizam a idade, um índice de sítio e o número total de árvores vivas por hectare como variáveis independentes para o ajuste da função probabilística, provendo assim, de forma

descomplicada, informações mais detalhadas do que os modelos globais (que expressam apenas a produção total por hectare), além de permitirem que se obtenha a produção total de cada multiproduto para o qual a floresta é conduzida (Adaptado de CLUTTER *et al.*, 1983).

3.3 USO DE FUNÇÕES PROBABILÍSTICAS PARA PROJEÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA

A maioria dos modelos de distribuição de diâmetros se vale do uso de uma função de densidade de probabilidade (*fdp*) para representar a estrutura da floresta, descrevendo a provável frequência em cada uma das classes diamétricas definidas. Para Prodan *et al.* (1997), o objetivo do uso das funções probabilísticas não é apenas uma boa representação do povoamento num dado momento, mas sim a projeção de seus parâmetros ao longo do tempo. Os autores defendem então que há duas alternativas para se estimar os parâmetros de uma função probabilística e projetá-los de acordo com as mudanças na estrutura na floresta: o método da predição dos parâmetros e o método da recuperação dos parâmetros.

O método da predição de parâmetros consiste em derivar relações funcionais entre os coeficientes da função de probabilidade e os atributos do povoamento, os quais são utilizados na estimativa de seus parâmetros. Já o método da recuperação dos parâmetros projeta os valores futuros dos atributos do povoamento, e a partir desta projeção, estimam-se os parâmetros (PRODAN *et al.* 1997).

Scolforo (1998) citou que associada a cada função de densidade de probabilidade existe a função de distribuição acumulada $[F(x)]$, que nada mais é que sua integral. É a área delimitada entre o intervalo $[a, b]$ encontrada sob a curva que define a probabilidade das árvores estarem contidas nele. Este fato é obtido a partir da função de distribuição cumulativa $[F(x)]$. O autor mencionou ainda as propriedades de uma *fdp*: uma função de densidade de probabilidade $f(x)$ é de fato uma *fdp* se x satisfaz às seguintes condições:

- $f(x) \geq 0$ para todos os valores de x dentro do intervalo considerado;
- $f(x) \delta x = 1$;
- $f(x) = 0$, se x está contido fora do intervalo considerado.

Assim a probabilidade de x ocorrer num intervalo depende da integral:

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx.$$

Já a função de distribuição acumulada $F(x)$ é o resultado da integral de $f(x)$ e estima a probabilidade de que a variável x assumira um valor menor ou igual a x . $F(x) = \int_a^b f(t) dt$, cujas propriedades são:

- Não é decrescente;
- Quando x tende a mais infinito $f(x) = 1$;
- Quando x tende a menos infinito $f(x) = 0$;
- $P(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a)$ para $a < b$.

Scolforo (1998) destacou o uso na área florestal das funções probabilísticas Weibull, Beta, S_B e S_{BB} de Johnson, Gamma, Log-normal e Normal, com destaque para a função Weibull a qual pode assumir diferentes formas, ajustando-se bem a dados de floresta nativa, cuja distribuição é decrescente, até florestas equiâneas, com distribuição unimodal e diferentes assimetrias.

3.4 A FUNÇÃO PROBABILÍSTICA WEIBULL

3.4.1 Histórico

A distribuição Weibull foi proposta por Fisher e Tippett em 1928, mas foi Ernst Hjalmar Waloddi Weibull em 1939 que demonstrou sua habilidade para ser usada com amostras de pequeno tamanho, e sua flexibilidade para ajuste com uma grande variedade de conjuntos de dados, associando assim seu nome à distribuição. Bailey e Dell (1973) introduziram a função Weibull no meio florestal, demonstrando suas características favoráveis, aplicando-a a diferentes formas de distribuição diamétrica, de diferentes espécies florestais.

O que faz da Weibull uma das funções de probabilidade mais utilizadas na área florestal é sua adaptabilidade a diferentes tendências de distribuição de diâmetros, tanto em florestas naturais como em florestas plantadas, e também pela significativa correlação entre seus parâmetros e determinados atributos do povoamento, como diâmetro máximo, diâmetro mínimo, entre outros, propiciando estimativas de grande precisão (SCOLFORO, 1998).

3.4.2 Formas da distribuição

A função densidade de probabilidade (*fdp*) da distribuição Weibull pode ser apresentada com 2 ou 3 parâmetros, usualmente chamadas de Weibull 2P e Weibull 3P, respectivamente:

$$f(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{b}\right)^c\right] \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right] \quad (2)$$

em que:

a = parâmetro de locação;

b = parâmetro de escala;

c = parâmetro de forma;

X = variável de interesse (diâmetro).

Sendo $a \leq X < \infty$, $a \geq 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

O parâmetro de locação representa o menor limite da distribuição. Geralmente é estimado de forma independente, e deve ser conhecido previamente à estimativa dos outros parâmetros. O parâmetro a pode ser considerado o menor diâmetro possível de ocorrer no povoamento, estando então bastante próximo ao valor do diâmetro mínimo (D_{min}) observado nos dados de uma amostra. Este valor de D_{min} , porém, é positivamente tendencioso já que será sempre maior ou igual ao verdadeiro menor diâmetro encontrado no povoamento. O valor de a deve então estar sempre compreendido no intervalo $0 \leq a \leq D_{min}$, sendo razoável assim considerar $a = 0,5(D_{min})$ (FRAZIER, 1981; KNOEBELL *et al.* 1986; CAO, 2004).

O parâmetro de escala b representa a amplitude da curva e o parâmetro de forma c promove diferentes inclinações a esta, definindo assim que tipo de curva será representado (BAILEY e DELL, 1973; SCOLFORO, 1998):

- $c < 1$ – forma hiperbólica negativa;
- $c = 1$ – forma exponencial;
- $c = 2$ – forma da distribuição de Ray Leight, um caso especial da distribuição qui-quadrado;
- $c \approx 3,6$ – forma normal;
- $c > 3,6$ – forma normal com assimetria negativa, mostrando um acúmulo de diâmetro para as maiores dimensões; e
- $1 < c < 3,6$ – forma normal com assimetria positiva.

Por integração das funções (1) e (2) obtém-se as funções de distribuição acumulada $[F(x)]$ (3) e (4) expressando, respectivamente, as funções acumulativas da Weibull com 2 e 3 parâmetros.

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{b} \right)^c \right] \quad (3)$$

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right] \quad (4)$$

em que:

a = parâmetro de locação;

b = parâmetro de escala;

c = parâmetro de forma;

X = variável de interesse (diâmetro).

Sendo $a \leq X < \infty$, $a \geq 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

Assim, a função de distribuição acumulada estima a probabilidade do diâmetro ser menor ou igual a X . Para se estimar o número de árvores em cada classe de diâmetro calcula-se a diferença entre as probabilidades obtidas para o limite superior e para o limite inferior da classe, multiplicando esta diferença pelo número total de árvores contidas no conjunto de dados, ou para os casos de simulação, pelo número de árvores sobreviventes estimado por uma função de sobrevivência.

3.4.3 Métodos de ajuste

Existem diferentes formas de ajustar a distribuição Weibull, sendo que três métodos são mais comumente utilizados: o método da máxima verossimilhança, método dos momentos e o método dos percentis. Em teoria todos os métodos deveriam apresentar resultados semelhantes na modelagem da distribuição diamétrica, entretanto, podem ocorrer distorções que tornam as distribuições estimadas por eles estatisticamente diferentes (SANTANA, 2008). Estes três métodos são bastante difundidos, tendo sido utilizados por autores como Bailey e Dell (1973), Campos e Turnbull (1981), Finger (1982), Gadow (1983), Burk e Newberry (1984), Cao e Burkhart (1984), Glade (1986), Bordes *et al.* (1987), Silva e Bailey (1987), Scolforo (1990), Maestri (1992), Cunha Neto (1994), Tiersch (1997), Abreu (2000), Kangas e Maltamo (2000), Maltamo *et al.* (2000) e Maestri (2003).

Barra *et al.* (2004) propuseram um método de ajuste ótimo para a obtenção dos parâmetros da função Weibull 3P pelo método da máxima verossimilhança, método dos momentos e método dos percentis, utilizando um problema de otimização que busca minimizar a estatística “DN” do teste de Kolmogorov-Smirnov. Ao analisarem os valores da estatística “DN” os autores não encontraram diferenças significativas na utilização da metodologia proposta, porém, quando comparadas às probabilidades associadas a cada caso, verificaram-se diferenças expressivas, justificando o uso da metodologia.

Lopes (2007) utilizou a função Weibull truncada a direita para descrever a distribuição diamétrica de clones de eucalipto em sistema agroflorestal. A distribuição diamétrica foi obtida a partir de equações de regressão, correlacionando os parâmetros da função Weibull truncada à direita, ajustada pelo método da máxima verossimilhança em uma idade futura, com parâmetros em uma idade atual e com características do povoamento em idades atual e futura. O ponto de truncamento definido no ajuste da função Weibull foi o limite superior da maior classe de diâmetro. Outros autores (Zutter *et al.* 1982; Palahí *et al.*, 2006; Palahí *et al.*, 2007) utilizaram a distribuição Weibull truncada à esquerda, com ponto de truncamento definido como o diâmetro mínimo medido na floresta.

Zhang e Liu (2006) ajustaram as funções Weibull 2P, Weibull 2P com potência modificada e “Weibull combinada” para descrever distribuições diamétricas irregulares. Concluíram que a “Weibull combinada” é mais flexível para se adaptar às distribuições diamétricas irregulares, onde a função Weibull tradicional falha em descrever as frequências

das distribuições, e também que a Weibull modificada é uma boa escolha para se ajustar distribuições em forma de “sigmóide girado” (distribuição decrescente com a presença de uma moda nas classes superiores) em povoamentos inequidêneos.

Cao (2004) testou seis métodos de obtenção dos parâmetros da função Weibull 3P, sendo os dois últimos, novas proposições:

- Método da predição dos parâmetros, onde se ajustam equações que têm como variável dependente os parâmetros a , b e c da função Weibull obtidos para cada parcela pelo método da máxima verossimilhança, e como variáveis independentes atributos do povoamento;
- Método dos momentos, utilizando $a = 0,5(D_{\min})$;
- Método dos percentis, computando o 25°, 50° e 95° diâmetros percentis;
- Método híbrido entre o método dos momentos e o método dos percentis;
- Método do estimador da máxima verossimilhança, onde o parâmetro a é considerado também como 50% do diâmetro mínimo, e o parâmetros b e c são preditos com equações que consideram os atributos do povoamento. O método é similar ao ajuste simultâneo de equações de regressão para estimativa dos parâmetros de escala e forma, porém o objetivo neste caso não é a minimização da soma de quadrado de resíduos, mas sim maximização do logaritmo da máxima verossimilhança total;
- Método da regressão da função de densidade cumulativa, onde os parâmetros da função Weibull são obtidos da mesma maneira que no método anterior, porém o objetivo do ajuste é a minimização da soma de quadrados do erro total entre a distribuição observada e a estimada pela função de distribuição acumulada.

Schneider *et al.* (2008) utilizaram o método do estimador da máxima verossimilhança proposto por Cao (2004) para o ajuste da função Weibull no primeiro e segundo desbaste, e no corte raso de povoamentos de *Pinus taeda*. Os resultados mostraram excelente precisão estatística, com valores estimados muito próximos dos reais.

Lindsay *et al.* (1996) ajustaram a função Weibull pelo método dos momentos modificado de forma a considerar a assimetria da distribuição. Os autores enfatizaram a vantagem do ajuste pela forma modificada pois esta mostrou-se superior à forma tradicional

de ajuste pelo método dos momentos na estimativa da distribuição dos diâmetros, principalmente para dados com assimetria negativa, uma vez que a forma tradicional sempre resulta em uma distribuição com assimetria positiva.

3.4.4 Uso da função Weibull em simulações florestais

Cunha Neto *et al.* (1994b) utilizaram a distribuição Weibull para construção do simulador Predgrand para povoamentos não desbastados de *Eucalyptus grandis* no estado de São Paulo. A estimativa dos parâmetros da função Weibull se deu pelo método dos percentis. Para a predição futura dos parâmetros da função Weibull foram testadas duas alternativas: a primeira estimou os parâmetros futuros da distribuição com o uso de modelos que os correlacionaram com atributos do povoamento; na segunda alternativa, testaram-se diferentes combinações de diâmetros percentis, sendo que após a identificação da melhor combinação estes diâmetros percentis foram projetados para a idade futura, possibilitando assim a estimativa dos parâmetros futuros da função Weibull.

Scolforo e Machado (1996) construíram um sistema de predição do crescimento e produção com simulador de desbastes para *Pinus caribea* var. *hondurensis*. A função Weibull foi utilizada para a projeção da estrutura da floresta nas várias idades, sendo seu ajuste feito pelo método dos momentos, buscando compatibilizar a área basal obtida com a distribuição descrita pela função Weibull com a área basal prognosticada por um modelo global. As estimativas geradas pelo simulador foram bastante confiáveis, demonstrando a flexibilidade da distribuição em diferentes alternativas de manejo.

Scolforo *et al.* (2001) buscaram simular e avaliar economicamente regimes de desbastes e de desrama para *Pinus taeda* no estado do Paraná, utilizando o software PISAPRO. Este simulador descreve a estrutura da floresta no momento do desbaste por meio da distribuição Weibull, ajustada pelo método dos momentos, e então aplica o modelo de remoção de área basal para simular o desbaste.

Barra (2003) desenvolveu um simulador de crescimento e produção para povoamentos do gênero *Populus* no Chile. O simulador, denominado SALICA, testou seis diferentes funções probabilísticas para representar a estrutura dos povoamentos, sendo que a função Weibull 3P apresentou os melhores resultados de ajuste à estrutura destes.

Santana (2008) testou diferentes combinações de métodos de ajuste para predição e projeção dos parâmetros da função Weibull em um sistema de simulação do crescimento e produção de *Eucalyptus grandis*. Os métodos de ajuste utilizados foram o método dos momentos, via duas possibilidades, e a metodologia de ajuste ótimo proposta por Barra *et al.* (2004). O método de ajuste ótimo proposto por Barra *et al.* (2004) foi considerado o melhor segundo o teste de Kolmogorov-Smirnov para ajuste da função Weibull por parcela, independente do estágio de desenvolvimento da plantação. No entanto, a versão do simulador considerada melhor foi a que utilizou o método dos momentos – possibilidade dois – para recuperação dos parâmetros da função Weibull.

4 METODOLOGIA

4.1 FONTE DE DADOS

Os dados utilizados neste estudo, foram disponibilizados pela empresa Klabin S.A. e provém de parcelas de *Eucalyptus dunnii* em plantios seminais, localizados na Unidade Florestal Monte Alegre, no município de Telêmaco Borba, PR. A localização da área de estudos é mostrada na Figura 1.

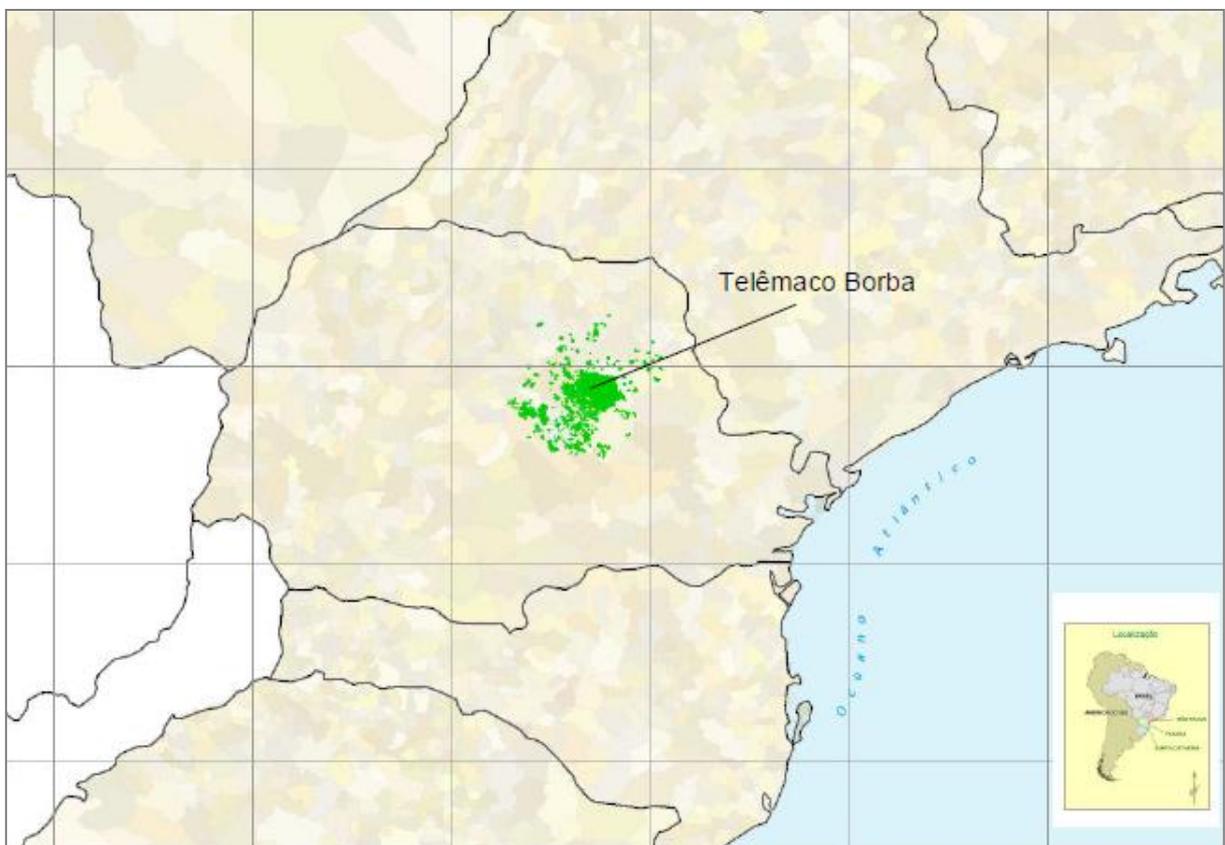


Figura 1 – Localização geográfica da área de estudo, Unidade Florestal Monte Alegre, de propriedade da Klabin SA. Fonte: Figura (2010).

As parcelas instaladas na área possuem de 500 a 900 m² de área e foram mensuradas por ocasião do Inventário Florestal Estratégico (IFE) no ano de 2003, do Inventário Florestal Contínuo (IFC) nos anos de 2007 a 2010 ou do Inventário Florestal Pré-corte (IPC) dos anos de 2006 a 2010. Algumas parcelas foram medidas em apenas uma ocasião enquanto outras foram remeidas em anos seguintes, resultando em informações sobre estas em mais de uma

idade. Como em nenhum momento do estudo houve a necessidade do uso de dados de remeidições, as parcelas que foram remeidas tiveram suas medições em cada idade consideradas como parcelas diferentes, perfazendo assim 239 combinações de parcela-idade.

Durante a realização dos inventários em cada parcela foram medidas as circunferências à altura do peito (CAP) de todas as árvores, a altura total das 10 primeiras árvores da parcela, e no IFE e IFC mediu-se também a altura de 6 ou 7 árvores dominantes, de acordo com a área da parcela. Na Tabela 1 é apresentada a amplitude das variáveis presentes no conjunto de dados.

Tabela 1 – Amplitude das variáveis do conjunto de dados

Variável	Mínimo	Médio	Máximo	CV %
Idade	2,7	11,4	20,4	43,10
D_{min}	1,27	6,21	12,73	34,38
D_{med}	7,38	18,36	27,95	20,22
D_g	7,72	19,91	30,31	20,21
D_{max}	11,14	34,11	59,21	25,83
S_{DAP}	1,21	6,83	13,07	28,40
H_{total}	2,7	6,3	50,0	190,30
H_d	10,6	32,4	50,0	23,70
N/ha	427	1114	1600	21,00
G/ha	6	34	62	33,00
V/ha	31	435	934	45,00

CV = coeficiente de variação percentual; D_{min} = diâmetro mínimo (cm); D_{med} = diâmetro médio (cm); D_g = diâmetro médio quadrático (cm); D_{max} = diâmetro máximo (cm); S_{DAP} = desvio padrão do DAP (cm); H_{total} = altura total (m); H_d = altura dominante (m); *N/ha* = número de árvores vivas por hectare; *G/ha* = área basal por hectare (m²); *V/ha* = volume por hectare (m³).

