

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE, UNICENTRO-PR**

**MODELAGEM BIOMÉTRICA E PLANEJAMENTO  
FLORESTAL OTIMIZADO UTILIZANDO A META-  
HEURÍSTICA ENXAME DE PARTÍCULAS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**FLAVIO AUGUSTO FERREIRA DO NASCIMENTO**

**IRATI-PR**

**2010**

**FLAVIO AUGUSTO FERREIRA DO NASCIMENTO**

**MODELAGEM BIOMÉTRICA E PLANEJAMENTO FLORESTAL OTIMIZADO  
UTILIZANDO A META-HEURÍSTICA ENXAME DE PARTÍCULAS**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais, área de concentração em Manejo Florestal, para a obtenção do título de Mestre.

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Andrea Nogueira Dias

Orientadora

Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

Co-Orientador

Prof. Dr. Gabriel de Magalhães Miranda

Co-Orientador

Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Co-Orientador

IRATI-PR

2010

Catálogo na Fonte  
Biblioteca da UNICENTRO - *Campus* de Irati

N244m Nascimento, Flávio Augusto Ferreira do.  
Modelagem biométrica e planejamento florestal otimizado utilizando a meta-heurística enxame de partículas / Flávio Augusto Ferreira do Nascimento. – Irati, PR : UNICENTRO, 2010.

114p.

ISBN

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, PR

Orientador : Professora Dra. Andrea Nogueira Dias

1. Engenharia Florestal – dissertação. 2. Manejo Florestal.  
I. Dias, Andrea Nogueira.

CDD 20<sup>a</sup> ed. 634.95



# Universidade Estadual do Centro-Oeste

Reconhecida pelo Decreto Estadual nº 3.444, de 8 de agosto de 1997

## PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

### PARECER

Defesa Nº 09

A Banca Examinadora instituída pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ciências Florestais, do Setor de Ciências Agrárias e Ambientais, da Universidade Estadual do Centro-Oeste, *Campus* de Irati, após arguir o mestrando *Flavio Augusto Ferreira do Nascimento* em relação ao seu trabalho de dissertação intitulado "Modelagem biométrica e planejamento florestal otimizado utilizando a meta-heurística enxame de partículas", é de parecer favorável à **APROVAÇÃO** do estudante, habilitando-o ao título de **Mestre em Ciências Florestais**, Área de Concentração em Manejo Sustentável de Recursos Florestais.

Irati-PR, 22 de fevereiro de 2010.

*Dr. Gilson Fernandes da Silva*  
Universidade Federal do Espírito Santo  
Primeiro Examinador

*Dr. Julio Eduardo Arce*  
Universidade Federal do Paraná  
Segundo Examinador

*Dr.ª Andrea Nogueira Dias*  
Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Orientadora e Presidente da Banca Examinadora

Home Page: <http://www.unicentro.br>

Aos meus pais Swami e Sirlei, aos meus irmãos Marco, Giovana (*in memoriam*) e Julio César e a minha amada namorada Aline.

DEDICO

## BIOGRAFIA

FLAVIO AUGUSTO FERREIRA DO NASCIMENTO, filho de Swami Ferreira do Nascimento e Sirlei Bühler do Nascimento, nasceu em Irati, Paraná, em 3 de julho de 1983.

Concluiu o ensino médio no Colégio Estadual Polivalente, em Ponta Grossa, Paraná.

Em 2002 ingressou no curso de Engenharia Florestal da Universidade Estadual do Centro-Oeste, o qual foi concluído em 5 de dezembro de 2005.

Em abril de 2008 concluiu o curso de Especialização (*lato sensu*) em Engenheiro de Planejamento na Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

Em março de 2008 ingressou no Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais, em nível de mestrado, área de concentração Manejo Sustentado de Recursos Florestais, na Universidade Estadual do Centro-Oeste, submetendo-se à defesa em 22 de fevereiro de 2010.

Atualmente esta cursando o Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal em nível de doutorado, área de concentração Manejo Florestal, na Universidade Federal do Paraná.

## AGRADECIMENTOS

À professora Andrea Nogueira Dias, pela orientação, paciência e incentivo, imprescindíveis ao desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores co-orientadores Afonso Figueiredo Filho, Gabriel de Magalhães Miranda e Julio Eduardo Arce pelas valiosas contribuições e sugestões.

Aos professores Gilson Fernandes da Silva e Mario Umberto Menon pelas sugestões ao trabalho.

Aos professores do programa de pós-graduação em Ciências Florestais da UNICENTRO pelos ensinamentos passados durante o curso.

A CAPES pela concessão da bolsa de estudos.

Aos profissionais Jorge Marcos Pereira, Alois Zator Filho e Adelindo Amaral da Silva, o “Alemão”, pelo apoio a este trabalho.

Aos colegas de curso de graduação e pós-graduação pela amizade e incentivo.

Aos meus pais Swami e Sirlei pelo incentivo e suporte a minha formação pessoal e profissional.

À Aline por seu carinho e apoio, principalmente nos momentos difíceis.

A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a concretização deste trabalho.

## SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS .....	viii
LISTA DE FIGURAS .....	ix
GLOSSÁRIO.....	x
RESUMO .....	xi
ABSTRACT .....	xiii
1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVAS .....	1
2. OBJETIVOS.....	3
2.1. Objetivo geral .....	3
2.2. Objetivos específicos .....	3
3. REFERENCIAL TEÓRICO.....	4
3.1. Planejamento e o gerenciamento dos recursos florestais.....	4
3.2. Modelos e informações utilizadas no planejamento florestal.....	5
3.2.1. Modelos de prognose (projeção ou predição) da produção florestal.....	5
3.2.2. Modelos para estimar a capacidade produtiva.....	7
3.3. Avaliação econômica das alternativas de manejo.....	8
3.4. Horizonte de planejamento .....	9
3.5. Otimização no planejamento de recursos florestais, teoria e aplicações .....	9
3.5.1. Programação linear .....	9
3.5.2. Programação Linear Inteira .....	10
3.5.3. Modelos de planejamento florestal.....	11
3.5.4. Meta-heurísticas.....	13
3.5.4.1. Algoritmo genético, busca tabu e <i>simulated annealing</i> .....	13
3.5.4.2. Aplicações das Meta-heurísticas no planejamento florestal .....	14
3.5.4.3. Avaliação do desempenho e validação de Meta-heurísticas .....	16
3.6. Otimização por enxame de partículas .....	17
3.6.1. A origem do algoritmo .....	19
3.6.2. O algoritmo original de enxame de partículas.....	20
3.6.3. Parâmetros de configuração da PSO .....	21
3.6.4. Variações do algoritmo PSO .....	22
3.6.4.1. Momento de inércia.....	22
3.6.4.2. Fator de constrição .....	23
3.6.5. Topologia de vizinhança.....	24
3.6.6. Aplicação da PSO no planejamento florestal .....	25
4. MATERIAL E MÉTODOS.....	27
4.1. Informação quanto à origem dos dados .....	27
4.2. Coleta de dados .....	28
4.3. Modelagem do crescimento e da produção.....	28
4.3.1. Modelos hipsométricos.....	28
4.3.2. Modelos volumétricos .....	29
4.3.3. Classificação da capacidade produtiva.....	30
4.3.4. Ajuste do modelo de Clutter.....	30
4.3.5. Avaliação dos modelos .....	31
4.4. Formulação do problema de planejamento florestal.....	32
4.4.1. Geração das alternativas de manejo.....	33
4.4.2. Cálculo dos coeficientes do modelo de planejamento.....	35
4.4.2.1. Prognose do crescimento e produção .....	35
4.4.2.2. Avaliação econômica .....	35

4.4.3.	Descrição do modelo .....	37
4.4.4.	Programa para gerar o modelo de planejamento florestal .....	39
4.4.5.	Formulações dos problemas de planejamento florestal .....	40
4.5.	Algoritmo otimização por enxame de partículas .....	41
4.5.1.	Codificação das partículas .....	42
4.5.2.	Função de avaliação.....	43
4.5.3.	Abordagens testadas do algoritmo PSO .....	43
4.5.3.1.	PSO com momento de inércia.....	44
4.5.3.2.	PSO com fator de constrição.....	45
4.5.4.	Parâmetros do algoritmo.....	45
4.5.5.	Avaliação do algoritmo .....	46
4.5.6.	Implementação em computador.....	49
4.6.	Software LINGO <sup>®</sup> .....	51
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	52
5.1.1.	Equações hipsométricas.....	52
5.1.2.	Equações volumétricas .....	53
5.1.3.	Equação de sítio.....	55
5.1.4.	Ajuste do modelo de Clutter.....	57
5.1.5.	Avaliação da PSO (Problema 1).....	61
5.1.6.	Avaliação da PSO (Problema 2).....	66
5.1.7.	Avaliação da PSO (Problema 3).....	69
5.1.8.	Avaliação da PSO (Problema 4).....	73
5.1.9.	Comparação do desempenho da PSO nas quatro formulações do problema de planejamento florestal.....	77
6.	CONCLUSÃO.....	80
7.	BIBLIOGRAFIA .....	82
	ANEXO A: Algoritmo otimização por enxame de partículas aplicado em um problema de planejamento florestal.....	92

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1.</b> Diferença entre as variáveis de decisão dos modelos de planejamento florestal.....	12
<b>Tabela 2.</b> Termos utilizados em PSO. ....	19
<b>Tabela 3.</b> Modelos hipsométricos testados. ....	29
<b>Tabela 4.</b> Modelos volumétricos testados.....	29
<b>Tabela 5.</b> Modelos de sítio testados.....	30
<b>Tabela 6.</b> Exemplos de alternativas de manejo para uma UG com 8 anos de idade. ....	33
<b>Tabela 7.</b> Valores médios de custos das operações (R\$/ha) utilizados na avaliação econômica. .....	37
<b>Tabela 8.</b> Descrição geral dos problemas escolhidos para testar a PSO.....	40
<b>Tabela 9.</b> Parâmetros de configuração das abordagens testadas do algoritmo PSO.....	46
<b>Tabela 10.</b> Coeficientes e estatísticas dos ajustes dos modelos hipsométricos. ....	52
<b>Tabela 11.</b> Coeficientes e estatísticas dos ajustes dos modelos volumétricos.....	53
<b>Tabela 12.</b> Coeficientes e estatísticas dos ajustes dos modelos de sítio. ....	55
<b>Tabela 13.</b> Limites inferiores e superiores de altura dominante para cada idade nas diferentes classes de sítio. ....	57
<b>Tabela 14.</b> Coeficientes e estatísticas dos ajustes dos modelos de Clutter.....	58
<b>Tabela 15.</b> Idades técnicas de corte (ITC) em função da idade de desbaste e sítio. ....	59
<b>Tabela 16.</b> Eficácia das abordagens/topologias testadas em relação ao ótimo matemático. ...	61
<b>Tabela 17.</b> Média, desvio padrão, coeficiente de variação, valores máximos e mínimos do VPE das abordagens/topologias avaliadas para o problema de 1.....	62
<b>Tabela 18.</b> Resultados do teste de Dunn para o problema 1. ....	64
<b>Tabela 19.</b> Eficácia das abordagens/topologias testadas em relação ao ótimo matemático e tempo de solução para o problema 2. ....	66
<b>Tabela 20.</b> Média, desvio padrão, coeficiente de variação, valores máximos e mínimos do VPE das abordagens/topologias avaliadas para o problema de 2.....	67
<b>Tabela 21.</b> Eficácia das abordagens/topologias testadas em relação ao ótimo matemático e tempo de solução do problema 3. ....	70
<b>Tabela 22.</b> Média, desvio padrão, coeficiente de variação, valores máximos e mínimos do VPE das abordagens/topologias avaliadas para o problema 3. ....	70
<b>Tabela 23.</b> Resultados do teste de Dunn para o problema 3.....	72
<b>Tabela 24.</b> Tempo de solução e percentual de sucesso dos algoritmos para o problema 4. ....	74
<b>Tabela 25.</b> Média, desvio padrão, coeficiente de variação, valores máximos e mínimos do VPE das abordagens/topologias avaliadas para o problema 4. ....	75
<b>Tabela 26.</b> Resultados do teste de Dunn para o problema 4.....	76
<b>Tabela 27.</b> Comparação da eficácia para os problemas 1, 2 e 3. ....	77
<b>Tabela 28.</b> Tempo médios de solução das meta-heurísticas e do método exato.....	78

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Topologias de vizinhança.....	25
<b>Figura 2.</b> Região Planalto Norte do Estado de Santa Catarina .....	27
<b>Figura 3.</b> Exemplo de geração de uma alternativa de manejo.....	34
<b>Figura 4.</b> Fluxograma do algoritmo PSO. ....	42
<b>Figura 5.</b> Exemplo de codificação de uma posição de uma partícula. ....	43
<b>Figura 6.</b> Topologias de vizinhança utilizadas no trabalho. ....	44
<b>Figura 7.</b> Esquema para avaliar as estatísticas das abordagens da PSO testadas. ....	48
<b>Figura 8.</b> Tela do programa MPF com o editor de texto. ....	50
<b>Figura 9.</b> Caixas de diálogos para a configuração dos parâmetros dos algoritmos.....	50
<b>Figura 10.</b> Distribuição gráfica dos resíduos para os dois melhores modelos hipsométricos. ....	53
<b>Figura 11.</b> Distribuição gráfica dos resíduos para os modelos volumétricos. ....	54
<b>Figura 12.</b> Distribuição gráfica dos resíduos para os dois melhores modelos de sítio.....	55
<b>Figura 13.</b> Curvas de sítio construídas com o modelo de Silva-Bailey.....	56
<b>Figura 14.</b> Distribuição gráfica dos resíduos para os dois modelos do sistema de Clutter. ....	58
<b>Figura 15.</b> Curvas de incrementos anuais e idade técnica de corte para os índices de sítio 20, 23 e 26m. ....	59
<b>Figura 16.</b> Curvas de incrementos anuais para o desbaste aos 9, 10 e 11 anos.....	60
<b>Figura 17.</b> Gráficos de comparação das soluções das abordagens/topologias testadas para o problema 1. ....	62
<b>Figura 18.</b> Desenvolvimento do VPE da média, pior e melhor soluções nas iterações dos algoritmos para o problema 1. ....	63
<b>Figura 19.</b> Produção de madeira da solução do método exato e das abordagens da PSO no problema 1. ....	65
<b>Figura 20.</b> Gráficos de comparação das soluções das abordagens/topologias testadas para o problema 2. ....	67
<b>Figura 21.</b> Desenvolvimento do VPE da média, pior e melhor soluções nas iterações dos algoritmos para o problema 2. ....	68
<b>Figura 22.</b> Produção de madeira da solução do método exato e das abordagens da PSO no problema 2. ....	69
<b>Figura 23.</b> Gráficos de comparação do VPE das abordagens/topologias da PSO testadas no problema 3. ....	71
<b>Figura 24.</b> Desenvolvimento do VPE da média, pior e melhor soluções nas iterações dos algoritmos para o problema 3. ....	72
<b>Figura 25.</b> Produção de madeira da solução do método exato e das abordagens da PSO para o problema 3. ....	73
<b>Figura 26.</b> Gráficos de comparação do VPE das abordagens/topologias da PSO testadas no problema 4. ....	75
<b>Figura 27.</b> Produção de madeira da solução das abordagens/topologias da PSO para o problema 4. ....	76

## GLOSSÁRIO

### *Siglas:*

AG: algoritmo genético;  
 B&B: *branch-and-bound*;  
 BT: busca tabu;  
 GAM: Gerador de Alternativas de Manejo;  
 GMPF: Gerador de Modelos de Planejamento Florestal;  
 HP: horizonte de planejamento;  
 IA: Inteligência artificial;  
 IC: Inteligência coletiva;  
 IDE: *Integratred Development Environment* (Ambiente de Desenvolvimento Integrado);  
 ITC: idade técnica de corte;  
 MPF: Meta-heurísticas para o Planejamento Florestal;  
 PL: Programação Linear;  
 PLI: Programação Linear Inteira;  
 PLIM: Programação Linear Inteira Mista;  
 PO: Pesquisa Operacional;  
 PSO: otimização por enxame de partículas (*particle swarm optimization*);  
 PSOW: otimização por enxame de partículas com momento de inércia;  
 PSOX: otimização por enxame de partículas com fator de restrição;  
 SA: *simulated annealing*;  
 UG: unidade de gestão;  
 VPE: valor periódico equivalente;  
 VPL: valor presente líquido;

### *Nomes e técnicas:*

***gbest (global best)***: posição que representa a melhor solução (*fitness*) obtida na vizinhança de uma determinada partícula;  
***pbest (personal best)***: posição que representa a melhor solução (*fitness*) obtida por uma determinada partícula;  
**Topologia de vizinhança**: define a vizinhança de cada partícula, ou seja, quais partículas podem se influenciar mutuamente;  
**Topologia *gbest***: topologia na qual cada partícula tem todas as outras como vizinhas;  
**Topologia *lbest***: topologia na qual cada partícula conecta-se com suas  $K$  vizinhas (normalmente,  $K = 2$ );  
**Momento de inércia**: parâmetro do algoritmo PSO que tem a função de balancear a busca realizada pelo algoritmo entre o local e o global. É também uma abordagem do algoritmo PSO;  
**Fator de restrição**: parâmetro do algoritmo PSO que controla a magnitude das velocidades das partículas. É também uma abordagem do algoritmo PSO;  
**Simplex**: algoritmo empregado para a resolução de problemas de PL;  
**Branch-and-bound**: algoritmo empregado para a resolução de problemas de PLI;  
**Stepwise**: procedimento estatístico de regressão em que as variáveis são adicionadas ou removidas uma de cada vez;

## RESUMO

Flavio Augusto Ferreira do Nascimento. Modelagem biométrica e planejamento florestal otimizado utilizando a meta-heurística enxame de partículas.

O presente trabalho teve como objetivo avaliar o desempenho da meta-heurística denominada Otimização por Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization*, PSO) em problemas de planejamento florestal com restrições de integridade das unidades de gestão. Os dados empregados no trabalho foram provenientes de 216 parcelas permanentes instaladas em povoamentos de *Pinus taeda*, pertencentes a uma empresa florestal da região Planalto Norte do Estado de Santa Catarina. As medições foram realizadas nos anos de 2004, 2006, 2007 e 2008. Em cada medição foram registrados o diâmetro à altura do peito (DAP) de todas as árvores. Para fazer a classificação da capacidade produtiva, instalou-se parcelas temporárias na medição de 2009 e mediu-se a altura total de quatro árvores dominantes por parcela, tendo sido encontrada uma variação de 19,48 e 23,60m numa idade-índice de 17 anos. De modo complementar, para obtenção do volume real, foi feita a cubagem rigorosa de 1682 árvores-amostra, em diferentes classes de diâmetro, medindo-se nas seções 0,5; 1; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90 e 95% da altura comercial. A altura total foi medida com trena e o volume individual de cada árvore, com casca, foi obtido por meio da aplicação sucessiva da fórmula de Smalian. Foram testados quatro modelos hipsométricos, seis modelos volumétricos e seis modelos de sítio. As estimativas do crescimento e da produção dos povoamentos foram realizadas por meio de modelo de Clutter (1963). Todos os modelos testados foram avaliados com base no coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ), erro padrão de estimativa em percentagem ( $S_{yx}\%$ ) e a distribuição gráfica dos resíduos. Para a avaliação do desempenho do algoritmo PSO foi utilizado o modelo de planejamento florestal denominado modelo tipo I. A PSO foi aplicada a quatro diferentes formulações do problema contendo 2.646, 4.818, 9.123 e 201.804 variáveis de decisão binárias. O algoritmo PSO foi implementado conforme duas abordagens distintas e dois tipos de topologias de vizinhança. Estas foram avaliadas de acordo com a eficácia e a eficiência, as quais representam respectivamente, a qualidade e tempo de solução do algoritmo PSO em relação ao algoritmo exato *branch-and-bound*. Dos modelos hipsométricos testados escolheu-se o de Curtis (1967). O modelo volumétrico escolhido foi o de número 3. Para a construção das curvas de sítio o modelo mais adequado foi o de Silva-Bailey. O modelo de Clutter (1963) apresentou boas

estatísticas e comportamento biológico adequado. As melhores soluções do algoritmo PSO apresentaram eficácia com valores de 99,07%, 98,26% e 96,24% para os problemas 1, 2 e 3, respectivamente. Para estes problemas o algoritmo PSO apresentou tempo de solução menor que o algoritmo *branch-and-bound*. O problema número 4 não pode, devido ao seu porte, ser resolvido com o algoritmo *branch-and-bound*, neste caso, a PSO apresentou tempo médio de solução de 5.064 segundos.

**Palavras-chave:** PSO, modelo de Clutter, programação linear inteira, pesquisa operacional.

## ABSTRACT

Flavio Augusto Ferreira do Nascimento. Biometric modeling and optimized forest planning using the meta-heuristic particle swarm.

This work aimed to evaluate the performance of meta-heuristic called particle swarm optimization (PSO) in forest planning problem with integer constraints of the management units. The data used in the study were from 216 permanent plots established in *Pinus taeda* plantations belonging to a forestry company from region Planalto Norte in State of Santa Catarina. Measurements were made during the years 2004, 2006, 2007 and 2008. For each measurement was recorded the diameter at breast height (DBH) of all trees. To make the classification of productive capacity was installed temporary plots measuring in 2008 and measured the total height of four dominant trees per plot, was found a variation from 26.58 to 36.33 m at an age-index 30 years. As a complement to obtain the real volume, proceeded to cubed 1682 sample trees in different diameter classes, measured in sections 0.5, 1, 5, 10, 15, 20; 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 and 95%. The total height was measured with a tape measure and the volume of each individual tree, with bark, was obtained by successive application of the Smalian formula. We tested four hypsometric models, six volumetric models and six models of site. Estimates of growth and yield of stands were made through Clutter (1963) model. All models were evaluated based on the coefficient of determination adjusted ( $R^2_{adj}$ ), standard error of estimate in percentage ( $S_{yx}\%$ ) and graphic distribution of residual. To evaluate the performance of PSO algorithm was used the forest planning model known as type I. The PSO was applied to four different formulations of the problem containing 2.646, 4.818, 9.123 and 201.804 binary decision variables. The PSO algorithm was implemented as two different approaches and two types of neighborhood topologies. These were evaluated according to the effectiveness and efficiency, which respectively represent the quality and solution time of the PSO algorithm regarding exact algorithm branch-and-bound. Among the hipsometric models tested was chosen to Curtis (1967). The volumetric model chosen was number 3. For the construction of site curves the most suitable model was Silva-Bailey. Model of Clutter (1963) showed good statistical and appropriate biological behavior. Best solutions of the PSO algorithm showed efficacy with values of 99.07%, 98.26% and 96.24% for problems 1, 2 and 3, respectively. For these problems, the PSO algorithm presented solution time less than branch-and-bound. The problem number 4 cannot

be solved with the branch-and-bound, because of their size, in this case, the PSO presented mean solution time 5.064 seconds.

**Palavras-chave:** PSO, Clutter model, integer linear programming, operational research.

## 1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVAS

O planejamento florestal, devido à sua natureza, tem como característica principal, a resolução de problemas envolvendo elevado número de variáveis, longos horizontes de planejamento, variações de clima e mudanças de mercado, tais como flutuações de preços, de oferta e de demanda. O uso de técnicas que garantam tomadas de decisões que sejam as melhores possíveis é essencial para a adequada alocação dos recursos visando à sustentabilidade do empreendimento.

As decisões na área florestal abrangem diversos aspectos, tais como a definição do momento ideal para o desbaste e o corte raso, a compra e a venda de madeira, a aquisição de novas áreas para o plantio, entre outras. Nestas situações é essencial ter informações referentes ao estoque presente e futuro dos povoamentos, obtidos por meio de modelos de crescimento e produção. Desta forma, a modelagem do crescimento e da produção aliada a dados econômicos de custos e receitas tornam-se elementos fundamentais para o planejamento florestal.

Para auxiliar a tomada de decisão pode-se utilizar diversas técnicas. Uma das que mais se destaca é a Pesquisa Operacional (PO). Ela foi desenvolvida por um grupo de pesquisadores, durante a Segunda Guerra Mundial, com o objetivo de encontrar soluções para problemas de alocação de recursos de guerra. Atualmente, encontram-se aplicações da PO nas mais diversas áreas da atividade humana.

De acordo com Goldbarg e Luna (2005), a PO é um conjunto de ferramentas matemáticas de auxílio à tomada de decisões. Os modelos de PO são estruturados de forma lógica e amparados no ferramental matemático de representação, objetivando a determinação das melhores condições de funcionamento para os sistemas representados.

Entre as técnicas de PO, a mais utilizada é, sem dúvida, a Programação Linear (PL). Isto se deve a alta eficiência de seu principal algoritmo de resolução, o Método *Simplex*, o qual, segundo Goldbarg e Luna (2005), é uma das grandes contribuições da programação matemática deste século. No entanto, uma das limitações da PL é a pressuposição de que todas as variáveis de decisão sejam contínuas, o que impossibilita a sua utilização em muitos modelos de planejamento florestal.

No modelo clássico de planejamento florestal, denominado por Johnson e Scheurman (1977) de modelo tipo I, as variáveis de decisão representam a área das Unidades de Gestão (UG) a serem submetidas a determinadas alternativas de manejo. Desta forma, é comum

encontrar soluções para este modelo que subdividam as UG entre diferentes alternativas de manejo. Por exemplo, uma solução onde uma determinada UG tem sua área dividida entre duas opções de manejo, com prescrição de corte raso aos 16 e 18 anos. Esta solução, do ponto de vista operacional, é indesejável.

Na formulação dos modelos de planejamento florestal onde exige-se a manutenção da integridade das UGs, ou seja, apenas uma alternativa de manejo pode ser atribuída a uma UG, as variáveis de decisão são forçadas a assumir valores inteiros. Os problemas passam a ser modelados por meio da técnica denominada Programação Linear Inteira (PLI).

Os modelos de PLI são mais difíceis de resolver que os de PL. O modo como os algoritmos exatos de PLI obtêm a solução, realizando exaustiva pesquisa do espaço de busca, requer crescente capacidade de processamento, na medida em que se aumentam os tamanhos dos problemas. Em muitos casos, o tempo para encontrar a solução ótima pode se tornar inviável.

Esta desvantagem dos métodos exatos de PLI tem levado à necessidade de estudo de novas técnicas que possam encontrar a solução de problemas de grande porte dentro de um tempo computacional aceitável. Um grupo de técnicas denominadas de Meta-heurísticas tem apresentado resultados promissores em problemas onde os métodos exatos são inviáveis. Estas técnicas, apesar de não garantirem a solução ótima, são capazes de obter boas soluções, em muitos casos a solução ótima, de forma rápida quando comparada com os métodos exatos.

Dentre as muitas meta-heurísticas desenvolvidas, a otimização por enxame de partículas (*particle swarm optimization*, PSO) tem se destacado pela sua simplicidade, robustez e eficiência, mesmo em problemas de grande dimensão. Esta técnica foi proposta por Kennedy e Eberhart (1995), sendo baseada no comportamento de agentes sociais. Segundo Mendes (2004), a técnica emprega o conceito de que indivíduos aprimoram seus conhecimentos sobre o espaço de busca através da influência social mútua.

De acordo com este mesmo autor, a PSO apresenta as seguintes vantagens: (1) simplicidade de implementação; (2) existência de poucos parâmetros a serem ajustados; (3) utilização de uma população relativamente pequena; e (4) necessidade de um número relativamente pequeno de avaliações da função objetivo para convergir.