Segundo a classificação climática de Köppen o clima da região corresponde ao subtropical úmido mesotérmico (Cfb), com verões quentes e geadas severas e frequentes. A temperatura média anual varia entre 13 e 27°C e a precipitação média é de 1.470 mm.

4.2 MÉTODOS DE AJUSTE DA FUNÇÃO WEIBULL

Neste estudo, buscou-se testar diferentes formas de estimativa dos parâmetros de localização, escala e forma da função probabilística Weibull por meio de diferentes métodos de ajuste: método dos momentos, método do estimador da máxima verossimilhança e método dos momentos modificado, utilizando informações da assimetria da distribuição. Neste último método, em alguns casos, o valor estimado do parâmetro “a” pode ser negativo. Nos ajustes em que isto ocorreu, seguiu-se o proposto por Lindsay *et al.* (1996), sendo o valor de “a” definido como zero e ajustando-se a função Weibull 2P, onde os parâmetros “b” e “c” foram estimados pelo método dos momentos, em sua forma tradicional.

O ajuste da função Weibull se deu em dois momentos, com diferentes objetivos. Em uma primeira abordagem testou-se os diferentes métodos de estimativa dos parâmetros para cada uma das 239 parcelas do conjunto de dados, visando avaliar qual descreve a distribuição diamétrica mais próxima à realidade. A avaliação dos métodos se deu pela aplicação do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, cálculo do Índice de Reynolds, avaliação do erro padrão da estimativa e análise do desvio relativo entre a frequência observada e a frequência estimada em cada classe de diâmetro.

Em um segundo momento a função Weibull foi utilizada em sistemas de simulação do crescimento e produção para prognosticar a estrutura da floresta nas várias idades. Durante as simulações os parâmetros da função Weibull foram obtidos pelo ajuste da função com dois ou três parâmetros pelo método dos momentos, em sua forma tradicional de ajuste. A dinâmica destas simulações está descrita no item 4.4.

4.2.1 Método dos Momentos

O método dos momentos propicia obter estimativas compatíveis entre um modelo global e um modelo por classe diamétrica com o uso de uma função geral de produção por classe de diâmetro. O parâmetro “a” é definido independentemente da distribuição de probabilidade, com base na evolução do diâmetro mínimo do povoamento. Neste estudo definiu-se “a” como sendo 50% do diâmetro mínimo observado na parcela ou estimado, no caso das simulações, conforme utilizado por Cao (2004) e Frazier (1981). Os parâmetros “b”

e “c” da função são estimados a partir dos dois primeiros momentos não-centrais: a média aritmética dos diâmetros (\bar{d}) e o diâmetro médio quadrático (dg). Estes dois momentos podem ser estimados de forma independente, porém há casos em que o diâmetro médio aritmético estimado é maior que o diâmetro médio quadrático, gerando então um problema de convergência. Uma maneira de se evitar que isto ocorra é amarrando o cálculo da média à variância, impedindo assim que \bar{d} seja maior ou igual ao dg .

A partir da área basal calculada para a parcela ou estimada por um modelo global é possível a obtenção do primeiro momento não-central, conforme a expressão:

$$dg = \sqrt{\frac{40000 \cdot G}{\pi \cdot N}} \quad (5)$$

em que:

dg = diâmetro médio quadrático;

G = área basal por hectare;

N = número de árvores por hectare.

Sendo a variância dos diâmetros definida por:

$$s^2_d = dg^2 - \bar{d}^2 \quad (6)$$

em que:

dg = diâmetro médio quadrático;

\bar{d} = diâmetro médio aritmético;

Então o segundo momento não-central é dado pela relação:

$$\bar{d} = [dg^2 - \exp(\ln(s^2_d))]^{0,5} \quad (7)$$

em que:

\bar{d} = diâmetro médio aritmético;

dg = diâmetro médio quadrático;

s^2_d = variância dos diâmetros;

Por definição, nesta metodologia tem-se que:

$$\bar{d} = a + b\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right) \quad (8)$$

$$s^2_d = b^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{c}\right) \right] \quad (9)$$

em que:

\bar{d} = diâmetro médio aritmético;

a = parâmetro de locação;

b = parâmetro de escala;

Γ = função gama;

c = parâmetro de forma;

s^2_d = variância dos diâmetros.

Rearranjando a equação (9) pode-se obter:

$$s^2_d = \frac{(\bar{d}-a)^2}{\Gamma^2\left(1+\frac{1}{c}\right)} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{c}\right) \right] \quad (10)$$

e por rearranjo da equação (8):

$$b = \frac{\bar{d}-a}{\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)} \quad (11)$$

Desta forma, de posse dos valores da variância dos diâmetros, do diâmetro médio aritmético e do parâmetro “a” pode-se estimar o parâmetro “c” com a resolução da equação (10) por meio de um processo iterativo, e logo após estimar o parâmetro “b” por meio da equação (11).

Nota-se que, por esta metodologia, se o valor do parâmetro “a” é igual a zero as estimativas geradas correspondem à função Weibull de dois parâmetros (2P); caso contrário a função Weibull com três parâmetros (3P) é ajustada.

4.2.2 Método do Estimador da Máxima Verossimilhança

Este método, proposto por Cao (2004), estima os parâmetros “b” e “c” da distribuição Weibull em função de atributos do povoamento, pelo ajuste simultâneo de duas equações, uma para obtenção de cada parâmetro. O parâmetro de locação da função Weibull é definido como $a = 0,5 \cdot Dmin$, e os parâmetros de escala e forma são preditos utilizando-se as seguintes equações:

$$b = \exp[b_1 + b_2RS + b_3 \ln(N) + b_4 \ln(Hd) + b_5/I] \quad (12)$$

$$c = \exp[c_1 + c_2RS + c_3 \ln(N) + c_4 \ln(Hd) + c_5/I] \quad (13)$$

em que:

a = parâmetro de locação;

b = parâmetro de escala;

RS = espaçamento relativo, $(10.000/N)^{0,5}/Hd$, que é a razão da distância média entre duas árvores adjacentes e a altura dominante;

N = número de árvores por hectare;

Hd = altura dominante em metros;

I = idade do povoamento em anos;

$\ln(\cdot)$ = logaritmo natural;

b_i, c_i = parâmetros a serem estimados.

Os coeficientes b_i e c_i foram gerados iterativamente de forma a maximizar a soma dos valores do logaritmo da verossimilhança de todas as parcelas:

$$\sum_{i=1}^p \ln(L_i) / n_i$$

em que:

p = número de parcelas;

n_i = número de árvores na parcela (o termo $1/n_i$ foi incluído para dar igual peso às parcelas com diferentes números de árvores);

$$\ln(Li) = \sum_{j=1}^{n_i} \left[\ln(c) - \ln(b) + (c-1) \ln\left(\frac{x_{ij}-a}{b}\right) - \left(\frac{x_{ij}-a}{b}\right)^c \right] \quad (14)$$

ou valor do logaritmo da verossimilhança para a parcela;

x_{ij} = DAP da árvore j na parcela i .

Esta abordagem é bastante similar ao ajuste simultâneo de duas equações de regressão para “b” e “c”, mas o objetivo neste caso não é minimizar a soma de quadrados do erro relativo a “b” e “c”, mas sim maximizar o valor total do logaritmo da verossimilhança (por isso o nome estimador da máxima verossimilhança).

O ajuste deste método se deu pela formulação de um problema de otimização visando maximizar então a soma dos valores do logaritmo da verossimilhança de todas as parcelas, utilizando-se para isto o suplemento Solver[®] do Microsoft Excel[®].

4.2.3 Método dos Momentos modificado, reconhecendo a assimetria da distribuição

Lindsay *et al.* (1996) propuseram uma forma de estimativa dos parâmetros de locação, escala e forma da distribuição Weibull por meio do método dos momentos modificado para incluir informações sobre a assimetria da distribuição. Os autores ressaltam que o uso do método dos momentos no ajuste desta função é bastante consolidado e vem sendo utilizado por vários anos, porém, especificamente para o caso da assimetria da distribuição, as estimativas geradas podem ser significativamente diferentes daquelas observadas nos dados amostrais. Assim, com uma modificação nas equações que estimam os parâmetros da função Weibull pela inserção do coeficiente de assimetria, pode-se obter distribuições mais próximas àquelas observadas na realidade, principalmente quando os dados são negativamente assimétricos, uma vez que a forma tradicional do ajuste pelo método dos momentos resulta quase sempre em uma distribuição com assimetria positiva.

A modificação do método de ajuste parte das equações (8) e (9) apresentadas no item 4.2.1, resultando na equação seguinte, que estima o coeficiente de assimetria dos dados (α_3) em função do parâmetro “c”:

$$\alpha_3 = \frac{\Gamma\left(1+\frac{3}{c}\right) - 3\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)\Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) + 2\Gamma^3\left(1+\frac{1}{c}\right)}{\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{c}\right)\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (15)$$

em que:

$\hat{\alpha}_3$ = coeficiente de assimetria dos dados;

c = parâmetro de forma da função Weibull;

Γ = função gama.

Utiliza-se ainda a média e a variância dos diâmetros para o ajuste, como mencionado anteriormente (item 4.2.1), mas há a necessidade de se obter uma estimativa de α_3 , um coeficiente da assimetria, a partir dos dados. Para isto pode-se utilizar o seguinte estimador:

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^3}{s^3} \quad (16)$$

em que:

$\hat{\alpha}_3$ = coeficiente de assimetria dos dados;

n = número de árvores da parcela;

d_i = diâmetro de cada árvore da parcela;

\bar{d} = diâmetro médio da parcela;

s = desvio padrão dos diâmetros.

Assim o parâmetro “c” pode ser encontrado iterativamente por meio da equação (15). Uma vez que se tenha o valor de “c”, os parâmetros “a” e “b” podem ser estimados por:

$$b = \left(\frac{s^2 d}{\Gamma(1+\frac{2}{c}) - \Gamma^2(1+\frac{1}{c})} \right)^{0,5} \quad (17)$$

$$a = \bar{d} - b \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right) \quad (18)$$

em que:

a = parâmetro de locação;

b = parâmetro de escala;

c = parâmetro de forma;

Γ = função gama;

\bar{d} = diâmetro médio aritmético;

s^2_d = variância dos diâmetros.

Em alguns ajustes este procedimento pode resultar em valores negativos para o parâmetro “a”. Neste caso, seguindo a proposição de Lindsay *et al.* (1996), o valor de “a” é fixado como zero e os parâmetros “b” e “c” são estimados da maneira tradicional, utilizando-se a média e a variância dos dados, ajustando-se assim a função Weibull 2P.

4.3 AVALIAÇÃO DOS AJUSTES DA FUNÇÃO WEIBULL

Os três métodos de ajuste da função Weibull foram avaliados para cada uma das 239 parcelas do conjunto de dados, utilizando-se para isto o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S), o índice de Reynolds (IR) e o erro padrão da estimativa (EPE). Considerou-se como melhor método de ajuste aquele que apresentou maior percentual de aceitação de ajustes pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, menores valores médios do Índice de Reynolds e menor erro padrão da estimativa.

4.3.1 Agrupamento dos dados em classes diamétricas

Para que a avaliação dos métodos de ajuste fosse possível se fez necessário o agrupamento dos dados de cada parcela em classes de diâmetro, para que assim se pudesse comparar a frequência observada em cada classe com a frequência estimada para cada um dos métodos de ajuste da função Weibull.

Visando evitar arbitrariedades na definição do número de classes e do tamanho de classe a ser aplicado, seguiu-se o seguinte procedimento para cada parcela:

1. Cálculo da amplitude diamétrica total da parcela:

$$A = d_{m\acute{a}x} - d_{min} \quad (19)$$

em que:

A = amplitude diamétrica total da parcela;

$D_{m\acute{a}x}$ = maior diâmetro medido na parcela;

D_{min} = menor diâmetro medido na parcela.

2. Em seguida calculou-se o número de classes que estatisticamente representariam a frequência total de cada parcela por meio da fórmula de Sturges:

$$N_c = 1 + 3,3 \log n \quad (20)$$

em que:

N_c = número de classes diamétricas para a parcela;

$\log(\cdot)$ = logaritmo decimal;

n = número de árvores na parcela.

3. Após foi determinado o tamanho de classe a ser aplicado, arredondando para o valor para o inteiro superior mais próximo, de forma a evitar limites fracionários nas classes de diâmetro:

$$T_c = \frac{A}{N_c} \quad (21)$$

em que:

T_c = tamanho de classe para a parcela;

A = amplitude diamétrica total da parcela;

N_c = número de classes diamétricas para a parcela;

4.3.2 Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S)

Quando se ajusta uma função probabilística a um conjunto de dados, trabalha-se com a hipótese de que esta função é adequada para representar tal conjunto de informações. Uma forma de verificar se de fato a distribuição se ajusta bem aos dados amostrais é pela comparação das frequências amostrais com as frequências teóricas esperadas pela função probabilística ajustada. O teste de Kolmogorov-Smirnov, quando aplicado a dados agrupados, utiliza-se do ponto de maior divergência entre a probabilidade de frequência observada em uma certa classe de diâmetros e a probabilidade de frequência estimada pela função probabilística ajustada, sendo este ponto de maior divergência chamado de “Dn”:

$$Dn = |\text{MAX}[F(x) - S(x)]| \quad (22)$$

em que:

Dn = ponto máximo de divergência entre as probabilidades de frequência observada e estimada;

$F(x)$ = probabilidade da função de distribuição cumulativa observada da amostra;

$S(x)$ = probabilidade da função de distribuição cumulativa teórica esperada.

Assim, compara-se o valor de Dn obtido com um valor tabelado, em função do nível de probabilidade escolhido e o número de observações na amostra. Se o valor obtido de Dn for menor que o valor tabelado existe concordância entre as frequências observadas e as frequências esperadas, ou seja, a função probabilística se ajusta bem aos dados amostrais, aceitando-se assim a distribuição estimada pela função.

4.3.3 Índice de Reynolds (IR)

Reynolds *et al.* (1988) propuseram uma metodologia para avaliar o desempenho dos métodos de ajuste de funções probabilísticas por classe diamétrica. O Índice de Reynolds seria então a soma ponderada das diferenças absolutas entre o número de árvores observado e o número de árvores estimado em cada classe diamétrica, sendo esta ponderação feita com o volume ou a área basal observada em cada classe (TORRES-ROJO *et al.* 2000). Entretanto, alguns autores como Cao (2004), Qin *et al.* (2007) e Orellana (2009) não utilizaram fator de ponderação, considerando apenas o somatório da diferença entre o número de árvores

observada em cada classe e o número de árvores estimada pela distribuição probabilística. Baseando-se nos trabalhos destes autores, nesta pesquisa não foi utilizado um fator de ponderação e o cálculo do índice se deu por:

$$IR = \sum |n_{ik} - \hat{n}_{ik}| \quad (23)$$

em que:

IR = Índice de Reynolds;

n_{ik} = número de árvores observado na classe i da parcela k ;

\hat{n}_{ik} = número de árvores estimado na classe i da parcela k .

Assim, quanto menor o valor de IR , menor a diferença entre o número de árvores observado e o número de árvores estimado nas classes de diâmetro.

4.3.4 Erro padrão da estimativa (EPE%)

O erro padrão da estimativa representa o erro médio cometido quando se estima o número de árvores em dada classe diamétrica por meio de uma função probabilística. A forma de cálculo do erro padrão da estimativa percentual é dada por:

$$EPE\% = \left[\frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Fo_{ik} - Fe_{ik})^2}{n-p}}}{\bar{F}_k} \right] \cdot 100 \quad (24)$$

em que:

$EPE\%$ = erro padrão percentual da estimativa;

Fo_i = frequência observada na classe i da parcela k ;

Fe_i = frequência estimada para a classe i da parcela k ;

n = número de classes de diâmetro na parcela k ;

p = número de parâmetros da função Weibull;

\bar{F} = frequência média observada na parcela k .

4.4 CONSTRUÇÃO DE UM SIMULADOR DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

Buscou-se a construção de um simulador do crescimento e produção dos plantios não desbastados de *Eucalyptus dunnii* utilizando a função probabilística Weibull como base para a descrição da estrutura da floresta. Para que a prognose da distribuição diamétrica do povoamento nas várias idades fosse possível utilizou-se o procedimento de recuperação dos parâmetros da Weibull, no qual o ajuste da função foi integrado a um sistema de prognose de atributos da floresta. Assim foi possível recuperar a distribuição diamétrica teórica do povoamento tendo como fontes de variação a idade, o índice de sítio e a densidade do plantio.

Após a construção de todas as ferramentas necessárias à modelagem dos atributos do povoamento e ao ajuste da função Weibull, estas foram implementadas no Microsoft Excel[®] utilizando-se linguagem *Visual Basic for Applications* (VBA) de forma a gerar um simulador capaz de descrever diferentes cenários futuros da floresta. Neste simulador o usuário insere a idade em que deseja a simulação da estrutura do povoamento, o número de árvores inicial e um índice de sítio e obtém as estimativas do número de árvores por hectare em cada classe diamétrica, e seus respectivos valores para área basal por hectare e volume por hectare, além dos gráficos da distribuição destas estimativas.

Durante as simulações ajustou-se a função Weibull pelo método dos momentos, em sua forma com dois e com três parâmetros, sendo as estimativas geradas por cada uma confrontadas com dados reais do povoamento para a definição de qual forma gera estimativas mais próximas à realidade. Os atributos da população modelados no sistema de prognose e sua metodologia são apresentados a seguir.

4.4.1 Modelagem de atributos da população

O sistema de prognose de atributos da população partiu de itens básicos como a modelagem da sobrevivência, ajuste de uma curva de sítio e de uma relação hipsométrica, continuando pela modelagem dos diâmetros mínimo e máximo, que balizam a estrutura da floresta, e chegando aos atributos requeridos pelo método dos momentos para a estimativa dos

parâmetros da função Weibull, os quais são a área basal por hectare e a variância dos diâmetros. A metodologia aqui utilizada baseou-se no trabalho de Santana (2008).

A seguir é mostrado o conjunto de modelos lineares e não-lineares ajustados para a construção do sistema de prognose dos atributos da população. O ajuste destes modelos se deu por meio dos *softwares* Statgraphics Plus v.5.1. e Microsoft Excel.

Entre os vários modelos ajustados para prognose de cada variável do povoamento o que obteve melhor ajuste foi utilizado nas simulações do crescimento e produção. A seleção do melhor modelo testado para cada variável se deu pela análise dos seguintes indicadores:

- Coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}): mede o quanto da variabilidade observada na variável dependente é explicada pela variabilidade das variáveis independentes do modelo. Quando os modelos comparados estimam diferentes variáveis dependentes o coeficiente foi recalculado para a variável de interesse. Seu cálculo foi feito pela seguinte fórmula:

$$R^2_{aj} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p} \right) \cdot \frac{SQRes}{SQTot} \quad (25)$$

$$SQRes = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (26)$$

$$SQTotal = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (27)$$

em que:

R^2_{aj} = Coeficiente de determinação ajustado;

$SQRes$ = soma de quadrados do resíduo;

$SQTot$ = soma de quadrados total;

Y_i = valor observado para a variável Y na árvore ou parcela i ;

\hat{Y}_i = valor estimado para a variável Y na árvore ou parcela i ;

\bar{Y} = média aritmética da variável Y .

- Erro padrão da estimativa (EPE): expressa o quanto em termos médios os valores observados variam em relação aos valores estimados, indicando a qualidade do ajuste. Seu cálculo é feito pela seguinte fórmula:

$$EPE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}} \quad (28)$$

$$EPE(\%) = \frac{EPE \cdot 100}{\bar{Y}} \quad (29)$$

em que:

EPE = erro padrão da estimativa;

Y_i = valor observado para a variável Y na árvore ou parcela i ;

\hat{Y}_i = valor estimado para a variável Y na árvore ou parcela i ;

\bar{Y} = média aritmética da variável Y .

n = número de observações da variável Y ;

p = número de coeficientes calculados pelo modelo.

- Distribuição de resíduos: indica se o ajuste do modelo é homogêneo em toda a amplitude, sem apresentar tendência. É calculado por:

$$Res(\%) = \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \cdot 100 \quad (30)$$

em que:

$Res(\%)$ = resíduo percentual;

Y_i = valor observado para a variável Y na árvore ou parcela i ;

\hat{Y}_i = valor estimado para a variável Y na árvore ou parcela i ;

4.4.1.1 Equação de Sítio

Foram testados cinco modelos para estimativa da altura dominante do povoamento em função da idade, os quais são apresentados na Tabela 2. O modelo que apresentou melhor desempenho foi utilizado para posterior construção das curvas de sítio, adotando-se 15 anos, como a idade índice.

Tabela 2 – Modelos testados para a predição da altura dominante e obtenção dos índices de sítio.

Nº	Autor/Fonte	Modelo	
01	Schumacher	$\ln(Hd) = \beta_0 + \frac{\beta_1}{Id}$	(31)
02	Chapman-Richards	$Hd = a[1 - e^{-b \cdot Id}]^c$	(32)
03	Prodan (1968)	$Hd = \frac{Id^2}{\beta_0 + \beta_1 Id + \beta_2 (Id)^2}$	(33)
04	Schumacher Modificado	$\ln(hd) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{Id}\right) + \beta_2 \left(\frac{1}{Id}\right)^2$	(34)
05	Bailey e Clutter (1974)	$\ln(hd) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{Id}\right)^{\beta_2}$	(35)

Em que: $\ln(\cdot)$ = logaritmo natural; Hd = altura dominante (m); Id = idade em anos; $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = parâmetros a serem estimados.

4.4.1.2 Sobrevivência

Para a predição do número de árvores vivas por hectare baseou-se na relação entre o número de árvores plantadas e o número de árvores vivas em determinada idade. O número de árvores plantadas por hectare foi considerado como sendo o número de falhas ocorridas após o último replantio, subtraído do possível número de árvores cabível em um hectare, relativo ao espaçamento entre árvores utilizado na parcela.

Para o ajuste dos modelos apresentados na Tabela 3 extraiu-se da base de dados uma matriz contendo informações de 143 parcelas mensuradas por ocasião dos inventários florestais contínuos ou estratégico, as quais continham informações sobre o número de falhas de plantio ocorridas em cada parcela. As demais parcelas, provenientes dos inventários pré-

corde, não foram incluídas nesta matriz de dados devido ao fato do número de falhas de plantio não ser computado na realização destes inventários. Entre os três modelos testados para a predição do número de árvores por hectare, dois foram buscados em literatura, e o modelo 03 (eq. 32) foi montado baseando-se na relação direta entre o percentual de sobrevivência, o número de árvores inicial e a idade.

Tabela 3 – Modelos testados para a predição do número de árvores sobreviventes.

Modelo	Autor/Fonte	Relação funcional
01	Machado (1979)	$\ln\left(\frac{Np}{N}\right) = Id[\beta_0 \ln(Np) + \beta_1 Hd + \beta_2 \sqrt{Hd}]$ (36)
02	Derivação função Weibull (SCOLFORO, 1998)	$N = Np \cdot \exp\left[-\left(\frac{Id}{\beta_0}\right)^{\beta_1}\right]$ (37)
03	-	$\frac{N}{Np} = \beta_0 + \beta_1 Id + \beta_2 Np$ (38)

Em que: $\ln(\cdot)$ = logaritmo natural; Np = número de árvores plantadas por ha; N = número de árvores vivas por ha; Hd = altura dominante (m); Id = idade em anos; $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = parâmetros a serem estimados.

4.4.1.3 Equação hipsométrica

Foram testadas três equações hipsométricas visando a estimativa da altura total das árvores em função do DAP, ou então em função do DAP e da idade. Para os ajustes extraiu-se dos dados um conjunto de informações da altura total, DAP e idade de 3.134 árvores. Os modelos ajustados são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Modelos testados para a estimativa da altura total das árvores.

Modelo	Autor/Fonte	Relação funcional
01	Curtis (1967)	$\ln(h) = \beta_0 + \frac{\beta_1}{Dap}$ (39)
02	Curtis modificado	$\ln(h) = \beta_0 + \frac{\beta_1}{Dap} + \frac{\beta_2}{Id}$ (40)
03	Prodan (1968) modificado	$h = 1,3 \left[\frac{Dap^2}{\beta_0 + \beta_1 Dap + \beta_2 Dap^2 + \beta_2 (Dap \cdot Id)} \right]$ (41)

Em que: $\ln(\cdot)$ = logaritmo natural; h = altura total (m); Dap = diâmetro a 1,3m (cm); Id = idade em anos; $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = parâmetros a serem estimados.

4.4.1.4 Área basal

Para a prognose da área basal por hectare em função da idade e do sítio foram testados sete modelos globais, os quais são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Modelos testados para a estimativa da área basal por hectare.

Modelo	Autor/Fonte	Relação funcional
01	Scolforo (1998)	$G = \beta_0 + \beta_1 Id + \beta_2 N + \beta_3 Hd + \beta_4 \ln(N)$ (42)
02	Scolforo (1998)	$\ln(G) = \beta_0 + \beta_1 \ln(N) + \beta_2 Id + \frac{\beta_3}{Hd} + \frac{\beta_4}{Id}$ (43)
03	Scolforo (1998)	$G = \beta_0 + \beta_1 \ln(Id) + \beta_2 N + \beta_3 Hd$ (44)
04	Scolforo (1998)	$\ln(G) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{1}{Id}\right) + \beta_2 \ln(N) + \beta_3 \frac{N}{Id}$ (45)
05	Scolforo (1998)	$\ln(G) = \beta_0 + \frac{\beta_1}{Id} + \beta_2 \left(\frac{Hd}{Id}\right) + \frac{\beta_3}{Hd}$ (46)

Em que: G = área basal por hectare (m^2); Id = idade em anos; N = número de árvores por hectare; Hd = altura dominante (m); $\ln(\cdot)$ = logaritmo natural; $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ = parâmetros a serem estimados.

4.4.1.5 Variância dos diâmetros

A variância dos diâmetros do povoamento foi prognosticado pelo melhor modelo dentre os modelos apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Modelos testados para a estimativa da variância dos diâmetros.

Modelo	Autor/Fonte	Relação funcional
01	Maestri (1992)	$\ln(s^2) = \beta_0 + \beta_1 Hd + \beta_2 \ln(N) + \beta_3 \ln(Id)$ (47)
02	Cao <i>et al.</i> (1982)	$\ln(s^2) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Hd) + \beta_2 \ln(G \cdot N) + \beta_3 \left(\frac{Hd}{Id}\right)$ (48)
03	Cao <i>et al.</i> (1982) modificado	$\ln(s^2) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Hd) + \beta_2 N + \beta_3 \left(\frac{Hd}{Id}\right)$ (49)
04	Scolforo (1998)	$\ln(s^2) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{N}{G}\right) + \frac{\beta_2}{Hd} + \beta_3 Id^2$ (50)
05	Cunha Neto <i>et al.</i> (2004) Modificado	$s^2 = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{Hd}{N^2}\right) + \beta_2 \ln(Id) + \beta_3 \ln(G \cdot N)$ (51)
06	Burk e Burkhart (1984)	$\ln(s^2) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Hd) + \frac{\beta_2}{Hd} + \beta_3 \ln(G) + \frac{\beta_4}{G}$ (52)

Em que: $\ln(\cdot)$ = logaritmo natural; s^2 = variância dos diâmetros (cm^2); Hd = altura dominante (m); N = número de árvores por hectare; Id = idade em anos; G = área basal por hectare (m^2); $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ = parâmetros a serem estimados.

4.4.1.6 Diâmetro mínimo

O diâmetro mínimo é utilizado na definição do valor do parâmetro de locação da função Weibull em dois dos métodos de ajuste utilizados, e também define a menor classe diamétrica na descrição da estrutura da floresta. Ajustou-se seis modelos para prognose do diâmetro mínimo, os quais são apresentados na Tabela 7. Os modelos 01 (eq. 47) e 06 (eq. 52) foram construídos com base na relação entre o diâmetro mínimo, a idade e as estimativas do diâmetro médio quadrático, do diâmetro médio aritmético e da variância dos diâmetros, atributos estes estimados previamente.

Tabela 7 – Modelos testados para a estimativa do diâmetro mínimo do povoamento.

Modelo	Autor/Fonte	Relação funcional
01	-	$D_{min} = \beta_0 + \beta_1 dg \cdot Id$ (53)
02	Lenhart e Clutter (1971)	$D_{min} = \beta_0 + \beta_1 Id + \beta_2 Hd + \beta_3 / N$ (54)
03	Burkhart e Sprinz	$\ln(D_{min}) = \beta_0 + \beta_1 Id + \beta_2 \left(\frac{Hd}{Id}\right) + \beta_3 N$ (55)
04	Knoebell <i>et al.</i> (1968)	$\ln(D_{min}) = \beta_0 + \beta_1 dg + \beta_2 N^{0,5} + \beta_3 \left(\frac{Id}{Hd}\right)$ (56)
05	Amateis <i>et al.</i> (1984)	$D_{min} = \beta_0 + \beta_1 Hd + \beta_2 \left(\frac{Hd}{Id}\right)$ (57)
06	-	$D_{min} = \beta_0 + \beta_1 Id + \beta_2 D_{med} + \beta_3 s_d$ (58)

Em que: D_{min} = diâmetro mínimo (cm); dg = diâmetro médio quadrático (cm); Id = idade em anos; Hd = altura dominante (m); N = número de árvores por hectare; $\ln(\cdot)$ = logaritmo natural; D_{med} = diâmetro médio (cm); s_d = desvio padrão dos diâmetros (cm); $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ = parâmetros a serem estimados.

4.4.1.7 Diâmetro máximo

Foram ajustados três modelos para prognose do diâmetro máximo do povoamento, o qual define a última classe de diâmetros na descrição da estrutura da floresta. Os modelos ajustados foram construídos baseando-se nos modelos usados na predição do diâmetro mínimo e nas variáveis já ajustadas, cujos valores estariam disponíveis para esta última prognose. As equações ajustadas são apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8 – Modelos ajustados para a estimativa do diâmetro máximo do povoamento.

Modelo	Autor/Fonte	Relação funcional
01	-	$D_{max} = \beta_0 + \beta_1 Id + \beta_2 N + \beta_3 Hd + \beta_4 G + \beta_5 S + \beta_6 D_{med}$ (59)
02	-	$D_{max} = \beta_0 + \beta_1 Id + \beta_2 N + \beta_3 Hd + \beta_4 G + \beta_5 \left(\frac{S}{D_{med}} \right)$ (60)
06	-	$D_{max} = \beta_0 + \beta_1 Id + \beta_2 \sqrt{D_{med}} + \beta_3 S_d$ (61)

Em que: D_{max} = diâmetro máximo (cm); Id = idade em anos; N = número de árvores por hectare; Hd = altura dominante (m); G = área basal por hectare (m²); s_d = desvio padrão dos diâmetros (cm); D_{med} = diâmetro médio (cm); $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ = parâmetros a serem estimados.

4.4.1.8 Função de afilamento

Uma função de afilamento é a descrição do perfil longitudinal do tronco de uma árvore, e permite que se estime o diâmetro a qualquer altura do tronco, em que altura é encontrado determinado diâmetro, e permite também, por meio da integração da função, que se estime o volume total da árvore ou o volume de qualquer seção ao longo de seu tronco. Para o cálculo do volume individual de cada árvore utilizou-se a função de afilamento conhecida como polinômio de 5º grau, cuja equação foi disponibilizada já ajustada pela Klabin SA. A estimativa do volume por hectare de cada parcela foi então obtida pelo somatório dos volumes individuais, extrapolados para um hectare.

O Polinômio de 5º grau é dado pela seguinte função:

$$\left(\frac{d_i}{d_{1,3}} \right) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h} \right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{h} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{h} \right)^5$$

em que:

d_i = diâmetro correspondente a uma altura h_i ;

$d_{1,3}$ = diâmetro a 1,3 m do solo;

h = altura total da árvore;

h_i = alturas obtidas nas diversas porcentagens da altura total;

β_{is} = parâmetros estimados da função.

Para o ajuste desta função de afilamento os dados foram estratificados de acordo com o regime de manejo aplicado aos povoamentos (com ou sem desbaste), e também de acordo às faixas de DAP:

- Com desbaste:
 - DAP < 70 cm;
 - DAP \geq 70 cm.
- Sem desbaste:
 - DAP < 23 cm;
 - DAP \geq 23 cm.

Na Tabela 9 são apresentadas as estatísticas dos ajustes do Polinômio de 5º grau, de acordo com o regime de manejo aplicado e as faixas de DAP.

Tabela 9 – Estatísticas de ajuste do Polinômio de 5º grau, de acordo com o regime de manejo aplicado e faixa de DAP.

Faixa de DAP (cm)	Coefficientes	R ² _{aj.}	S _{yx} % diâmetro (cm)	S _{yx} % volume (m ³)
Com desbaste				
< 70	$\beta_0 = 1,12536$ $\beta_1 = -3,11076$ $\beta_2 = 10,94487$ $\beta_3 = -20,97802$ $\beta_4 = 17,13939$ $\beta_5 = 5,12465$	0,9842	7,40	9,66
≥ 70	$\beta_0 = 1,12398$ $\beta_1 = -4,06771$ $\beta_2 = 16,92629$ $\beta_3 = -36,03818$ $\beta_4 = 32,63943$ $\beta_5 = -10,58791$	0,9811	9,23	14,36
Sem desbaste				
< 23	$\beta_0 = 1,19927$ $\beta_1 = -3,85784$ $\beta_2 = 15,24042$ $\beta_3 = -32,04464$ $\beta_4 = 30,14371$ $\beta_5 = -10,69343$	0,9839	7,37	9,26
≥ 23	$\beta_0 = 1,13161$ $\beta_1 = -3,49223$ $\beta_2 = 13,59778$ $\beta_3 = -28,4288$ $\beta_4 = 26,55289$ $\beta_5 = -9,37311$	0,9861	6,62	7,41

4.4.2 Estrutura do simulador

Após a construção de todas as ferramentas dendrométricas necessárias à simulação do crescimento e produção, estas foram automatizadas no *software* Microsoft Excel[®], utilizando-se recursos de programação em VBA (*Visual Basic for Applications*), resultando assim em um simulador florestal. O funcionamento deste simulador segue os seguintes passos:

1. O usuário entra com os dados necessários ao início da simulação: idade do povoamento, número de árvores inicial e índice de local;
2. Estimam-se os atributos do povoamento requeridos para a estimativa dos parâmetros da distribuição Weibull pelo método dos momentos e para a projeção da estrutura da floresta em tais condições;
3. Define-se o valor da menor e da maior classe diamétrica a serem utilizadas, de forma que estas englobem o diâmetro mínimo e o diâmetro máximo prognosticados.
4. Obtêm-se os parâmetros de locação, escala e forma da função, no caso da Weibull 3P ou então apenas os parâmetros de escala e forma para a Weibull 2P, e assim a estimativa do número de árvores por hectare em cada classe de diâmetro;
5. Estima-se a produção em área basal e volume para cada classe diamétrica, e total por hectare.

4.4.3 Avaliação do simulador

Após a modelagem dos atributos do povoamento e a construção do simulador, testou-se a validade das estimativas geradas nas simulações da estrutura da floresta. Para isto os valores da frequência estimados para cada classe diamétrica durante a simulação foram confrontados com os dados reais do povoamento, aplicando-se um teste estatístico e calculando-se o erro médio cometido nas estimativas.

Como é necessário para o início da simulação que o usuário insira valores da idade do povoamento, número de árvores plantadas e um índice de sítio, a avaliação das simulações

foi baseada na variação destes atributos observada no conjunto de dados mensurados na floresta. Assim, das 239 parcelas que compõe o conjunto de dados utilizado neste estudo, extraiu-se uma matriz contendo os valores médios da frequência por hectare computados em cada classe diamétrica de cada possível combinação idade-sítio. Estes dados foram agrupados em classes de diâmetro com amplitude de 2 cm, e ao todo reuniram-se as informações de 42 combinações de idade-sítio.

Quanto ao número de árvores plantadas por hectare, cada uma das 239 parcelas tem sua particularidade. Nas parcelas medidas no IFC ou IFE esta informação é passível de recuperação, conforme explicitado no item 4.4.1.2, ao contrário do que ocorre com as parcelas medidas no IPC, onde não há como se obter esta informação. Desta maneira, ao se reunir os dados médios das 42 combinações idade-sítio não foi possível o cálculo do número médio de árvores plantadas por hectare, apenas a média das árvores vivas por hectare em cada combinação. Diante disto, durante as simulações, o modelo de sobrevivência ajustado não pode ser utilizado por falta da informação do número de árvores plantadas e, conseqüentemente, sua interferência nas estimativas não pode ser avaliada, uma vez que a média do número de árvores por hectare na combinação idade-sítio testada no momento da simulação teve de ser utilizada como o número de árvores vivas por hectare.

Após definidas as 42 combinações idade-sítio efetuou-se duas simulações para cada uma destas: uma simulação com o ajuste da Weibull 3P e outra com o ajuste da Weibull 2P, ambas tendo seus coeficientes obtidos pelo método dos momentos, em sua forma tradicional de ajuste. A escolha do ajuste da função Weibull pelo método dos momentos, com dois e com três parâmetros foi devido aos resultados apresentados nos itens 5.1.1 e 5.1.2, indicando que este é o método de ajuste que gerou estimativas mais acuradas para esta base de dados.

Depois, a fim de avaliar as estimativas geradas nas 84 simulações, aplicou-se o teste de identidade L&O, confrontando as estimativas geradas, tanto pela Weibull 3P como pela Weibull 2P, com os dados observados em cada combinação idade-sítio correspondente. O teste L&O é um procedimento estatístico proposto por Leite e Oliveira (2002), para a comparação entre dois métodos analíticos ou dois vetores quaisquer de dados quantitativos, buscando testar a identidade entre os valores presentes em cada um destes, utilizando-se para isto a combinação da estatística F modificada por Graybill (1976), do erro médio e do coeficiente de correlação linear como regra de decisão. Este procedimento estatístico segue a metodologia seguinte.

Ao se ajustar uma regressão linear do tipo $Y_j = \beta_0 + \beta_1 Y_1 + \varepsilon_i$, onde Y_j é o conjunto de dados estimados e Y_1 o conjunto de dados observados, estes dois vetores serão estatisticamente iguais se, simultaneamente, $\beta_0 = 0$ e $\beta_1 = 1$. Nestes casos os valores do coeficiente de determinação (R^2) e do coeficiente de correlação ($r_{Y_j Y_1}$) serão próximos a 1. Assim, a estatística F, modificada por Graybill (1976) pode ser usada para testar simultaneamente os valores de β_0 e β_1 para a hipótese $H_0: \beta' = [0 \ 1]$. Se $F(H_0) \leq F_\alpha(2, n-2 \text{ g.l.})$, a hipótese não é rejeitada, admitindo a identidade entre os dois vetores de dados, ou seja, $Y_j = Y_1$ ao nível α de significância.

Para os dois conjuntos de dados, o erro médio (\bar{e}) é dado pela expressão $\bar{e} = \Sigma[(Y_{ji} - Y_{1i})/Y_{1i}]/n$. Considerando que os erros $e_i = (Y_{ji} - Y_{1i})/Y_{1i}$ sigam uma distribuição normal e que j indique os valores estimados e 1 os valores observados, a hipótese $H_0: \bar{e} = 0$ pode ser testada utilizando-se a estatística t, dada por $t_{\bar{e}} = (\bar{e} - 0)/S_{\bar{e}}$, em que $S_{\bar{e}} = S_e/(n)^{1/2}$, com n - 1 graus de liberdade. Se $t_{\bar{e}} \geq t_\alpha(n - 1)$, a hipótese H_0 é rejeitada. Caso contrário, se $t_{\bar{e}} \leq t_\alpha(n - 1)$, as diferenças entre os dois vetores de dados comparados são casuais e a hipótese H_0 é aceita.

A última parte do teste L&O avalia o grau de associação entre os valores observados e os valores estimados, por meio do coeficiente de correlação ($r_{Y_j Y_1}$). Para evitar subjetividade na definição de uma “alta” correlação entre os dados, a estimativa $r_{Y_j Y_1}$ é comparada com $(1 - |\bar{e}|)$, desde que $H_0: \bar{e} = 0$ não tenha sido rejeitada. Assim, a regra de decisão do teste admite que não há diferenças estatisticamente significantes entre os dois vetores de dados analisados quando os valores de $F(H_0)$ e $t_{\bar{e}}$ são não significativos ao nível α de probabilidade, e também $(r_{Y_j Y_1}) \geq (1 - |\bar{e}|)$.