Diante do exposto, percebe-se a necessidade de se aprimorar as ferramentas que possibilitam resolver com maior rapidez e eficácia os problemas de planejamento florestal que envolvem variáveis inteiras.

## 2. OBJETIVOS

### 2.1. Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho foi ajustar modelos biométricos e avaliar a meta-heurística denominada otimização por enxame de partículas (PSO) na solução de problemas de planejamento florestal.

### 2.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos do trabalho foram:

- Ajustar equações hipsométricas, volumétricas e curvas de sítio;
- Modelar o crescimento e a produção de florestas plantadas com o gênero *Pinus*;
- Avaliar o desempenho da meta-heurística PSO em relação ao método exato *branch-and-bound* na solução de quatro formulações de problemas de planejamento florestal;
- Avaliar diferentes abordagens e topologias de vizinhança do algoritmo PSO.

### 3. REFERENCIAL TEÓRICO

#### 3.1. Planejamento e o gerenciamento dos recursos florestais

O gerenciamento florestal é a parte da ciência gerencial que estuda o aperfeiçoamento do processo de tomada de decisão, da ação e da avaliação das atividades econômicas, de curto e longo prazo, desenvolvidas no âmbito do setor de produção florestal (BUONGIORNO e GILLES, 1987). Um planejamento adequado é a base para o bom gerenciamento de recursos florestais. Megginson *et al.* (1998), define planejamento como o processo de estabelecer objetivos ou metas, determinando a melhor maneira de atingi-las. O planejamento estabelece o alicerce para as subseqüentes funções de organizar, liderar e controlar, e por isso é considerado função fundamental do gerenciador.

Segundo Johnston *et al.* (1977), a palavra planejamento pode designar desde uma série de decisões arbitrárias ou dogmáticas até à investigação crítica e elaborada de toda escala das possíveis opções oferecidas a uma empresa. Estes autores afirmam que é conveniente considerar o planejamento, num sentido amplo, como abrangendo três domínios estreitamente relacionados: primeiramente, a coleta e reunião de dados; em segundo lugar, o exame e comprovação, mediante os critérios aplicáveis, das diversas opções possíveis; e, por último, a formulação dos planos.

Segundo Ackoff e Sasieni (1971), o planejamento possui quatro propriedades essenciais. Primeiro, *o planejamento é uma tomada de decisão antecipada*: requer um lapso de tempo entre as tomadas de decisões e a sua colocação em prática. A necessidade de reconsideração de decisões feitas em planejamento surge de sua segunda característica essencial: *o planejamento implica num sistema de decisões*. A terceira característica é o fato de que *o planejamento ocorre dentro de um contexto dinâmico*. Por fim, a quarta característica deriva da terceira: *é provável que a consequência de não se fazer nada para o sistema que se está planejando seja uma consequência indesejável*.

Megginson *et al.* (1998) apontam algumas vantagens do planejamento. Por exemplo: (1) ajuda a administração a adaptar-se e ajustar-se às condições mutáveis do ambiente; (2) ajuda a definir as responsabilidades com mais precisão; (3) dá mais ordem às operações; (4) tende a tornar os objetivos mais específicos e mais conhecidos; (5) diminui as conjecturas; (6) economiza tempo, esforço e dinheiro; e (7) ajuda a diminuir os erros na tomada de decisão.

Apesar destas vantagens, Johnston *et al.* (1977) afirmam que no âmbito florestal o planejamento encontra mais problemas do que em muitos outros campos, sobretudo, tratando-se de empresas de grandes dimensões, devido à longevidade própria das árvores, à extensão geográfica das áreas florestais e às incertezas da natureza e dos mercados. Para Volpi *et al.* (2000), certo grau de incerteza é inevitável em projetos grandes, de tal forma que estes devem ser planejados à possibilidade de modificações e trocas, isto é, preparar o projeto de uma forma mais flexível possível.

### **3.2. Modelos e informações utilizadas no planejamento florestal**

Segundo Silva (2004), os modelos florestais são grandes e complexos por natureza, e por isso, se o tomador de decisão exagerar no grau de detalhes do modelo a solução pode ser inexistente ou de tal maneira complicada que não seja implementável. De acordo com este mesmo autor, cabe ao analista e ao tomador de decisão escolher o nível de detalhamento adequado para o modelo, de tal forma que permita ao mesmo tempo obter soluções compreensíveis e implementáveis. De acordo com Rodrigues (2001), o sucesso de modelos de Pesquisa Operacional depende da utilização de dados com qualidade, níveis de detalhes adequados e, ainda, investigações em diferentes disciplinas.

Volpi *et al.* (2000) avaliaram a variação da Função Objetivo em função da alteração da base de dados em distintas instâncias de um problema de planejamento florestal. Foram testados diferentes coeficientes de produção, custos de manejo, preços dos produtos e demandas dos produtos, sendo que a maior variação da função objetivo foi em relação às variações de preços dos produtos. Silva *et al.* (2003b) utilizaram diferentes modelos de crescimento e produção visando avaliar a variação na solução de um problema de planejamento florestal. Conclui-se que a diferença nos dados de produção para uma mesma função objetivo afeta, de maneira expressiva, o processo de tomada de decisão.

#### **3.2.1. Modelos de prognose (projeção ou predição) da produção florestal**

Clutter *et al.* (1983) classificaram os modelos de prognose da produção em três tipos: (1) sistema de produção explícita, em que, as soluções das equações (ou equação) fornecem estimativas do volume por unidade de área; (2) sistemas de produção implícita, ou modelos de distribuição diamétrica, que fornecem informações mais detalhadas do povoamento; e (3)

modelos de árvores individuais, de uso mais recente e metodologia ainda em desenvolvimento.

Na presente pesquisa foi utilizado um modelo pertencente ao sistema de produção explícita, ou seja, um modelo que estima a produção por unidade de área. Desta forma, apenas os conceitos e aplicações relativos a este tipo de modelo, foram abordados.

Modelos pertencentes ao sistema de produção explícita são também denominados de modelos do tipo povoamento total. Segundo Vanclay (1994) estes são modelos de crescimento e produção, nos quais a unidade básica de modelagem são parâmetros do povoamento, como a área basal, alguma medida do grau de utilização da área por árvores, volume e parâmetros caracterizando a distribuição diamétrica. De acordo com Campos e Leite (2006), os modelos tipo povoamento total têm como melhor representante os modelos de densidade variável, os quais incluem a variável densidade como uma parte dinâmica do sistema de equações, sendo úteis quando o *output* pretendido é o volume por unidade de área, em especial em plantações desbastadas.

Ainda de acordo com estes mesmos autores, o modelo de crescimento e produção do tipo povoamento total mais difundido no Brasil é o modelo de Clutter. Os mesmos autores, destacam as cinco características do modelo: (1) é do tipo povoamento total porque a variável estimada é o volume por unidade de área; (2) é do tipo densidade variável, permitindo estimar a produção para diferentes níveis de área basal inicial; (3) tem característica compatível, pois a equação de crescimento quando integrada fornece a equação de produção e a derivada desta resulta na equação de crescimento; (4) trata-se de um modelo explícito, porque a produção em volume é calculada diretamente; e (5) é consistente, porque as estimativas podem ser obtidas projetando-se a área basal ano a ano, ou diretamente de um para qualquer outro ano, com intervalos irregulares e, ainda, porque ao estimar a produção para uma mesma idade, resulta em valores idênticos àqueles observados.

É comum encontrar aplicações do modelo de Clutter em povoamentos de eucalipto não desbastados. Santana *et al.* (2005) o aplicaram para projeção do volume futuro em povoamentos de eucalipto da região denominada “norte pioneiro” do Estado do Paraná. Resende *et al.* (2004) utilizaram o modelo de Clutter para determinação de idades técnica e econômica de corte.

Modificações também foram propostas ao modelo de Clutter. Soares *et al.* (2004) sugeriram incluir no modelo a variável altura média das árvores. Esta modificação apresentou maior precisão que o modelo de Clutter original. Oliveira (2007) testou o modelo de Clutter e

algumas modificações para a prognose de povoamentos de eucalipto, sendo que uma delas mostrou-se mais eficiente que o modelo original. Soares e Leite (2000) propuseram uma modificação ao modelo que inclui uma variável representando a precipitação anual, sendo que esta foi significativa ao nível de 5% de probabilidade.

O modelo de Clutter também foi aplicado em povoamentos de eucalipto com desbaste. Dias *et al.* (2005a) utilizaram o modelo para determinar a idade técnica de corte para diferentes intensidades de desbaste. Dias (2000) avaliou a eficiência do modelo, além de realizar análise econômica de diferentes intensidades de desbaste. Dias *et al.* (2005b) realizou uma avaliação econômica considerando as variações de idade e intensidades de desbaste, índice de local, taxas de juros, preços de madeira e idades de corte final.

Apesar de aplicado a povoamentos desbastados, o modelo de Clutter não diferencia tendências de crescimento pós-desbaste. Desta forma, estudos foram conduzidos visando avaliar esta característica do modelo. Dias (2005) avaliou a eficiência do modelo de Clutter e modificações do mesmo para descrever tendências de crescimento e produção pós-desbaste em povoamentos de eucalipto. Apesar do modelo original ter apresentado limitações para projetar o crescimento pós-desbaste, uma das modificações proposta foi apontada para descrever eficientemente as tendências de crescimento antes e após o desbaste. Gorgens *et al.* (2007) em estudo com povoamentos desbastados de eucalipto, concluíram que o modelo de Clutter em sua forma original pode ser usado sem prejuízo para a simulação de desbastes, mesmo não diferenciando tendências de crescimento.

### **3.2.2. Modelos para estimar a capacidade produtiva**

Segundo Clutter *et al.* (1983), no contexto do manejo florestal, a qualidade de sítio pode ser definida como o potencial de produção de madeira de um local para uma determinada espécie. Estes autores afirmam que os procedimentos baseados na altura das árvores são os mais utilizados para avaliação da capacidade produtiva.

Segundo Rodrigues (1997), o conhecimento da capacidade produtiva torna-se relevante ao gerenciamento florestal, principalmente na determinação de unidades homogêneas para manejo, na determinação de regimes ótimos de corte e na modelagem do crescimento e da produção, por serem estas variáveis muito importantes nos processos de decisões.

Para a construção de curvas de índice de local, normalmente, utiliza-se dados de altura dominante e idade. Estes podem ser obtidos a partir de três fontes: parcelas temporárias, parcelas permanentes e análise de tronco. Segundo Campos e Leite (2006), quando possível, as parcelas temporárias devem ser evitadas, já que resulta em classificação eficiente somente com a aceitação da hipótese de que todos os índices de local estejam representados em todas as classes de idade da população. Se essa hipótese ou pressuposição não for verdadeira, a classificação pode ser tendenciosa.

### **3.3. Avaliação econômica das alternativas de manejo**

Rezende e Oliveira (2001), ao descreverem critérios de avaliação econômica de projetos, afirmam que esta envolve o uso de técnicas e critérios de análise que comparam os custos e as receitas inerentes ao projeto, visando decidir se este deve ou não ser implementado. No caso do planejamento florestal, a avaliação é feita para cada unidade de manejo em cada prescrição.

Os critérios usualmente empregados em trabalhos de planejamento florestal são o Valor Presente Líquido (VPL) e o Valor Periódico Equivalente (VPE). De acordo com Silva *et al.* (2005) o VPL é a diferença do valor presente das receitas menos o valor presente dos custos. Estes autores afirmam que este método traz implicitamente a consideração do tamanho do projeto ou o volume de capital investido. Porém, o método não considera o horizonte do projeto, havendo a necessidade de corrigir os horizontes com diferentes durações. Se o VPL é positivo, o investimento gerará lucro após o pagamento do capital e do custo dos juros incorridos. Se for negativo, o retorno do investimento não será suficiente para pagar o capital investido e os juros da taxa utilizada (CLUTTER *et al.*, 1983). O VPL foi utilizado nos trabalhos de SILVA *et al.* (2006), MELLO *et al.* (2005), CASTRO (2007), RODRIGUES *et al.* (2006), PEREIRA (2004) e RODRIGUES *et al.* (2004a).

Segundo Rezende e Oliveira (2001), o VPE, também denominado Benefício Periódico Equivalente (BPE), é a parcela periódica e constante necessária ao pagamento de uma quantia igual ao VPL da opção de investimento em análise, ao longo de sua vida útil. De acordo com estes autores, a relevância da aplicação do VPE encontra-se na seleção de projetos que apresentam durações ou vida útil diferentes. O VPE foi utilizado nos trabalhos de SILVA *et al.* (2003a) e SILVA *et al.* (2003b).

### **3.4. Horizonte de planejamento**

Segundo Rezende e Oliveira (2001), na avaliação de projetos, um dos primeiros problemas que devem ser analisados é o horizonte de planejamento. Segundo os mesmos autores, o tempo que se pode correr riscos em fazer pressuposições para o projeto depende das circunstâncias particulares de cada situação. Assim, no caso florestal, o período futuro está ligado ao período de obtenção do produto e exaustão dos investimentos realizados, tendo-se então um investimento a longo prazo.

Clutter *et al.* (1983) recomendam que o valor do horizonte de planejamento (HP) deve estar entre 1,5 a 2,0 vezes o comprimento do ciclo de corte da floresta que está sendo manejada. Sugerem ainda, que o horizonte de planejamento seja dividido em períodos de corte que variam segundo a espécie e o objetivo do manejo.

### **3.5. Otimização no planejamento de recursos florestais, teoria e aplicações**

Da forma como a conhecemos, a PO surgiu durante a segunda guerra mundial, resultado dos estudos realizados por equipes interdisciplinares de cientistas contratados para resolver problemas militares de ordem estratégica e tática (SILVA *et al.*, 1998).

Ackoff e Sasieni (1971) afirmam que a PO é a aplicação do método científico, por equipes interdisciplinares, a problemas que dizem respeito ao controle de sistemas organizados (homem-máquina), com a finalidade de obter as soluções que melhor satisfazem aos objetivos da organização como um todo.

#### **3.5.1. Programação linear**

De acordo com Goldbarg e Luna (2005), a Programação Linear constitui um caso particular dos modelos de programação em que as variáveis são contínuas e apresentam comportamento linear, tanto em relação às restrições quanto à função objetivo. A vantagem destes modelos está na extraordinária eficiência dos algoritmos de solução hoje existentes.

O principal algoritmo para solução de modelos de PL é o Método *Simplex*. Segundo Goldbarg e Luna (2005), o algoritmo *simplex* destaca-se como uma das grandes contribuições à Programação Matemática deste século. De acordo com estes autores, trata-se de um

algoritmo geral, extremamente eficiente para solução de sistemas lineares e adaptável ao cálculo computacional (apesar de algumas dificuldades clássicas).

No planejamento florestal a PL é principalmente útil na definição de quais alternativas de manejo devem ser adotadas em cada talhão, maximizando a produção ou o retorno financeiro da empresa e respeitando um conjunto de restrições, simultaneamente.

### 3.5.2. Programação Linear Inteira

Apesar da grande importância da PL na resolução de problemas de planejamento florestal, ela possui algumas desvantagens. Uma delas é a incapacidade de lidar com variáveis inteiras.

Conforme Lachtermacher (2007), uma das pressuposições da PL é a divisibilidade, ou seja, a pressuposição de que toda variável de decisão pode assumir qualquer valor fracionário. Desta forma, a PL é incapaz de lidar com variáveis inteiras, o que limita a sua utilização a problemas que possuem somente variáveis contínuas.

Uma alternativa operacional para este inconveniente da PL seria o arredondamento da solução. Segundo Lachtermacher (2007), diversos problemas podem ocorrer pela utilização da técnica de arredondamento da solução, entre os quais: (1) nenhum ponto inteiro vizinho ao ponto ótimo é necessariamente viável e (2) mesmo que um dos pontos vizinhos seja viável, ele pode não ser necessariamente o ponto ótimo inteiro. Silva *et al.* (2003a) discutem as consequências de se utilizar a abordagem do arredondamento da solução em um problema aplicado ao planejamento florestal.

Desta forma, um problema que envolve variáveis inteiras é formulado com a técnica de PO denominada Programação Linear Inteira (PLI). A única diferença entre o modelo de PL e outro de PLI reside no tipo das variáveis de decisão empregadas em cada caso. Enquanto na PL as variáveis de decisão podem assumir valores contínuos, na PLI as variáveis assumem valores positivos inteiros (SILVA, 2004).

Segundo Lachtermacher (2007), problemas de PLI se dividem em dois tipos básicos: (1) Programação Linear Inteira (PLI), onde todas as variáveis de decisão são do tipo inteiro; e (2) Programação Linear Inteira Mista (PLIM), onde apenas uma parte das variáveis é do tipo inteiro, enquanto outra parte das variáveis é do tipo real. Um caso especial de PLI é a programação inteira binária, nesta, as variáveis são positivas inteiras e só podem assumir os valores 0 ou 1 (SILVA, 2004).

No planejamento florestal, são inúmeras as situações onde se exige a solução com variáveis inteiras. Rodrigues *et al.* (2003) apresentaram os seguintes exemplos: regulação florestal com escolha de um único regime por talhão, problemas de adjacência em talhões selecionados para colheita, seleção de rotas de transporte de madeira, seccionamento de toras, corte em indústria moveleira, corte de papel, dentre outros.

Ao contrário da maioria dos problemas de PL, os problemas de PLI têm um número finito de soluções. Paradoxalmente, é mais difícil encontrar a solução ótima de um problema de PLI do que de um de PL (SILVA, 2004), de forma que as soluções de modelos de PLI muitas vezes não podem ser encontradas por métodos exatos, exceto em problemas de pequeno porte. De acordo com Goldbarg e Luna (2005), o cerne da dificuldade dos problemas denominados NP-árduos, que, por sinal, representam uma grande parte dos problemas de PLI realmente interessantes, está na explosão combinatória dos métodos enumerativos.

Um dos principais algoritmos de resolução de modelos de PLI é o método denominado *branch-and-bound* (B&B). Segundo Goldbarg e Luna (2005), este algoritmo consiste no desenvolvimento de uma enumeração inteligente dos pontos candidatos à solução ótima inteira de um problema. O termo *branch* refere-se ao fato de que o método efetua partições no espaço das soluções. O termo *bound* ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração.

De acordo com Rodrigues (2001), O algoritmo *branch-and-bound* é eficiente somente em problemas de pequeno porte, o que não é o caso da maioria dos problemas reais de planejamento florestal que, em geral, envolvem centenas a milhares de variáveis de decisão. Desta forma, surgiram nos últimos anos, técnicas e algoritmos que, apesar de não garantirem a solução ótima para um determinado problema, conseguem alcançar boas soluções em um tempo computacional razoável. Esses algoritmos pertencem ao grupo das heurísticas e serão abordados com mais detalhes na seção 3.5.4.

### **3.5.3. Modelos de planejamento florestal**

Johnson e Scheurman (1977) classificaram as várias abordagens de PL para o planejamento florestal dentro de dois tipos básicos, denominados de modelo tipo I e modelo tipo II.

Segundo Arce (2007) enquanto o modelo tipo I mantém a identidade dos talhões ao longo de todo o horizonte de planejamento, o modelo tipo II vai mesclando e recombina

as áreas cortadas em novos talhões, não necessariamente adjacentes, agrupados pela sua idade. Em outras palavras, a diferença fundamental entre os modelos são as variáveis de decisão, as quais são descritas na Tabela 1.

**Tabela 1.** Diferença entre as variáveis de decisão dos modelos de planejamento florestal.

<b>Modelo</b>	<b>Variável de decisão principal</b>
Tipo I	$X_{ij}$ = área em hectares do talhão $i$ a ser manejada com a prescrição $j$
Tipo II	$X_{ij}$ = área em hectares da idade $j$ a ser manejada com a prescrição $i$

No modelo tipo I, uma vez que uma dada fração de área seja assinalada a uma dada prescrição de manejo, ela permanecerá sobre tal prescrição durante todo o horizonte de planejamento. Enquanto a formulação do modelo tipo II permite que áreas distintas colhidas e regeneradas em um mesmo período do horizonte de planejamento sejam reagrupadas em novas unidades de manejo, o que faz com que a identificação física dos povoamentos seja perdida (Rodrigues, 1997).

Os modelos tipo I e II servem, em muitos casos, como base para novas formulações de modelos de planejamento florestal. Entre elas, as que incluem preocupações ambientais. Segundo Baskent e Keles (2005), os planos de manejo com estas considerações incluem aspectos associados com a proteção da vida silvestre, biodiversidade, beleza cênica, redução da sedimentação pela água e erosão. De acordo com os autores, estes problemas consideram a forma e distribuição das unidades de manejo, restrições de adjacência, considerações sobre o tamanho máximo e mínimo de clareiras, conectividade, fragmentação, desenvolvimento de habitats de vários tamanhos, e considerações sobre estradas.

Devido a sua maior simplicidade, o modelo tipo I é mais amplamente utilizado. Aplicações deste modelo são encontradas em Rodrigues e Moreira (1989), Rodrigues (1991), Silva *et al.* (2003a). Silva *et al.* (2006) aplicaram este modelo em um problema com múltiplos objetivos e Castro (2007) em um problema com restrições de adjacência. Aplicações do modelo tipo II são encontradas em Schuchovski (2003), Rodrigues *et al.* (2006). Rodrigues (1997) utilizou os dois tipos de modelos em um estudo de caso e analisou as diferenças entre as suas formulações.

### 3.5.4. Meta-heurísticas

Uma heurística é uma técnica que busca alcançar uma boa solução utilizando um esforço computacional considerado razoável, sendo capaz de garantir a viabilidade ou a otimalidade da solução encontrada ou, ainda, em muitos casos, ambas, especialmente nas ocasiões em que essa busca partir de uma solução viável próxima ao ótimo (GOLDBARG e LUNA, 2005). Segundo Müller (2007), as heurísticas têm sido amplamente estudadas nas últimas décadas e, na maioria dos casos, têm-se mostrado superiores aos métodos exatos, mesmo obtendo como resultado, soluções aproximadas ao ótimo.

Segundo Arenales *et al.* (2007), várias são as situações em que podem tornar interessante a utilização de métodos heurísticos na resolução de problemas, entre eles: (1) situações em que um método de resolução exato não está disponível, ou está disponível mas exige um tempo computacional ou quantidade de memória além dos recursos do computador ou das necessidades da aplicação; (2) situações em que pode não valer a pena o esforço e/ou custo envolvido na geração de uma solução ótima, uma vez que não representará um ganho técnico ou econômico relevante em relação a uma heurística; e (3) situações em que uma heurística é utilizada em conjunto com um método exato.

Estes mesmo autores diferenciam os termos “heurística” e “meta-heurística”. Nas heurísticas, soluções são geradas a cada iteração do algoritmo de forma que no final uma solução ótima local é obtida. As meta-heurísticas guiam ou modificam heurísticas de modo a produzir soluções além da otimalidade local.

#### 3.5.4.1. Algoritmo genético, busca tabu e *simulated annealing*

Nas últimas décadas tem se verificado um enorme crescimento de novas técnicas meta-heurísticas. Entretanto, algumas meta-heurísticas tem se destacado devido à grande quantidade de aplicações, tanto em problemas florestais quanto em outras áreas. Entre estas técnicas estão o algoritmo genético, a busca tabu e o *simulated annealing*.

De acordo com Bettinger *et al.* (2002), a idéia que forma a base para o algoritmo *simulated annealing* (SA) foi primeiramente publicada por Metropolis *et al.* (1953), em um algoritmo para simular o resfriamento de materiais em um banho de calor, este processo é conhecido como *annealing*. Ainda segundo estes autores, a técnica utiliza um busca local em que um subconjunto de soluções é explorado pela movimentação da busca em soluções

vizinhas. Para evitar uma convergência prematura para um ótimo local, uma solução inferior pode ser aceita, mas essa possibilidade é condicionada por uma função de probabilidade (FALCÃO e BORGES, 2003).

Outro algoritmo baseado na busca em vizinhança é o busca tabu (BT). De acordo com Glover (1989), este algoritmo é um procedimento adaptativo com a capacidade de fazer uso de diversos outros métodos, tal como os algoritmos de programação linear e heurísticas especializadas, os quais são direcionados para superar as limitações da otimalidade local. Segundo este autor, a busca tabu possui dois elementos-chave: a restrição da procura, classificando determinados movimentos como proibidos, ou seja, movimentos tabu, e aquele que libera a busca por meio de uma função de memória que fornece “esquecimentos estratégicos”. Conforme Silva (2004), esta memória refere-se a soluções da vizinhança que foram eliminadas e então rotuladas de proibidas (tabu), ou soluções que foram substituídas por soluções melhores, estas últimas geralmente contendo ótimos locais de elevada qualidade.

Diferentes das técnicas heurísticas de otimização descritas acima, o processo de busca do algoritmo genético (AG) não é baseado na pesquisa em vizinhança, pelo contrário, o AG se baseia em uma população de indivíduos, cada um representando uma solução. Segundo Goldberg (1989), os AG são algoritmos de pesquisa baseados nos mecanismos da seleção natural e da genética. Exploram a idéia da sobrevivência dos indivíduos mais adaptados e do cruzamento de populações para criar novas e inovadoras estratégias de pesquisa.

O AG possui as seguintes características gerais (GOLDBARG e LUNA, 2005): (1) operam em um conjunto de pontos (denominado população) e não a partir de pontos isolados; (2) operam em um espaço de soluções codificadas e não diretamente no espaço de busca; (3) necessitam como informação somente o valor de uma função objetivo (denominada função de adaptabilidade ou *fitness*); e (4) usam transições probabilísticas e não regras determinísticas.

#### **3.5.4.2. Aplicações das Meta-heurísticas no planejamento florestal**

A aplicação de meta-heurísticas na área florestal tem crescido de forma acentuada nos últimos anos, tornando difícil a sua completa enumeração. Desta forma, a seguir serão apresentadas algumas destas aplicações, com o intuito de expor a diversidade de trabalhos que já empregaram estas técnicas no planejamento florestal.

No Brasil, a maioria das pesquisas envolvendo meta-heurísticas utiliza algum dos algoritmos descritos na seção anterior (seção 3.5.4.1). Rodrigues *et al.* (2004a) desenvolveram

um algoritmo SA que atingiu 100% do ótimo matemático e foi 10 vezes mais rápido que o B&B. O SA também foi utilizado por Pereira (2004) na solução de um problema multiobjetivo, obtendo 99,69 do ótimo matemático. Rodrigues *et al.* (2003) conseguiram com o algoritmo BT 98,84% da solução ótima exata, sendo duas vezes mais rápido que o B&B. Rodrigues *et al.* (2004b) obtiveram 94,28% e cinco vezes mais rápido que o B&B com o algoritmo AG. Em Teixeira (2002) e Teixeira *et al.* (2003) um algoritmo denominado *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* foi empregado na resolução de um problema multiobjetivo, obtendo 99,69 e 99,65%, respectivamente, do ótimo matemático. É importante relatar que nestas aplicações onde foi feita a comparação de tempo de solução entre as meta-heurísticas e o B&B, os problemas eram de pequeno porte e, por isso a diferença não foi tão pronunciada quanto se esperava de um problema de PLI.

Em outros países, a pesquisa com diferentes meta-heurísticas é mais freqüente, assim como, é muito comum a aplicação em problemas contendo restrições espaciais. Entre as meta-heurísticas aplicadas a este tipo de problema temos o algoritmo genético (LU e ERIKSSON, 2000; e DUCHEYNE *et al.*, 2004), busca tabu (BETTINGER *et al.*, 2007; BETTINGER *et al.* 1997; BRUMELLE *et al.*, 1998; e WIKSTRÖM e ERIKSSON, 2000), *simulated annealing* (BASKENT e JORDAN, 2002; e MATHEY *et al.*, 2007), algoritmo metrôpolis (VAN DEUSEN, 1999), *threshold accepting* (BETTINGER, *et al.*, 2003), algoritmo guloso (WIKSTRÖM e ERIKSSON, 2000), autómatos celulares (MATHEY *et al.*, 2007) e ainda, uma heurística desenvolvida especificamente para o planejamento florestal (BETTINGER e ZHU, 2006).

Há também as abordagens híbridas aplicadas no planejamento florestal, as quais são junções de uma ou mais meta-heurísticas, ou de meta-heurísticas com técnicas exatas, desenvolvidas com a finalidade de melhorar os seus desempenhos individuais. Boston e Bettinger (2001) apresentaram uma abordagem em dois estágios que combina, no primeiro estágio, a programação linear, e no segundo estágio, uma meta-heurística híbrida dos algoritmos Monte Carlo, busca tabu e algoritmo genético. Öhman e Eriksson (2002) apresentaram uma abordagem híbrida do algoritmo *simulated annealing* com técnicas de programação linear.

Devido as meta-heurísticas diferenciarem-se grandemente umas das outras, tanto em relação às implementações dos algoritmos quanto aos seus desempenhos individuais, vários estudos foram conduzidos no intuito de compará-las em problemas de planejamento florestal. Heinonen e Pukkala (2004) avaliaram o desempenho das meta-heurísticas *random ascent*,

Hero, *simulated annealing* e busca Tabu. Bettinger *et al.* (2002) testaram as meta-heurísticas busca randômica, *simulated annealing*, *great deluge*, *threshold accepting*, busca tabu com movimento 1-opt, busca tabu com movimento 1-opt e 2-opt, algoritmo genético e um híbrido de busca tabu e algoritmo genético. Falcão e Borges (2003) examinaram o comportamento dos algoritmos busca tabu, *simulated annealing*, *sequential quenching and tempering* e algoritmo genético. Liu *et al.* (2006) testaram o algoritmo genético, *simulated annealing* e *hill climbing*. Pukkala e Kurttila (2005) compararam o desempenho das técnicas *random ascent*, hero, *simulated annealing* e busca tabu.

Os modelos tipo I e II, ou ainda, modelos derivados destes, não são os únicos em que há aplicações de meta-heurísticas na área florestal. Souza (2004) desenvolveu um AG para determinar o período de intervenção das equipes de corte nos pontos de produção da colheita florestal, para minimizar os custos com as atividades relacionadas à colheita e ao transporte de madeira. Menon (2005) empregou os algoritmos AG e SA em um sistema de otimização do sortimento de toras.

#### 3.5.4.3. Avaliação do desempenho e validação de Meta-heurísticas

Para avaliar o desempenho das meta-heurísticas os pesquisadores têm utilizado diferentes abordagens. Na intenção de sugerir uma padronização para este tipo de avaliação em publicações na área florestal, Bettinger *et al.* (2009), após revisão dos métodos utilizados para teste e validação destas técnicas, apresentaram seis níveis de validação de meta-heurísticas, descritos a seguir:

(1) *Nenhuma validação ou desempenho é estabelecido*: em casos em que o modelo de planejamento florestal envolve dificuldades devido ao tamanho e complexidade e, desta forma, a verdadeira solução ótima é desconhecida;

(2) *A auto avaliação é estabelecida*: estatísticas básicas tais como média e desvio padrão são aplicadas para avaliar a qualidade das soluções geradas pela meta-heurística. Neste caso um conjunto de amostras de soluções heurísticas é requerido, cada solução com um diferente valor da função objetivo;

(3) *Comparação com a solução de outras meta-heurísticas*: a comparação pode envolver uma meta-heurística “*standard*” com qualidade comprovada anteriormente ou ainda um grupo de meta-heurísticas em que se deseja escolher a mais adequada a determinado problema;

(4) *Comparação com a solução global ótima estimada*: utiliza-se a teoria dos valores extremos para gerar uma solução ótima global estimada;

(5) *Comparação com a solução ótima gerada por problemas similares*: aplicada em situações onde há problemas similares que podem ser resolvidos com métodos que gerem a solução ótima. Nestes casos, as restrições dos problemas são relaxadas (uma ou mais restrições são ignoradas) ou o problema é otimizado baseado em modelos determinísticos de simulação;

(6) *Comparação com a solução gerada por técnicas exatas tais como a programação inteira ou inteira mista, ou ainda, pela completa enumeração das soluções*: é a abordagem mais utilizada para a validação de meta-heurísticas. Neste caso, a solução ótima é gerada, geralmente, ao custo de elevados tempos computacionais, e a solução da meta-heurística é então comparada com ela.

Para avaliação de meta-heurísticas, Rodrigues (2001) utilizou o termo eficácia para descrever a qualidade da solução obtida por uma meta-heurística em relação à solução obtida por algum outro método. Preferencialmente, o que se busca é a comparação da solução meta-heurística com o ótimo matemático obtido por alguma técnica exata, entretanto, isto pode se tornar inviável em problemas combinatoriais de grande porte. Este autor também utilizou o termo eficiência para avaliar o tempo de solução da meta-heurística em relação ao de uma técnica exata.

De acordo com Mendes (2004), é importante ter uma orientação do desempenho de um algoritmo de otimização após um número razoável de avaliações da função objetivo. Usar este número, independente da quantidade de iterações, permite a comparação do algoritmo usando diferentes tamanhos de população e até algoritmos totalmente diferentes.

### **3.6. Otimização por enxame de partículas**

Em 1995 os pesquisadores James Kennedy (um psicólogo social) e Russel Eberhart (um engenheiro elétrico), inspirados pelas teorias da inteligência coletiva (IC), criaram um novo método de otimização denominado otimização por enxame de partículas (PSO, *particle swarm optimization*). O método é baseado em uma população de agentes, denominados de partículas, que mudam sua posição no espaço de busca do problema, de acordo com a própria experiência e a experiência das partículas vizinhas que constituem o enxame (MULLER, 2005).

De acordo, Brum e Li (2008), a IC, a qual inspirou o desenvolvimento da PSO, é uma disciplina da inteligência artificial (IA), que trata do desenvolvimento de sistemas inteligentes de múltiplos agentes. A criação destes sistemas se baseia no comportamento coletivo de insetos sociais tais como as formigas, cupins, abelhas e vespas, assim como de outros animais que vivem em sociedade tais como os bandos de pássaros e cardumes de peixes. O funcionamento da IC é explicado por Miller (2007) da seguinte forma: criaturas simples seguindo regras simples, cada qual atuando com base em informações locais.

Em relação aos cardumes de peixes, Wilson (1975)<sup>1</sup>, citado por Kennedy e Eberhart (1995), afirma que na natureza, em teoria ao menos, membros individuais de um cardume podem se beneficiar da descoberta e da experiência prévia de todos os outros membros do cardume durante a procura de alimento. De acordo com Kennedy e Eberhart (1995), esta afirmação sugere que o compartilhamento social da informação entre os indivíduos oferece uma vantagem evolucionária.

O desenvolvimento do algoritmo PSO teve como base o comportamento social de pássaros e peixes. No entanto, outra motivação para o desenvolvimento do algoritmo foi o modelo do comportamento social humano, o qual é obviamente diferente de um cardume de peixes ou um bando de pássaros. Pássaros e peixes ajustam seus movimentos físicos para fugir de predadores, procurar alimento, otimizar parâmetros do ambiente como a temperatura, etc. Humanos não apenas ajustam seus movimentos físicos como também seus aprendizados e experiências, tendendo a ajustar suas crenças e atitudes para se adequar com a sociedade (KENNEDY E EBERHART, 1995). Neste sentido, Mendes (2004) afirma que a modelagem do algoritmo PSO é muito semelhante a um trabalho de pesquisa. Pesquisadores tendem a testar idéias com base em seus sucessos anteriores e os sucessos observados por outros pesquisadores.

A PSO compartilha alguns conceitos comuns a outros algoritmos, principalmente o AG. Segundo Mendes (2004), o que diferencia a PSO de outras instâncias de computação evolutiva é a memória e a interação social entre os indivíduos. Em outros paradigmas, a importante informação que um indivíduo possui, usualmente chamada de genótipo, é a sua posição atual. Na PSO, a propriedade realmente importante é a melhor experiência anterior. Isto é o que move a partícula na direção de melhores posições: cada indivíduo armazena a melhor posição encontrada até o momento. O mecanismo responsável por seguir o exemplo,

---

<sup>1</sup> WILSON, E. O. **Sociobiology: The new synthesis**. Cambridge, MA: Belknap Press, 1975.

equivalente a recombinação, é a imitação do comportamento de indivíduos na vizinhança social das partículas.

Na Tabela 2 estão descritos os termos utilizados em PSO conforme Sandrini (2005).

**Tabela 2.** Termos utilizados em PSO.

<i>Termo</i>	<i>Explicação</i>
Partícula ou agente	Um indivíduo simples do enxame de partículas
Posição	Coordenadas com $n$ dimensões que representam uma solução do problema
Enxame	Todas as partículas (agentes) envolvidas
<i>Fitness</i>	Um valor que representa o quão boa é uma solução dada
<i>pbest</i>	( <i>personal best</i> ) Posição que representa o melhor <i>fitness</i> obtido por uma determinada partícula
<i>gbest</i>	( <i>global best</i> ) Posição que representa o melhor <i>fitness</i> obtido na vizinhança de uma determinada partícula

### 3.6.1. A origem do algoritmo

O conceito de usar simples agentes autônomos (as partículas) para, em conjunto, produzir um comportamento complexo, não é uma idéia nova. As primeiras aplicações foram nos jogos eletrônicos representando a explosão de naves espaciais com inúmeros pontos brilhantes que cobriam a tela (REEVES, 1983). Mais tarde, o conceito foi aplicado em animações de computador na tentativa de imitar fenômenos naturais. Em um dos trabalhos pioneiros nesta área, Reeves (1983) apresentou um método para modelar em computador objetos indistintos (*fuzzy objects*), tais como nuvens e explosões, denominado de sistema de partículas. Neste método, cada partícula possui um vetor de velocidade que é ajustado por algum fator aleatório. A movimentação de cada partícula é realizada pela ação deste vetor. Segundo Banks *et al.* (2007), sistemas como este são amplamente utilizados atualmente na geração de efeitos especiais do cinema e ambientes gráficos interativos realistas.

Baseado no sistema de partículas de Reeves (1983), Reynolds (1987) desenvolveu um algoritmo, para simular em computador o comportamento em grupo de animais, tais como um cardume e um bando de pássaros. O algoritmo desenvolvido por Reynolds (1987) consiste de três regras básicas: (1) os pássaros (ou *Boyd*s como o autor os denominou) devem evitar colidir com seus vizinhos; (2) devem buscar igualar com a velocidade dos outros pássaros; e (3) eles devem procurar permanecerem pertos uns dos outros.

Outro algoritmo para a simulação do voo de bando de pássaros foi desenvolvido por Heppner e Grenader (1990). Esta simulação inclui um objetivo mais realístico para os

pássaros, a busca por comida. A inclusão deste objetivo foi fundamental para o desenvolvimento do algoritmo PSO.

Para a criação da PSO, Kennedy e Eberhart (1995) basearam-se nas idéias de Reynolds (1983), estendendo seu modelo com conceitos de comportamento social, e ainda, no lugar de um objetivo de busca de alimento, da simulação de Heppner e Grenader (1990), inseriram problemas matemáticos como funções de *fitness* para os membros do bando de pássaros, que na PSO passaram a ser denominados de partículas.

### 3.6.2. O algoritmo original de enxame de partículas

A PSO é uma técnica que se baseia no movimento coletivo de um grupo de partículas: o enxame de partículas. Cada membro deste enxame é movimentado através do espaço de busca do problema por duas forças. Uma os atrai com uma magnitude aleatória para a melhor localização já encontrada por ele próprio (*pbest*) e outra para a melhor localização encontrada entre alguns ou todos os membros do enxame (*gbest*). A posição e a velocidade de cada partícula são atualizadas a cada iteração até todo o enxame convergir (CASTRO e TSUZUKI, 2007).

Cada partícula possui dois componentes básicos: a posição em que se encontra ( $x_p$ ) e a velocidade ( $v_p$ ). No algoritmo original (KENNEDY E EBERHART, 1995), a cada iteração estes dois componentes são atualizados pelas equações a seguir:

$$v_p^{(it+1)} = v_p^{(it)} + c_1 \cdot rand_1^{(it)} \cdot (pbest_p^{(it)} - x_p^{(it)}) + c_2 \cdot rand_2^{(it)} \cdot (gbest_p^{(it)} - x_p^{(it)})$$

$$x_p^{(it+1)} = x_p^{(it)} + v_p^{(it+1)}$$

onde:

$v_p$  = velocidade da partícula  $p$ ;

$x_p$  = posição da partícula  $p$ ;

$c_1$  e  $c_2$  = coeficientes cognitivos e social;

*rand* = função aleatória de distribuição uniforme entre 0 e 1;

$pbest_p$  = melhor posição que a partícula  $p$  já obteve durante a busca;

$gbest_p$  = melhor posição encontrada na vizinhança da partícula  $p$ ; e

*it* = iteração atual.

A posição  $x_p$  de cada partícula é composta de um conjunto de coordenadas que representa uma solução pontual dentro do espaço de busca. A cada iteração esta posição é avaliada de acordo com uma função de aptidão (*fitness*), se esta posição for melhor que a já encontrada, ela é armazenada em  $pbest_p$ .

Cada partícula pertence a uma vizinhança social, desta forma seu comportamento é afetado por boas posições encontradas por suas vizinhas. A melhor posição encontrada na vizinhança de uma partícula é representada por  $gbest_p$ . Desta forma, a movimentação de cada partícula durante a execução do algoritmo dependerá da sua velocidade anterior, e das posições  $pbest_p$  e  $gbest_p$  (MENDES, 2004).

No algoritmo original, a velocidade é mantida dentro de limites por meio do valor de  $V_{max}$  (ver seção 3.6.3), assim  $v_p$  fica condicionada a assumir valores entre  $[-V_{max}, +V_{max}]$ .

### 3.6.3. Parâmetros de configuração da PSO

De acordo com Kennedy *et al.* (2001), no enxame de partículas existem vários parâmetros explícitos cujos valores podem ser ajustado para produzir variações na forma como o algoritmo realiza a busca no espaço do problema. Os mais importantes são  $V_{max}$  e as constantes de aceleração ( $c_1$  e  $c_2$ ), que são fixados no início do algoritmo e são mantidos constantes durante a execução. Ainda segundo estes autores, as manipulações destes parâmetros podem causar grandes mudanças no comportamento do sistema.

Segundo Sierakowski (2006), as constantes  $c_1$  e  $c_2$  são constantes positivas denominadas de componente de cognição e componente social, respectivamente. Estas são as constantes de aceleração que variam a velocidade de uma partícula em direção ao  $pbest$  e  $gbest$ , de acordo com a experiência passada. Ainda segundo este autor, não são fatores críticos para determinar a convergência do algoritmo. Porém, um ajuste correto destes valores pode levar a uma convergência mais rápida do algoritmo.

De acordo com Kennedy *et al.* (2001), o algoritmo PSO tem a tendência de explodir em oscilações cada vez mais amplas a medida que se aumentam as iterações, a menos que algum método seja aplicado para restringir a velocidade. De acordo com estes autores o método mais usual para prevenir a explosão é simplesmente definir um parâmetro de velocidade máxima ( $V_{max}$ ) e impedir que a velocidade exceda este parâmetro em cada dimensão para cada partícula:

$$\begin{aligned} & \text{se } v_p > V_{max} \text{ então } v_p = V_{max} \\ & \text{senão se } v_p < -V_{max} \text{ então } v_p = -V_{max} \end{aligned}$$

Segundo Mendes (2004), se  $V_{max}$  for configurado com um valor alto as partículas podem passar despercebidas por boas soluções. Do contrário, se  $V_{max}$  tiver um valor baixo as partículas explorarão muito lentamente, e boas soluções podem não ser encontradas. Neste caso, as partículas podem vir a ficar presas em ótimos locais.

Quanto ao tamanho da população, Kennedy *et al.* (2001) afirmam, com base em suas experiências, que tamanhos entre 10 e 50 normalmente parecem trabalhar melhor. Segundo Mendes (2004), a PSO necessita de populações menores que outros algoritmos evolucionários para alcançar soluções de qualidade elevada.

A PSO, como toda meta-heurística, necessita ainda de um critério de parada. Segundo Carrilo (2007), um critério de parada robusto é importante para qualquer algoritmo de otimização para evitar avaliações de função objetivo adicionais depois que a solução ótima foi encontrada. O ideal é que o critério de parada empregado não tenha nenhum parâmetro relacionado com o problema. Este mesmo autor utilizou como critério de convergência o seguinte método: a máxima variação na função objetivo foi monitorada para um número específico de iterações consecutivas. Se a variação máxima da função objetivo foi menor que uma variação predefinida, se assume a convergência do algoritmo.

#### **3.6.4. Variações do algoritmo PSO**

Diversas pesquisas têm sido conduzidas com o intuito de realizar variações no algoritmo original da PSO. Estas modificações buscam superar alguns pontos fracos do algoritmo com o objetivo de melhorar o seu desempenho e diminuir a quantidade de parâmetros a serem ajustados. Entre estas melhorias pode-se destacar:

##### **3.6.4.1. Momento de inércia**

Motivados a obter um melhor controle sobre o processo de busca do algoritmo e, ainda, reduzir ou até eliminar a importância de  $V_{max}$ , Shi e Eberhart (1998), propuseram uma modificação da PSO a qual inclui um parâmetro denominado momento de inércia ( $w$ ). Apenas a equação de velocidade é modificada e passa a assumir a seguinte forma:

$$v_p^{(it+1)} = w \cdot v_p^{it} + c_1 \cdot rand_1^{(it)} \cdot (pbest_p^{(it)} - x_p^{(it)}) + c_2 \cdot rand_2^{(it)} \cdot (gbest_p^{(it)} - x_p^{(it)})$$

em que :

$w$  = momento de inércia.

Segundo Eberhart e Shi (2000), o parâmetro  $w$  atua sobre a velocidade fazendo com que, dependendo do seu valor, as partículas explorem maiores ou menores áreas do espaço de busca. De acordo com estes autores, melhores desempenhos têm sido encontrados configurando inicialmente  $w$  com um valor relativo alto (0.9, por exemplo), o que corresponde a maiores áreas de busca, e gradualmente diminuindo  $w$  para menores valores (0.4, por exemplo), onde a busca passa a ser direcionada a encontrar um ótimo local.

### 3.6.4.2. Fator de constrição

Segundo Poli *et al.* (2004), a razão do uso do parâmetro  $V_{max}$ , como forma de limitar a dinâmica das partículas, não foi totalmente compreendida. Se o algoritmo for executado sem uma restrição para a velocidade, de algum modo, a velocidade aumenta rapidamente a níveis inaceitáveis em poucas iterações.

Como forma de limitar a movimentação das partículas, Clerc e Kennedy (2002) criaram um coeficiente denominado de fator de constrição. Desta forma, a equação de velocidade muda para:

$$v_p^{(it+1)} = \chi \cdot \left[ v_p^{it} + c_1 \cdot rand_1^{(it)} \cdot (pbest_p^{(it)} - x_p^{(it)}) + c_2 \cdot rand_2^{(it)} \cdot (gbest_p^{(it)} - x_p^{(it)}) \right]$$

onde:

$\chi$  = coeficiente de constrição;

O coeficiente de constrição é calculado com a fórmula:

$$\chi = \frac{2 \cdot k}{\left| 2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4 \cdot \varphi} \right|}$$

onde:

$$\varphi = c_1 + c_2, \varphi > 4$$

Segundo Mendes (2004) a maioria das pesquisas usando o método de constrição costuma configurar  $\varphi$  igual a 4,1 (tendo assim  $c_1 = c_2 = 2,05$ ) e  $k = 1$  o que determina um

$\chi \approx 0,729$ . Isto é algebricamente equivalente a usar o momento de inércia com  $w = 0,729$  e  $c_1 = c_2 \approx 1,49445$ .

De acordo com Mendes (2004) a vantagem de usar o fator de constrição é que não há nenhuma necessidade de usar  $V_{max}$ , nem valores para os parâmetros que regem a convergência e a prevenção da explosão do sistema. No entanto, Eberhart e Shi (2000) afirmam que é prudente configurar um valor de  $V_{max}$  igual à  $X_{max}$ , o alcance dinâmico de cada variável em cada dimensão.

### 3.6.5. Topologia de vizinhança

Na PSO, as partículas são influenciadas pelo sucesso de outras partículas em sua vizinhança. Segundo Chen (2006), a vizinhança não é constituída necessariamente por partículas que estão próximas umas das outras (em termos do valor das variáveis), mas de partículas que estão próximas em função da topologia de vizinhança que define a estrutura social do enxame. Neste sentido, a vizinhança determina o conjunto de partículas que contribuem para o cálculo do *gbest* de uma partícula dada.

A definição de topologia de vizinhança é simplesmente a caracterização de uma rede social. Concebida como um gráfico, onde cada indivíduo é representado como sendo um nó e, uma linha entre dois indivíduos representa que estes podem se influenciar mutuamente. (MENDES, 2004).

Segundo Guo *et al.* (2006), as topologias de vizinhança (Figura 1) mais conhecidas são:

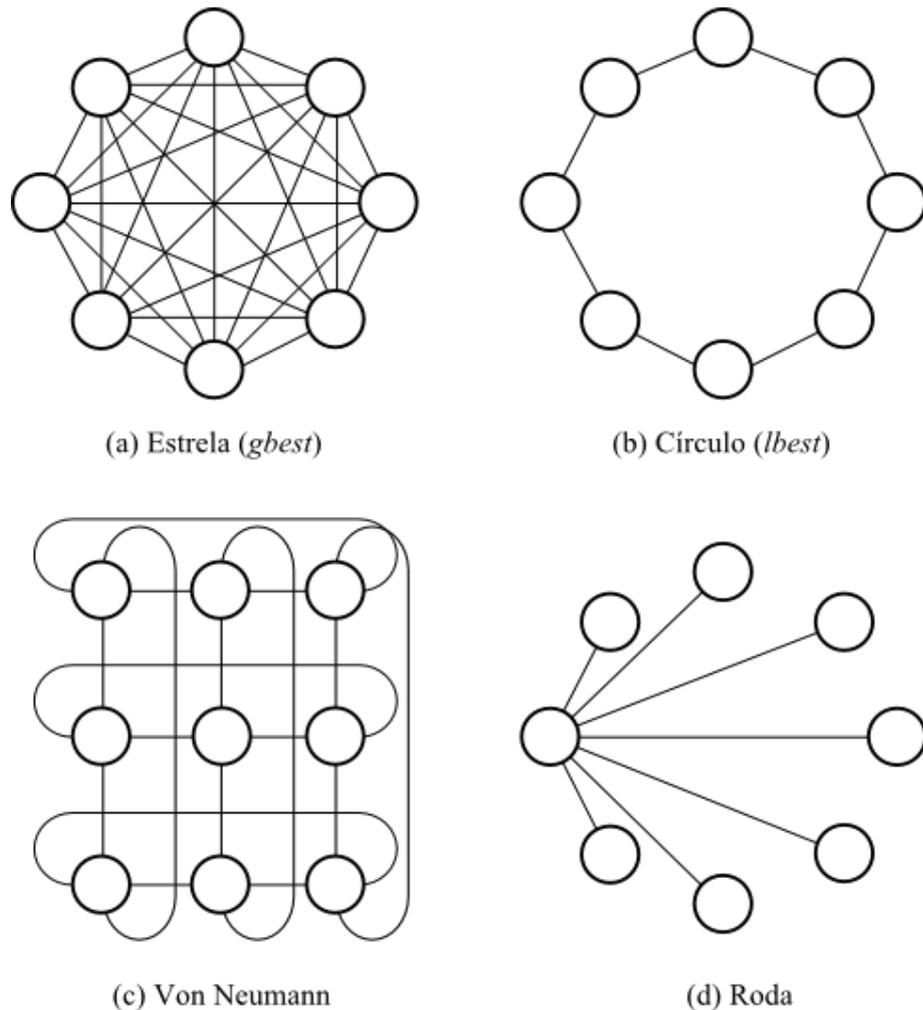
- Estrela (Fig. 1a), também conhecida como *gbest*, é a relação totalmente conectada de vizinhança. Cada partícula tem todas as outras partículas como vizinhas. Isto implica que a melhor posição global das partículas é igual para todas as partículas.

- Círculo (Fig. 1b), também conhecida como *lbest*, conecta cada partícula com seus  $K$  imediatos vizinhos. Para  $K = 2$  a topologia em círculo corresponde a um anel. O fluxo da informação é extremamente reduzido comparado com a topologia em estrela. Isto faz com que o tempo para uma nova melhor posição global se propague para o outro lado do anel seja igual à metade do tamanho do enxame.

- A arquitetura Von Neumann (Fig. 1c), que tem a forma de uma grade, considera acima, abaixo, para direita e para esquerda como a vizinhança das partículas. As topologias de

vizinhança como a *lbest* e Von Neumann resultam em uma solução superior ao custo de uma convergência mais lenta, visto que a diversidade dentro do enxame é mantida por mais tempo.

- Na conexão em roda (Fig. 1d) uma partícula é o centro de todas as outras, onde todas as partículas não estão conectadas com as outras. Mesmo o número de conexões sendo menor nesta topologia que na topologia em círculo (tamanho do enxame menos 1), a informação irá fluir mais depressa, pois ela não ira levar mais de duas iterações para a nova melhor posição global chegar até qualquer outra partícula.