Para a comparação entre as estimativas do número de árvores por hectare geradas tanto pela simulação com a Weibull 3P como pela Weibull 2P o nível de probabilidade utilizado foi de 5%. O cálculo do erro médio cometido na estimativa das frequências das classes diamétricas em cada combinação idade-sítio se deu conforme o descrito no item 4.3.4.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS DE AJUSTE DA FUNÇÃO WEIBULL POR PARCELA

Conforme explicitado no item 4.2.3 o ajuste da função Weibull pelo método dos momentos modificado para reconhecer a assimetria da distribuição pode resultar em valores negativos do parâmetro “a” em alguns ajustes. Nestes casos o valor de “a” é definido como zero e a função Weibull 2P é ajustada, configurando assim um quarto método de estimativa dos parâmetros da função. Devido a este fato o conjunto de 239 parcelas em que foram testados os diferentes métodos de ajuste da função foi dividido em dois subconjuntos, sendo o primeiro formado pelas parcelas onde o valor de “a” calculado pelo método dos momentos modificado foi positivo e diferente de zero, e o segundo contendo as parcelas onde o valor obtido para o parâmetro “a” foi zerado e a função Weibull 2P foi ajustada.

5.1.1 Primeiro subconjunto de dados

Neste primeiro subconjunto de dados foram avaliados os ajustes pelo método dos momentos, método do estimador da máxima verossimilhança e método dos momentos modificado. Os ajustes foram feitos em 103 parcelas, as quais foram avaliadas em 3 classes de idade. Na Tabela 10 é apresentado, para cada método de ajuste, o percentual de parcelas que tiveram sua distribuição aceita pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, ou seja, parcelas em que houve aderência da distribuição ($\alpha < 0,05$).

Tabela 10 – Percentual de parcelas aderentes pelo teste de Kolmogorov-Smirnov ($\alpha < 0,05$).

Idade (anos)	Núm. parcelas	Percentual de parcelas aderentes		
		Mom	EMV	MMod
3 - 8	6	100,00	100,00	100,00
9 - 14	45	100,00	99,98	100,00
15 - 20	52	99,96	99,92	100,00

Mom = método dos momentos; *EMV* = método do estimador da máxima verossimilhança; *MMod* = método dos momentos modificado.

O teste de aderência K-S mostrou que a função probabilística Weibull consegue descrever a distribuição diamétrica de todas as parcelas contidas neste subconjunto de dados. Segundo este teste, o método de ajuste da distribuição Weibull que se mostrou melhor ajustável aos dados foi o método dos momentos modificado para reconhecer a assimetria da distribuição, indicando assim que o uso do coeficiente de assimetria na estimativa dos parâmetros da função pode fazer com que esta seja mais sensível à forma de distribuição expressa pelos dados.

O método do estimador da máxima verossimilhança foi o que menos se adequou ao ajuste da função Weibull para este subconjunto, havendo 5 parcelas em que o teste K-S indicou não haver aderência, sendo 4 delas na classe de idade de 15 a 20 anos. Já para o método dos momentos o teste indicou que em 2 parcelas não houve aderência da distribuição ajustada, estando estas na classe de 15 a 20 anos.

Na Tabela 11 são apresentados os valores médios do Índice de Reynolds para cada método de ajuste, em cada classe de idade. Os valores do Índice de Reynolds demonstram que o método de ajuste do estimador da máxima verossimilhança é o método que gera as maiores discrepâncias entre o número de árvores observado e o número de árvores estimado nas parcelas em todas as classes de idade. As formas tradicional e modificada do método dos momentos para o ajuste da função Weibull diferem muito pouco em relação à discrepância cometida no número de árvores observado e estimado em cada classe de idade, sendo que a forma modificada apresenta leve vantagem em relação à forma tradicional quando se considera o total das 103 parcelas, ainda que nas classes de 3 a 8 anos e 9 a 14 anos a forma tradicional tenha gerado discrepâncias médias alguns décimos menores. Os valores médios do Índice de Reynolds demonstram ainda que as maiores discrepâncias ocorreram na última classe de idade, indicando assim menor exatidão nas idades de 15 a 20 anos.

Tabela 11 –Valores médios do Índice de Reynolds.

Idade (anos)	Núm. parcelas	Valores médios do Índice de Reynolds		
		Mom	EMV	MMod
3 - 8	6	15,19	21,39	15,23
9 - 14	45	14,23	18,00	14,31
15 - 20	52	17,10	21,04	16,57
	Média geral	15,51	20,14	15,37

Mom = método dos momentos; *EMV* = método do estimador da máxima verossimilhança; *MMod* = método dos momentos modificado.

Na Tabela 12 é mostrado o erro padrão da estimativa percentual médio de cada método de ajuste em cada uma das classes de idade. Novamente observa-se que o ajuste da função Weibull pelo método do estimador da máxima verossimilhança é o menos acurado na estimativa do número de árvores nas várias classes diamétricas, sendo que em todas as classes de idade o método apresentou maiores erros percentuais. O método dos momentos mais uma vez revela pouca diferença entre o erro gerado por suas formas tradicional de ajuste e modificada. Nas classes de idade de 3 a 8 anos e 15 a 20 anos a forma tradicional teve erros percentuais maiores que a forma modificada, a qual, na média de todas as classes de idade, apresentou menores erros percentuais.

Tabela 12 – Erro padrão da estimativa percentual médio dos métodos de ajuste da função Weibull.

Idade (anos)	Núm. parcelas	Mom	EPE (%)	
			EMV	MMod
3 - 8	6	35,16	43,59	34,94
9 - 14	45	35,90	45,15	35,93
15 - 20	52	40,21	50,08	38,93
Média geral		37,09	46,27	36,60

Mom = método dos momentos; *EMV* = método do estimador da máxima verossimilhança; *MMod* = método dos momentos modificado.

Aleatoriamente escolheu-se 8 parcelas deste subconjunto de dados, cujas distribuições observada e estimadas pelos três métodos de ajuste são mostradas na Figura 2. Mais uma vez é visível a maior qualidade de ajuste do método dos momentos em relação ao método do estimador da máxima verossimilhança, e também que as distribuições geradas pela forma tradicional e pela forma modificada do método dos momentos muitas vezes se fundem, apresentando mínimas diferenças entre si, não havendo assim como se afirmar a superioridade de uma ou outra forma de ajuste.

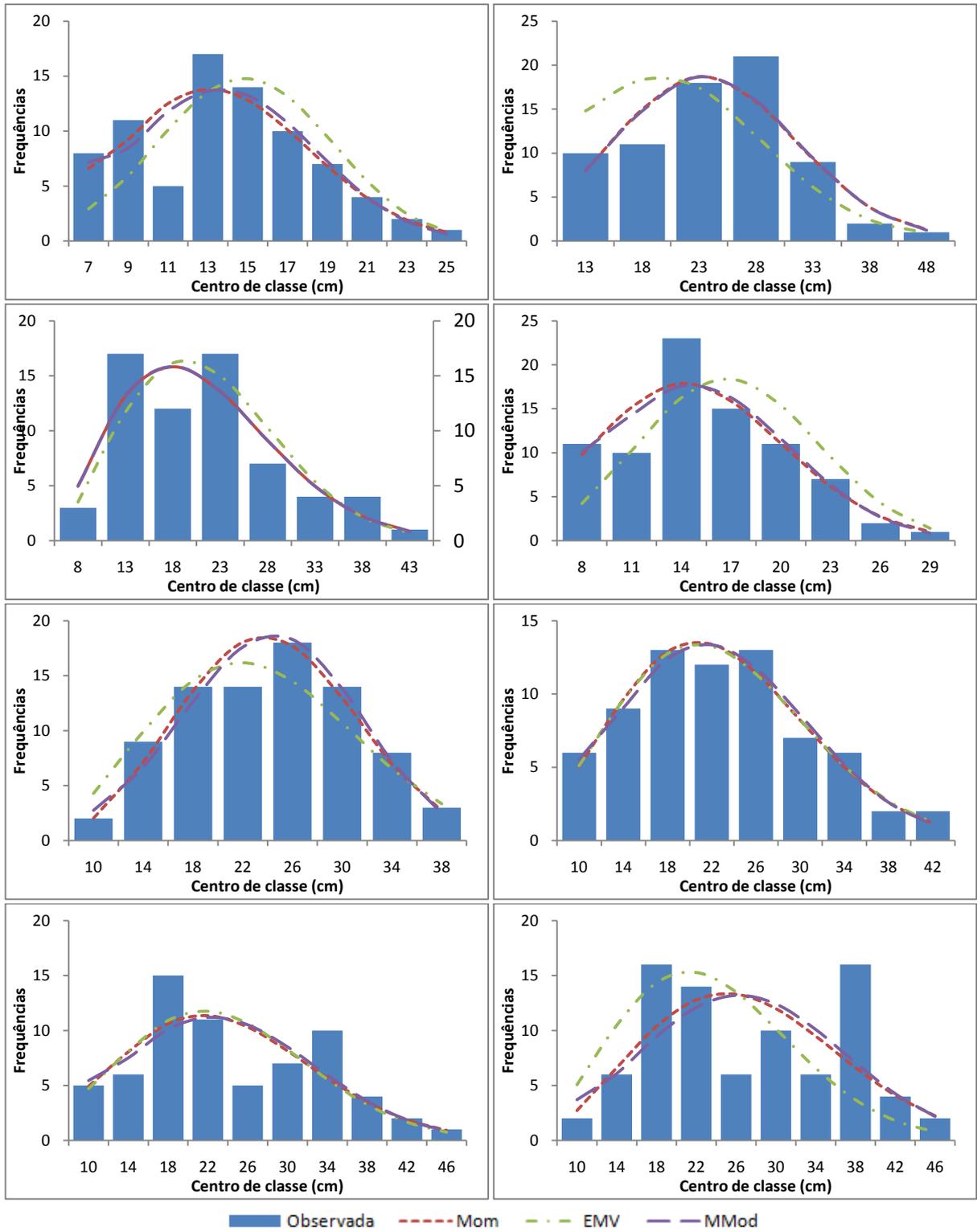


Figura 2 – Frequências observada e estimadas por cada método de ajuste da função Weibull.

5.1.2 Segundo subconjunto de dados

O segundo subconjunto de dados possui 136 parcelas, nas quais o ajuste pela forma modificada do método dos momentos apresentou valores do parâmetro “a” negativos, sendo então o valor do parâmetro considerado zero, realizando-se então o ajuste da Weibull 2P pela forma tradicional do método dos momentos. Assim, nestas parcelas os ajustes da Weibull 3P se deram pela forma tradicional do método dos momentos e pelo método do estimador da máxima verossimilhança e o ajuste da Weibull 2P também se deu pelo método dos momentos em sua forma tradicional. Da mesma maneira que para o primeiro subconjunto, a análise dos ajustes aconteceu por classes de idade.

Após a aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov ($\alpha < 0,05$), verificou-se o percentual de parcelas em que houve aderência no ajuste da função Weibull em cada classe de idade, o qual é mostrado na Tabela 13. Não houve aderência no ajuste da Weibull 3P pelo método do estimador da máxima verossimilhança em 10 parcelas, presentes em todas as classes de idade. O ajuste da Weibull pelo método dos momentos não apresentou aderência em três parcelas onde se ajustou a Weibull 3P e em duas parcelas em que se ajustou a Weibull 2P, ocorrendo isto nas classes de idade de 3 a 8 anos e de 9 a 14 anos, não indicando assim em uma qualidade superior de ajuste da Weibull 2P ou 3P.

Tabela 13 – Percentual de parcelas aderentes pelo teste de Kolmogorov-Smirnov ($\alpha < 0,05$).

Idade (anos)	Núm. parcelas	Percentual de parcelas aderentes		
		W3P	EMV	W2P
3 - 8	54	99,98	99,94	99,98
9 - 14	54	99,96	99,89	99,98
15 - 20	28	100,00	99,96	100,00

W3P = Weibull três parâmetros ajustada pelo método dos momentos; *EMV* = Weibull três parâmetros ajustada pelo método do estimador da máxima verossimilhança; *W2P* = Weibull 2P ajustada pelo método dos momentos.

Pode ser observado na Tabela 14 o somatório dos valores obtidos para o Índice de Reynolds, indicando as discrepâncias encontradas no ajuste da função Weibull para as 136 parcelas nas diferentes classes de idade. O método de ajuste da função Weibull pelo estimador da máxima verossimilhança apresentou as maiores discrepâncias entre o número de árvores observado e o número de árvores estimado em todas as classes de idade. A Weibull 3P e a Weibull 2P mostraram a mesma tendência de discrepâncias em todas as classes de idade, sendo que a função de dois parâmetros apresentou menores valores médios do Índice de

Reynolds que a de três parâmetros em todas as classes, e conseqüentemente na média geral, indicando assim um melhor ajuste.

Tabela 14 – Valores médios calculados para o Índice de Reynolds.

Idade (anos)	Núm. parcelas	Somatório do Índice de Reynolds		
		W3P	EMV	W2P
3 - 8	54	23,75	28,58	22,16
9 - 14	54	21,31	27,72	19,97
15 - 20	28	18,15	22,21	17,86
Média geral		21,07	26,17	20,00

W3P = função Weibull três parâmetros ajustada pelo método dos momentos; *EMV* = função Weibull três parâmetros ajustada pelo método do estimador da máxima verossimilhança; *W2P* = função Weibull 2P ajustada pelo método dos momentos.

Quanto ao erro padrão da estimativa do número de árvores, os valores percentuais médios são mostrados na Tabela 15. Os maiores valores do erro percentual médio pertencem à Weibull 3P ajustada pelo método do estimador da máxima verossimilhança, em todas as classes de idade. Novamente observa-se que as funções Weibull 3P e Weibull 2P apresentam a mesma tendência em todas as classes de idade, porém com a função de dois parâmetros apresentando menores valores médios do erro percentual em todas as classes. A distribuição observada e as distribuições estimadas por cada método de ajuste para algumas das parcelas do conjunto de dados, escolhidas aleatoriamente, são mostradas na Figura 3.

Tabela 15 – Erro padrão da estimativa percentual médio dos métodos de ajuste da função Weibull.

Idade (anos)	Núm. parcelas	EPE (%)		
		W3P	EMV	W2P
3 - 8	54	47,98	57,07	44,89
9 - 14	54	46,52	60,80	43,59
15 - 20	28	44,58	55,09	43,17
Média geral		46,36	57,65	43,88

W3P = função Weibull três parâmetros ajustada pelo método dos momentos; *EMV* = função Weibull três parâmetros ajustada pelo método do estimador da máxima verossimilhança; *W2P* = função Weibull 2P ajustada pelo método dos momentos.

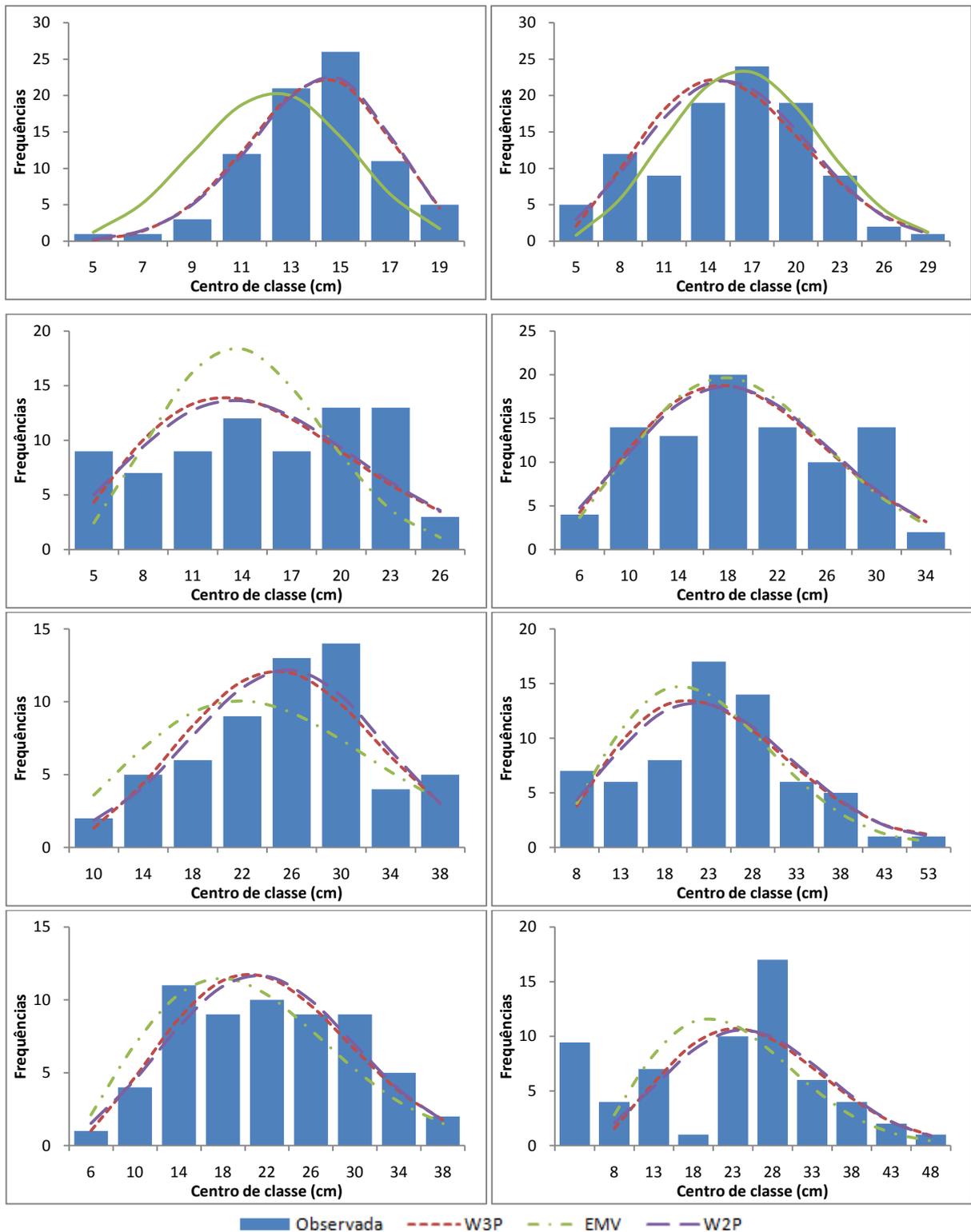


Figura 3 – Frequências observada e estimadas por cada método de ajuste da função Weibull.

Após todas estas análises é possível afirmar que a estimativa da distribuição diamétrica pela função Weibull ajustada pelo método do estimador da máxima verossimilhança é menos acurada quando comparada com os outros dois métodos de ajuste da função. O menor desempenho apresentado por este método de ajuste pode estar ligado à

forma de estimativa dos parâmetros da função Weibull. Embora o ajuste da função para cada parcela utilize informações sobre os atributos do povoamento que esta representa, como o número de árvores por hectare, a altura dominante e a idade, os coeficientes utilizados nas equações que estimam os valores dos parâmetros “b” e “c” são obtidos com informações de todas as parcelas do conjunto de dados pelo ajuste de regressão simultâneo de ambas as equações.

Desta maneira, considerando-se a variabilidade dos atributos do povoamento em todo o conjunto de dados, desde a idade, que varia de 3 a 20 anos, até o número de árvores por hectare, onde a diferença entre o maior e o menor valor é de quase quatro vezes (variando de 427 a 1600 árvores/ha), nota-se que o conjunto todo é bastante heterogêneo nestes termos. Assim, ao se utilizar regressão na estimativa dos coeficientes das equações que determinam os parâmetros da função Weibull, esta heterogeneidade dos dados pode alterar a relação entre determinado atributo do povoamento e os parâmetros da função, fazendo com que estas equações não consigam estimar os parâmetros da maneira mais adequada. Além disto, o ajuste da função Weibull pelo método dos momentos, ao utilizar outros atributos melhor relacionados com a distribuição dos dados, como a variância dos diâmetros, o diâmetro médio quadrático, diâmetro médio aritmético, ou mesmo o coeficiente de assimetria, tem maiores chances de obter melhores ajustes que o método EMV, que utiliza atributos do povoamento menos específicos quanto à forma de sua distribuição. Portanto, este método de ajuste deve ser descartado sempre que se possa utilizar qualquer outro dos métodos testados.