**Figura 1.** Topologias de vizinhança.

### 3.6.6. Aplicação da PSO no planejamento florestal

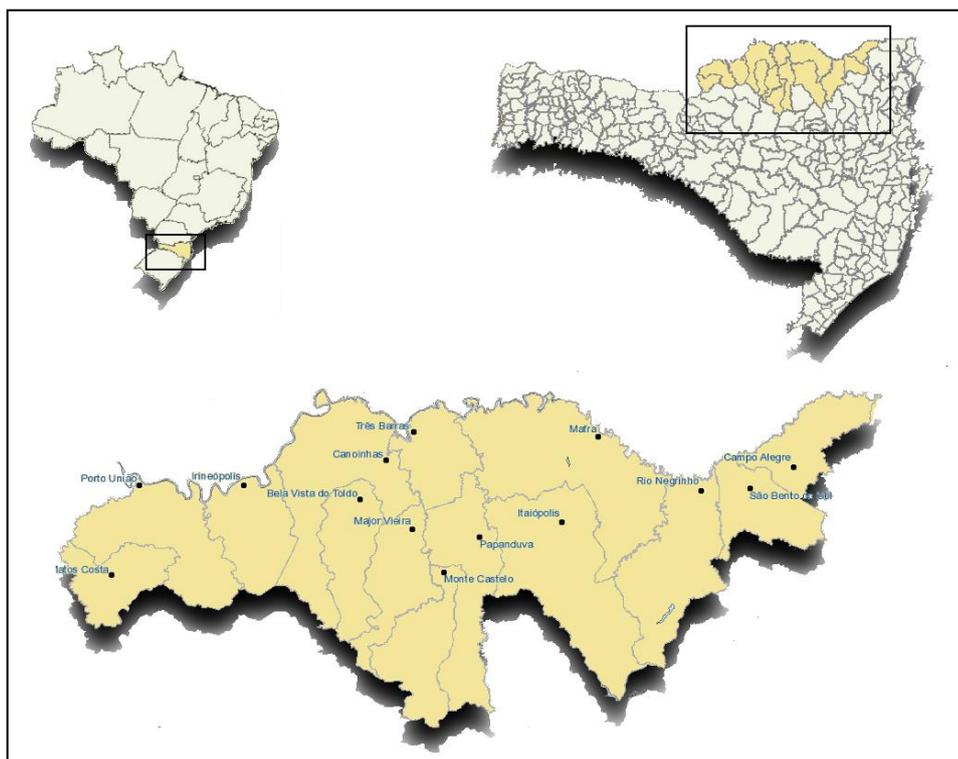
O algoritmo PSO tem sido aplicado com sucesso nos mais variados tipos de problemas. Na área florestal apenas um trabalho foi encontrado. Em Pukkala (2009) quatro meta-heurísticas baseadas em população foram testadas, sendo elas, a evolução diferencial, a

PSO, a evolução estratégica e o método Nelder-Mead. Os parâmetros de configuração do algoritmo PSO utilizados neste trabalho foram: 0,95 para o momento de inércia e 2 para os parâmetro  $c_1$  e  $c_2$ . A escolha do número de partículas (população) foi feita conforme o tamanho do problema, empregando a fórmula  $n = 50 + 10 \cdot m$ , onde  $n$  representa o número de partículas e  $m$  o número de variáveis do problema. O número máximo de iterações foi 50. Na comparação das meta-heurísticas a PSO apresentou o segundo melhor valor da função objetivo, em primeiro lugar ficou o algoritmo evolução diferencial.

## 4. MATERIAL E MÉTODOS

### 4.1. Informação quanto à origem dos dados

Os dados utilizados nesta pesquisa são provenientes de uma empresa localizada na região do Planalto Norte no Estado de Santa Catarina (Figura 2).



**Figura 2.** Região Planalto Norte do Estado de Santa Catarina

De acordo com a classificação do IBGE (MAPA DE CLIMA DO BRASIL, 2002) o clima predominante na região é o Temperado Mesotérmico Brando (com temperatura média entre 10° a 16°C) super úmido sem seca. Há também algumas localidades com clima Temperado Mesotérmico Mediano (com temperatura média maior que 10°C) super úmido subseca.

A empresa possui área total de 9.977,92 ha com florestas plantadas com o gênero *Pinus*, sendo 9.570,95 ha de *P. taeda* e 406,97 ha de *P. elliottii*. Os povoamentos possuem idade variando de 1 a 33 anos.

## 4.2. Coleta de dados

A base de dados utilizada no presente trabalho foi obtida junto à empresa do estudo. As informações referem-se a remedições de parcelas permanentes, cubagem de árvores e medições de altura dominante.

As remedições foram feitas em 216 parcelas permanentes nos anos de 2004, 2006, 2007 e 2008, contemplando talhões com idades entre 5 a 34 anos. Em cada medição foi registrado o diâmetro à altura do peito (DAP) de todas as árvores contidas nas parcelas.

Para o ajuste dos modelos volumétricos, procedeu-se à cubagem rigorosa de um total de 1682 árvores em várias idades, onde mediram-se o DAP com casca, altura total e os diâmetros nas seguintes alturas correspondentes a 0,5; 1; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90 e 95%. O volume real de cada árvore, com casca, foi obtido por meio de aplicações sucessivas da fórmula de Smalian.

Para o ajuste dos modelos hipsométricos foram utilizados dados de altura total e DAP das árvores cubadas.

Para fazer a classificação da capacidade produtiva, mediram-se as alturas dominantes das 216 parcelas entre os meses de janeiro e junho de 2009. Em cada parcela foram medidas as alturas de quatro árvores dominantes, sendo a média utilizada no ajuste dos modelos de sítio. Por serem informações de um único ano, considerou-se que os dados foram provenientes de parcelas temporárias para efeito de ajuste dos modelos.

## 4.3. Modelagem do crescimento e da produção

Para o ajuste do modelo de crescimento e produção foi necessário determinar o volume em m<sup>3</sup>/ha de cada parcela em cada idade. Para tanto, foi selecionado um modelo para estimar a altura das árvores e outro para estimar o volume.

### 4.3.1. Modelos hipsométricos

Para estimar a altura total (m) foram testados quatro modelos hipsométricos que incluem como variáveis independentes o DAP (cm) e a idade (anos). Dois destes modelos foram gerados por meio do procedimento estatístico denominado *stepwise*. Os dois modelos foram denominados como *stepwise(1)* e *stepwise(2)*, em que a variável dependente é  $\ln(h)$  e  $h$ ,

respectivamente. As variáveis independentes utilizadas para gerar os modelos *stepwise* foram: DAP,  $DAP^2$ ,  $1/DAP$ ,  $1/DAP^2$ , Idade,  $Idade^2$ ,  $1/Idade$ ,  $1/Idade^2$ ,  $(DAP \cdot Idade)$  e  $1/(DAP \cdot Idade)$ . Os modelos hipsométricos utilizados estão apresentados na Tabela 3.

**Tabela 3.** Modelos hipsométricos testados.

Modelo	Autor ou procedimento
$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \cdot (1/DAP) + \beta_2 \cdot (1/I) + \beta_3 \cdot (1/(DAP \cdot I))$	Curtis (1967)
$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP + \beta_2 \cdot (1/I) + \beta_3 \cdot (DAP^2) + \beta_4 \cdot (1/I^2)$	<i>stepwise</i> (1)
$h = \beta_0 + \beta_1 \cdot I + \beta_2 \cdot (1/DAP) + \beta_3 \cdot (I^2) + \beta_4 \cdot (1/DAP^2)$	<i>stepwise</i> (2)
$DAP^2/(h - 1,3) = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP + \beta_2 \cdot (DAP^2) + \beta_3 \cdot (DAP \cdot I)$	Schneider <i>et al.</i> (1988)

onde:

$h$  = altura total da árvore, em m;

$DAP$  = diâmetro à altura do peito, em cm;

$I$  = idade da árvore em anos;

$\ln$  = logaritmo neperiano.

$\beta_i$  = parâmetros;

#### 4.3.2. Modelos volumétricos

Foram testados os modelos apresentados na Tabela 4 para estimar o volume ( $m^3$ ) das árvores nas parcelas.

**Tabela 4.** Modelos volumétricos testados.

Modelo	Autor
$v = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP + \beta_2 \cdot DAP^2 + \beta_3 \cdot (h \cdot DAP) + \beta_4 \cdot (h \cdot DAP^2) + \beta_5 \cdot h$	Meyer (1940)
$v = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP + \beta_2 \cdot DAP^2 + \beta_3 \cdot (h \cdot DAP) + \beta_4 \cdot (h \cdot DAP^2)$	Meyer (1940) modificado
$\ln(v) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(DAP) + \beta_2 \cdot \ln(h^2/(h - 1,3))$	-
$v = \beta_0 + \beta_1 + DAP^2 + \beta_2 \cdot (h \cdot DAP^2) + \beta_3 \cdot h$	Stoate (1945), australiana
$\ln(v) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(DAP) + \beta_2 \cdot \ln(DAP)^2 + \beta_3 \cdot \ln(h) + \beta_4 \cdot \ln(h)^2$	Prodan (1944)
$\ln(v) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(DAP) + \beta_2 \cdot \ln(h)$	Schumacher-Hall (1933)

onde:

$v$  = volume total com casca de uma árvore, em m<sup>3</sup>;

$h$ ,  $DAP$  e  $ln$  = já definidos anteriormente.

### 4.3.3. Classificação da capacidade produtiva

Para classificar a capacidade produtiva, por meio de índices de sítio, foram testados seis modelos utilizando-se o método da curva-guia. Na Tabela 5 são apresentados os modelos e seus respectivos autores conforme pesquisa de MARTINS *et al.* (2007).

**Tabela 5.** Modelos de sítio testados.

Modelo original	Modelo guia	Autor
$Hdom = \beta_0 \cdot \exp(\beta_1/I)$	$Hdom = S \cdot \exp(\beta_1 \cdot (1/I - 1/I_i))$	Schumacher
$Hdom = \beta_0 \cdot [1 - \exp(-\beta_1 \cdot I)]^{\beta_2}$	$Hdom = S \cdot \left( \frac{1 - \exp(-\beta_1^I)}{1 - \exp(-\beta_1^{I_i})} \right)^{\beta_2}$	Chapman-Richards
$Hdom = \beta_0 \cdot \exp(\beta_1 \cdot \beta_2^I)$	$Hdom = S \cdot \exp(\beta_1 \cdot (\beta_2^I - \beta_2^{I_i}))$	Silva-Bailey
$Hdom = \beta_0 - \beta_1 \cdot \beta_2^I$	$Hdom = S - \beta_1 \cdot (\beta_2^I - \beta_2^{I_i})$	Mitscherlich
$Hdom = \beta_0 - \beta_1 \cdot \exp(\beta_2 \cdot I^{\beta_3})$	$Hdom = S - \left( \beta_1 \cdot \exp(-\beta_2 \cdot I^{\beta_3}) - \beta_1 \cdot \exp(-\beta_2 \cdot I_i^{\beta_3}) \right)$	Weibull
$Hdom = \beta_0 \cdot [1 + \beta_1 \cdot I^{\beta_2}]^{\beta_3}$	$Hdom = S \cdot \left( \frac{1 + \beta_1 \cdot I^{\beta_2}}{1 + \beta_1 \cdot I_i^{\beta_2}} \right)^{\frac{1}{\beta_3}}$	Clutter-Jones

em que:

$Hdom$  = altura média das árvores dominantes, em m;

$I$  = idade do povoamento, em anos;

$I_i$  = idade-índice, em anos.

### 4.3.4. Ajuste do modelo de Clutter

O modelo de Clutter (CLUTTER, 1963) é um sistema formado por dois modelos, um para estimar a área basal futura e outro para estimar o volume em uma idade futura. Estes são apresentados a seguir:

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \frac{\beta_1}{I_2} + \beta_2 \cdot S + \beta_3 \cdot \ln(AB_2)$$

$$\ln(AB_2) = \ln(AB_1) \cdot \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \alpha_0 \cdot \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) + \alpha_1 \cdot \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) \cdot S$$

onde:

$V_2$  = volume, em m<sup>3</sup>/ha, na idade  $I_2$ ;

$AB_1$  = área basal, em m<sup>2</sup>/ha, na idade  $I_1$ ;

$AB_2$  = área basal, em m<sup>2</sup>/ha, na idade  $I_2$ ;

$I_1$  = Idade atual do povoamento em anos;

$I_2$  = Idade futura do povoamento em anos;

$S$  = índice de sítio;

$\alpha$  e  $\beta$  = parâmetros.

O modelo de Clutter foi ajustado pelo procedimento estatístico denominado Mínimos Quadrados em Dois Estágios.

#### 4.3.5. Avaliação dos modelos

A seleção dos modelos foi realizada com base no Coeficiente de Determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ), sendo que para comparação entre modelos logarítmicos e não logarítmicos, os primeiros tiveram os  $R^2_{aj}$  recalculados para a variável de interesse por meio da seguinte fórmula:

$$R^2_{aj} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p}\right) \cdot \frac{SQ_{res}}{SQ_{tot}}$$

em que:

$n$  = número de dados;

$p$  = número de coeficientes do modelo;

$SQ_{res}$  = soma de quadrado dos resíduos;

$SQ_{tot}$  = soma de quadrados totais;

No caso do modelo de Clutter o  $R^2_{aj}$  não foi recalculado, uma vez que este modelo não foi comparado com nenhum outro. Além disso, foi utilizado o Erro Padrão de Estimativa

absoluto ( $S_{yx}$ ) e relativo ( $S_{yx}\%$ ), ambos recalculados para a variável de interesse nos modelos logarítmicos utilizando as seguintes fórmulas:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}} \qquad S_{yx}\% = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100$$

em que:

$\bar{Y}$  = média dos valores observados;

$Y_i$  = variável observada;

$\hat{Y}_i$  = variável estimada;

$n$  e  $p$  = já definidos anteriormente.

Também foi realizada a análise de resíduos, sendo que os desvios ou resíduos foram calculados a partir da fórmula:

$$Res(\%) = \left( \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right) \cdot 100$$

em que:

$Res(\%)$  = resíduo em percentagem;

$Y_i$  e  $\hat{Y}_i$  = já definidos anteriormente.

O modelo de Clutter também foi avaliado com base nos fundamentos biológicos do modelo, por meio da análise da consistência das estimativas em relação aos efeitos da área basal inicial e do índice de sítio sobre a idade técnica de corte (ITC).

#### **4.4. Formulação do problema de planejamento florestal**

Os problemas foram formulados utilizando a teoria do modelo clássico tipo I, conforme definido por Jonhson e Scheurman (1977). Este modelo foi originalmente formulado empregando a Programação Linear, no entanto para este trabalho foi formulado utilizando a Programação Linear Inteira.

A variável de decisão  $X_{ij}$  a qual, no modelo de PL, representa a quantidade de área da unidade de gestão  $i$  manejada sob a prescrição  $j$ , passa a representar, na PLI, a unidade inteira de gestão  $i$ , manejada sob a prescrição  $j$ .

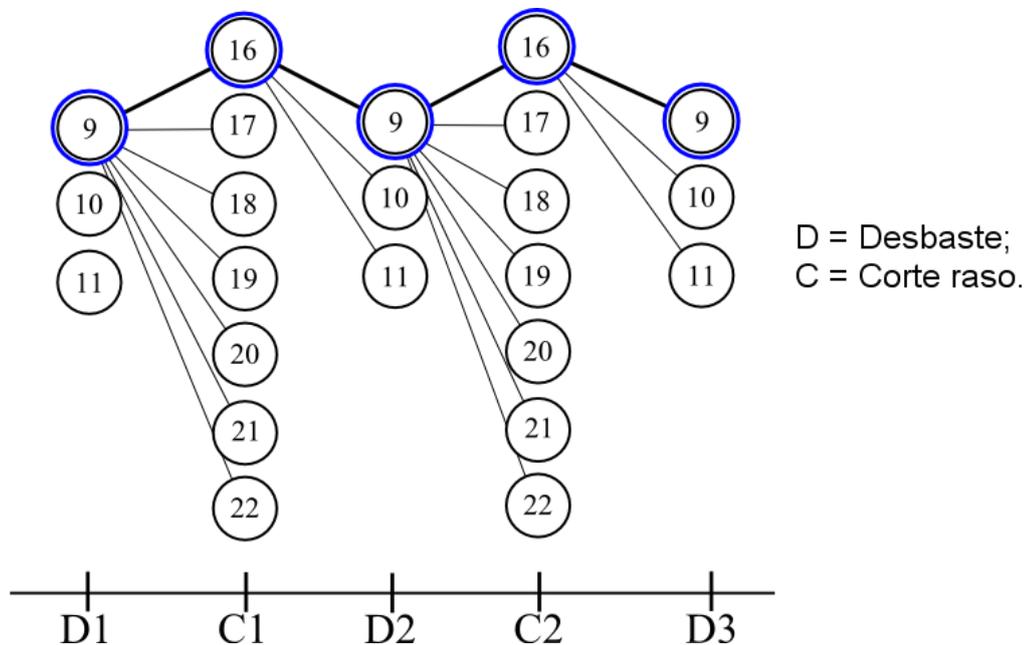


Para efeito de planejamento e cálculo dos indicadores de viabilidade econômica considerou-se a execução das atividades no início de cada período.

Em algumas alternativas de manejo o último corte raso ocorre de forma a gerar diferentes estoques residuais de madeira no último ano do horizonte de planejamento. Longos horizontes de planejamento fazem com que os valores destes estoques sejam relativamente pequenos. No presente trabalho estes valores não foram considerados no cálculo dos critérios econômicos.

Para automatizar o processo de geração das alternativas de manejo programou-se uma rotina especialmente desenvolvida para este fim, denominada Gerador de Alternativas de Manejo (GAM). Esta rotina faz parte do programa desenvolvido para gerar o modelo de planejamento florestal explicado em maiores detalhes no item 4.3.4.

A rotina GAM primeiramente gera todas alternativas de manejo possíveis para cada UG, levando em consideração a idade em anos desta UG e o tamanho do horizonte de planejamento. Cada alternativa de manejo é um caminho de manejo que pode ser seguido durante o horizonte de planejamento. A Figura 3 ilustra um destes caminhos com as idades de desbaste aos 9 anos e corte raso aos 16 anos (9, 16, 9, 16, 9), bem como outros possíveis caminhos que poderiam ser tomados.



**Figura 3.** Exemplo de geração de uma alternativa de manejo.

Após gerar todas as alternativas de manejo possíveis, são eliminadas as alternativas repetidas. As alternativas repetidas ocorrem devido ao truncamento que ocorre ao final do horizonte de planejamento. Por exemplo, considerando um horizonte de planejamento de 34 anos, a alternativa (9,17,9,17,9) para uma UG com 8 anos de idade, ultrapassa o horizonte de planejamento em um ano, desta forma, a última opção de desbaste é eliminada. A mesma situação ocorre para a alternativa (9,17,9,17,10) de forma que resultam duas alternativas iguais a (9,17,9,17). A rotina GAM identifica e elimina as alternativas repetidas.

#### **4.4.2. Cálculo dos coeficientes do modelo de planejamento**

O cálculo dos coeficientes do modelo de otimização foi realizado em duas etapas. Na primeira etapa realizou-se a prognose da produção volumétrica para cada alternativa de manejo de cada talhão. Na segunda etapa, utilizando os dados de produção juntamente com dados de preço da madeira e de custos, calcularam-se os coeficientes da função objetivo que representam o retorno financeiro destas alternativas.

##### **4.4.2.1. Prognose do crescimento e produção**

Utilizou-se o modelo de Clutter para realizar as prognoses da produção volumétrica de cada UG considerando cada alternativa de manejo. Para utilizar o modelo é necessário possuir os seguintes dados da UG: área basal ( $m^2/ha$ ) na idade atual, índice de sítio, percentual da área basal retirado no desbaste, além das idades em que ocorrerão os desbaste e cortes rasos. Como as prognoses contemplam mais de uma rotação, o valor da área basal que um determinado talhão possui na idade atual só foi empregado no modelo para a primeira rotação. Para as demais rotações utilizou-se um valor médio em função do sítio. O percentual da área basal retirado no desbaste foi configurado em 40%.

##### **4.4.2.2. Avaliação econômica**

Pelo fato do conjunto de alternativas de manejo proposto contemplar a possibilidade de que a solução indique rotações com durações distintas para as diferentes unidades de gestão, optou-se por utilizar como critério de avaliação econômica o Valor Periódico Equivalente (VPE), visto que o mesmo corrige implicitamente as possíveis distorções

decorrentes desta variação temporal das rotações, situação esta que o critério do Valor Presente Líquido (VPL) não consegue captar.

Considerando que o VPL é a base para a obtenção do VPE, o mesmo foi calculado com base nos fluxos de caixa futuros. Os valores de VPL para as diferentes alternativas de manejo foram calculados por meio da seguinte fórmula:

$$VPL = \sum_{j=0}^n R_j (1+i)^{-j} - \sum_{j=0}^n C_j (1+i)^{-j}$$

em que:

$VPL$  = valor presente líquido do fluxo de caixa futuro de cada alternativa de manejo, em R\$;

$C_j$  = custo observado no período  $j$ , em R\$;

$R_j$  = receita observada no período  $j$ , em R\$;

$i$  = taxa de juros;

$j$  = período do horizonte de planejamento em que o custo ou a receita ocorrem, em anos.

$n$  = duração do horizonte de planejamento, em anos;

A fórmula do VPE, de acordo com a metodologia utilizada por SILVA *et al.* (2002), é apresentada a seguir:

$$VPE = \frac{VPL[(1+i)^t - 1]}{[1 - (1+i)^{-nt}]}$$

em que:

$VPE$  = valor periódico equivalente, em R\$/ano;

$VPL$ ,  $i$  e  $n$  = já definidas anteriormente.

$t$  = números de períodos de capitalização.

Como o valor de  $t$ , na fórmula anterior, é igual a um (um ano), tem-se que:

$$VPE = \frac{VPL \cdot i}{[1 - (1+i)^{-n}]}$$

Para promover a equivalência temporal de valores de custos e receitas de cada opção de manejo utilizou-se a taxa de juros de 6,75% ao ano, que é a taxa adotada pelo Banco

Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES) no Programa de Plantio Comercial e Recuperação de Florestas (PROPFLORA), com vigência até 30 de junho de 2010 (BNDES, 2009).

Com base em informações de empresas da região do estudo, o preço médio utilizado de venda da madeira em pé foi de R\$ 20,00/m<sup>3</sup> para o desbaste e R\$ 60,00/m<sup>3</sup> para o corte raso.

No que se refere aos custos foram utilizados valores médios da região de estudo. Na Tabela 7 são apresentados os valores médios de custos discriminados por operação.

**Tabela 7.** Valores médios de custos das operações (R\$/ha) utilizados na avaliação econômica.

Atividade	Período do horizonte de planejamento em que ocorre	Custo (R\$/ha)*
Preparo de solo	0	465,84
Combate formiga-pré	0	28,27
Plantio	0	454,27
Mudas (2.000 x ha)	0	500,00
Combate formiga-pós	0	84,81
Replantio	0	47,95
Manutenção	0 ao 4	450,94
Poda	2 e 4	420,00

\*Valores médios da região obtidos de empresas do setor (informação pessoal)

#### 4.4.3. Descrição do modelo

Considerando como o objetivo principal a maximização do valor periódico equivalente global da floresta, tem-se a seguinte função objetivo:

$$\text{Max } VPE_G = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot X_{ij}$$

onde:

$VPE_G$  = valor periódico equivalente global da floresta;

$C_{ij}$  = valor periódico equivalente de cada unidade de gestão  $i$ , manejada sob a prescrição  $j$ ;

$X_{ij}$  = unidade de gestão  $i$  assinalada a prescrição  $j$ ;

$M$  = número de unidades de gestão;

$N$  = número total de alternativas de manejo  $j$  na unidade de gestão  $i$ .

Uma das restrições do problema permite que apenas uma alternativa de manejo seja alocada em cada unidade de manejo. Esta restrição foi formulada da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N X_{ij} = 1 \quad X_{ij} \in \{0,1\} \text{ em que:}$$

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a prescrição } j \text{ for adotada na unidade de gestão } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Há também um conjunto de restrições que impõe cotas ou produções anuais, estabelecendo níveis desejáveis de produção em cada período do horizonte de planejamento. A forma escolhida para definir esta restrição foi incluir um limite inferior e superior na produção.

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N VT_{ijk} \cdot X_{ij} \geq Pmin_k \quad (k = 1,2,3, \dots, n)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N VT_{ijk} \cdot X_{ij} \leq Pmax_k \quad (k = 1,2,3, \dots, n)$$

onde:

$VT_{ijk}$  = volume total (m<sup>3</sup>) produzido pela i-ésima unidade de manejo assinalada na j-ésima alternativa de manejo, no início do período  $k$ ;

$Pmin_k$  = produção mínima estabelecida para o período  $k$ , em m<sup>3</sup>;

$Pmax_k$  = produção máxima estabelecida para o período  $k$ , em m<sup>3</sup>;

$n$  = horizonte de planejamento, em anos.

O modelo completo é apresentado a seguir:

$$Max VPE_G = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot X_{ij}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N X_{ij} = 1 \quad X_{ij} \in \{0,1\} \text{ em que:}$$

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a prescrição } j \text{ for adotada na unidade de gestão } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N VT_{ijk} \cdot X_{ij} \geq Pmin_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N VT_{ijk} \cdot X_{ij} \leq Pmax_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n)$$

#### 4.4.4. Programa para gerar o modelo de planejamento florestal

Devido a sua natureza, os modelos de planejamento florestal geralmente envolvem grande número de variáveis, o que dificulta a sua formulação. Para automatizar este processo desenvolveu-se um programa denominado Gerador de Modelos de Planejamento Florestal (GMPF). Foi utilizada a linguagem de programação C++ e a IDE (*Integrated Development Environment*, Ambiente de Desenvolvimento Integrado) *Code-Blocks*, software livre distribuído sob os termos da licença GNU *General Public License* (GPL) versão 2.

O GMPF inicia lendo as informações cadastrais de cada unidade de gestão (UG) armazenadas em um arquivo de texto (\*.txt). Em cada linha deste arquivo de texto são dispostos os seguintes dados:

<fazenda> <ID> <UG> <área (ha)> <idade (anos)> <sítio> <área basal (m<sup>2</sup>/ha)>

O campo <ID> corresponde a uma abreviação do nome da fazenda que será usada como parte do nome das variáveis de decisão no modelo de planejamento florestal. O campo <UG> refere-se ao número da unidade de gestão. Para a informação de sítio deste trabalho foi utilizada a equação selecionada na seção 5.1.3; para as UGs onde não se dispunha de dados de altura dominante, foi utilizado o sítio médio de 31m. O campo <área basal (m<sup>2</sup>/ha)> corresponde a área basal da UG na idade atual, informada no campo <idade (anos)>.

Após a leitura dos dados cadastrais o programa gera as alternativas de manejo com a rotina GAM explicada na seção 4.3.1. A rotina GAM utiliza a equação de Clutter e as fórmulas de cálculo do VPE para gerar as seguintes informações de cada alternativa de manejo: idade de desbaste e corte raso, ano no horizonte de planejamento em que ocorrem o

desbaste e o corte raso, volume (m<sup>3</sup>/ha) produzido em cada ano do horizonte de planejamento e o VPE (R\$).

A partir das informações geradas pela rotina GAM, o GMPF gera o modelo de planejamento florestal em dois formatos: um para a linguagem do *software* LINGO e outro para o programa da meta-heurística PSO (Meta-heurísticas para o Planejamento Florestal, MPF). Para facilitar a identificação das variáveis de decisão após a resolução do modelo, nomearam-se as variáveis como no exemplo: AFI<sub>t1\_9\_16\_9\_16\_9</sub>, onde AFI refere-se a identificação de uma determinada fazenda e t1 ao número da UG, no caso 1. A numeração 9\_16\_9\_16\_9 indica o primeiro desbaste aos 9 anos, seguido de corte raso aos 16 anos, desbaste aos 9 anos, corte raso aos 16 anos e por fim um desbaste aos 9 anos.

#### 4.4.5. Formulações dos problemas de planejamento florestal

A fim de testar o desempenho da meta-heurística PSO formulou-se quatro problemas de planejamento florestal (Tabela 8). Os problemas diferenciam-se entre si pela diversificação da quantidade das variáveis de decisão, tamanho do horizonte de planejamento e na magnitude das restrições de produção mínima e máxima.