Com relação à estimativa dos parâmetros da função Weibull pelo método dos momentos, este mostrou-se bastante arrojado nos ajustes, sendo uma boa alternativa de uso para tal fim. A modificação deste método para a inclusão do coeficiente de assimetria dos dados na estimativa dos parâmetros da função resultou em distribuições flexíveis que se ajustaram bem a todas as formas de distribuições contidas na base de dados, sem, contudo, resultar em uma melhoria significativa na estimativa do número de árvores presente em cada classe diamétrica. Além disto, estimar os parâmetros da função Weibull por esta metodologia pode ser mais trabalhoso do que a estimativa destes pela forma tradicional do método dos momentos, uma vez que se faz necessário o cálculo do coeficiente de assimetria dos dados, e se, após a estimativa dos parâmetros “b” e “c” da função o cálculo do parâmetro “a” resultar em um valor negativo, deverá se proceder novamente com a estimativa dos parâmetros “b” e “c” pela forma tradicional de ajuste. Para fins de simulação do crescimento e produção esta peculiaridade do método pode requerer maiores esforços computacionais e de programação

para a prognose dos parâmetros da função Weibull e descrição da estrutura da floresta, sem que a melhoria dos resultados compense tal empenho.

O ajuste da função Weibull pela metodologia tradicional do uso dos dois primeiros momentos não centrais para a estimativa dos parâmetros de escala e forma mostrou-se então a mais acurada na cômputo do número de árvores em cada classe diamétrica. Este resultado, no entanto, difere do obtido por Cao (2004) que encontrou melhores resultados de ajuste para o método do estimador da máxima verossimilhança em comparação com o método dos momentos, em dados de plantios de *Pinus taeda*.

No ajuste pelo método dos momentos, a definição do parâmetro de locação como 50% do diâmetro mínimo do povoamento resultou em estimativas do número de árvores um pouco menos exatas do que as estimativas geradas com o ajuste da função sem este parâmetro. O teste quanto à utilização de outros percentuais do diâmetro mínimo na definição do parâmetro de locação da Weibull pode fornecer maiores subsídios quanto à melhor maneira de ajuste da função, se com dois ou três parâmetros.

5.2 MODELOS PARA ESTIMATIVA DOS ATRIBUTOS DO POVOAMENTO

O resultado da modelagem dos atributos do povoamento necessários à prognose dos parâmetros da função Weibull nas várias idades é apresentado a seguir. Os modelos destacados em negrito foram os selecionados para uso nas simulações.

5.2.1 Equação de sítio

Para a estimativa da altura dominante das parcelas e posterior definição das classes de sítio e construção das curvas de sítio foram testados cinco modelos. As estatísticas dos ajustes de cada modelo são apresentadas na Tabela 16.

Tabela 16 – Estatísticas do ajuste das equações de sítio testadas.

Nº	Modelo	R ² _{aj}	S _{yx} (m)	S _{yx} (%)
01	$\ln(Hd) = 3,7662 - \frac{2,57}{Id}$	0,5913	4,37	12,91
02	$Hd = 50,7064[1 - e^{-0,0464 \cdot Id}]^{0,4518}$	0,6081	4,27	12,61
03	$Hd = \frac{Id^2}{0,0615 + 4,95 \cdot Id - 16,4161(Id)^2}$	0,5608	4,52	13,35
04	$\ln(hd) = 3,8626 - 4,2081\left(\frac{1}{Id}\right) + 4,9254\left(\frac{1}{Id}\right)^2$	0,6042	4,29	12,68
05	$\ln(hd) = 5,1357 - 2,6606\left(\frac{1}{Id}\right)^{0,2044}$	0,6072	4,31	12,72

O coeficiente de determinação dos modelos ficou próximo a 0,6, indicando que os modelos conseguem explicar aproximadamente 60% da variação da altura dominante em função da idade do povoamento. Os erros apresentados pelos modelos na estimativa da variável foram de 4,27 a 4,37 m, ou seja, de 12,61 a 12,91%. Santana *et al.* (2005) ajustaram os modelos de Schumacher e de Chapman-Richards para a classificação do sítio de povoamentos de *Eucalyptus grandis* no norte do estado do Paraná e obtiveram valores do coeficiente de determinação de 0,862 e 0,864 e erros de 7,29 e 7,25% para os respectivos modelos. Figura (2010) ajustando o modelo de Chapman-Richards para povoamentos de *Eucalyptus grandis* em Telêmaco Borba, PR, obteve coeficiente de determinação de 0,9354 e erro de 8,87%.

Os valores mais altos do erro e os menores coeficientes de correlação podem estar ligados à grande variação na amplitude entre o maior e o menor valor da altura dominante em cada idade, sendo que o valor médio desta amplitude é de 10,4 m, podendo chegar a 22,4 m aos 11 anos e 22,8 m aos 16 anos, implicando assim em perda da correlação entre a altura dominante e a idade. Contudo, ao se analisar a dispersão dos resíduos gerados pelo ajuste dos modelos, apresentada na Figura 4, percebe-se que nenhum apresenta grave tendenciosidade nas estimativas, apenas superestimando levemente os valores em algumas idades.

O modelo selecionado para uso nas simulações de crescimento e produção foi o modelo de Chapman-Richards, por apresentar um ajuste um pouco mais acurado que os demais, e também devido ao seu cunho biológico, sendo ampla sua utilização e estudo em espécies florestais. Na Figura 5 está descrita a dispersão dos dados da altura dominante ao redor da curva média estimada pelo modelo. Nota-se no gráfico que aos 20 anos de idade o

valor assintótico de 50 m em altura dominante, conforme indica o primeiro coeficiente do modelo de Chapman-Richards, ainda não foi atingido. Após a escolha do melhor modelo para estimativa da altura dominante definiu-se 3 classes de sítio, cada uma com amplitude de 6 m, e foram construídas as curvas limite de cada classe, apresentadas na Figura 6, juntamente com a dispersão dos dados nas classes.

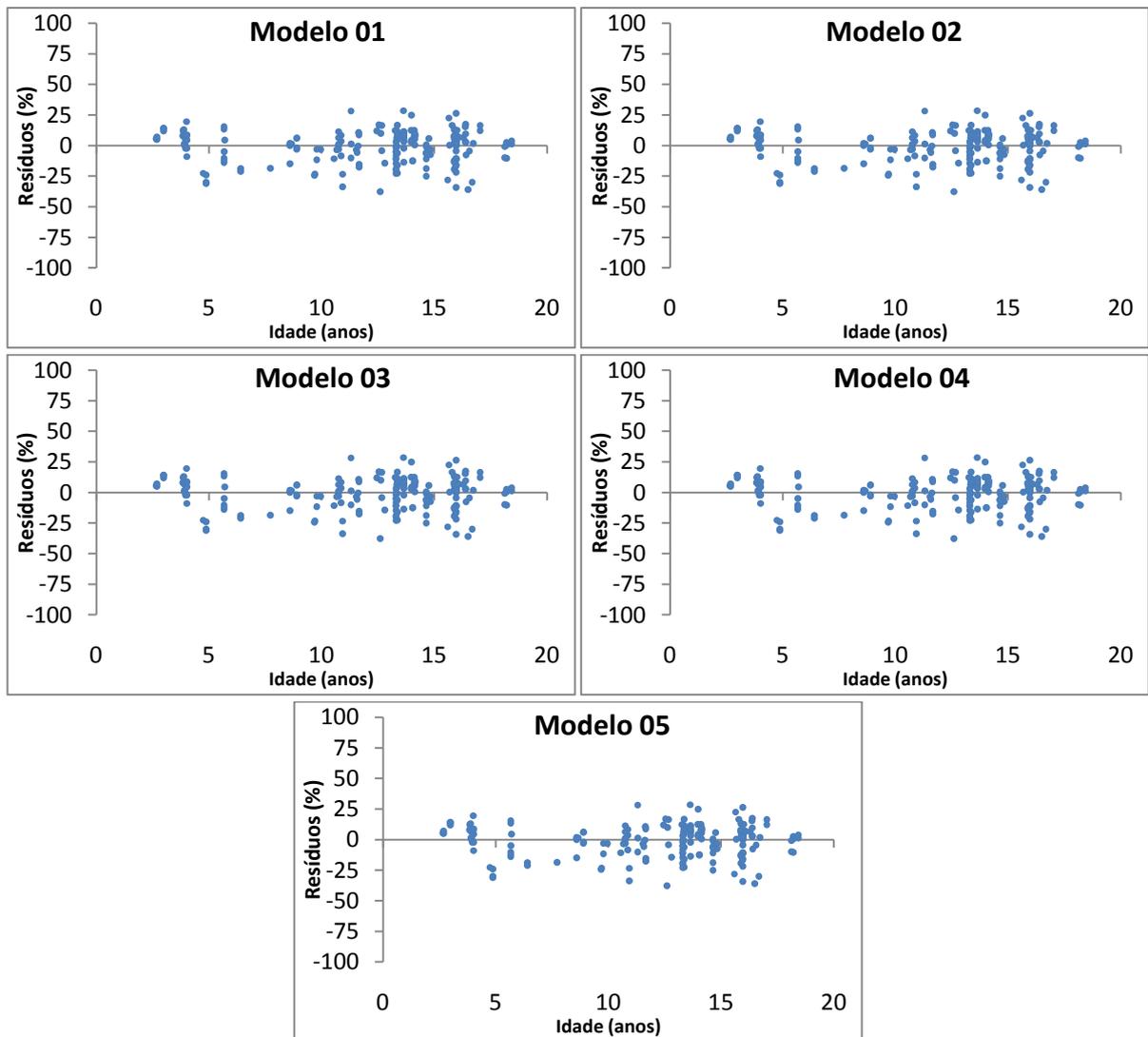


Figura 4 – Distribuição dos resíduos na estimativa da altura dominante.

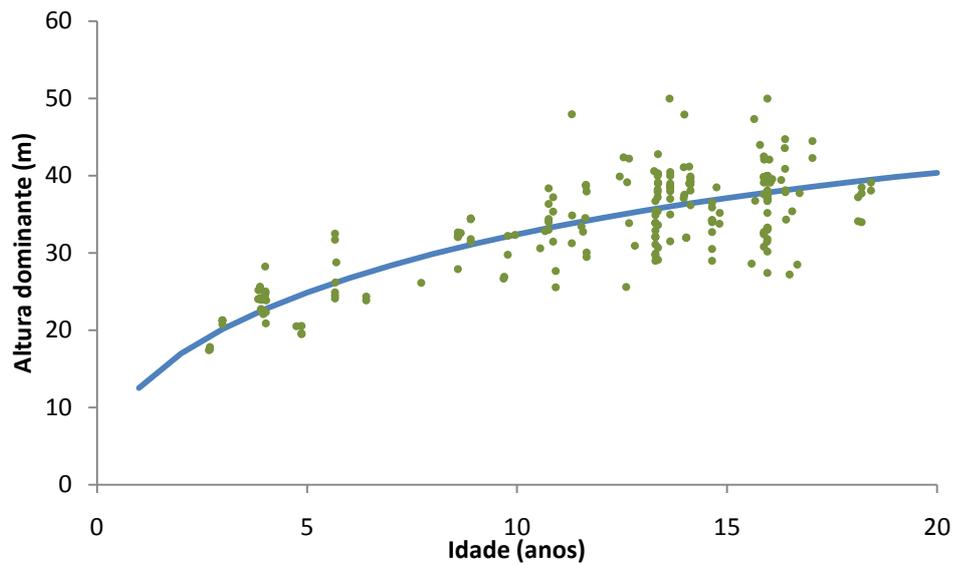


Figura 5 – Dispersão dos dados de altura dominante e representação da curva-guia estimada pelo modelo de Chapman-Richards.

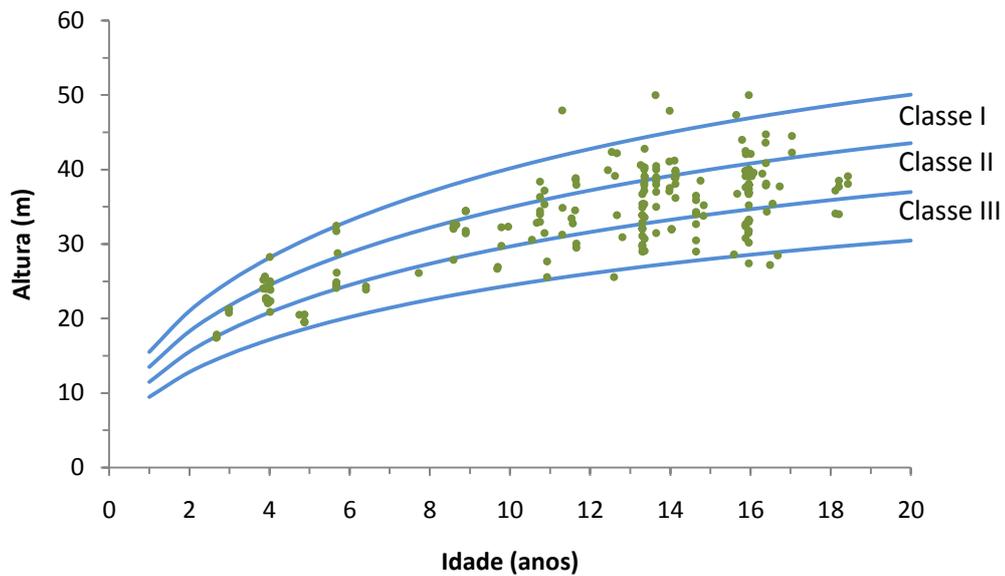


Figura 6 – Curvas limite das classes de sítio definidas na idade índice de 15 anos e dispersão dos dados em cada classe.

5.2.2 Sobrevivência

Três modelos foram testados para a estimativa do número de árvores vivas por hectare em cada idade. Suas estatísticas de ajuste são mostradas na Tabela 17. O ajuste dos três modelos de sobrevivência apresentou estatísticas bastante próximas, com coeficiente de

determinação próximo a 0,7 e erros percentuais entre 7,29 e 7,93%, ou seja, entre 88 e 96 árvores por hectare.

Tabela 17 – Estatísticas do ajuste dos modelos de sobrevivência testados.

Nº	Modelo	R ² _{aj}	S _{yx}	S _{yx} (%)
01	$\ln\left(\frac{Np}{N}\right) = Id[0,0256 \cdot \ln(Np) + 0,0061Hd - 0,0664\sqrt{Hd}]$	0,6598	96,12	7,93
02	$N = Np \cdot \exp\left[-\left(\frac{Id}{27,8307}\right)^{2,8333}\right]$	0,6748	94,33	7,78
03	$\frac{N}{Np} = -0,4124 + 0,0092Id + 0,0003Np$	0,7125	88,36	7,29

O modelo 01, que utilizou como variáveis independentes o número de árvores plantadas e a altura dominante como medida de qualidade do sítio, foi o modelo que apresentou pior desempenho na estimativa do número de árvores vivas por hectare em comparação com os outros dois modelos. Isto indica que a variabilidade da altura dominante não é capaz de explicar a variabilidade do número de árvores vivas por hectare nos vários sítios. Machado (1979) ajustou este modelo para predição do número de árvores sobreviventes em plantios de *Pinus taeda* no estado do Paraná, e obteve um coeficiente de determinação de 0,9357 e erro de estimativa de 8,18%. Maestri *et al.* (2003) ajustaram um modelo de sobrevivência para povoamentos de *Eucalyptus grandis* no estado do Espírito Santo e obtiveram coeficiente de determinação de 0,999, com erro percentual de 6,1%. Na Figura 7 são mostrados os gráficos da dispersão de resíduos das estimativas geradas para cada um dos três modelos.

Pela dispersão dos resíduos, nota-se que nas idades maiores, principalmente após os 13 anos, as estimativas são um pouco mais discrepantes que nas idades mais jovens. Isto pode estar relacionado ao fato de o número de árvores por hectare plantado ser menos influente no número de árvores sobreviventes por hectare à medida em que a idade avança no tempo. Assim as estatísticas indicam uma leve superioridade do modelo 03 na estimativa do número de árvores vivas por hectare, sendo este modelo o escolhido para utilização nas simulações do crescimento e produção.

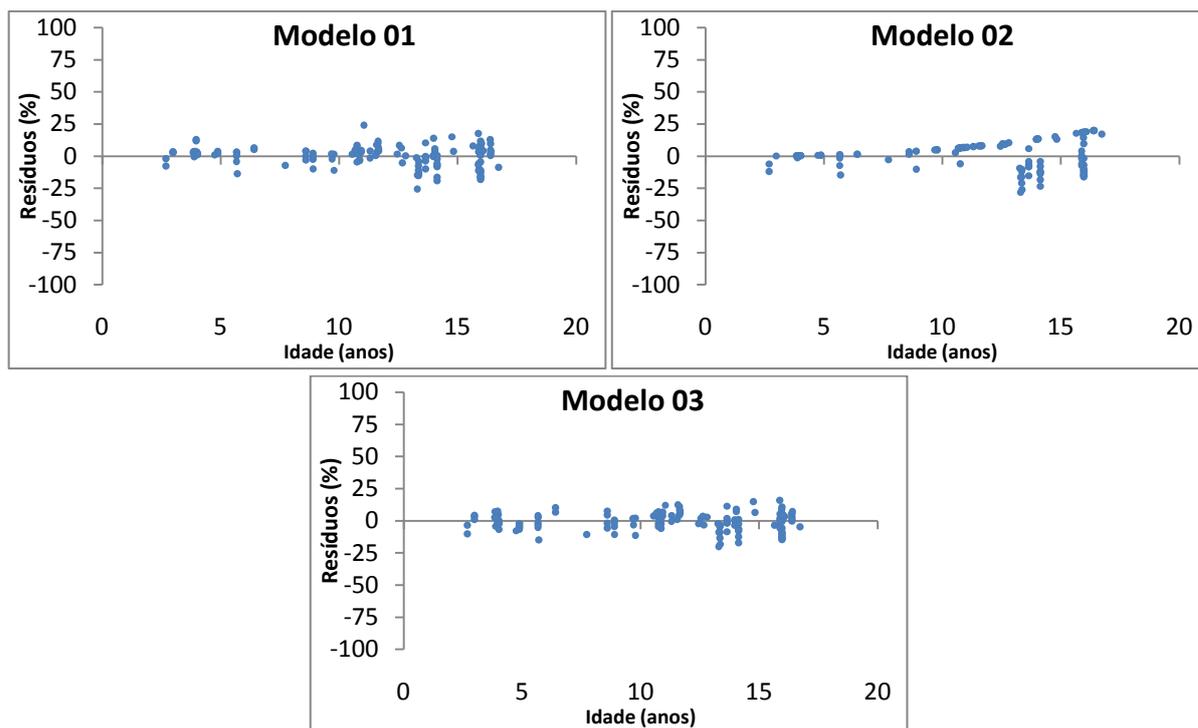


Figura 7 – Distribuição gráfica dos resíduos na estimativa do número de árvores vivas por hectare.

5.2.3 Equação hipsométrica

Três equações hipsométricas foram ajustadas para estimativa da altura total das árvores em função do DAP e também da idade. As estatísticas de cada ajuste estão na Tabela 18. O coeficiente de determinação dos ajustes variou de 0,7679 a 0,8376 indicando que há correlação entre as variáveis dependente e independentes, com erros de estimativa entre 13,35 e 15,96%. A equação 01 apresentou o pior desempenho entre as três, o que é explicado pelo fato de utilizar apenas o DAP como variável independente.

As equações 02 e 03 apresentaram ajustes superiores à equação 01, mas com pouca variação entre si. Santana *et al.* (2005) ajustando modelos hipsométricos para *Eucalyptus grandis* no norte do estado do Paraná obtiveram coeficientes de determinação variando entre 0,528 e 0,973, com erros percentuais de 3,7 a 9,0%. Na Figura 8 se pode observar a distribuição dos resíduos gerados no ajuste nas três equações.

Tabela 18 – Estatísticas do ajuste das equações hipsométricas testadas.

Nº	Modelo	R ² _{aj}	S _{yx} (m)	S _{yx} (%)
01	$\ln(h) = 3,8095 - \frac{10,3764}{Dap}$	0,7679	4,23	15,96
02	$\ln(h) = 3,8954 - \frac{9,8735}{Dap} - \frac{0,9242}{Id}$	0,8284	3,63	13,72
03	$h = 1,3 \left[\frac{Dap^2}{1,401 + 0,6651Dap + 0,0205Dap^2 - 0,0142(Dap \cdot Id)} \right]$	0,8376	3,53	13,35

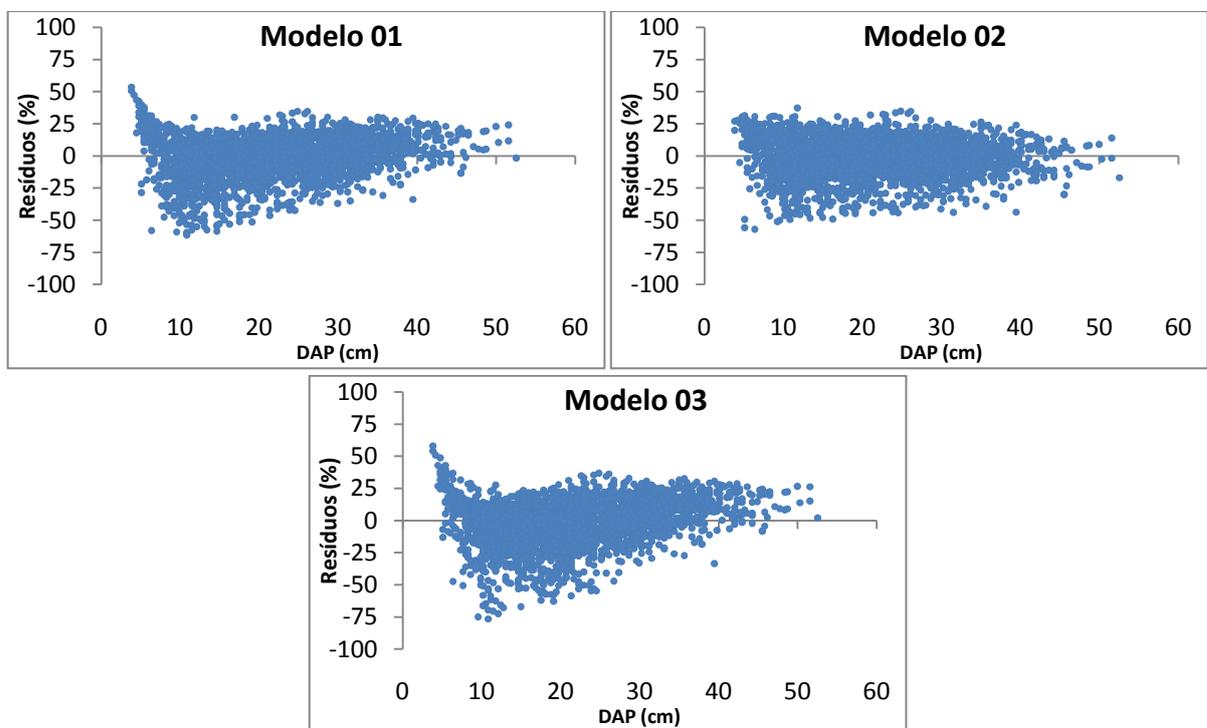


Figura 8 – Distribuição dos resíduos na estimativa da altura total das árvores.

Observando-se a distribuição dos resíduos, nota-se que as equações 01 e 03 apresentam a mesma tendência de ajuste, subestimando as alturas nos primeiros diâmetros, em torno de 5 cm, e após superestimando as alturas até os diâmetros próximos a 30 cm; a partir dos 30 cm de DAP a tendência é novamente a subestimativa das alturas, principalmente quando o diâmetro passa de 35~40 cm. Já a equação 02 mostrou uma distribuição de resíduos mais uniforme e com valores um pouco menos discrepantes que as outras equações, e uma leve tendência a superestimar as alturas em toda a faixa de DAP. Embora a equação 03 tenha apresentado estatísticas pouco superiores à equação 02, esta foi a escolhida para uso nas simulações devido à sua maior uniformidade nas estimativas da altura total das árvores.

5.2.4 Área basal

Cinco modelos globais foram ajustados para prognose da área basal por hectare em função da idade e do sítio. As estatísticas dos ajustes são mostradas na Tabela 19, e sua distribuição dos resíduos pode ser observada na Figura 9.

Tabela 19 – Estatísticas do ajuste dos modelos para estimativa da área basal por hectare.

Nº	Modelo	R ² _{aj}	S _{yx} (m ²)	S _{yx} (%)
01	$G = -263,397 + 1,0142Id - 0,0188N + 0,8324Hd + 40,0366 \ln(N)$	0,7830	5,07	14,47
02	$\ln(G) = -0,5121 + 0,6181 \ln(N) + 0,0351Id - \frac{23,7774}{Hd} + \frac{0,3687}{Id}$	0,7844	5,05	14,42
03	$G = -35,3328 + 8,1701 \ln(Id) + 0,0202N + 0,872Hd$	0,7535	5,40	15,42
04	$\ln(G) = -1,8611 - 0,5317 \ln\left(\frac{1}{Id}\right) + 0,5902 \ln(N)$	0,6619	6,32	18,06
05	$\ln(G) = 2,6398 - \frac{1,7580}{Id} + 0,0433 \left(\frac{Hd}{Id}\right) + \frac{0,0277}{Hd}$	0,5651	7,17	20,48

O coeficiente β_3 mostrou-se não significativo a 5% de probabilidade, sendo então a variável $\frac{N}{Id}$ retirada do ajuste do modelo. A amplitude dos valores do coeficiente de determinação foi de 0,5651 a 0,7844, com erros variando entre 14,42 e 20,48%, ou seja, entre 5,05 e 7,17 m² por hectare.

Os modelos 01 e 02 apresentaram ajustes bastante próximos, com poucos décimos de diferença, sobressaindo-se aos demais, contudo, a diferença entre o ajuste destes dois modelos não é suficiente para se afirmar a superioridade declarada de um deles, optando-se assim por utilizar o modelo 02 nas simulações do crescimento e produção.

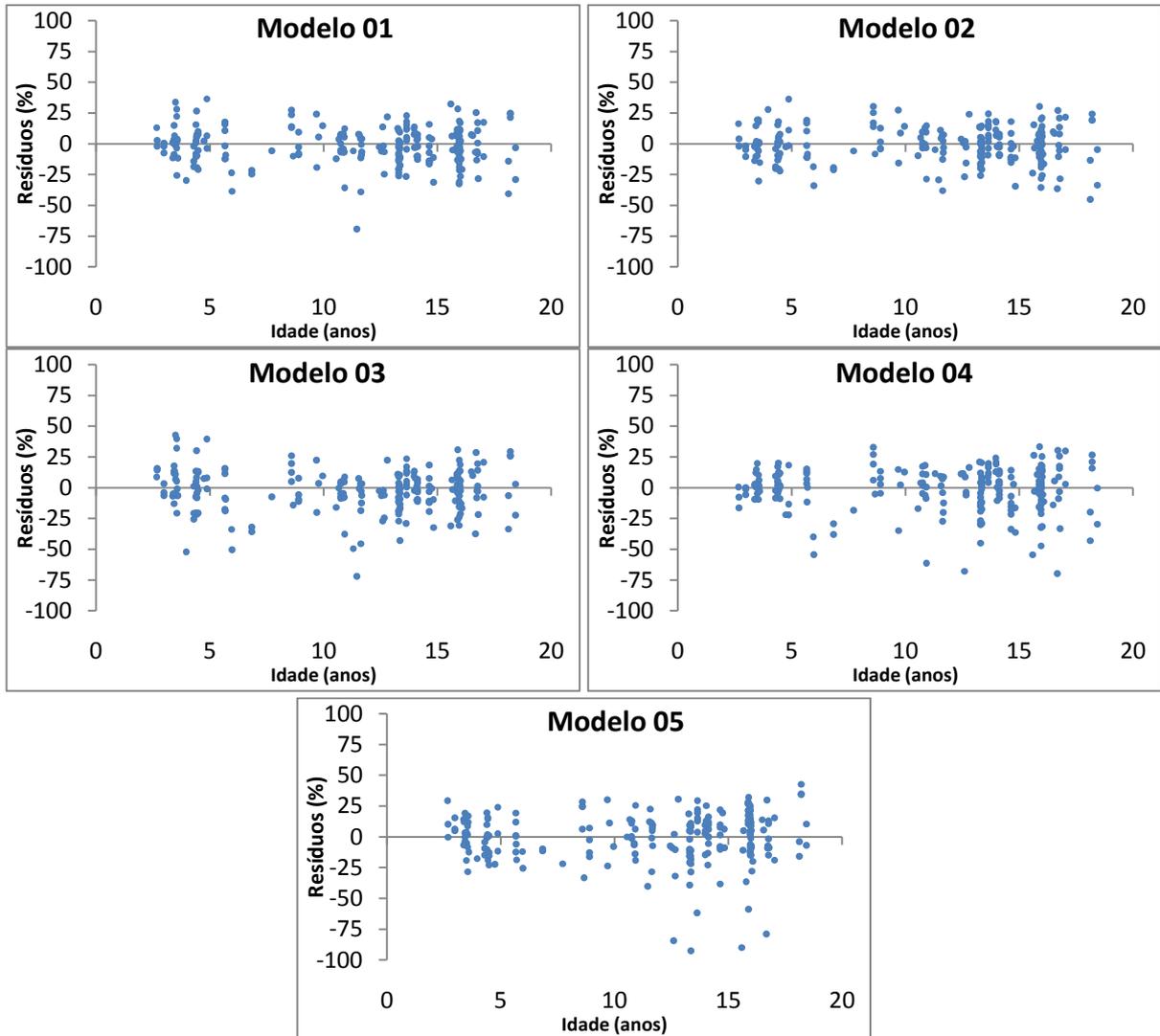


Figura 9 – Distribuição dos resíduos na estimativa da área basal por hectare.

5.2.5 Variância dos diâmetros

Na modelagem da variância dos diâmetros foram testados seis modelos, cujas estatísticas de ajuste são apresentadas na Tabela 20. O resíduo dos ajustes destes modelos pode ser observado na Figura 10.

As estatísticas revelam pouca variação na qualidade do ajustamento dos modelos, exceto para o modelo 06 que se mostrou menos acurado que os outros. O valor do coeficiente de determinação foi de 0,5190 para o pior modelo a 0,6763 para o melhor, cujos erros percentuais respectivos foram de 30,53 e 24,88%. Santana (2008) testou 4 modelos para predição da variância dos diâmetros em povoamentos de *Eucalyptus grandis* no nordeste do Paraná, tendo como resultados coeficientes de determinação variando de 0,772 a 0,8803, com erros percentuais de 22,8 a 27,5%.

A distribuição dos resíduos evidencia a dificuldade dos modelos em estimar esta variável, a qual apresenta grande variabilidade em seus valores. Para todos os modelos observa-se mais subestimativas que superestimativa para os valores, sem qualquer outra tendenciosidade pronunciada. Pelas estatísticas, pode-se então inferir que o modelo 02, mostrou-se levemente superior aos demais, com menores erros na estimativa da variância dos diâmetros, sendo o escolhido para utilização nas simulações.

Tabela 20 – Estatísticas do ajuste dos modelos para estimativa da variância dos diâmetros.

Nº	Modelo	R ² _{aj}	S _{yx} (cm)	S _{yx} (%)
01	$\ln(s^2) = 2,8883 + 0,0144Hd - 0,1594 \ln(N) + 0,6680 \ln(Id)$	0,6422	13,32	26,16
02	$\ln(s^2) = 3,698 + 0,599 \ln(Hd) + 0,421 \ln(G \cdot N) - 0,1462 \left(\frac{Hd}{Id}\right)$	0,6763	12,67	24,88
03	$\ln(s^2) = 0,8912 + 1,0695 \ln(Hd) - 0,0002N - 0,1627 \left(\frac{Hd}{Id}\right)$	0,6491	13,19	25,91
04	$\ln(s^2) = 5,7978 - 0,5137 \ln\left(\frac{N}{G}\right) - \frac{15,4283}{Hd} + 0,0019Id^2$	0,6381	13,40	26,31
05	$s^2 = 47,8909 + 17,3345 \ln\left(\frac{Hd}{N^2}\right) + 17,0067 \ln(Id) + 13,8819 \ln(G \cdot N)$	0,6602	12,98	25,49
06	$\ln(s^2) = 7,7831 - 1,5076 \ln(Hd) - \frac{91,5237}{Hd} + 0,9879 \ln(G) + \frac{22,3296}{G}$	0,5190	15,55	30,53

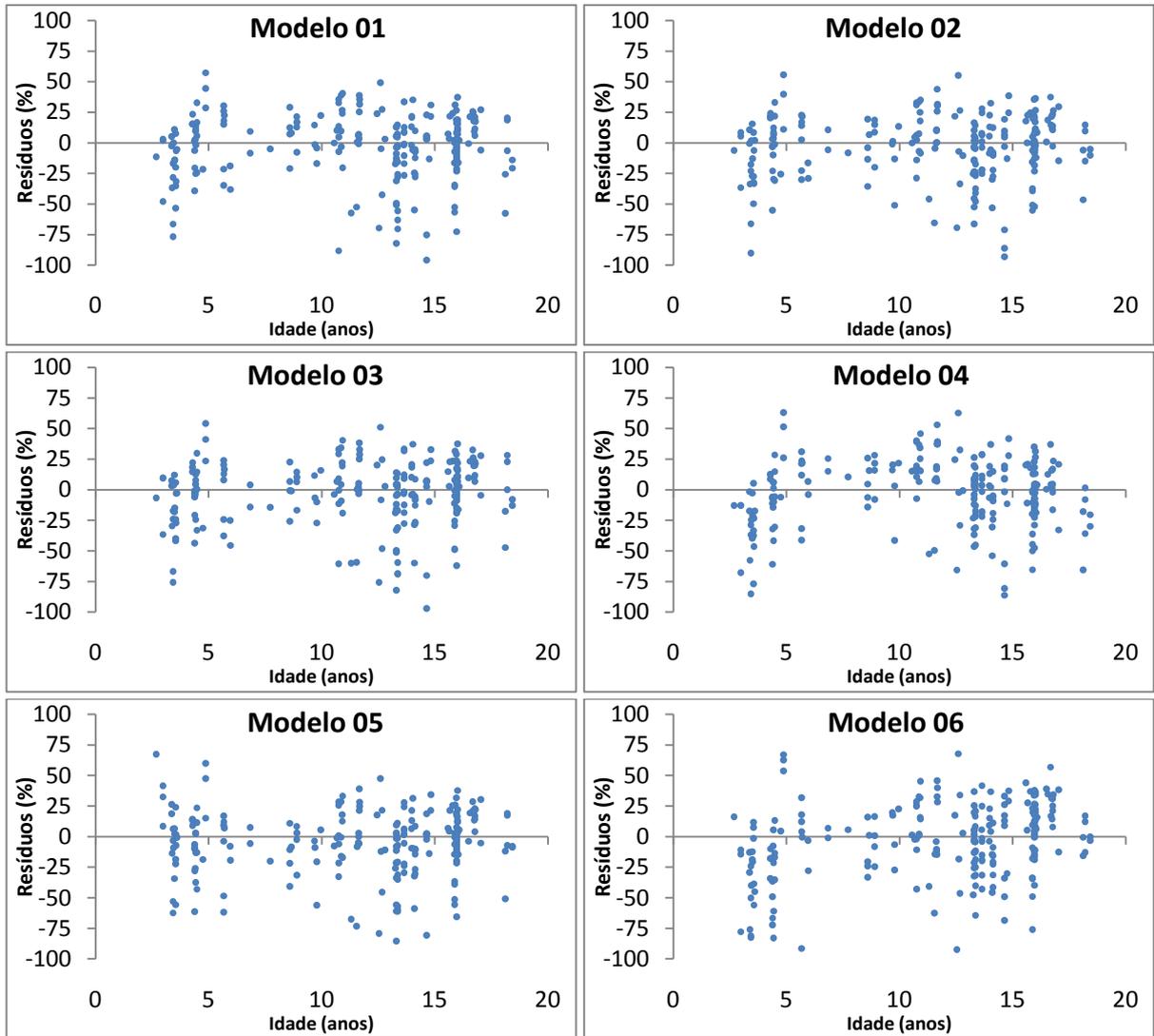


Figura 10 – Distribuição dos resíduos na estimativa da variância dos diâmetros.

5.2.6 Diâmetro mínimo

Para a modelagem do diâmetro mínimo, testou-se seis modelos, e suas estatísticas de ajuste são mostradas na Tabela 21. Os gráficos da distribuição de resíduos dos modelos ajustados podem ser observados na Figura 11.

No ajuste do modelo 03 o coeficiente β_3 se mostrou não significativo a 5% de probabilidade, sendo então a variável N retirada do ajuste. Dos seis modelos testados, cinco apresentaram estatísticas de ajuste bastante parecidas, com coeficiente de determinação em torno de 0,4 e erro percentual próximo a 22%.

O modelo 06 foi o que apresentou estatísticas superiores aos demais, com R^2 de 0,6568 e erro percentual de 17,15%. Santana (2008) ajustando modelos para prognose do diâmetro mínimo de povoamentos de *Eucalyptus grandis* no estado do Paraná obteve erros de 22,3 a 26,6%, com coeficiente de determinação entre 0,424 e 0,596

Tabela 21 – Coeficientes estimados e respectivas estatísticas de ajuste dos modelos para estimativa do diâmetro mínimo.

Nº	Modelo	R^2_{aj}	S_{yx} (cm)	$S_{yx}(\%)$
01	$D_{min} = 4,0743 + 0,0091dg \cdot Id$	0,4448	1,42	21,91
02	$D_{min} = 2,3534 + 0,1585Id + 0,0580Hd + 244,9150/N$	0,4239	1,44	22,22
03	$\ln(D_{min}) = 0,9383 + 0,0610Id + 0,0879 \left(\frac{Hd}{Id} \right)$	0,4137	1,45	22,41
04	$\ln(D_{min}) = 0,8206 + 0,0436dg - 0,0007N^{0,5} + 0,3645 \left(\frac{Id}{Hd} \right)$	0,4043	1,46	22,59
05	$D_{min} = 3,4529 + 0,1127Hd - 0,2386 \left(\frac{Hd}{Id} \right)$	0,3810	1,49	23,08
06	$D_{min} = 1,3054 + 0,2737Id + 0,4108D_{med} - 0,8247s_d$	0,6568	1,11	17,15

A análise da distribuição dos resíduos indica que os modelos apresentam certa tendência a subestimar o diâmetro mínimo em toda a faixa de idade, sendo que o modelo 06 mostrou menores discrepâncias nas estimativas da variável. Demonstrada a superioridade do modelo 06 na estimativa do diâmetro mínimo, este foi o escolhido para ser usado na prognose da variável durante as simulações.

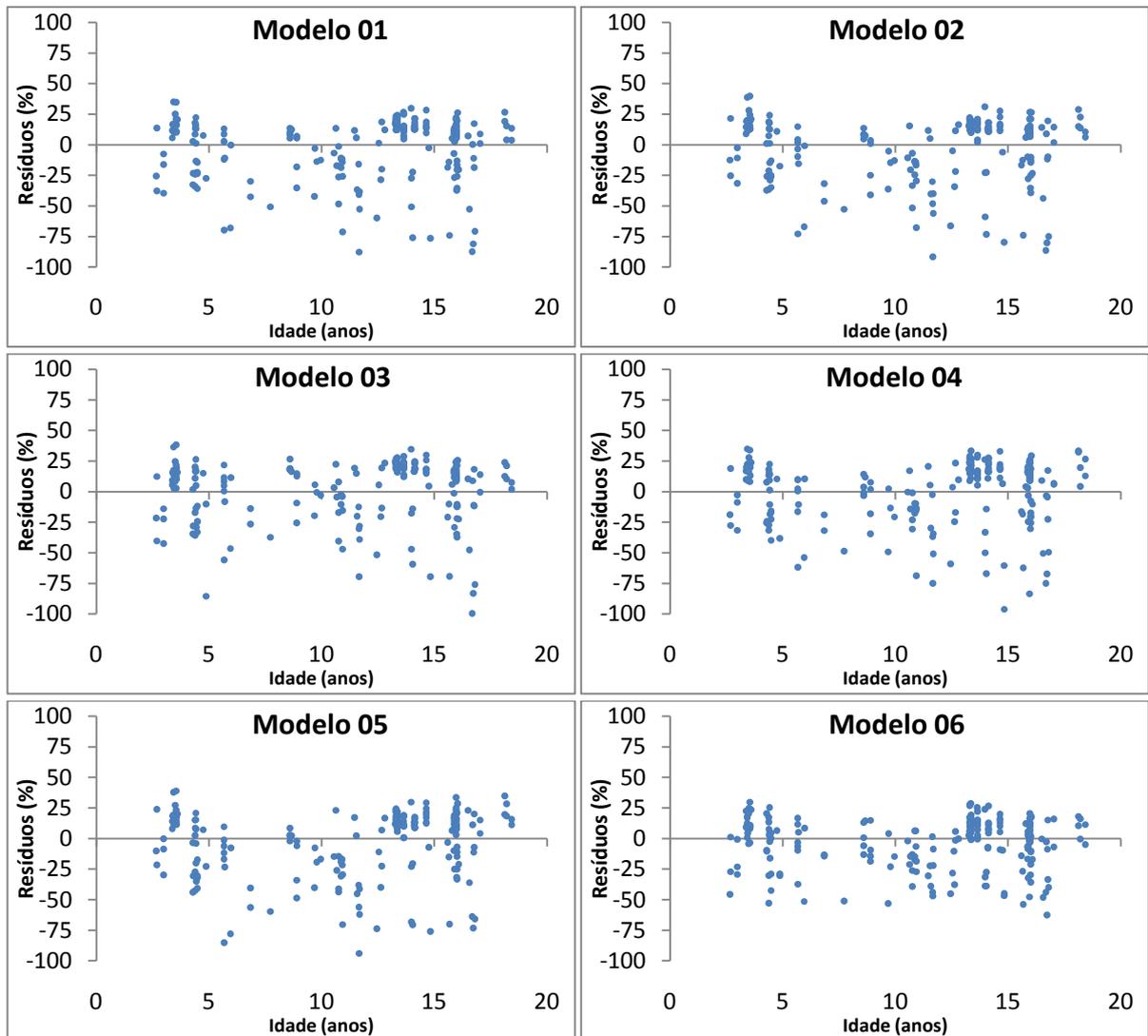


Figura 11 – Distribuição dos resíduos na estimativa do diâmetro mínimo.