**Tabela 8.** Descrição geral dos problemas escolhidos para testar a PSO.

Problema	Nº de unidades de gestão	Nº de variáveis de decisão	Horizonte de planejamento (anos)	Produção mínima (m <sup>3</sup> )	Produção máxima (m <sup>3</sup> )
1	30	2.646	26	2.000	22.000
2	30	4.812	30	2.000	22.000
3	30	9.123	34	2.000	22.000
4	628	201.804	34	350.000	500.000

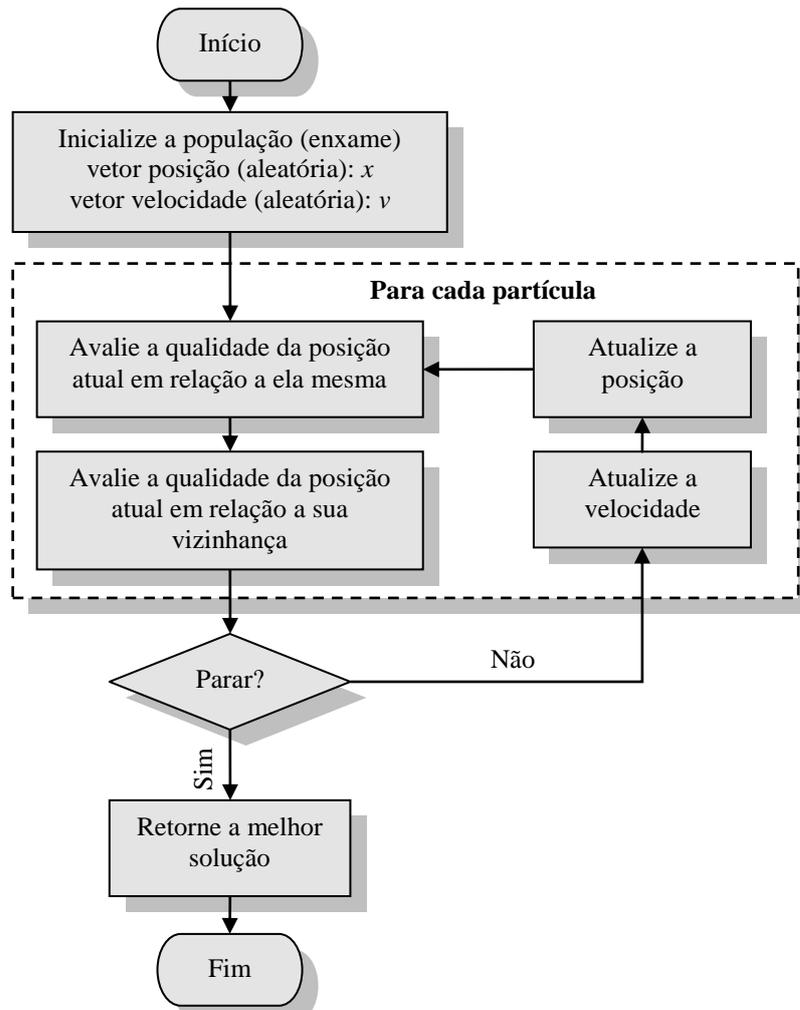
Para a formulação dos problemas 1, 2 e 3 escolheu-se aleatoriamente 30 unidades de gestão do total de 628 pertencentes à empresa em estudo. Estes três problemas, que são fictícios, foram formulados com o objetivo de comparar as soluções conseguidas com a PSO e o ótimo matemático obtido por meio do algoritmo exato *branch-and-bound*.

O problema número 4 foi formulado com todas as unidades de gestão da empresa. Devido à elevada quantidade de variáveis de decisão, não seria possível aplicar o método exato. Desta forma, apenas a técnica meta-heurística foi utilizada para a resolução deste problema.

Os problemas 1, 2 e 3 foram executados em um computador com processador AMD Sempron 1,60 GHz com 512 MB de memória RAM, tanto para o algoritmo *branch-and-bound* quanto para as abordagens/topologias da PSO. O problema 4 foi executado em um computador com processador Intel Celeron 2,13 GHz com 1GB de memória RAM.

#### **4.5. Algoritmo otimização por enxame de partículas**

O algoritmo inicia cada partícula com valores aleatórios de posição e velocidade. A posição é limitada pelo tamanho do espaço de busca do problema, enquanto a velocidade é limitada pelo valor do coeficiente  $V_{max}$ . Depois de inicializado, o algoritmo entra em um *loop* até alcançar o critério de parada estabelecido. Dentro do *loop* cada partícula avaliará sua posição atual (ou solução atual) em relação à melhor posição já encontrada por ela mesma, isso permite que o valor de *pbest* seja atualizado. Cada partícula também avaliará a qualidade da melhor solução encontrada na sua vizinhança, permitindo a atualização do valor de *gbest*. A avaliação da qualidade de uma posição (ou solução) é realizada por meio da função de *fitness* ou aptidão. Após atualizar o valor de velocidade, com os novos valores de *pbest* e *gbest*, cada partícula irá se deslocar para uma nova posição. Uma aplicação do algoritmo é apresentada no Anexo A e o seu fluxograma básico de funcionamento é apresentado na Figura 4.



**Figura 4.** Fluxograma do algoritmo PSO.

#### 4.5.1. Codificação das partículas

A posição de cada partícula no algoritmo PSO representa uma solução do problema. Assim, se o algoritmo possui 50 partículas, a cada iteração o algoritmo avalia 50 novas soluções. A codificação das partículas foi feita de forma que em cada solução encontrada apenas uma alternativa de manejo seja atribuída a cada unidade de gestão (UG), respeitando assim, a restrição de integridade das UGs.

Considerando um problema com duas UGs e 10 alternativas de manejo possíveis para cada uma destas UGs, a solução [3,6] onde a alternativas 3 e 6 seriam atribuídas respectivamente, às UGs 1 e 2, poderia ser representada conforme a Figura 5.

UG = 1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
UG = 2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

**Figura 5.** Exemplo de codificação de uma posição de uma partícula.

#### 4.5.2. Função de avaliação

Para medir a qualidade das soluções encontradas pelas partículas usa-se uma função denominada *fitness* ou aptidão, no caso, a própria função-objetivo do problema de planejamento florestal.

Com o algoritmo PSO não é possível trabalhar diretamente com restrições. Uma estratégia para se fazer com que este algoritmo manipule restrições, é utilizando funções de penalidade. Assim, a função-objetivo penalizada  $f_p(x)$  é obtida através da modificação da função objetivo  $f(x)$ , da seguinte forma:

$$f_p(x) = f(x) - vp \cdot VT$$

em que:

$f_p(x)$  = valor da função-objetivo penalizada para a solução  $x$ ;

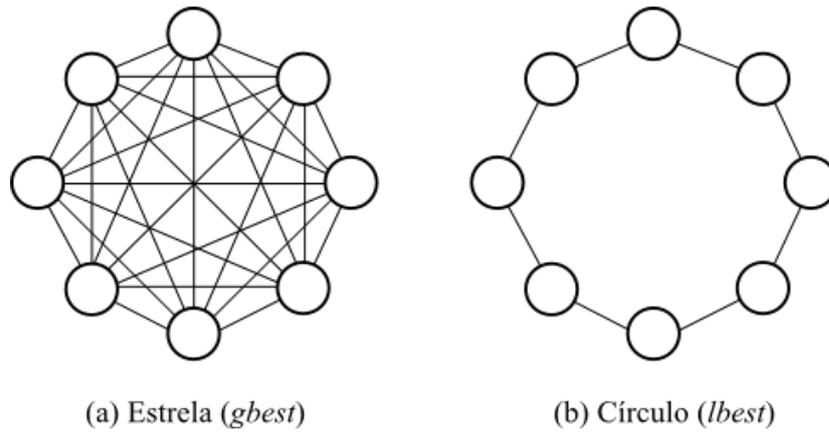
$f(x)$  = valor da função-objetivo do problema;

$vp$  = penalização (R\$/m<sup>3</sup>) para cada unidade de produção violada;

$VT$  = violação total (m<sup>3</sup>) das restrições de produção (mínima e máxima).

#### 4.5.3. Abordagens testadas do algoritmo PSO

Foram testadas as abordagens do algoritmo PSO com o momento de inércia e com o fator de constrição, denominados neste trabalho de  $PSO_w$  e  $PSO_\chi$ , respectivamente. Estas duas abordagens também foram testadas com duas topologias de vizinhança (Figura 6): estrela (ou *gbest*) e círculo (ou *lbest*). Na topologia círculo foi utilizado um valor de  $K$  (quantidade de partículas vizinhas) igual a 2.



**Figura 6.** Topologias de vizinhança utilizadas no trabalho.

#### 4.5.3.1. PSO com momento de inércia

As fórmulas para atualizar a velocidade e posição de cada partícula em cada iteração do algoritmo, na abordagem com momento de inércia (PSOw), são apresentadas a seguir:

$$v_p^{(it+1)} = w \cdot v_p^{it} + c_1 \cdot rand_1^{(it)} \cdot (pbest_p^{(it)} - x_p^{(it)}) + c_2 \cdot rand_2^{(it)} \cdot (gbest_p^{(it)} - x_p^{(it)})$$

$$x_p^{(it+1)} = x_p^{(it)} + v_p^{(it+1)}$$

A atualização do valor de momento de inércia a cada iteração foi feita com base na fórmula proposta por EBERHART e SHI (2000):

$$w_{it} = (w_{ini} - w_{fin}) \cdot \frac{(IT - it)}{IT} + w_{fin}$$

em que:

$w_{it}$  = momento de inércia na iteração atual;

$w_{ini}$  = momento de inércia inicial;

$w_{fin}$  = momento de inércia final;

$IT$  = número total de iterações do algoritmo; e

$it$  = iteração atual.

Para não ter que calcular o momento de inércia de cada iteração, criou-se um fator que indica a taxa de variação de  $w$  a cada iteração, obtido pela seguinte fórmula:

$$w_{tx} = w_{ini} - \left( (w_{ini} - w_{fin}) \cdot \frac{(IT - 1)}{IT} + w_{fin} \right)$$

em que:

$w_{tx}$  = taxa de variação do momento de inércia em cada iteração;

A fórmula anterior é calculada apenas uma vez no início do algoritmo, e o momento de inércia é então atualizado a cada iteração pela fórmula:

$$w_{it+1} = w_{it} - w_{tx}$$

em que:

$w_{it+1}$  = momento de inércia na próxima iteração;

#### 4.5.3.2. PSO com fator de restrição

As fórmulas para atualizar a velocidade e posição de cada partícula em cada iteração do algoritmo, na abordagem com fator de restrição (PSOx), são apresentadas a seguir:

$$v_p^{(it+1)} = \chi \cdot \left[ v_p^{it} + c_1 \cdot rand_1^{(it)} \cdot (pbest_p^{(it)} - x_p^{(it)}) + c_2 \cdot rand_2^{(it)} \cdot (gbest_p^{(it)} - x_p^{(it)}) \right]$$

$$x_p^{(it+1)} = x_p^{(it)} + v_p^{(it+1)}$$

O valor do coeficiente de restrição é determinado com a seguinte fórmula:

$$\chi = \frac{2 \cdot k}{\left| 2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4 \cdot \varphi} \right|}$$

onde:

$$\varphi = c_1 + c_2, \varphi > 4$$

Foi utilizado o valor de  $k$  igual a 1 e o valor de  $V_{max}$  nesta abordagem foi configurado igual à  $X_{max}$ , o alcance dinâmico de cada variável em cada dimensão.

#### 4.5.4. Parâmetros do algoritmo

Com base na revisão de literatura e teste iniciais do algoritmo PSO definiram-se os parâmetros de configuração para as abordagens testadas. Estes são apresentados na Tabela 9.

**Tabela 9.** Parâmetros de configuração das abordagens testadas do algoritmo PSO.

Parâmetro	Abordagem da PSO	
	Momento de inércia (PSOw)	Fator de restrição (PSOx)
População	50	50
Coefficiente cognitivo ( $c_1$ )	2	2,05
Coefficiente social ( $c_2$ )	2	2,05
Inércia inicial ( $w_{ini}$ )	0,9	-
Inércia final ( $w_{fin}$ )	0,4	-
$V_{max}$	10%	100%
Iterações	3.000	3.000

As duas abordagens foram avaliadas com os parâmetros de configuração da Tabela 9 para as topologias de vizinhança *gbest* e *lbest*.

#### 4.5.5. Avaliação do algoritmo

Como a maioria das meta-heurísticas gera as soluções iniciais de forma aleatória, e a solução final é dependente da solução inicial, é possível obter uma série de amostras com diferentes soluções com distintos valores da função objetivo. Estas amostras podem ser comparadas por meio da estatística básica.

No presente trabalho, foram efetuadas de 30 rodadas independentes de cada abordagem da meta-heurística PSO, as quais geraram 30 soluções para os problemas avaliados. A partir desta amostra, o desempenho de cada algoritmo foi comparado com base na média, desvio padrão, coeficiente de variação, valor máximo e mínimo do VPE das soluções obtidas.

Um computador gera números aleatórios com base em valores denominados sementes. Muitas vezes em pesquisas com Meta-heurísticas utiliza-se como valor semente a hora de calendário atual do dia em segundos do computador, isso permite obter diferentes soluções em cada rodada dos algoritmos. Na presente pesquisa utilizou-se numerar o valor semente de zero a  $n-1$ , sendo  $n$  o número total de rodadas dos algoritmos. Este critério foi adotado por dois motivos: (1) a repetição da sequência dos valores sementes facilita a depuração do programa durante o seu desenvolvimento e mesmo depois de completado ajuda a detectar possíveis *bugs* e; (2) como o valor semente é o mesmo, a posição e velocidade

inicial das partículas são iguais para todos os algoritmos em cada rodada, permitindo uma comparação mais justa do desempenho dos algoritmos.

Para testar a existência de diferenças estatísticas entre os valores obtidos da função objetivo com as abordagens testadas, utilizaram-se os testes conforme o esquema da Figura 7.

Para todos os testes utilizou-se o nível de significância de 5%. Para os cálculos das estatísticas foi utilizado o *software* R, exceto para o teste de Dunn. O R é ao mesmo tempo uma linguagem de programação e um ambiente para computação estatística e elaboração de gráficos, além disso, é um *software* livre distribuído sob os termos da GNU *General Public License*, versão 2 (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2006).

O teste de Dunn é um procedimento não-paramétrico de comparação múltiplas semelhante ao teste de Tukey. De acordo com CALLEGARI-JACQUES (2003), o método consiste em comparar as diferenças dos postos médios obtidos nas amostras por meio da estatística:

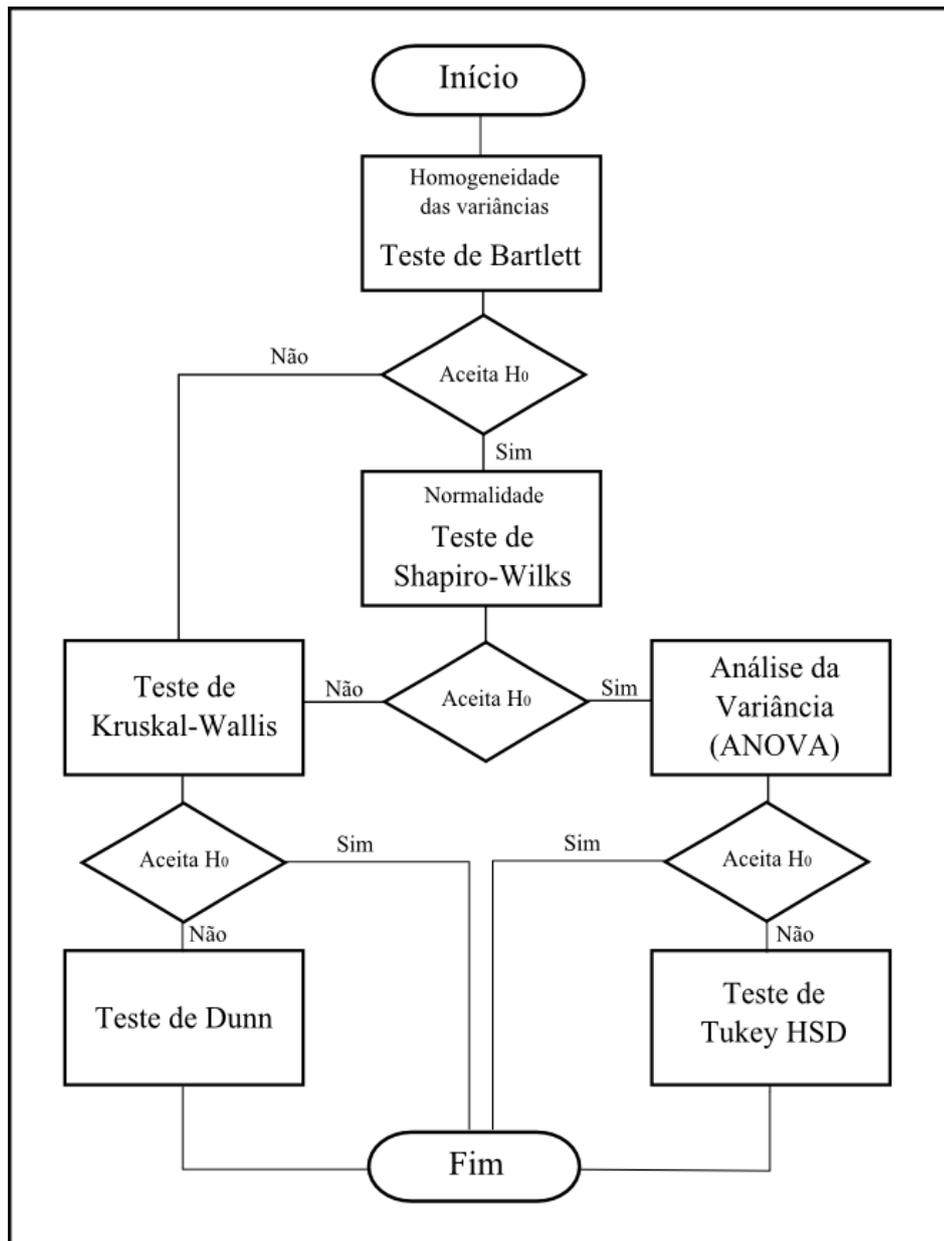
$$Q_{calc} = \frac{\bar{R}_A - \bar{R}_B}{EP}$$

onde  $\bar{R}_A$  e  $\bar{R}_B$  são os postos médios de duas amostras diferentes. O erro padrão ( $EP$ ) é dado por:

$$EP = \sqrt{\frac{N \cdot (N + 1)}{12} \cdot \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}$$

onde  $n_A$  e  $n_B$  são os tamanhos das duas amostras que estão sendo comparadas e  $N$  é o total de indivíduos estudados incluindo todas as amostras do experimento.

Cada valor de  $Q_{calc}$  é comparado com um valor crítico  $Q_{\alpha,k}$ , onde  $\alpha$  é o nível de significância e  $k$  o número de grupos que estão sendo comparados. Se o valor calculado for igual ou maior que o tabelado, rejeita-se a hipótese de igualdade entre os grupos.



**Figura 7.** Esquema para avaliar as estatísticas das abordagens da PSO testadas.

A avaliação do desempenho da PSO em relação ao algoritmo *branch-and-bound* para os problemas 1, 2 e 3, foi realizada com base em duas medidas, denominadas eficácia e eficiência. A eficácia, que avalia a qualidade da solução encontrada pelo algoritmo, compara a melhor solução encontrada pelo algoritmo PSO em relação ao ótimo matemático encontrado pelo algoritmo exato *branch-and-bound*. A eficácia é obtida por meio da fórmula:

$$Ef = \frac{f_{PSO}}{f_o} \times 100$$

em que:

$Ef$  = eficácia (%);

$f_{PSO}$  = valor da melhor solução encontrada pela PSO (R\$);

$f_o$  = valor da solução ótima obtida pelo algoritmo *branch-and-bound* (R\$).

A eficiência, que mede o quão rápido é o algoritmo, será analisada através de comparação dos tempos de processamento dos algoritmos PSO e *branch-and-bound*, utilizando para ambos os mesmos recursos computacionais.

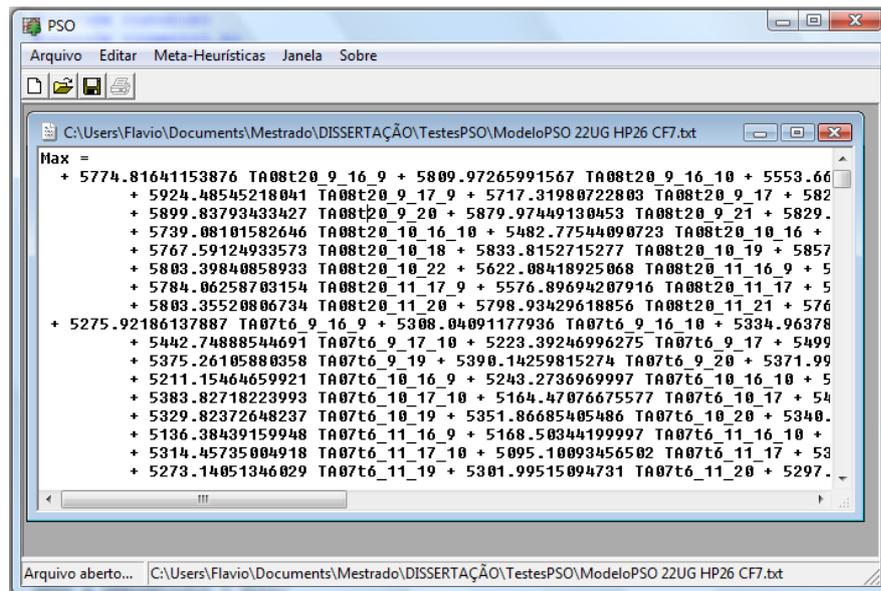
Muitas vezes as meta-heurísticas tem dificuldade de encontrar soluções factíveis, ou seja, que respeitam todas as restrições do problema. Neste caso, quando ao menos um dos algoritmos apresentou uma ou mais soluções não factíveis, adotou-se um critério de comparação que indica o seu percentual de sucesso. Este foi obtido por meio da fórmula:

$$\text{Percentual de sucesso} = \frac{\text{Quantidade de rodadas com solução factível}}{\text{Quantidade total de rodadas}} \cdot 100$$

#### 4.5.6. Implementação em computador

As abordagens testadas do algoritmo enxame de partículas foram implementadas em computador utilizando a linguagem C++. Foi empregada a IDE Dev-C++, um software livre distribuído sob os termos da GNU *General Public License* (GPL).

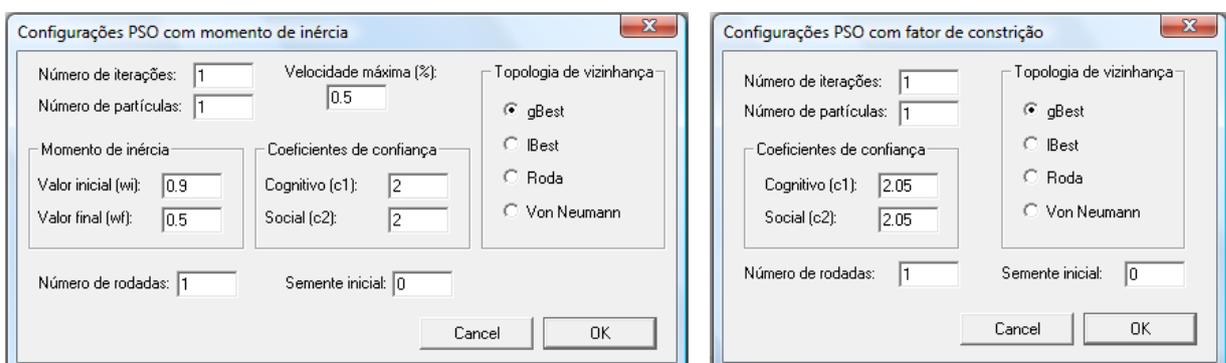
Para facilitar a avaliação dos algoritmos foi desenvolvido um *software* denominado Meta-heurísticas para o Planejamento Florestal (MPF), que além das meta-heurísticas, inclui também um editor de texto (Figura 8) para a entrada dos dados do modelo de planejamento florestal, um módulo para configurar os parâmetros dos algoritmos e um módulo para geração de relatórios.



**Figura 8.** Tela do programa MPF com o editor de texto.

A sintaxe para a entrada do modelo no programa foi bastante inspirada pelo *software* LINGO. Assim, o primeiro comando que deve ser inserido no modelo é a palavra “Max” ou “Min”, indicando se é um problema de maximização ou de minimização. O comando “sa” ao fim da função objetivo indica que a partir deste ponto são inseridas as restrições do modelo. No caso do modelo ilustrado na Figura 8, o valor numérico 5774,8164... indica o VPE da variável de decisão “TA08t20\_9\_16\_9”. O programa aceita caracteres de soma e subtração, porém, entre um valor numérico e nome da variável de decisão é sempre considerado uma multiplicação.

Na Figura 9 são apresentadas as caixas de diálogo do programa para a configuração dos parâmetros das abordagens/topologias da PSO avaliadas.



**Figura 9.** Caixas de diálogos para a configuração dos parâmetros dos algoritmos

Nas caixas de diálogo pode-se observar que a topologia de vizinhança é configurada por meio de “*botões de rádio*” e também que esta configuração inclui duas outras topologias, roda e Von Neumann, que não foram testadas no presente trabalho.

O módulo de relatório gera, em forma de texto, as informações relativas aos parâmetros utilizados no algoritmo, dados do problema, como a quantidade de variáveis e restrições, estatísticas das rodadas, como média, desvio padrão e valores máximos e mínimos, e as variáveis da melhor solução encontrada.

#### **4.6. Software LINGO<sup>®</sup>**

Para a determinação do ótimo matemático foi utilizado o software LINGO<sup>®</sup> versão 9.0. Este consiste em uma ferramenta desenvolvida para construir e resolver modelos de otimização matemática. Inclui uma linguagem própria para a expressão dos modelos de otimização, um ambiente para criar e editar os problemas e uma série de *solvers* para a resolução de uma grande variedade de modelos de otimização (LINDO SYSTEMS, 2008). Um destes *solvers* é o de programação inteira mista e contém o algoritmo *branch-and-bound*.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1.1. Equações hipsométricas

As estatísticas dos ajustes dos modelos hipsométricos, bem como as equações com seus respectivos coeficientes estão apresentados na Tabela 10.

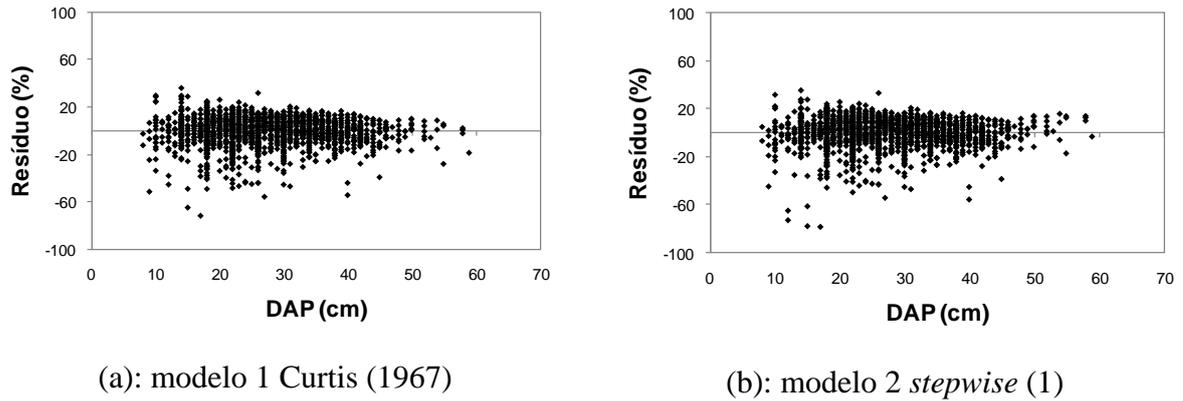
**Tabela 10.** Coeficientes e estatísticas dos ajustes dos modelos hipsométricos.