5.2.7 Diâmetro máximo

O diâmetro máximo do povoamento foi modelado testando-se três modelos para sua prognose. As estatísticas destes ajustes são apresentadas na Tabela 22, bem como a distribuição dos resíduos é mostrada na Figura 12.

Os três modelos mostraram-se bastante próximos em seus ajustes, com pequena variação entre suas estatísticas. O coeficiente de determinação ficou próximo a 0,87 e os erros absoluto e relativos próximos a 2,8 cm e 8%, respectivamente. Leite *et al.* (2004) projetando o diâmetro máximo futuro da floresta em função do diâmetro máximo presente e da idade de plantios de *Eucalyptus* sp. obtiveram coeficiente de determinação de 0,958. Santana (2008) também projetando o diâmetro máximo futuro em função do diâmetro máximo presente em

povoamentos de *Eucalyptus grandis* obteve coeficientes de determinação entre 0,538 e 0,977 e erros percentuais variando de 4,4 a 7,1%.

Tabela 22 – Estatísticas do ajuste dos modelos para estimativa do diâmetro máximo.

Nº	Modelo	R ² _{aj}	S _{yx} (cm)	S _{yx} (%)
01	$D_{max} = 10,8423 + 0,4013Id - 0,0042N + 0,1299Hd + 0,0805G + 1,8065s + 0,2331D_{med}$	0,8757	2,76	7,94
02	$D_{max} = 18,2205 + 0,3963Id - 0,0114N + 0,1771Hd + 0,2964G + 22,9037\left(\frac{s}{D_{med}}\right)$	0,8669	2,86	8,23
03	$D_{max} = -9,1383 + 0,4569Id + 5,7433\sqrt{D_{med}} + 2,002s_d$	0,8753	2,78	8,00

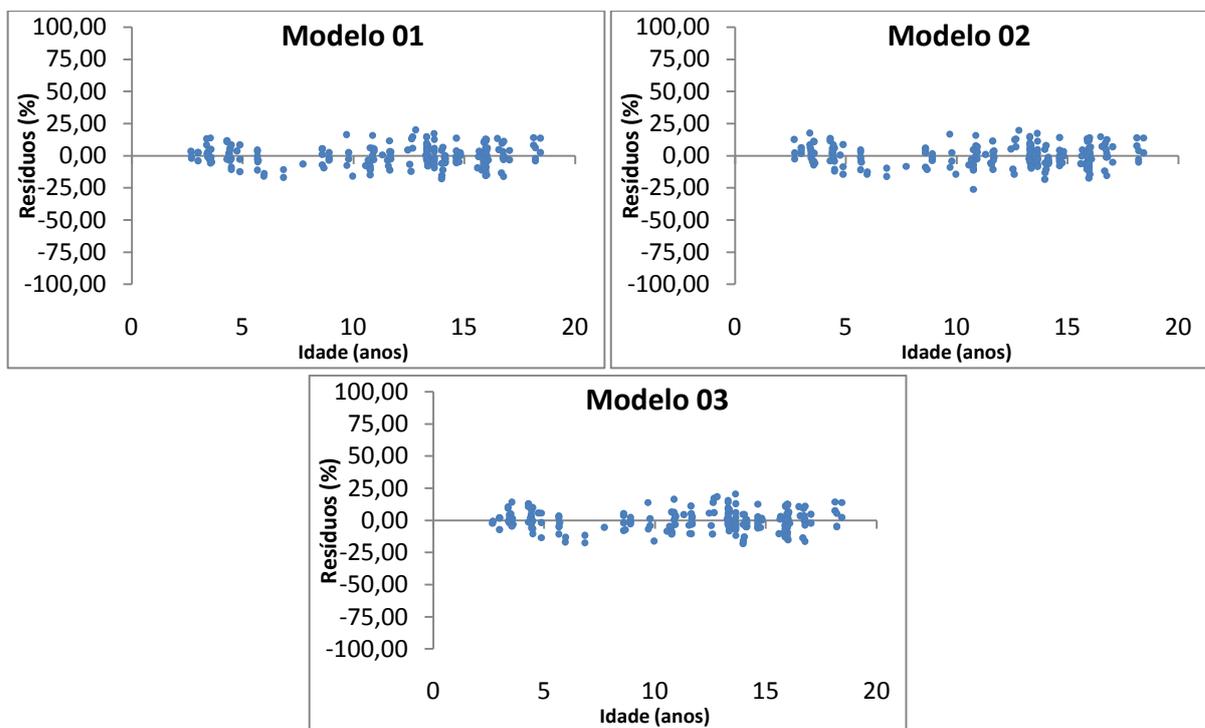


Figura 12 – Distribuição dos resíduos na estimativa do diâmetro máximo.

Observa-se que a estimativa do diâmetro máximo da floresta é mais acurada que a estimativa do diâmetro mínimo e da variância dos diâmetros. Os resíduos gerados pelos ajustes não ultrapassam os 25%, e também não demonstram nenhuma tendenciosidade. A utilização da variância dos diâmetros e do diâmetro médio como variáveis independentes dos modelos talvez seja a maior responsável pela facilidade no ajuste do diâmetro máximo. Embora os três modelos gerem estimativas bastante próximas entre si, o modelo 01 foi

escolhido para uso nas simulações do povoamento por apresentar as estatísticas mais acuradas.

Após a análise das estatísticas de ajuste dos vários modelos, nota-se que os erros cometidos nas estimativas dos atributos do povoamento são superiores a 10%, excetuando-se os modelos de sobrevivência e do diâmetro máximo, que tiveram erros próximos a 8%. Considerando que os modelos aqui testados, em sua grande maioria já foram utilizados por outros pesquisadores da área florestal e demonstraram bom desempenho para as estimativas em outros conjuntos de dados, e também pela observação da Tabela 1, infere-se que a base de dados utilizada neste estudo apresentou grande variabilidade nos valores dos vários atributos do povoamento, o que faz com que as relações esperadas entre estes atributos sejam de certa forma prejudicadas, resultando assim em dificuldades na modelagem do crescimento e da produção da floresta de forma geral. Esta grande variabilidade nos valores dos atributos do povoamento pode estar bastante relacionada à qualidade do material genético utilizado na implantação das florestas, aos tratos silviculturais aplicados em cada talhão, e às diferentes características edafoclimáticas entre os sítios. Uma estratificação dos dados considerando informações sobre estas fontes de variação citadas poderia gerar melhores resultados na modelagem dos atributos do povoamento, resultando em uma prognose mais acurada.

5.3 SIMULADOR DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO E SUA AVALIAÇÃO

Após o desenvolvimento de todas as ferramentas dendrométricas necessárias à construção do simulador e sua implementação no Microsoft Excel[®] várias simulações foram efetuadas e confrontadas com os dados reais a fim de sua avaliação. Na Figura 13 são apresentadas telas de exemplos de prognoses geradas pelo simulador, tanto com ajuste da Weibull 2P, quanto com o ajuste da Weibull 3P.



Figura 13 – Telas de prognose da produção geradas pelo simulador.

A fim de avaliar a prognose da estrutura diamétrica da floresta testou-se a validade das estimativas geradas pelo sistema simulador construído. Utilizando-se o teste de identidade L&O as frequências estimadas em cada classe diamétrica de cada combinação idade-sítio, tanto pela função Weibull 3 parâmetros quanto pela função Weibull 2 parâmetros, foram comparadas às frequências médias observadas, cujos resultados são apresentados a seguir, juntamente com o erro médio cometido em cada estimativa.

Na Tabela 23 são apresentadas as estatísticas do teste de identidade L&O, ao nível de 5% de probabilidade, na comparação das distribuições simuladas pelo ajuste da função Weibull 3P, e o erro médio percentual cometido em cada simulação. Conforme se observa, das 42 combinações idade-sítio em que foi aplicado o teste, apenas 9 (21%) apresentaram diferenças não significativas estatisticamente ($p > 0,05$), ou seja, apresentaram valores não significativos para a estatística F e para a estatística t , e coeficiente de correlação maior que $(1-|\bar{r}|)$. Isto é observado nos sítios 37 e 43 aos 3 anos de idade, sítio 43 aos 4, 11 e 12 anos, sítios 31 e 43 aos 13 anos, e sítio 37 aos 14 e 18 anos. O erro médio percentual cometido na estimativa das frequências nestas combinações idade-sítio variou de 22,37% a 43,11%, com média de 34,81%. Para os demais 33 casos, o teste indica que há diferenças estatisticamente significantes ($p < 0,05$) entre as frequências estimadas pela função Weibull 3P e as frequências médias observadas em cada combinação idade-sítio.

Analisando-se os valores obtidos para a estatística t nos vários sítios das várias idades, é possível notar que apenas 3 valores tiveram valores significativos ($p < 0,05$), sendo estes o sítio 43 aos 14 anos, e os sítios 31 e 37 aos 16 anos. Os valores não significativos ($p > 0,05$) para os outros 39 pares idade-sítio indicam que o erro médio ocorrido ao estimar o número de árvores em cada classe diamétrica de cada um destes pares deve-se ao acaso, ou seja, o método não comete nenhum tipo de erro sistemático nos ajustes.

Entre os valores da estatística F , observa-se que apenas em 10 casos estes foram significativos ao nível de probabilidade de 5%. Isto demonstra que para as outras 32 combinações de idade sítio, as quais tiveram valores da estatística F não significativos ($p > 0,05$), ao se ajustar uma regressão linear onde a frequência estimada é obtida em função da frequência observada, os coeficientes β_0 e β_1 têm, simultaneamente, valores que não diferem estatisticamente de 0 e 1, respectivamente, havendo assim correlação entre os dois vetores de dados, indicando não haver entre eles diferenças estatisticamente significantes.

Tabela 23 – Estatísticas do teste L&O e erro médio percentual na comparação da frequência estimada pela função Weibull 3P em cada combinação idade-sítio com a frequência média observada.

Idade	Sítio	$F(H_0)$	$t_{\bar{e}}$	$r_{Y Y_1} \geq (1- \bar{e})$	Conclusão	Erro médio (%)
3	43	1,903 ^{ns}	0,979 ^{ns}	Sim	Há identidade	25,64
	37	0,0098 ^{ns}	1,0573 ^{ns}	Sim	Há identidade	38,98
	31	5,7171*	1,3253 ^{ns}	Sim	Não há identidade	122,04
4	43	2,2412 ^{ns}	1,3239 ^{ns}	Sim	Há identidade	32,90
	37	0,0006 ^{ns}	0,7222 ^{ns}	Não	Não há identidade	32,51
	31	0,2387 ^{ns}	0,9616 ^{ns}	Não	Não há identidade	43,45
5	31	0,1488 ^{ns}	0,7766 ^{ns}	Não	Não há identidade	53,00
6	43	0,4387 ^{ns}	0,1214 ^{ns}	Não	Não há identidade	36,32
	37	0,0535 ^{ns}	0,4506 ^{ns}	Não	Não há identidade	44,77
	31	2,9243 ^{ns}	0,1831 ^{ns}	Não	Não há identidade	44,63
7	37	4,3967 ^{ns}	0,2549 ^{ns}	Não	Não há identidade	59,40
	31	5,0418*	0,812 ^{ns}	Não	Não há identidade	57,42
8	31	3,9929 ^{ns}	0,4445 ^{ns}	Não	Não há identidade	55,80
9	43	0,1459 ^{ns}	0,7625 ^{ns}	Não	Não há identidade	30,71
	37	0,0736 ^{ns}	1,0457 ^{ns}	Não	Não há identidade	49,89
	31	4,245*	1,1398 ^{ns}	Não	Não há identidade	74,97
10	37	4,9125*	0,7383 ^{ns}	Não	Não há identidade	58,41
	31	1,5988 ^{ns}	0,0678 ^{ns}	Não	Não há identidade	65,33
11	43	1,0696 ^{ns}	1,476 ^{ns}	Sim	Há identidade	38,42
	37	0,6643 ^{ns}	1,4002 ^{ns}	Não	Não há identidade	44,08
	31	2,398 ^{ns}	0,0516 ^{ns}	Não	Não há identidade	55,26
12	43	1,1409 ^{ns}	1,7568 ^{ns}	Sim	Há identidade	41,75
	37	0,1274 ^{ns}	1,2623 ^{ns}	Não	Não há identidade	34,07
	31	0,0451 ^{ns}	0,3388 ^{ns}	Não	Não há identidade	54,61
13	43	0,1783 ^{ns}	1,2853 ^{ns}	Sim	Há identidade	22,37
	37	3,9624*	1,9732 ^{ns}	Sim	Não há identidade	31,74
	31	1,1115 ^{ns}	1,428 ^{ns}	Sim	Há identidade	43,11
14	43	7,0569*	2,0958*	Sim	Não há identidade	42,18
	37	1,7217 ^{ns}	1,582 ^{ns}	Sim	Há identidade	34,76
	31	0,1394 ^{ns}	0,7417 ^{ns}	Não	Não há identidade	55,71
15	37	0,1545 ^{ns}	0,8265 ^{ns}	Não	Não há identidade	43,26
	31	0,1565 ^{ns}	1,107 ^{ns}	Não	Não há identidade	44,60
16	43	8,2833*	1,6694 ^{ns}	Sim	Não há identidade	37,44
	37	12,4667*	2,6374*	Sim	Não há identidade	49,40
	31	2,1986 ^{ns}	2,1809*	Sim	Não há identidade	42,56
17	43	0,0746 ^{ns}	0,4356 ^{ns}	Não	Não há identidade	43,23
	37	6,0178*	1,8077 ^{ns}	Sim	Não há identidade	50,89
	31	2,7711 ^{ns}	0,5784 ^{ns}	Não	Não há identidade	57,43
18	37	0,966 ^{ns}	1,1606 ^{ns}	Sim	Há identidade	35,36
	31	1,5339 ^{ns}	0,5706 ^{ns}	Não	Não há identidade	38,67
20	43	0,5794 ^{ns}	0,3413 ^{ns}	Não	Não há identidade	59,77
	37	111,8637*	0,6944 ^{ns}	Não	Não há identidade	66,10

* denota significância ao nível de 5% de probabilidade. ^{ns} denota não significância.

O erro médio percentual cometido na simulação das frequências em cada classe diamétrica das 42 combinações idade-sítio variou entre 22,37% para o sítio 43 aos 13 anos, e 122,04% para o sítio 31 aos 3 anos de idade, tendo como média 47,45%. Dentre as 33 combinações idade-sítio em que o teste aplicado indicou haver diferenças estatisticamente significativas ($p < 0,05$), 22 delas apresentaram valores não significativos ($p > 0,05$) para as estatísticas F e t , mostrando apenas a ocorrência de um coeficiente de correlação menor que $(1-|\bar{\rho}|)$. Para estas 22 combinações idade-sítio, o cálculo do erro médio percentual apresentou valores entre 30,71% e 65,33%, com média de 47,57%.

Para a comparação das simulações geradas pelo ajuste da função Weibull 2P com os valores médios observados, as estatísticas do teste de identidade L&O, aplicado ao nível de 5% de probabilidade, são apresentadas na Tabela 24, bem como os valores do erro médio percentual cometido em cada simulação.

Para as frequências estimadas pelo ajuste da função Weibull 2P durante a simulação, o teste L&O indicou não haver diferenças estatisticamente significantes ao nível de 5% de probabilidade em 13 (30%) das 42 combinações idade-sítio. Isto é observado para os sítios 37 e 43 aos 3 e 4 anos de idade, sítio 37 da idade 9 anos, sítios 37 e 43 aos 11 e 12 anos, sítios 31, 37 e 43 na idade 13 anos, e sítio 37 aos 14 anos de idade. Para as demais 29 combinações idade-sítio as diferenças entre os valores estimados e os valores observados apresentaram diferenças estatisticamente significativas ($p < 0,05$). Destes 13 pares idade-sítio, 8 deles também não apresentaram diferenças estatisticamente significativas quando tiveram suas frequências estimadas pela função Weibull 3 parâmetros comparadas às frequências observadas.

O erro médio percentual calculado para as 42 simulações teve valores variando entre 21,53% e 109,04%, com média de 47,59%. Para as 13 combinações idade-sítio em que não houveram diferenças estatisticamente significantes entre as frequências observadas e as frequências estimadas pela Weibull 2P o erro médio calculado mostrou valores entre 21,53% e 47,65%, com média de 35,92%.

Tabela 24 – Estatísticas do teste L&O e erro médio percentual na comparação da frequência estimada pela função Weibull 2P em cada combinação idade-sítio com a frequência média observada.

Idade	Sítio	F(H ₀)	t _e	r _{YjYl} ≥ (1- ē)	Conclusão	Erro médio (%)
3	43	2,7349 ^{ns}	1,0336 ^{ns}	Sim	Há identidade	25,71
	37	0,0048 ^{ns}	1,2136 ^{ns}	Sim	Há identidade	36,53
	31	6,1127*	1,3083 ^{ns}	Sim	Não há identidade	109,04
4	43	3,3692 ^{ns}	1,5099 ^{ns}	Sim	Há identidade	32,51
	37	0,0179 ^{ns}	0,8692 ^{ns}	Sim	Há identidade	29,58
	31	0,1695 ^{ns}	1,0198 ^{ns}	Não	Não há identidade	47,02
5	31	0,1715 ^{ns}	0,8868 ^{ns}	Não	Não há identidade	54,35
6	43	0,4139 ^{ns}	0,1049 ^{ns}	Não	Não há identidade	36,21
	37	0,0162 ^{ns}	0,5849 ^{ns}	Não	Não há identidade	43,07
	31	3,2462 ^{ns}	0,0989 ^{ns}	Não	Não há identidade	45,81
7	37	4,7034*	0,2233 ^{ns}	Não	Não há identidade	56,06
	31	5,8426*	0,9079 ^{ns}	Não	Não há identidade	59,96
8	31	3,9568 ^{ns}	0,3291 ^{ns}	Não	Não há identidade	53,07
9	43	0,1069 ^{ns}	0,7342 ^{ns}	Não	Não há identidade	31,82
	37	0,2239 ^{ns}	1,2973 ^{ns}	Sim	Há identidade	47,65
	31	4,1914*	1,0778 ^{ns}	Não	Não há identidade	69,08
10	37	4,6894*	0,6899 ^{ns}	Não	Não há identidade	56,15
	31	1,5117 ^{ns}	0,0525 ^{ns}	Não	Não há identidade	61,30
11	43	1,4706 ^{ns}	1,5887 ^{ns}	Sim	Há identidade	37,20
	37	0,7974 ^{ns}	1,5643 ^{ns}	Sim	Há identidade	44,40
	31	3,0268 ^{ns}	0,0108 ^{ns}	Não	Não há identidade	62,54
12	43	0,5432 ^{ns}	1,6778 ^{ns}	Sim	Há identidade	44,46
	37	0,3579 ^{ns}	1,5896 ^{ns}	Sim	Há identidade	32,54
	31	0,1637 ^{ns}	0,3662 ^{ns}	Não	Não há identidade	58,45
13	43	0,5067 ^{ns}	1,4525 ^{ns}	Sim	Há identidade	21,53
	37	2,5759 ^{ns}	1,9898 ^{ns}	Sim	Há identidade	33,74
	31	0,8121 ^{ns}	1,4853 ^{ns}	Sim	Há identidade	45,15
14	43	7,9237*	2,237*	Sim	Não há identidade	42,94
	37	1,9282 ^{ns}	1,6699 ^{ns}	Sim	Há identidade	35,92
	31	0,1981 ^{ns}	0,8849 ^{ns}	Não	Não há identidade	54,25
15	37	0,1206 ^{ns}	0,9134 ^{ns}	Não	Não há identidade	46,05
	31	0,2649 ^{ns}	1,2484 ^{ns}	Não	Não há identidade	46,80
16	43	8,3095*	1,7965 ^{ns}	Sim	Não há identidade	37,12
	37	10,4116*	2,7563*	Sim	Não há identidade	50,99
	31	1,836 ^{ns}	2,2969*	Sim	Não há identidade	44,04
17	43	0,132 ^{ns}	0,5556 ^{ns}	Não	Não há identidade	43,66
	37	8,332*	2,0285 ^{ns}	Sim	Não há identidade	49,59
	31	3,2178 ^{ns}	0,5431 ^{ns}	Não	Não há identidade	58,82
18	37	0,3216 ^{ns}	1,1666 ^{ns}	Não	Não há identidade	38,81
	31	1,8806 ^{ns}	0,571 ^{ns}	Não	Não há identidade	41,45
20	43	0,831 ^{ns}	0,3611 ^{ns}	Não	Não há identidade	62,12
	37	132,025*	0,6218 ^{ns}	Não	Não há identidade	71,41

* denota significância ao nível de 5% de probabilidade. ^{ns} denota não significância.

Nas combinações idade-sítio em que o teste L&O apontou haver diferenças significativas estatisticamente ($p < 0,05$) entre as frequências estimadas pela função Weibull 2P e as frequências observadas, 18 delas obtiveram valores não significativos ($p > 0,05$) para as estatísticas F e t , indicando que há uma alta correlação entre os vetores de dados, e que o erro ocorrido nas estimativas não se mostrou tendencioso. A diferença estatisticamente significativa entre as frequências estimadas e observadas foi definida então pelo erro médio maior que o coeficiente de correlação entre ambas as frequências. Entre estas 18 combinações idade-sítio, 17 delas apresentaram o mesmo resultado quando as frequências foram estimadas pela função Weibull 3 parâmetros.

Analisando-se as estatísticas do teste L&O para a comparação entre as estimativas geradas pela função Weibull de dois ou três parâmetros às frequências observadas, percebe-se que a função Weibull 2P gerou estimativas que não apresentaram diferenças estatisticamente significantes ($p > 0,05$) em um número maior de combinações idade-sítio, podendo-se afirmar assim uma superioridade da Weibull 2P em relação à 3P. Arce (2004) ajustou as funções de densidade de probabilidade normal, gama, beta, SB de Johnson e Weibull de 2 e 3 parâmetros para seis clones de *Populus deltoides*, e concluiu que a função Weibull 2P foi bastante flexível, obtendo excelentes estatísticas de ajuste.

Ao se utilizar o teste L&O na comparação entre os vetores de dados verificou-se seu rigor estatístico, dado pela combinação dos três testes incorporados. Considerando a circunstância de avaliação das frequências observadas com as frequências estimadas, as quais são resultado da interação entre a simulação de vários atributos do povoamento, e também devido à grande heterogeneidade dos valores destes atributos observada no conjunto de dados utilizado, poderia ser esperado previamente um pequeno número de casos onde as diferenças fossem não significativas estatisticamente, principalmente no tocante à última parte do teste L&O, onde há a comparação entre o erro cometido nas estimativas e o coeficiente de correlação entre os dois vetores de dados. Isto se confirma quando observa-se que das 42 combinações idade-sítio testadas, 30 apresentaram valores não significativos ($p > 0,05$) para as estatísticas dos testes F e t , tanto na simulação do ajuste da função Weibull 3P como no ajuste da função Weibull 2P, indicando assim haver uma grande correlação entre os valores observados e os valores estimados, e que os erros resultantes das estimativas são casuais.

Assim, pode-se inferir que a metodologia utilizada para as simulações, para grande parte dos dados é adequada e apresenta valores lógicos, bastante próximos à realidade, podendo ser utilizada como referência na tomada de decisões durante o manejo da espécie. Para melhorar a acurácia das estimativas geradas pelo sistema simulador, conforme já sugerido anteriormente, a estratificação dos dados, considerando-se informações que permitam a definição de grupos de parcelas similares, parece uma alternativa a ser testada, desde que tais informações adicionais estejam disponíveis.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

— A função Weibull 2P, ajustada pelo método dos momentos em sua forma tradicional, mostrou-se a mais acurada para expressar a estrutura diamétrica das parcelas. A função Weibull 3P ajustada pelo método dos momentos em sua forma modificada teve desempenho similar ao ajuste pela forma tradicional do método, enquanto que seu ajuste pelo método do estimador da máxima verossimilhança teve performance inferior, não representando bem a estrutura das parcelas;

— Foram definidas três classes de sítio, as quais abrangeram a variabilidade em altura dominante do povoamento;

— O ajuste do conjunto de equações que estimam os vários atributos do povoamento nas várias idades apresentou erros superiores a 8%, sendo o diâmetro mínimo e a variância dos diâmetros os atributos de maior dificuldade para serem modelados;

— O simulador do crescimento e produção construído obteve estimativas mais próximas à realidade quando a função Weibull 2P foi utilizada na descrição da estrutura da floresta;

— O teste L&O foi adequado para a verificação da significância estatística das diferenças entre as frequências estimadas nas classes diamétricas e as frequências observadas;

— Esta pesquisa é pioneira no estudo do crescimento e produção do *Eucalyptus dunnii* no Brasil, e espera-se que contribua nas decisões do manejo dos povoamentos. Contudo, à medida que se reúnam maiores informações sobre o crescimento da espécie, os modelos utilizados devem ser reajustados e novas alternativas de modelagem testadas, a fim de que se obtenham estimativas mais acuradas de sua produção, prevendo, inclusive, efeitos de tratos silviculturais como o desbaste na dinâmica do crescimento do *E. dunnii*.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAF. Associação Brasileira de produtores de florestas plantadas. **Anuário Estatístico da ABRAF 2010**: Ano base 2009. Disponível em <<http://www.abraflor.org.br/estatisticas/ABRAF10-BR.pdf>>. Acesso em 17 outubro 2010.

ABREU, E. **Modelagem da prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis***. Lavras, 2000, 70 f. Tese (Mestrado em Manejo Florestal) – Universidade Federal de Lavras.

AMATEIS, R.L.; BURKHART, H.E.; KNOEBELL, B.R.; SPRINZ, P.T. **Yields and size class distributions for unthinned loblolly pine plantations on cutover site-prepared lands**. Virginia: Polytechnic Institute and State University, School of Forestry and Wildlife Resources. 1984. 69 p.

ARCE, J.E. Modelagem da estrutura de florestas clonais de *Populus deltoides* Marsh através de distribuições diamétricas probabilísticas. **Ciência Florestal**, v.14, p.149-164, 2004.

BAILEY, R.L.; DELL, T.R. Quantifying diameter distributions with the Weibull functions. **Forest Science**, Washington, v.19, n.2, p.27-104, 1973.

BAILEY. R.L.; CLUTTER, J. L. Base-age invariant polymorphic site curves. **Forest Science**, v.20, n.2, p.155-159, 1974.

BARRA, O. S. V. **Sistema de simulação de crescimento e produção de *Populus spp.*, no Chile (Sistema SALICA)**. Curitiba: 2003. 113p. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Paraná.

BARRA, O. S. V.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A.; CORTE A. P. D.; Proposta Metodológica para ajuste ótimo da distribuição diamétrica Weibull 3P. **Revista Floresta**, Curitiba, n. 34 (3), p. 387-393, 2004.

BORDERS, B., SOUTER, R., BAILEY, R.; WARE, K. Percentile - Based distributions characterize forest stand table. **Forest Science**, v.33, n.2, p. 570-576. 1987.

BUCKMAN, R. E. **Growth and yield of red pine in Minnesota.** Washington, D.C: USDA, 1962. 50 p.

BURK, T. E.; BURKHART, H. E. **Diameter distributions and yields of natural stands of loblolly pine.** Virginia, 1984. 46p.

BURK, T.; NEWBERRY, J. A simple algorithm for moment-based recovery of Weibull distribution Parameters. **Forest Science** v. 30, n. 2. p. 329 – 332, 1984.

CAMPOS, J. C. C.; TURNBULL, K. J. Um sistema para estimar produção por classe de diâmetro e sua aplicação na interpretação de efeitos de desbaste. **Revista Árvore**, v. 1, n. 5, p. 1-16, 1981.

CAO, Q. V. Predicting Parameters of a Weibull Function for Modeling Diameter Distribution. **Forest Science**, n. 50 (5), p. 682-685, 2004.

CAO, Q.; BURKHART, H. A segmented distribution approach for modeling diameter frequency data. **Forest Science**, V. 30, n. 1. p. 129 – 137. 1984

CAO, Q.V.; BURKHART, H.E.; LEMIN JR., R.C. **Diameter distributions and yields of thinned loblolly pine plantations.** Virginia, 62p., 1982.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**. n. 9 p.354-371, 1963.

CLUTTER, J. L.; FORTSON, J. C.; PIENAAR, L. V.; BRISTER, G. H.; BAILEY, R. L. **Timber management: a quantitative approach.** New York: John Wiley & Sons, 1983. 333p.

CUNHA NETO, F. R. da; SCOLFORO, J. R. S.; CALEGARIO, N. OLIVEIRA, A. D. DE; KANEGAE JR, H. Modelo para predição da produção por classe de diâmetro para *Eucalyptus grandis*. **Revista Cerne**, v. 1, n. 1, p.108-122, 1994b.

CUNHA NETO, F.R. da; **Sistema de predição presente e futura da produção por classe de diâmetro utilizando a função Weibull para *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*.** Lavras: 1994. 157p. Tese (Mestrado). Universidade Federal de Lavras.

CURTIS, R. O. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-fir. **Forest Science**. v. 13, n.4, p.365-375, 1967.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Florestas (Curitiba, PR). **Zoneamento ecológico para plantios florestais no estado do Paraná**. Brasília, 1986, 89p. (EMBRAPA-CNPF. Documentos, 17).

FIGURA, M. A. **A distribuição de Weibull na descrição da estrutura diamétrica de *Eucalyptus grandis*: um enfoque sobre o método dos momentos**. Curitiba, 2010, 98p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). Universidade Federal do Paraná.

FINGER, C.A.G. **Distribuição de diâmetros em Acácia negra *Acacia mearnsii* de Wild, em diferentes povoamentos e idades**. Curitiba, 1982, 129 f. Dissertação (Mestrado Manejo Florestal). Universidade Federal do Paraná.

FRAZIER, J.R. 1981. **Compatible whole-stand and diameter distribution models for loblolly pine plantations**. Dissertação (Pós-doutorado) - Virginia Polytech. Inst. and State Univ., Blackburg, VA. 125 p.

GADOW, K.V. Fitting distributions in *Pinus patula* stands. **South African Forestry Journal**. Pretoria, n.126, p. 20 – 29, 1983.

GLADE, J. E. **Prognose de volume por classes diamétricas para *Eucalyptus grandis* Hill Ex-Maiden**. Curitiba, Brasil, 1986. 94 f. Dissertação (Mestrado em Manejo Florestal). Universidade Federal de Paraná.

Graybill, F.A. **Theory and Application of the Linear Model**; Duxbury Press: Belmont, CA, 1976.

HIGA, R. C. V. **Avaliação e recuperação de *Eucalyptus dunnii* atingidos por geadas em Campo do Tenente, Paraná**. 1998. 100 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

KANGAS, A.; MALTAMO, M. Calibrating predicted diameter distribution with additional information. **Forest Science** v. 46, n. 3. p. 390-396, 2000.

KNOEBELL, B. R.; BURKHART, H. E.; BECK, D. E. A growth and yield model for thinned stands of yellow-poplar. **Forest Science**, v. 32, n. 2, p.1-62, 1986.

LEITE, H.G, NOGUEIRA, G.S. DIAS, A.N. Desbastes e seus efeitos sobre a produção e a qualidade de povoamentos florestais. In: Seminário sobre Silvicultura em florestas plantadas 1:2004: Vitória ,ES. **Anais...** Viçosa, MG: SIF: UFV; Departamento de Engenharia Florestal. p. 165-195, 2004.

LEITE, H. G.; OLIVEIRA, F. H. T. Statistical procedure to test the identity of analytical methods. **Communications in Soil Science and Plant Analysis**, v.33, p.1105-1118, 2002.

LENHART, J.P. and J.L. CLUTTER. Cubic-foot yield tables for old-field loblolly pine plantations in the Georgia Piedmont. **Ga. For. Res. Council.**, Rep. n.22. 12 p., 1971.

LINDSAY, S.R., WOOD, G.R.; WOOLLONS, R.C.. Stand table modeling through the Weibull distribution and usage of skewness information. **Forest Ecology and Management** 81: 19–23, 1996.

LOPES, P. F. **Modelo de distribuição de diâmetro para clones de eucalipto em sistema agroflorestal.** Viçosa, Brasil, 2007. 32 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal). Universidade Federal de Viçosa.

MACHADO, S. A. Estimativa de sobrevivência de *Pinus taeda* em plantios homogêneos. **Revista Floresta**, v.10, n.1, p.73-76, 1979.

MAESTRI, R. **Estimativa de produção presente futura de volume de madeira e peso de casca para povoamentos e acácia negra (*Acacia mearnsii* de Wild).** Curitiba, Brasil, 1992. 102 p. Dissertação (Mestrado em Manejo Florestal). Universidade Federal de Paraná.

MAESTRI, R. **Modelo de crescimento e produção para povoamentos clonais de *Eucalyptus grandis* considerando variáveis ambientais.** Curitiba, Brasil, 2003. 143 f. Tese (Doutorado em Manejo Florestal). Universidade Federal de Paraná.

MAESTRI, R.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E. Modelagem do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus grandis* através de processos de difusão. **Floresta**, Curitiba, v. 33, n. 2, p. 169-182, 2003.

MALTAMO, M.; KANGAS, A.; UUTERRA, J.; TORNIAINEN, T. SARAMÄKI, J. Comparison of percentile based prediction methods and the Weibull distribution in describing the diameter distribution of heterogeneous Scots pine stands. **Forest Ecology and Management**. v 133, p. 263 – 274. 2000

ORELLANA, E. **Funções densidade de probabilidade no ajuste da distribuição diamétrica de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista**. Irati, Brasil, 2009. 122p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais). Universidade Estadual do Centro-Oeste.

PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; BLASCO, E.; TRASOBARES, A. Comparison of beta, Johnson's SB, Weibull and truncated Weibull functions for modeling the diameter distribution of forest stands in Catalonia (north-east of Spain). **European Journal of Forest Research**, n. 126, p. 563-571, 2007.

PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; TRASOBARES, A. Calibrating Predicted Tree Diameter Distributions in Catalonia, Spain. **Silva Fennica**, n. 40(3), p. 487-500, 2006.

PRODAN, M. **Forest biometrics**. Ney York: Pergamon Press, 1968. 447 p.

PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F. REAL, P. **Mensura Forestal**. San José, Costa Rica, IICA/GTZ, 586 p., 1997.

QIN, J.; CAO, Q. V.; BLOUIN, D. C. Projection of a diameter distribution through time. **Canadian Journal of Forest Research**, n.37, p. 188-194, 2007.

REYNOLDS JR, M. R.; BURK, T. E.; HUANG, W. C. Goodness-of-fit tests and model selection procedures for diameter distribution models. **Forest Science**, v. 34, n.2, p. 373-399, 1988.

SANQUETTA, C. R., 1996. **Fundamentos biométricos dos modelos de simulação florestal**. FUPEF - Série didática. n.8. Curitiba, Brasil.

SANTANA, C. J. O. **Simulação do crescimento e da produção em plantações desbastadas de *Eucalyptus grandis* com diferentes procedimentos de obtenção dos parâmetros da distribuição Weibull.** Curitiba, 2008. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). Universidade Federal do Paraná.

SANTANA, C. MELLO, A. A. EISFELD, R. L. SANQUETTA, C. R. Sistema de equações para simulação do crescimento e da produção em povoamentos de *Eucalyptus grandis* Hill Ex Maiden. sem desbaste baseado no modelo de Clutter. **Ambiência.** Guarapuava: v. 1, n. 2. P.239-256, 2005.

SCHNEIDER, P. R.; COELHO, M. C. B.; ZANON, M. L.; FINGER, C. A. G.; KLEIN, J. E. M. **Equações de volume para *Eucalyptus dunnii* Maiden, determinadas para a depressão central do Estado do Rio Grande do Sul.** Cienc. Rural, Santa Maria, v. 27, n. 3, 1997.

SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; BERNETT, L. G. SCNEIDER, P. S. P.; FLEIG, F. D. Estimativa dos parâmetros da função de densidade probabilística de Weibull por regressão aninhada em povoamento desbastado de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal.** Universidade Federal Viçosa, v. 18, n. 3. p. 375-385, 2008.

SCOLFORO, J. R. S. Um modelo de crescimento e produção para *Pinus caribaea* var. hondurensis sujeito a desbaste. **Revista árvore,** v. 16, n. 2, p. 144-156, 1992.

SCOLFORO, J.R. Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas. Lavras: UFLA/FAEPE, 1998. 453p.

SCOLFORO, J.R.S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e da produção, com otimização e remuneração de capitais, para *Pinus caribea* var. *hondurensis*.** Curitiba, 1990. 290f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná.

SCOLFORO, J.R.S.; ACERBI JR, F. W.; OLIVEIRA A. D. de; MAESTRI, R. Simulação e avaliação econômica de regimes de desbastes e desrama para obter madeira de *Pinus taeda* livre de nós. **Ciência Florestal,** v. 11, n. 1, p.121-139, 2001.

SCOLFORO, J.R.S.; MACHADO, S. do A. Um sistema de crescimento e produção com simulador de desbaste. **Scientia Forestalis**, n. 50, p.51-64, 1996.

SILVA, J. C. . Novos Valores estimulam consumo da madeira de reflorestamento. **Visão Agrícola** (Piracicaba), Piracicaba - SP, v. 4, n. 2, p. 112-113, 2005.

SILVA, J.A.A.; BAILEY, R.L. Predicting diameter distribution in fertilized slash pine plantations with the Weibull distribution. **Acta Forestalia Brasiliensis**, Curitiba, v.2, n.1, p.46-62, 1987.

SOARES, T. S. **Otimização do uso da madeira em povoamentos de eucalipto**. 2002. 49f. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2002.

SPELTZ, R. M. MONTEIRO, R. F. R. *Eucalyptus dunnii*: perspectivas de sua introdução no segundo planalto paranaense. In: Congresso Anual da Associação Brasileira de Celulose e Papel – Semana do Papel, 15., 1982, São Paulo. **Anais...** São Paulo: ABCP, 1982. 435p. 5-19.

THIERSCH, A. **Eficiência das distribuições diamétricas para prognose da produção de *Eucalyptus camaldulensis***. Lavras, 1997. 155 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). Universidade Federal Lavras.

TORRES-ROJO, J. M.; TORRES MARGAÑA, O. S.; MIRELES, M. A. Metodologia para mejorar la predicción de parametros de distribuciones diametricas - **Revista Agrociencia**, Texcoco-México, v. 34, n. 5, p. 627-637, 2000.

VANCLAY, J.K. **Modelling Forest growth and yield**. Wallingford, UK: CAB International, 1994. 312 p.

ZANON, M. L. B.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; KLEIN, J. E. M.; COELHO, M. C. B. **Funções para descrever a relação altura diâmetro de *Eucalyptus dunnii* Maiden**. Cienc. Rural, Santa Maria, v. 26, n. 1, 1996.

ZHANG, L.; LIU, C. Fitting irregular diameter distributions of forest stands by Weibull, modified Weibull, and mixture Weibull models. **Journal of Forest Research**, v. 11, p. 369-372, 2006.

ZUTTER, B. R.; ODERWALD, R. G.; FARRAR JR, R. M.; MURPHY, P. A. **WEIBUL: A program to estimate parameters of forms of the Weibull distribution using complete, censored and truncated data.** Publ. n° FWS-3-82, School Of Forestry and Wildlife Resources, Virginia Polytechnic Institute and State University, 17p., 1982.