<b>Autor ou procedimento</b>	<b>Modelo</b>	<b>R<sup>2</sup><sub>aj</sub></b>	<b>S<sub>yx</sub> (m)</b>	<b>S<sub>yx</sub> (%)</b>
Curtis (1967)	$\ln(h) = 4,0907 - 12,9563/DAP - 10,9925/I + 66,0739/(DAP \cdot I)$	0,86	2,60	11,31
<i>stepwise</i> (1)	$\ln(h) = 2,9711 + 0,0374 \cdot DAP - 11,1363/I - 0,0004 \cdot DAP^2 + 20,9191/I^2$	0,86	2,61	11,35
<i>stepwise</i> (2)	$h = 18,5743 + 1,1057 \cdot I - 381,207/DAP - 0,0132 \cdot I^2 + 2057,76/DAP^2$	0,86	2,64	11,47
Schneider <i>et al.</i> (1988)	$DAP^2/(h - 1,3) = 6,101 + 0,931 \cdot DAP + 0,0338 \cdot DAP^2 - 0,04 \cdot (DAP \cdot I)$	0,82	2,96	12,86

Os dois melhores modelos com base nas estatísticas de comparação da Tabela 10 foram o modelo de Curtis, e o modelo *stepwise* (1). Como pode ser observado, para estes dois modelos, obtiveram-se estatísticas muito próximas. Este fato indica que o procedimento estatístico *stepwise* é um método viável para a geração de modelos de altura em função do DAP e idade.

Barros *et al.* (2002) testaram oito modelos hipsométricos genéricos para o *Pinus oocarpa* que, além da idade, incluíram as variáveis independentes diâmetro médio quadrático e altura dominante. Os valores do coeficiente de determinação encontrados variaram de 0,88 a 0,96. Já os valores de Syx (%) variaram entre 6,24% e 11,44%.

As distribuições gráficas dos resíduos para os dois modelos são apresentadas na Figura 10a e 10b.



**Figura 10.** Distribuição gráfica dos resíduos para os dois melhores modelos hipsométricos.

Pelo fato dos resíduos dos dois melhores modelos apresentarem distribuições semelhantes, a escolha do modelo foi realizada com base nas estatísticas  $Syx(\%)$ , assim, o modelo de Curtis (1967) foi selecionado para estimar a altura total das árvores.

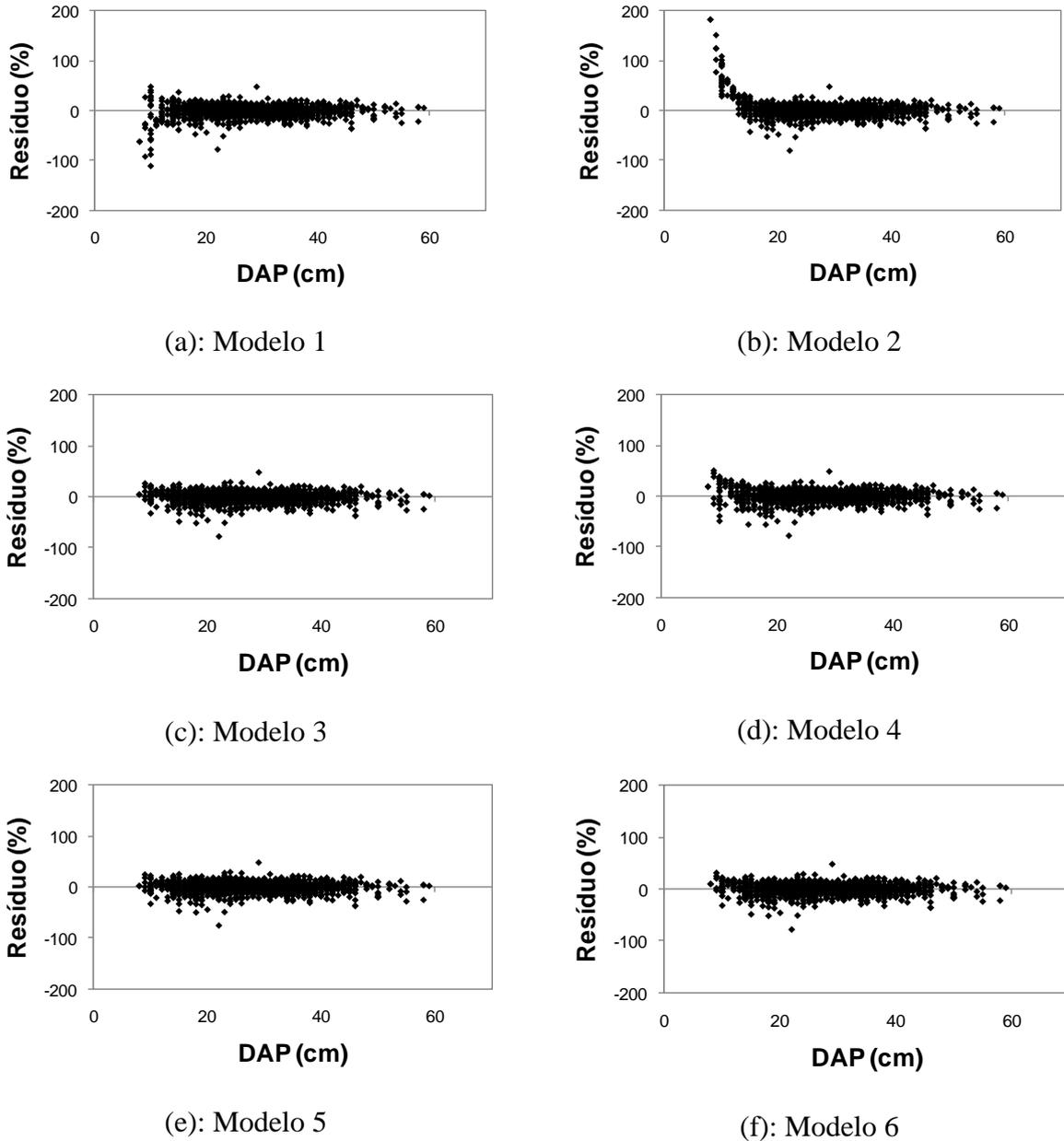
### 5.1.2. Equações volumétricas

Na Tabela 11 são apresentadas as estatísticas e coeficientes dos ajustes dos modelos volumétricos.

**Tabela 11.** Coeficientes e estatísticas dos ajustes dos modelos volumétricos.

Nº	Modelo	$R^2_{aj}$	$S_{yx}(m^3)$	$S_{yx}(\%)$
1	$v = 0,0465 + 0,0016 \cdot DAP - 0,0002 \cdot DAP^2 + 0,0004 \cdot (h \cdot DAP) + 3 \cdot 10^{-5} \cdot (h \cdot DAP^2) - 0,0086 \cdot h$	0,98	0,1042	12,9598
2	$v = -0,0924 + 0,0106 \cdot DAP - 0,0003 \cdot DAP^2 - 0,0001 \cdot (h \cdot DAP) + 4 \cdot 10^{-5} \cdot (h \cdot DAP^2)$	0,98	0,1045	12,9971
3	$\ln(v) = -10,5356 + 1,9506 \cdot \ln(DAP) + 1,1306 \cdot \ln(h^2/(h - 1,3))$	0,98	0,1046	13,0032
4	$v = -0,0092 - 0,0001 + DAP^2 + 3 \cdot 10^{-5} \cdot (h \cdot DAP^2) + 0,0018 \cdot h$	0,98	0,1050	13,0520
5	$\ln(v) = -9,3285 + 1,9062 \cdot \ln(DAP) + 0,0064 \cdot \ln(DAP)^2 + 0,4996 \cdot \ln(h) + 0,094 \cdot \ln(h)^2$	0,98	0,1050	13,0574
6	$\ln(v) = -10,1631 + 1,9566 \cdot \ln(DAP) + 1,028 \cdot \ln(h)$	0,98	0,1054	13,1014

Como as estatísticas de ajuste dos modelos volumétricos apresentaram-se muito semelhantes, a escolha do melhor modelo foi realizada com base na análise de resíduos dos modelos, apresentada na Figura 11.



**Figura 11.** Distribuição gráfica dos resíduos para os modelos volumétricos.

Os modelos 1 e 2, respectivamente o de Meyer e Meyer modificado, apresentaram tendências nas estimativas do volume, como pode ser observado nas Figuras 11(a) e 11(b). O modelo de Meyer tende a superestimar enquanto o de Meyer modificado tende a subestimar os volumes nos menores diâmetros. Por apresentar distribuição de resíduos mais uniforme, o modelo 3 foi o selecionado para estimar o volume total com casca das árvores.

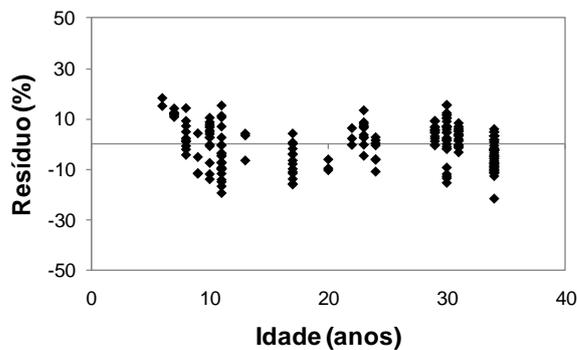
### 5.1.3. Equação de sítio

Na tabela 12 são apresentadas as estatísticas e coeficientes de ajuste dos modelos de sítio.

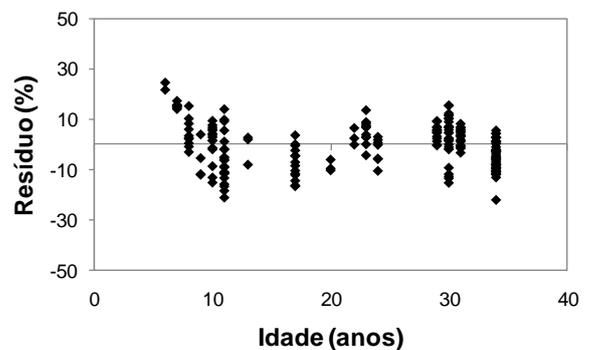
**Tabela 12.** Coeficientes e estatísticas dos ajustes dos modelos de sítio.

Autor	Modelo	$R^2_{aj}$	$S_{yx}(m)$	$S_{yx}(\%)$
Silva-Bailey	$Hdom = 33,7963 \cdot \exp(-2,6076 \cdot 0,8957^I)$	0,94	1,9068	7,6382
Chapman-Richards	$Hdom = 34,9032 \cdot [1 - \exp(-0,0848 \cdot I)]^{1,5907}$	0,94	1,9660	7,8752
Weibull	$Hdom = 8,1436 + 35,9599 \cdot \exp(-27,917 \cdot I^{-1,2})$	0,94	1,9835	7,9407
Mitscherlich	$Hdom = 36,5847 - 42,2245 \cdot 0,9371^I$	0,94	2,0044	8,0291
Clutter-Jones	$Hdom = 59,2704 \cdot [1 - 1,1146 \cdot I^{-0,5917}]^{4,1770}$	0,93	2,0898	8,3192
Schumacher	$Hdom = 3,7493 \cdot \exp(-10,3825/I)$	0,93	2,1216	8,4988

Como forma de escolher o modelo mais adequado para estimar o índice de sítio, construiu-se a distribuição gráfica dos resíduos dos dois melhores modelos, respectivamente o de Silva-Bailey e o de Chapman-Richards. Esta é apresentada na Figura 12a e 12b.



(a): Modelo de Silva-Bailey

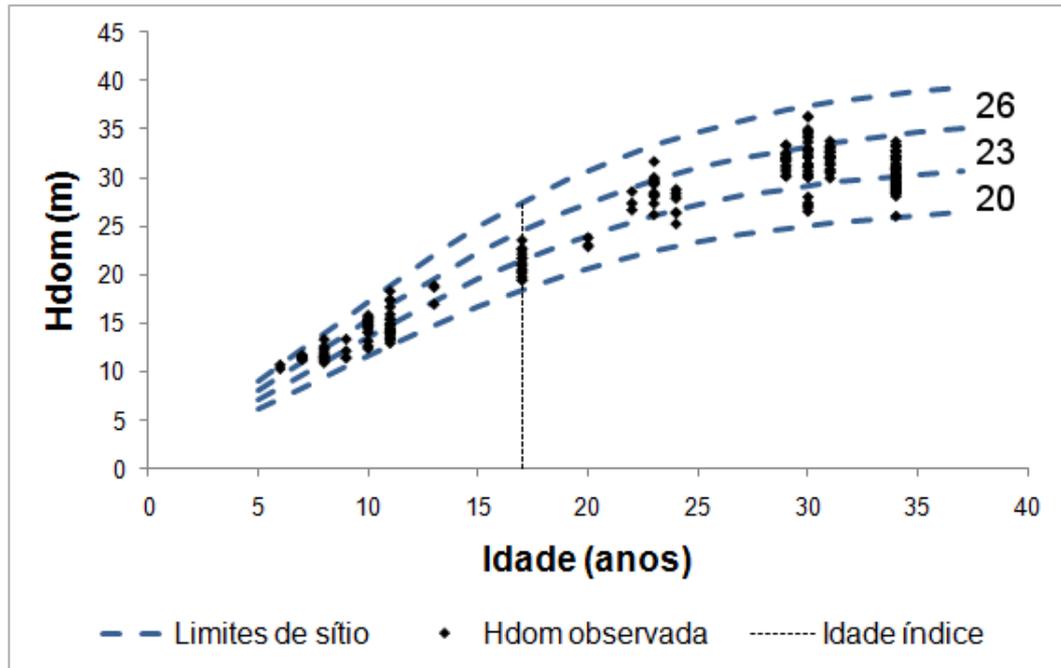


(b): Modelo de Chapman-Richards

**Figura 12.** Distribuição gráfica dos resíduos para os dois melhores modelos de sítio.

Por apresentarem distribuição de resíduos muito semelhantes e igual valor de  $R^2_{aj}$ , a seleção do melhor modelo de sítio foi feita com base no valor de  $S_{yx}(\%)$ , desta forma, o de Silva-Bailey foi o escolhido.

Na Figura 13 são apresentadas as curvas de sítio construídas com o modelo selecionado. As curvas foram divididas em três classes com sítio igual a 20, 23 e 26 considerando a idade-índice de 17 anos.



**Figura 13.** Curvas de sítio construídas com o modelo de Silva-Bailey.

A amostragem das alturas dominantes com parcelas temporárias utilizada neste trabalho pressupõe que todos os sítios estejam amostrados em todas as idades, no entanto, algumas falhas nesta amostragem podem ser observadas na Figura 13. Em algumas idades a variação de sítio não foi completamente amostrada e em outras não há nenhuma amostra. Desta forma, estas curvas geradas não devem ser consideradas definitivas e podem ser melhoradas intensificando-se a amostragem.

Na Tabela 13 são apresentados os limites de altura dominante considerando as três classes de sítio definidas e a idade índice de 17 anos.

**Tabela 13.** Limites inferiores e superiores de altura dominante para cada idade nas diferentes classes de sítio.

Idade (anos)	Sítio III (20 m)		Sítio II (23 m)		Sítio I (26 m)	
	Lim. inf.	Lim. sup.	Lim. inf.	Lim. sup.	Lim. inf.	Lim. sup.
5	6,14	7,14	7,14	8,13	8,14	9,13
6	7,19	8,35	8,35	9,51	9,52	10,68
7	8,27	9,61	9,61	10,95	10,95	12,29
8	9,38	10,89	10,90	12,41	12,42	13,94
9	10,50	12,19	12,20	13,90	13,90	15,60
10	11,61	13,49	13,49	15,37	15,38	17,26
11	12,71	14,76	14,77	16,83	16,83	18,89
12	13,78	16,01	16,02	18,24	18,25	20,49
13	14,82	17,21	17,22	19,62	19,62	22,03
14	15,81	18,37	18,38	20,93	20,94	23,51
15	16,76	19,47	19,48	22,19	22,20	24,91
16	17,66	20,51	20,52	23,37	23,38	26,25
<b>17</b>	<b>18,50</b>	<b>21,49</b>	<b>21,50</b>	<b>24,49</b>	<b>24,50</b>	<b>27,50</b>
18	19,29	22,41	22,42	25,54	25,55	28,67
19	20,03	23,26	23,27	26,51	26,52	29,77
20	20,71	24,06	24,07	27,41	27,42	30,78
21	21,34	24,79	24,80	28,25	28,26	31,72
22	21,92	25,47	25,48	29,02	29,03	32,59
23	22,46	26,09	26,10	29,73	29,74	33,38
24	22,95	26,66	26,67	30,38	30,39	34,11
25	23,39	27,18	27,19	30,97	30,98	34,78
26	23,80	27,65	27,66	31,51	31,52	35,38
27	24,18	28,08	28,10	32,00	32,02	35,94
28	24,51	28,48	28,49	32,45	32,46	36,44
29	24,82	28,83	28,85	32,86	32,87	36,89
30	25,10	29,15	29,17	33,22	33,24	37,31
31	25,35	29,45	29,46	33,56	33,57	37,68
32	25,58	29,71	29,73	33,86	33,87	38,02
33	25,78	29,95	29,96	34,13	34,15	38,33
34	25,97	30,17	30,18	34,38	34,39	38,60

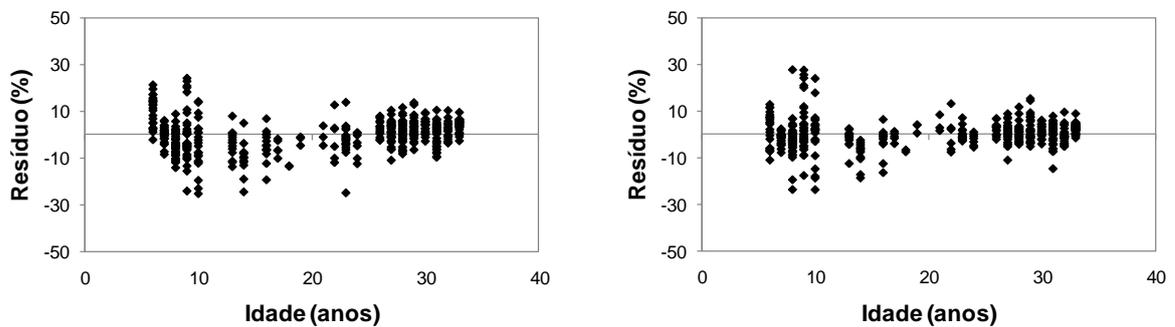
#### 5.1.4. Ajuste do modelo de Clutter

As estatísticas do ajuste do modelo de Clutter são apresentadas na Tabela 14.

**Tabela 14.** Coeficientes e estatísticas dos ajustes dos modelos de Clutter.

Modelo	$R^2_{aj}$	$S_{yx}$	$S_{yx}(\%)$
$\ln(V_2) = 2,9475 + \frac{-10,3349}{I_2} + 0,0068 \cdot S + 0,9727 \cdot \ln(AB_2)$	0,99	27,46 m <sup>3</sup> /ha	6,1345
$\ln(AB_2) = \ln(AB_1) \cdot \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + 4,6834 \cdot \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) + 0,0055 \cdot \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) \cdot S$	0,96	2,22 m <sup>2</sup> /ha	5,5861

Na Figura 14 são apresentadas as distribuições dos resíduos do modelo de volume e do modelo de área basal. Não se observou nenhum tipo de tendência nos resíduos tanto para o modelo de volume quanto para o de área basal.



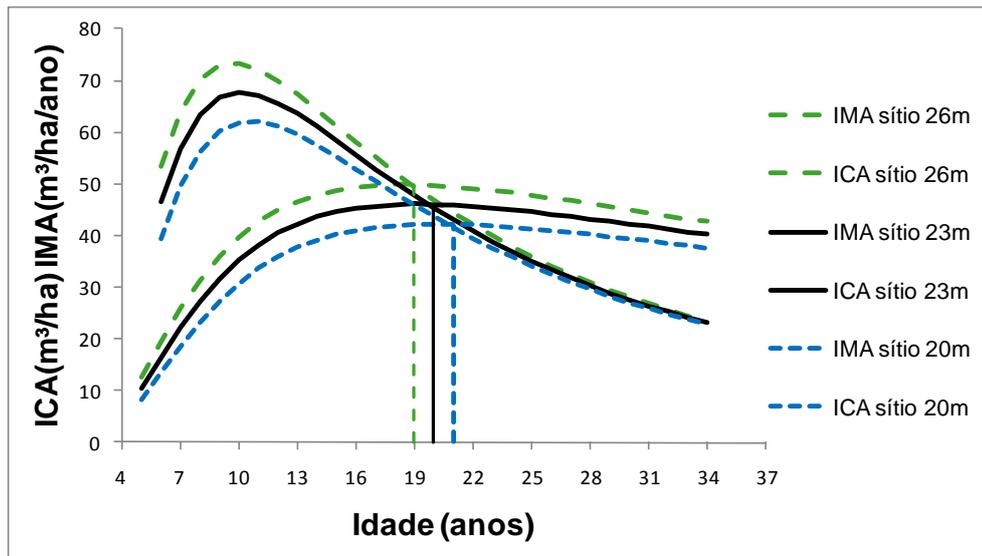
(a): modelo de volume

(b): modelo de área basal

**Figura 14.** Distribuição gráfica dos resíduos para os dois modelos do sistema de Clutter.

Na Figura 15 são apresentadas as curvas de incremento médio anual (IMA) e incremento corrente anual (ICA). Estas curvas foram construídas considerando a área basal inicial média aos 5 anos para o sítio 23, área basal inicial média menos um desvio padrão para o sítio 20 e área basal inicial média mais um desvio padrão para o sítio 26.

As idades técnicas de corte (ITC), ponto onde as curvas de ICA e IMA se cruzam, são 19, 20 e 21 anos, respectivamente para os sítios 20, 23 e 26, confirmando o fundamento biológico de que quanto melhor o sítio, menor a idade técnica de corte.



**Figura 15.** Curvas de incrementos anuais e idade técnica de corte para os índices de sítio 20, 23 e 26m.

Na figura 16 são apresentadas as curvas de ICA e IMA considerando o desbaste nas idades 9, 10 e 11 anos.

As idades técnicas de corte considerando as três idades de desbaste para os sítios 27, 31 e 35, são apresentadas na Tabela 15.

**Tabela 15.** Idades técnicas de corte (ITC) em função da idade de desbaste e sítio.

Idade de desbaste (anos)	Índice de sítio		
	26	23	20
9	23 anos	24 anos	25 anos
10	23 anos	24 anos	25 anos
11	24 anos	25 anos	26 anos

Percebe-se que não há diferença na ITC para o desbaste aos 9 e 10 anos, sendo que para o desbaste aos 11 anos a ITC é atrasada em um ano respectivamente para cada índice de sítio.

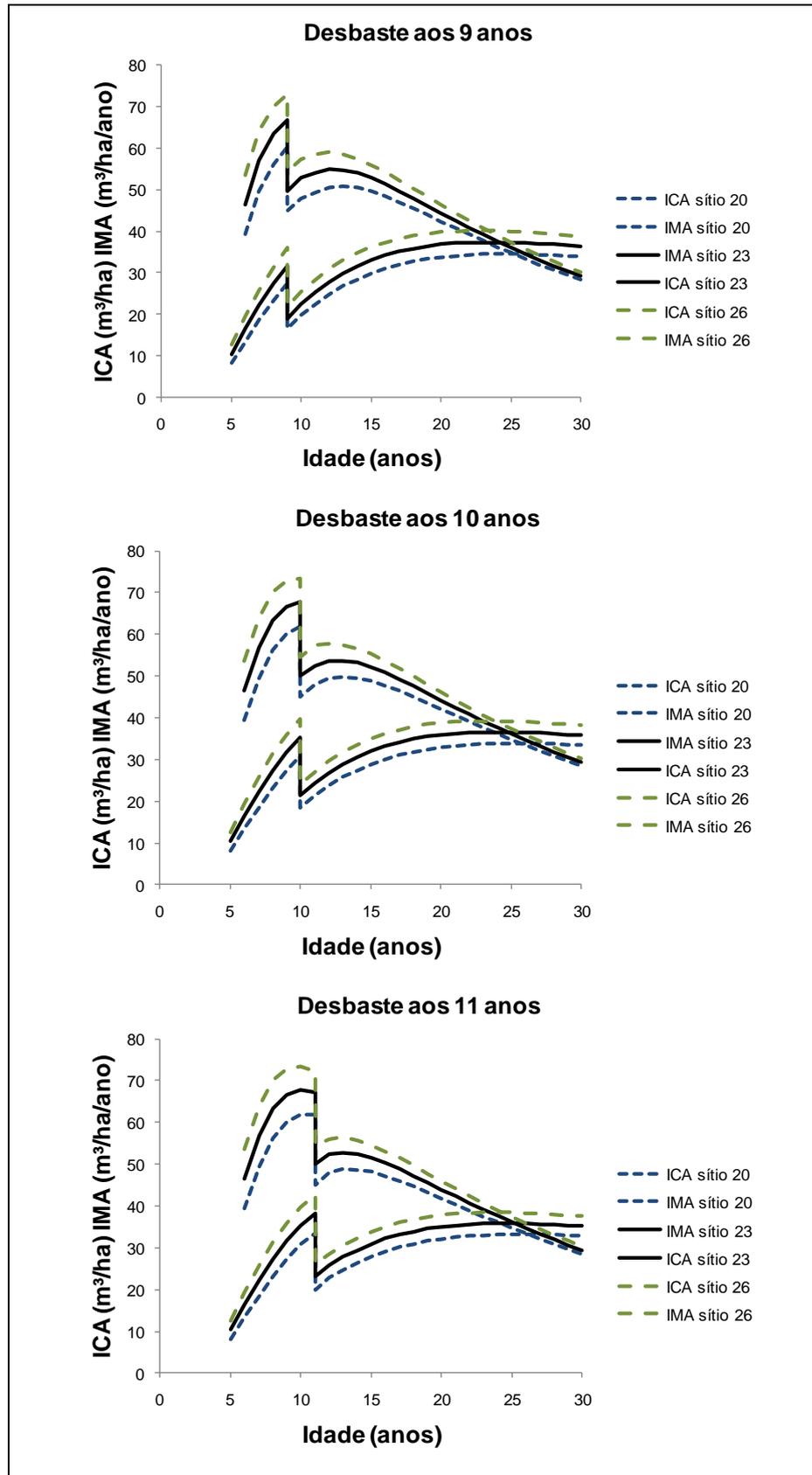


Figura 16. Curvas de incrementos anuais para o desbaste aos 9, 10 e 11 anos.

### 5.1.5. Avaliação da PSO (Problema 1)

Para o problema número 1 a solução ótima para o VPE, encontrada por meio do algoritmo exato *branch-and-bound*, foi de R\$ 516.474,20, sendo que esta levou em média aproximadamente 1064 segundos (aproximadamente 18 minutos) para ser alcançada. Para o cálculo do tempo médio de solução do B&B realizou-se cinco vezes a sua execução. Percebeu-se que a cada vez que o algoritmo é executado no *software* LINGO versão 9.0 os tempos e a quantidade de iterações necessárias para alcançar a solução ótima são diferentes. O tempo máximo de execução foi de 3729 segundos e o mínimo foi de 172 segundos.

A eficácia do algoritmo PSO é apresentada na Tabela 16, para cada uma das abordagens/topologias testadas.

**Tabela 16.** Eficácia das abordagens/topologias testadas em relação ao ótimo matemático.

Abordagem/ topologia	Eficácia (%)			Tempo médio de solução (segundos)
	Máxima	Média	Mínima	
PSOw <i>gbest</i>	99,07	95,29	92,73	52
PSOw <i>lbest</i>	98,43	96,27	94,74	53
PSOx <i>gbest</i>	98,56	96,59	94,56	52
PSOx <i>lbest</i>	98,04	96,16	94,14	52

A melhor solução foi encontrada com a PSOw *gbest* com 99,07% do ótimo matemático, no entanto, esta apresentou as piores soluções em relação a média e o valor mínimo. As outras três abordagens/topologias apresentaram valores próximos quanto à eficácia máxima, média e mínima.

As abordagens/topologias da PSO avaliadas foram cerca de 3 vezes mais rápidas que a execução de menor tempo do algoritmo *branch-and-bound* implementado no *software* LINGO. O fato de não haver grande diferença de tempo de solução entre a técnica meta-heurística e o método exato se deve ao reduzido número de variáveis do problema testado. A prática tem demonstrado que na medida em que se aumenta o tamanho do problema o requerimento computacional dos algoritmos exatos cresce exponencialmente.

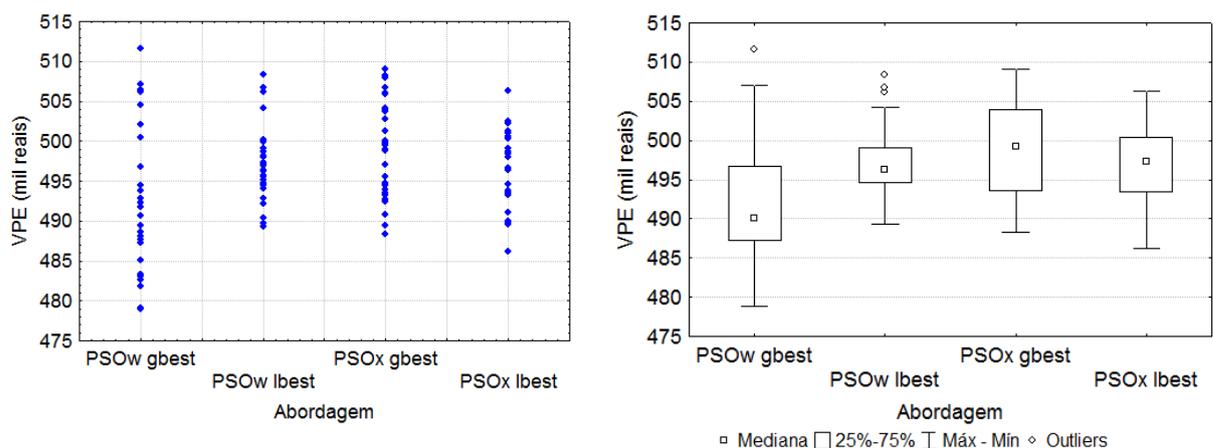
As estatísticas de comparação calculadas com o VPE (Função Objetivo) de 30 rodadas independentes das abordagens/topologias avaliadas da PSO são apresentadas na Tabela 17.

**Tabela 17.** Média, desvio padrão, coeficiente de variação, valores máximos e mínimos do VPE das abordagens/topologias avaliadas para o problema de 1.

Abordagem	Média (R\$)	Desv. pad. (R\$)	CV (%)	Máximo (R\$)	Mínimo (R\$)
PSOw <i>gbest</i>	492.167,96	8.776,97	1,7833	511.668,47	478.911,84
PSOw <i>lbest</i>	497.225,75	4.815,11	0,9684	508.345,31	489.332,50
PSOx <i>gbest</i>	498.879,61	5.987,16	1,2001	509.036,75	488.358,94
PSOx <i>lbest</i>	496.641,37	4.630,31	0,9323	506.353,59	486.229,47

Como podem ser observadas na tabela 17, as abordagens com a topologia *gbest* apresentaram os dois maiores coeficientes de variação. Isto se deve ao fato desta ser vulnerável a ótimos locais. Nesta topologia cada partícula está conectada a todas as outras do enxame, o que faz com que elas se agrupem rapidamente em uma mesma região do espaço de busca. Isto, em muitos casos, pode fazer o algoritmo convergir prematuramente para ótimos locais. No entanto, a aglomeração de partículas em uma mesma região permite ao algoritmo refinar a busca local, o que, em algumas vezes, garante encontrar melhores soluções, no caso, esta topologia apresentou as duas soluções com maiores VPE. Por outro lado, na topologia *lbest* cada partícula está conectada a apenas duas outras vizinhas (quando  $k = 2$ ) o que faz com que a informação demore mais tempo para ser transmitida por todo o enxame. Isto permite manter maior diversidade de soluções durante a execução do algoritmo, impedindo o agrupamento maciço de partículas em uma mesma região e evitando os ótimos locais.

Como forma de comparar o desempenho e melhor explicar as diferenças entre as abordagens/topologias testadas são apresentados os gráficos de pontos e *boxplot* na Figura 17.

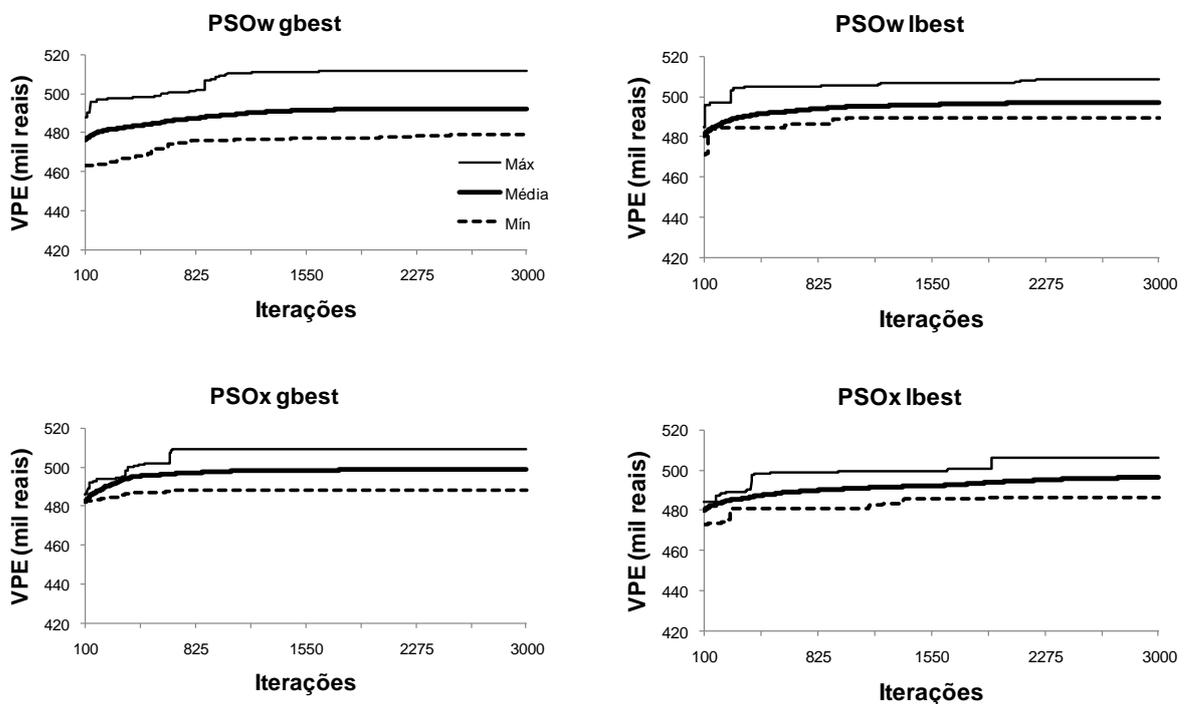


**Figura 17.** Gráficos de comparação das soluções das abordagens/topologias testadas para o problema 1.

Como pode ser observado na Figura 17, a PSOW *gbest* e a PSOW *lbest* apresentaram soluções *outliers*. Foram considerados *outliers* os pontos com valores uma vez e meia maior ou menor que a diferença entre os quartis 75% e 25%. Estes pontos discrepantes indicam que as 30 amostras podem não ter sido suficientes para descrever adequadamente o comportamento destes algoritmos.

Como pode ser visto na Figura 17, Fica evidente a fragilidade da PSOW *gbest* para o problema 1 que, além de ter a maior variação entre as soluções, apresentou o menor valor para a mediana com VPE de R\$ 490.044,06, ou seja, 50% das soluções estão abaixo deste valor. Isto indica que esta abordagem/topologia é a menos robusta. Neste caso, são necessárias mais rodadas do algoritmo para se obter boas soluções. Por outro lado, a PSOX *gbest* parece ser um boa opção para o problema formulado, sendo que 50% das soluções apresentaram valor de VPE acima de R\$ 499.286,30.

O desenvolvimento do VPE ao longo das iterações dos algoritmos das abordagens/topologias avaliadas é apresentado na Figura 18. Optou-se por apresentar a partir da iteração de número 100, uma vez que, a partir desta iteração, no problema 1, todas as abordagens/topologias já apresentaram soluções factíveis.



**Figura 18.** Desenvolvimento do VPE da média, pior e melhor soluções nas iterações dos algoritmos para o problema 1.

As abordagens/topologias apresentaram comportamento bastante semelhante ao longo das iterações dos algoritmos. Isso era esperado, afinal, o algoritmo básico utilizado é o mesmo. A abordagem/topologia que mais se diferenciou das demais foi a PSOW *gbest*, esta apresentou diferença maior entre a evolução da melhor e da pior solução.

Observa-se na evolução da melhor solução da PSOx *gbest* que esta possui grande capacidade de convergência, sendo que foram necessárias apenas 808 iterações para se encontrar a melhor solução. De acordo com os resultados reportados por Eberhart e Shi (2000) esta abordagem é em média mais rápida para convergir que a PSO com momento de inércia (PSOW). Para comparar as duas abordagens estes autores testaram os algoritmos em 5 funções *benchmark*, sendo que a PSOx apresentou melhores desempenhos em todos os testes. No entanto, estes autores afirmam que esta abordagem tem a tendência de ficar presa em ótimos locais.

Na Figura 18 pode ser observado que para as duas abordagens, a topologia *lbest* necessita de mais iterações para encontrar a melhor solução. Em Kennedy (1999), um estudo pioneiro com outras topologias de vizinhanças além da *gbest*, obteve-se como principal conclusão que a *lbest* necessitou de mais iterações para encontrar as melhores soluções, mas, se o número máximo de iterações for aumentado, é mais robusta que a *gbest*.

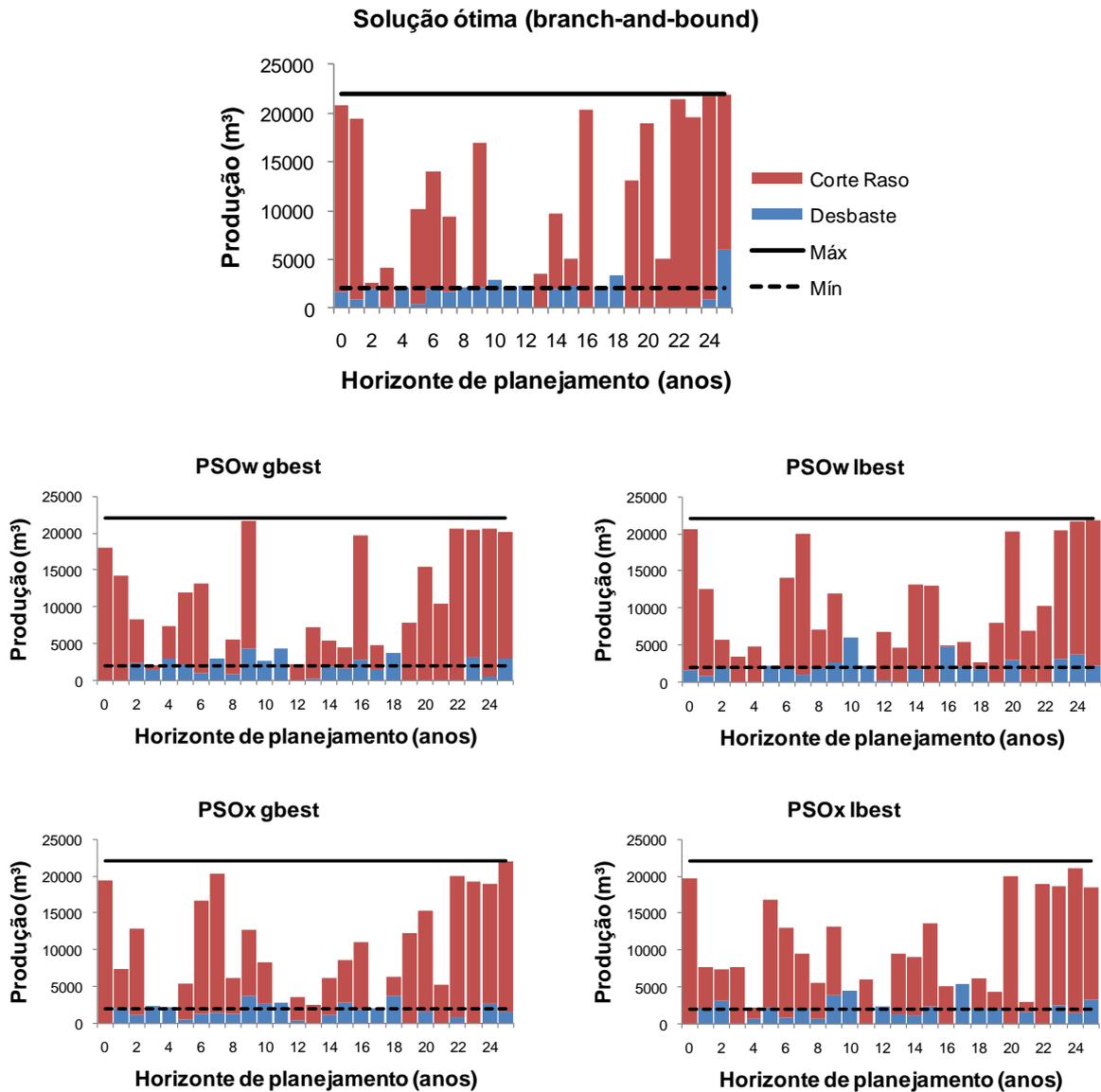
Por meio do teste de Bartlett rejeitou-se a hipótese  $H_0$  (p-valor < 0,05), ou seja, as variâncias não são homogêneas. Desta forma, procedeu-se a prova não paramétrica de Kruskal-Wallis para avaliar a existência de diferenças entre os valores obtidos da função objetivo com os algoritmos avaliados. Este teste indicou que, ao nível de 5% de significância (p-valor < 0,05), ao menos uma das abordagens/topologias é diferente das demais. Os resultados do teste de Dunn, para avaliar quais grupos diferiram entre si, são apresentados na Tabela 18.

**Tabela 18.** Resultados do teste de Dunn para o problema 1.

Algoritmos	Soma dos postos	Postos médios	Comparação dos grupos	
PSOx <i>gbest</i>	2192	73,07	a*	
PSOW <i>lbest</i>	1965	65,50	a	
PSOx <i>lbest</i>	1902	63,40	a	b
PSOW <i>gbest</i>	1201	40,03		b

\*Abordagens seguidas de mesma letra não diferem estatisticamente pelo teste de Dunn ao nível de significância de 5%

A produção de madeira ( $m^3$ ) proveniente de desbastes e cortes rasos em cada período do horizonte de planejamento para a melhor solução encontrada pelas abordagens/topologias avaliadas e, ainda, para a solução ótima obtida por meio do algoritmo exato *branch-and-bound* é apresentada na Figura 19.



**Figura 19.** Produção de madeira da solução do método exato e das abordagens da PSO no problema 1.

Como pode ser observado na Figura 19, tanto nas meta-heurísticas quanto no algoritmo exato, embora as soluções tenham ficado entre as produções máxima e mínima pré-estabelecidas, estas apresentaram grande variação da produção de um ano para o outro ao longo do horizonte de planejamento. Isso se deve à utilização de uma amplitude muito grande

das restrições de produção máxima e mínima. Embora tenha se optado por estes valores de produção para garantir a factibilidade das soluções, a operacionalização do planejamento destas soluções seria bastante difícil.

Outro problema das soluções apresentadas na Figura 16 é que em alguns períodos ocorre apenas a produção de madeira proveniente de desbaste ou de corte raso, o que pode tornar o planejamento inviável na prática. Neste sentido, uma formulação mais interessante para o problema de planejamento florestal em questão seria incluir uma restrição para a produção de madeira de desbaste e outra para a de corte raso.

### 5.1.6. Avaliação da PSO (Problema 2)

Para o problema número 2 a solução ótima para o VPE, encontrada por meio do algoritmo exato *branch-and-bound*, foi de R\$ 506.339,30, sendo que esta levou em média 1284 segundos para ser alcançada (aproximadamente 21 minutos). O tempo mínimo foi de 1091 segundos e o máximo foi de 2032 segundos.

A eficácia do algoritmo PSO é apresentada na Tabela 19, para cada uma das abordagens/topologias testadas.

**Tabela 19.** Eficácia das abordagens/topologias testadas em relação ao ótimo matemático e tempo de solução para o problema 2.

Abordagem/ topologia	Eficácia (%)			Tempo médio de solução (segundos)
	Máxima	Média	Mínima	
PSOw <i>gbest</i>	97,00	95,42	93,01	95
PSOw <i>lbest</i>	97,31	95,86	94,50	99
PSOx <i>gbest</i>	98,26	95,92	93,86	98
PSOx <i>lbest</i>	97,37	95,73	94,57	106

Para o problema 2 a PSOx *gbest* apresentou os melhores valores para a eficácia máxima e média. Quanto à eficácia média as quatro abordagens/topologias testadas apresentaram valores muito próximos, com uma diferença de apenas 0,5% entre a pior (PSOw *gbest*) e a melhor média (PSOx *gbest*).

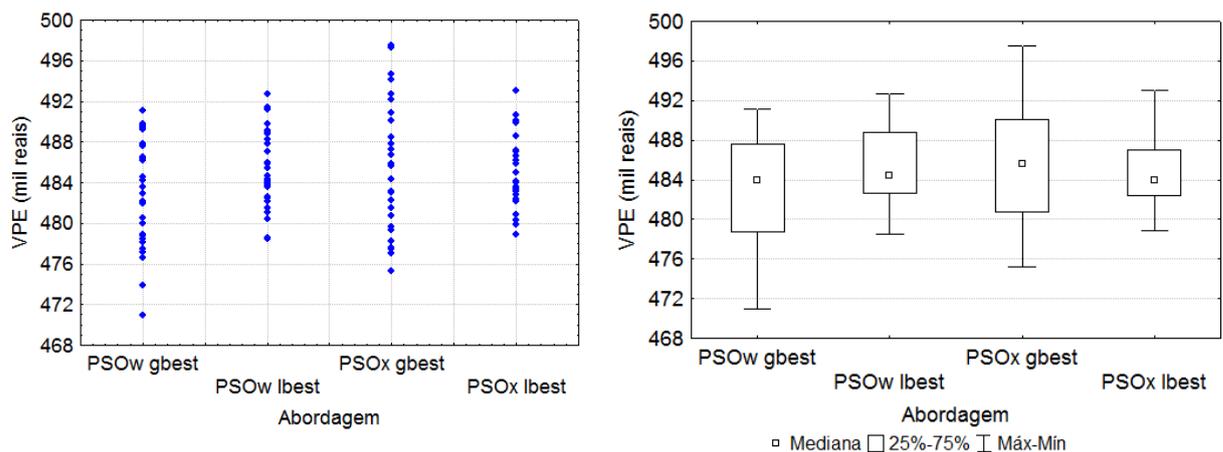
As estatísticas de comparação calculadas com o VPE (Função Objetivo) de 30 rodadas independentes das abordagens/topologias avaliadas da PSO são apresentadas na Tabela 20.

**Tabela 20.** Média, desvio padrão, coeficiente de variação, valores máximos e mínimos do VPE das abordagens/topologias avaliadas para o problema de 2.

Abordagem	Média (R\$)	Desv. pad. (R\$)	CV (%)	Máximo (R\$)	Mínimo (R\$)
PSOw <i>gbest</i>	483.150,14	5.255,53	1,0878	491.127,25	470.965,75
PSOw <i>lbest</i>	485.397,79	3.771,14	0,7769	492.702,66	478.473,34
PSOx <i>gbest</i>	485.668,92	6.171,13	1,2706	497.546,72	475.252,66
PSOx <i>lbest</i>	484.738,13	3.489,30	0,7198	493.047,41	478.855,34

A topologia *gbest*, assim como para o problema 1, apresentou os dois maiores coeficientes de variação. A abordagem com momento de inércia que no problema 1 apresentou a melhor solução, para o problema 2 não foi capaz de alcançar boas soluções, sendo que apresentou os piores valores de máximo e mínimo.

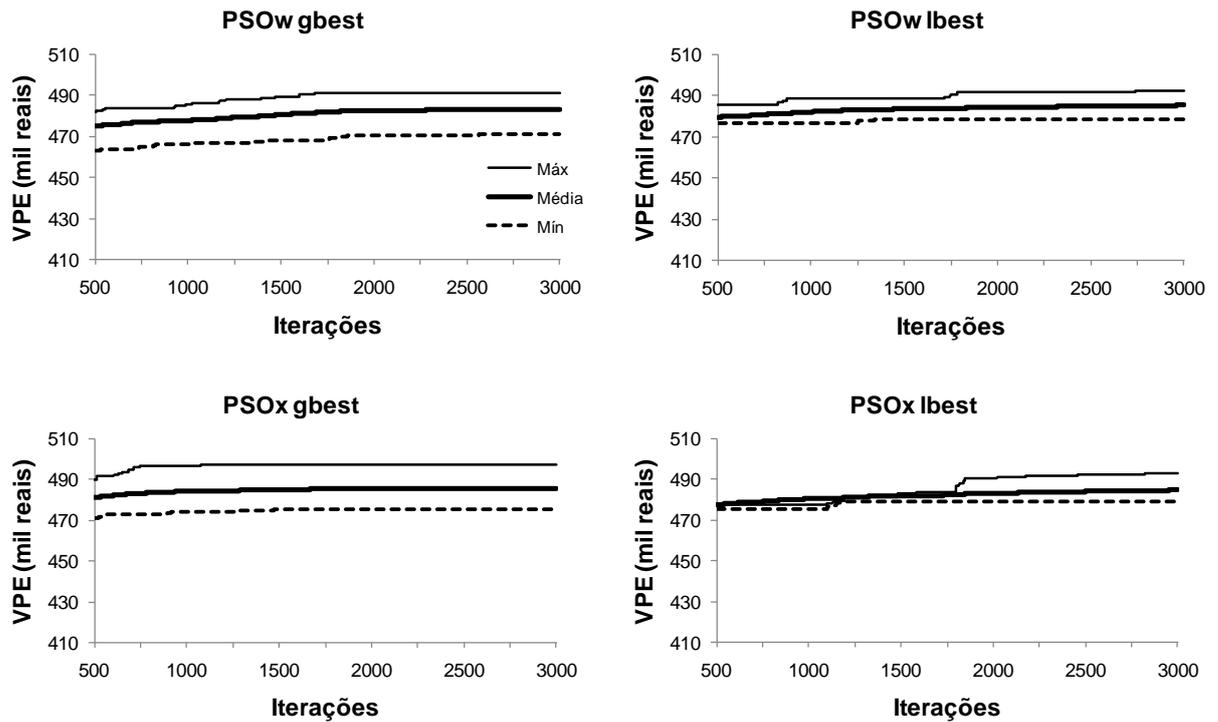
Como forma de comparar o desempenho e melhor explicar as diferenças entre as abordagens/topologias testadas são apresentados os gráficos de pontos e *boxplot* na Figura 20.



**Figura 20.** Gráficos de comparação das soluções das abordagens/topologias testadas para o problema 2.

Como pode ser observado nos gráficos da Figura 20, fica claro o baixo desempenho da PSOw *gbest* para o problema 2. Destaca-se a melhor performance da PSOx *gbest*, apesar desta ter apresentado a maior variação entre as soluções. A topologia *lbest* para as duas abordagens testadas apresentaram desempenhos semelhantes.

O desenvolvimento do VPE ao longo das iterações dos algoritmos das abordagens/topologias avaliadas é apresentado na Figura 21. Optou-se por apresentar a partir da iteração de número 500, uma vez que, a partir desta iteração, no problema 2, todas as abordagens/topologias já apresentaram soluções factíveis.

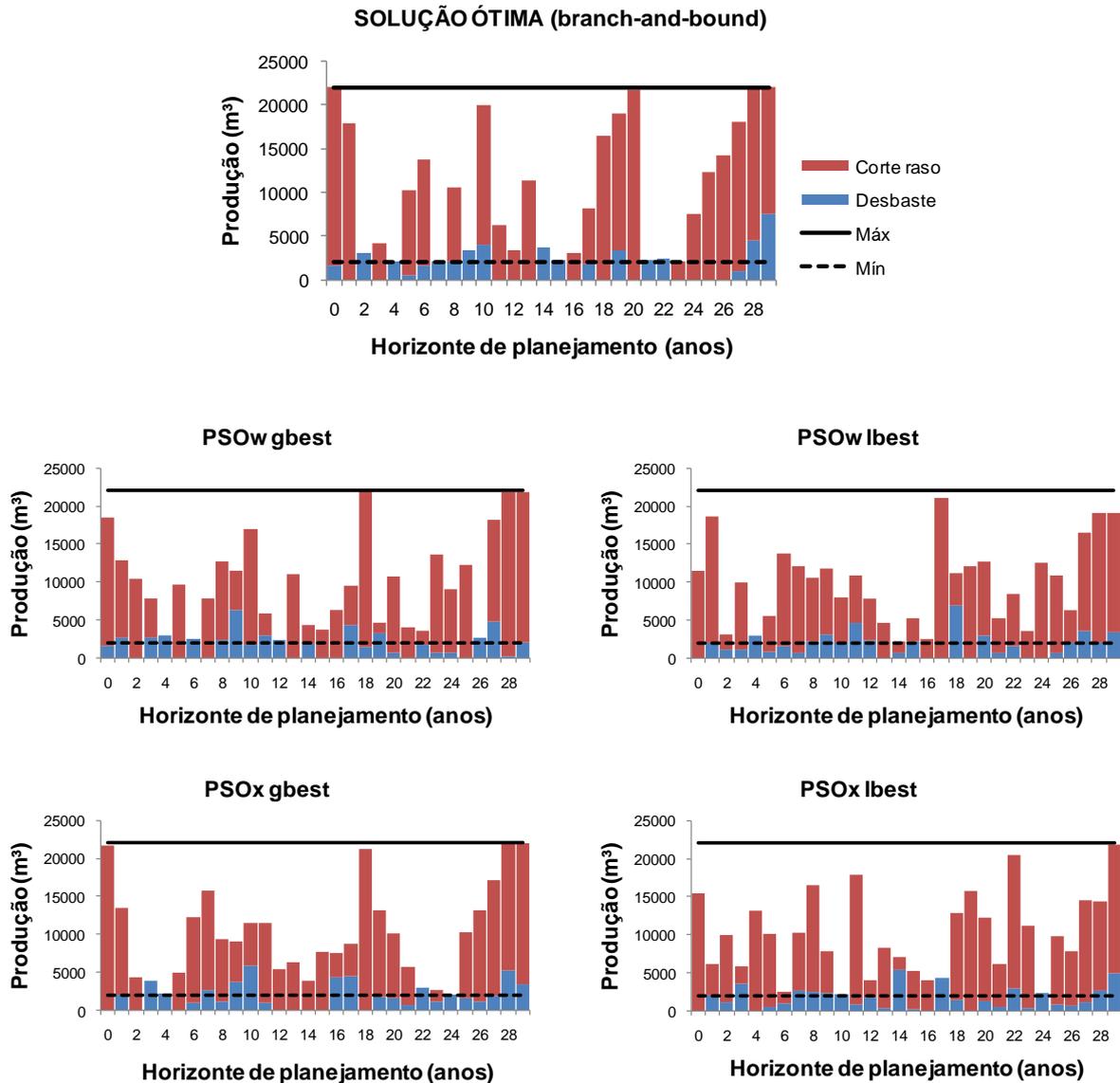


**Figura 21.** Desenvolvimento do VPE da média, pior e melhor soluções nas iterações dos algoritmos para o problema 2.

Percebe-se na Figura 20 que a topologia *lbest* necessita de mais iterações para encontrar boas soluções e, ainda, as 3.000 iterações podem não ter sido suficientes para que as abordagens com esta topologia tenham alcançado a convergência.

Por meio do teste de Bartlett rejeitou-se a hipótese  $H_0$  ( $p$ -valor  $< 0,05$ ), ou seja, as variâncias não são homogêneas. Desta forma, procedeu-se a prova não paramétrica de Kruskal-Wallis para avaliar se existem diferenças entre os grupos avaliados. Este teste indicou que ao nível de 5% de significância ( $p$ -valor  $> 0,05$ ) as abordagens/topologias não diferem entre si. O teste de Kruskal-Wallis compara as medianas dos valores da função objetivo dos grupos, que para o problema 2 foram muito próximas, como pode ser observado na Figura 20.

A produção de madeira ( $m^3$ ) proveniente de desbastes e cortes rasos em cada período do horizonte de planejamento para a melhor solução encontrada pelas abordagens/topologias avaliadas e, ainda, para a solução ótima obtida por meio do algoritmo exato *branch-and-bound* é apresentada na Figura 22.



**Figura 22.** Produção de madeira da solução do método exato e das abordagens da PSO no problema 2.

### 5.1.7. Avaliação da PSO (Problema 3)

Para o problema número 3 optou-se por interromper o *solver* do LINGO após 619 horas e 48 minutos (aproximadamente 26 dias) de processamento. Com este tempo foi alcançada uma solução com VPE no valor de R\$ 511.387,60, sendo que o algoritmo *branch-and-bound* realizou mais de 725 milhões de iterações. Ressalta-se que não há como afirmar que esta seja a solução ótima, no entanto, é de se esperar que seja uma solução muito próxima do ótimo matemático. Neste caso, a eficácia do algoritmo PSO (Tabela 21) foi comparada com esta solução.

**Tabela 21.** Eficácia das abordagens/topologias testadas em relação ao ótimo matemático e tempo de solução do problema 3.

Abordagem/ topologia	Eficácia (%)			Tempo médio de solução (segundos)
	Máxima	Média	Mínima	
PSO <sub>w</sub> <i>gbest</i>	96,20	94,09	91,69	223
PSO <sub>w</sub> <i>lbest</i>	95,85	94,56	92,97	225
PSO <sub>x</sub> <i>gbest</i>	96,24	94,53	92,28	224
PSO <sub>x</sub> <i>lbest</i>	95,29	93,94	92,68	228

O desempenho da PSO para este problema foi o pior para os três problemas em que se comparou com o algoritmo exato, sendo que a melhor solução encontrada apresentou uma eficácia de 96,24%, esta foi obtida pela PSO<sub>x</sub> *lbest*. Isto pode ter ocorrido devido ao maior porte deste problema. Testes com diferentes configurações dos algoritmos podem gerar melhores resultados.

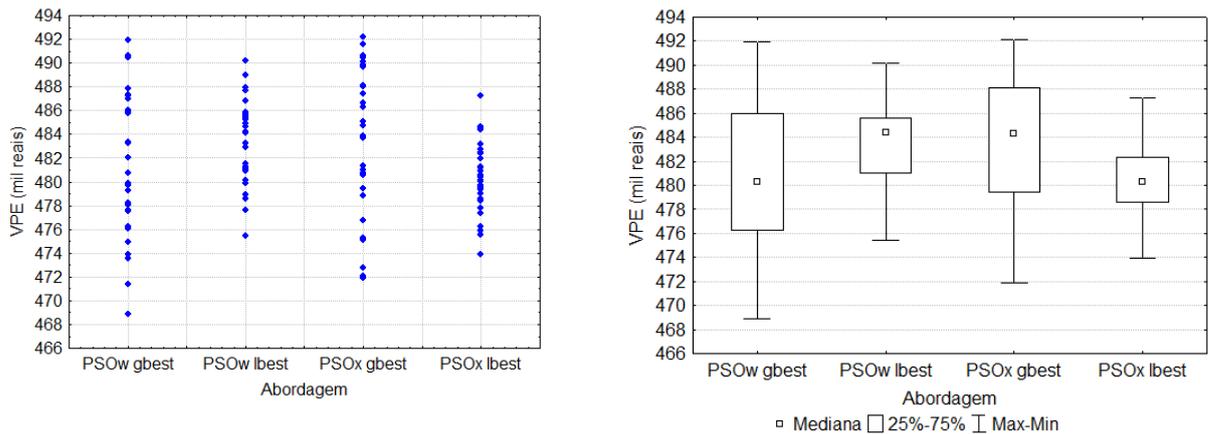
As estatísticas de comparação calculadas com o VPE (Função Objetivo) de 30 rodadas independentes das abordagens/topologias avaliadas da PSO são apresentadas na Tabela 22.

**Tabela 22.** Média, desvio padrão, coeficiente de variação, valores máximos e mínimos do VPE das abordagens/topologias avaliadas para o problema 3.

Abordagem	Média (R\$)	Desv. pad. (R\$)	CV (%)	Máximo (R\$)	Mínimo (R\$)
PSO <sub>w</sub> <i>gbest</i>	481.142,91	6.008,29	1,2488	491.944,94	468.899,38
PSO <sub>w</sub> <i>lbest</i>	483.578,43	3.539,56	0,7320	490.157,38	475.420,19
PSO <sub>x</sub> <i>gbest</i>	483.406,29	6.113,17	1,2646	492.148,84	471.917,97
PSO <sub>x</sub> <i>lbest</i>	480.380,68	2.992,55	0,6230	487.285,22	473.931,53

Para o problema 3 a abordagem que apresentou a melhor solução foi a PSO<sub>x</sub> *gbest*, muito embora tenha apresentado o maior CV (%). Fica evidente que a topologia *gbest* tende a conseguir melhores soluções, porém com maiores variações nas soluções. Enquanto as soluções obtidas com a topologia *lbest* estão sempre dentro de um intervalo menor. No entanto, esta vantagem da *lbest* pode se tornar irrelevante, uma vez que, o planejamento em questão é em longo prazo. Menores variações nas soluções são mais interessantes para problemas em tempo real, em que boas soluções precisam ser alcançadas o mais rápido possível.

Como forma de comparar o desempenho e melhor explicar as diferenças entre as abordagens/topologias testadas são apresentados os gráficos de pontos e *boxplot* na Figura 23.



**Figura 23.** Gráficos de comparação do VPE das abordagens/topologias da PSO testadas no problema 3.

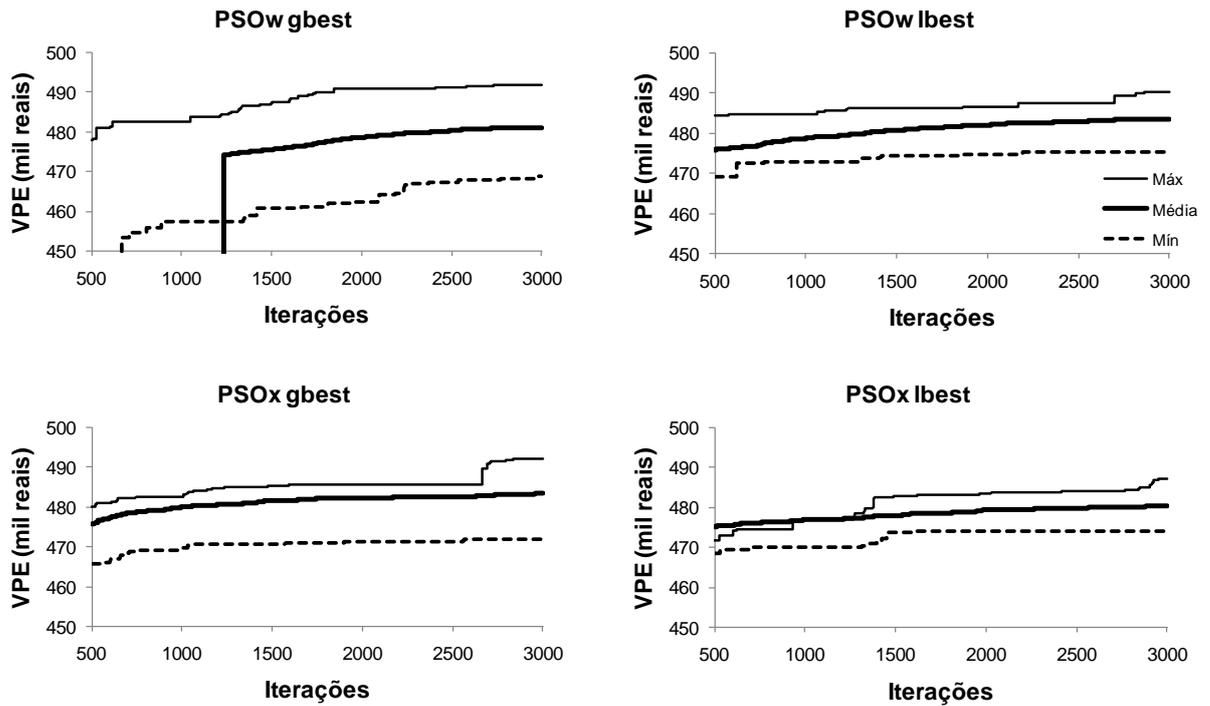
Como pode ser observado na Figura 23 a topologia *lbest* com o fator de constrição (PSOx *lbest*) apresentou o pior desempenho. O melhor VPE obtido neste caso foi de R\$ 487.285,22. Por outro lado, a PSOx *gbest* apresentou 25% de suas soluções acima deste valor.

Com a PSOw *gbest*, 25% das soluções apresentaram valores abaixo de R\$ 476.578,00. Assim como para o problema 1 esta abordagem/topologia se mostrou a menos robusta entre as que foram testadas.

O desenvolvimento do VPE ao longo das iterações dos algoritmos das abordagens/topologias avaliadas é apresentado na Figura 24. Optou-se por apresentar a partir da iteração de número 500 para melhor visualização.

Como pode ser observado na Figura 24, até a iteração número 1250 a PSOw *gbest* ainda apresentava soluções infactíveis (representadas por valores de VPE negativos), o que torna evidente a dificuldade desta abordagem/topologia de encontrar soluções factíveis, ou seja, que respeitem todas as restrições do problema.

Percebe-se na Figura 24 que nos quatro algoritmos avaliados, nas últimas iterações ainda ocorrem melhorias nas soluções. Isto significa que o número máximo de iterações (3.000) pode não ter sido suficiente para a convergência dos algoritmos.



**Figura 24.** Desenvolvimento do VPE da média, pior e melhor soluções nas iterações dos algoritmos para o problema 3.

Por meio do teste de Bartlett rejeitou-se a hipótese  $H_0$  ( $p$ -valor  $< 0,05$ ), ou seja, as variâncias não são homogêneas. Desta forma, procedeu-se a prova não paramétrica de Kruskal-Wallis para avaliar se existem diferenças entre os grupos avaliados. Este teste indicou que ao nível de 5% de significância ( $p$ -valor  $< 0,05$ ) ao menos um dos algoritmos é diferente das demais. Os resultados do teste de Dunn, para avaliar quais grupos diferiram entre si, são apresentados na Tabela 23.

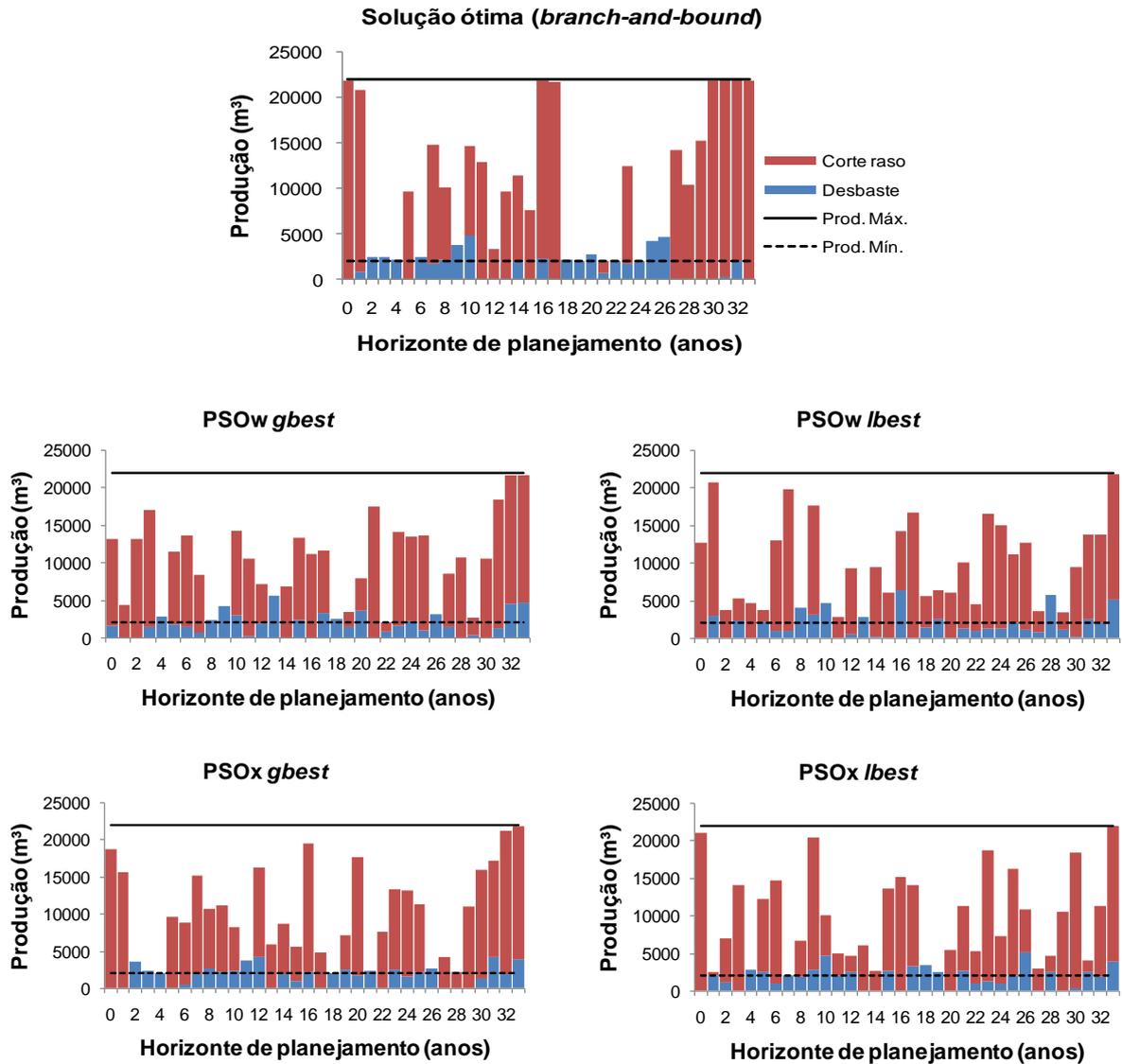
**Tabela 23.** Resultados do teste de Dunn para o problema 3.

Algoritmos	Soma dos postos	Postos médios	Comparação dos grupos	
PSOW <i>lbest</i>	2136	71,2000	a*	
PSOx <i>gbest</i>	2099	69,9667	a	b
PSOW <i>gbest</i>	1634	54,4667	a	b
PSOx <i>lbest</i>	1391	46,3667		b

\*Abordagens seguidas de mesma letra não diferem estatisticamente pelo teste de Dunn ao nível de significância de 5%

Por meio do teste de Dunn ao nível de 5% de significância, somente é possível provar a diferença entre a PSOW *lbest* e a PSOx *lbest*. Quanto à comparação entre as demais abordagens/topologias os resultados são inconclusivos.

A produção de madeira ( $m^3$ ), proveniente de desbastes e cortes rasos, em cada período do horizonte de planejamento, para a melhor solução encontrada para o problema 3 com as abordagens/topologias avaliadas e, ainda, para a solução ótima obtida por meio do algoritmo exato *branch-and-bound* é apresentada na Figura 25.



**Figura 25.** Produção de madeira da solução do método exato e das abordagens da PSO para o problema 3.

#### 5.1.8. Avaliação da PSO (Problema 4)

Para o problema 4 a memória computacional empregada pelo *software* LINGO foi insuficiente logo na compilação do modelo, o que impossibilitou até mesmo iniciar a

resolução deste problema. No entanto, mesmo que o LINGO fosse capaz de compilar o modelo, dificilmente seria resolvido em um tempo viável, isto devido ao tamanho do problema que tem mais 200.000 variáveis inteiras binárias.

Na tabela 24 são apresentados os tempos de solução e o percentual de sucesso das abordagens/topologias avaliadas.

**Tabela 24.** Tempo de solução e percentual de sucesso dos algoritmos para o problema 4.

<b>Abordagem/topologia</b>	<b>Tempo médio de solução (seg)</b>	<b>Percentual de sucesso</b>
PSOw <i>gbest</i>	5.070	100%
PSOw <i>lbest</i>	5.043	80%
PSOx <i>gbest</i>	5.068	53%
PSOx <i>lbest</i>	5.076	10%

Como pode ser observado na Tabela 24 apenas a PSO *gbest* apresentou 100% de percentual de sucesso, ou seja, com as 30 rodadas do algoritmo apresentando soluções factíveis. As demais abordagens/topologias não foram capazes, em algumas rodadas, de obter soluções que respeitassem todas as restrições do modelo. A PSOx *lbest* apresentou o pior resultado, sendo que apenas 3 rodadas apresentaram soluções factíveis. Este fato também foi reportado em estudo conduzido por Sierakowski (2006), com o algoritmo PSO em um problema de otimização de rota para robôs. Neste estudo, em três de 50 rodadas do algoritmo não foi encontrada solução factível, apesar de este autor ter utilizado apenas a abordagem da PSO com momento de inércia. De acordo com este autor, quando o espaço de busca do problema é muito amplo o algoritmo PSO possui dificuldades na otimização, o que ocorre devido ao fato de o mesmo convergir prematuramente. Pode-se dizer que o problema 4 possui um espaço de busca consideravelmente grande, o que dificulta sua resolução por meio dos algoritmos testados.

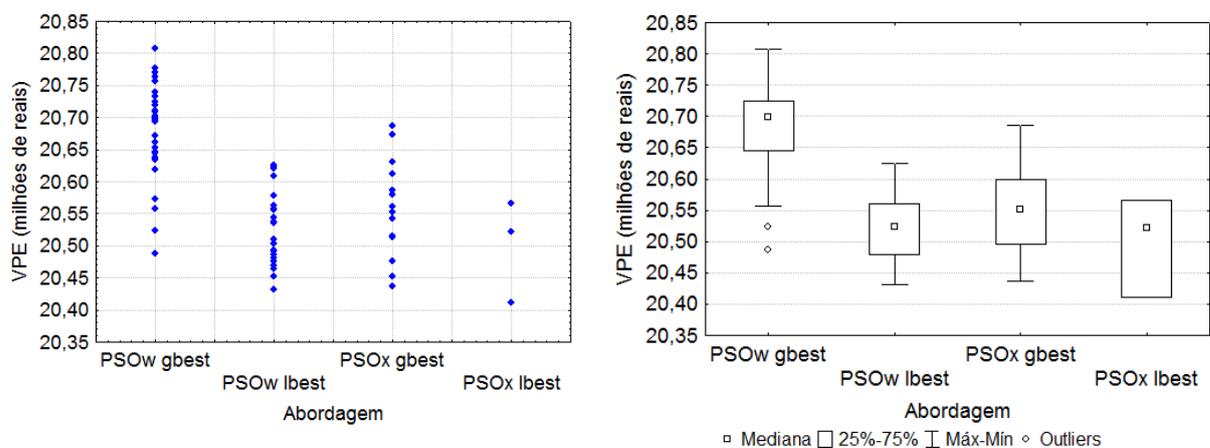
As estatísticas de comparação calculadas com o VPE (Função Objetivo) com as rodadas que apresentaram solução factível das abordagens/topologias avaliadas da PSO são apresentadas na Tabela 25.

A PSOw *gbest* apresentou os melhores valores médio, máximo e mínimo. No entanto, se comparado o melhor (PSOw *gbest*) e o pior (PSOx *lbest*) desempenho médio, verifica-se uma diferença de menos de 1% entre as soluções. Isto sugere que embora não se tenha encontrado soluções factíveis em algumas rodadas dos algoritmos, as que foram obtidas podem ser consideradas boas soluções.

**Tabela 25.** Média, desvio padrão, coeficiente de variação, valores máximos e mínimos do VPE das abordagens/topologias avaliadas para o problema 4.

Abordagem/ topologia	Média (R\$)	Desv. pad. (R\$)	CV (%)	Máximo (R\$)	Mínimo (R\$)
PSOw <i>gbest</i>	20.680.351,07	74.326,93	0,3594	20.807.268,00	20.487.176,00
PSOw <i>lbest</i>	20.525.146,83	58.136,82	0,2832	20.625.126,00	20.452.456,00
PSOx <i>gbest</i>	20.552.788,13	74.073,31	0,3604	20.686.254,00	20.436.920,00
PSOx <i>lbest</i>	20.500.072,00	79.640,43	0,3885	20.566.474,00	20.411.774,00

Os gráficos de comparação dos algoritmos são apresentados na Figura 26. Foram consideradas apenas as rodadas que apresentaram soluções viáveis após as 3.000 iterações.



**Figura 26.** Gráficos de comparação do VPE das abordagens/topologias da PSO testadas no problema 4.

A PSOw *gbest* parece ser a melhor opção para o problema testado, sendo que 50% das soluções obtidas estão acima das melhores soluções encontradas pelas outras abordagens/topologias. É importante ressaltar que os desempenhos das meta-heurísticas são fortemente influenciados pelas diferentes configurações de seus parâmetros, os quais não foram testados no presente trabalho.

Para o problema 4 procedeu-se o teste não paramétrico de Kruskal-Wallis sem antes realizar o teste de Bartlett, uma vez que, mesmo que se provasse que as variâncias dos grupos são homogêneas, não haveria como provar a normalidade dos dados de um dos grupos, a PSOx *lbest*, pois esta possui apenas 3 amostras. O teste de Kruskal-Wallis apontou que há diferenças entre os grupos testados ( $p$ -valor  $< 0,01$ ). Os resultados do Teste de Dunn para avaliar quais grupos diferiram entre si são apresentados na Tabela 26.

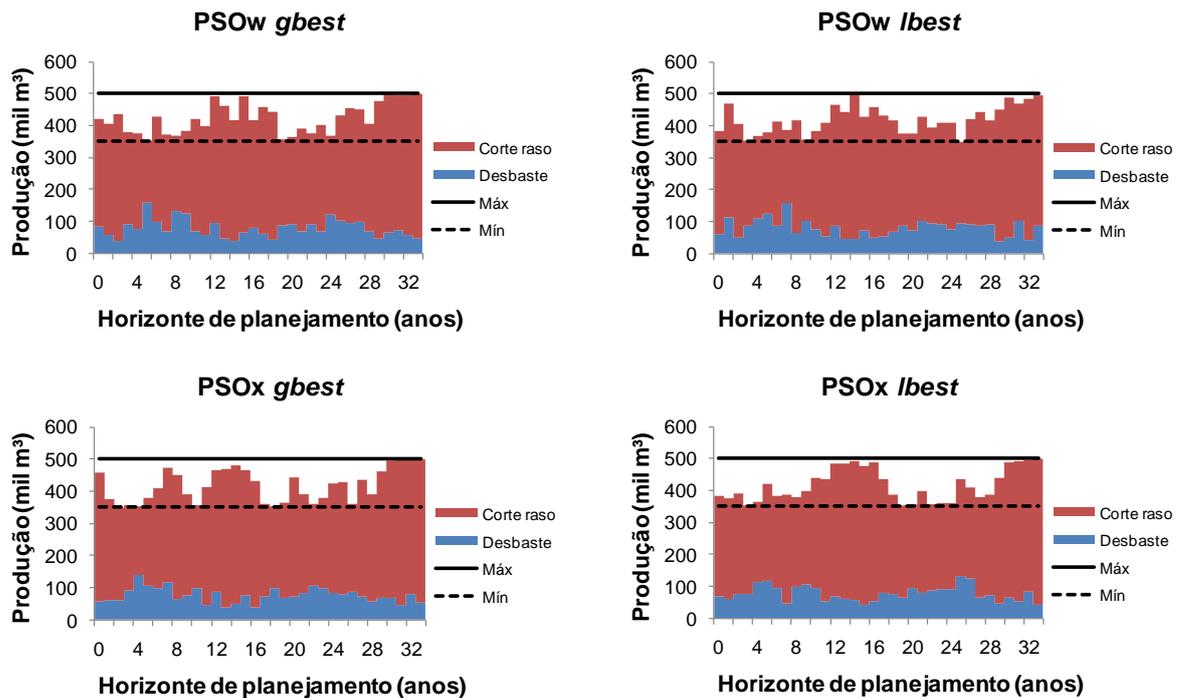
**Tabela 26.** Resultados do teste de Dunn para o problema 4.

Algoritmos	Soma dos postos	Postos médios	Comparação dos grupos
PSOw <i>gbest</i>	1657	55,23	a*
PSOx <i>gbest</i>	454	28,38	b
PSOw <i>lbest</i>	533	22,21	b
PSOx <i>lbest</i>	57	19,00	b

\*Abordagens seguidas de mesma letra não diferem estatisticamente pelo teste de Dunn ao nível de significância de 5%.

De acordo com o teste de Dunn a 5% de significância, a PSOw *gbest* é significativamente diferente das demais, ou seja, esta abordagem/topologia apresenta desempenho superior quando empregada na resolução de problemas de grande porte.

A produção de madeira (m<sup>3</sup>), proveniente de desbastes e cortes rasos, em cada período do horizonte de planejamento, para a melhor solução encontrada para o problema 4 com cada uma das abordagens/topologias avaliadas é apresentada na Figura 27.



**Figura 27.** Produção de madeira da solução das abordagens/topologias da PSO para o problema 4.

Na Figura 27 pode ser observado que a variação de produção de um período para o outro ao longo do horizonte de planejamento é bastante elevada para todos os algoritmos testados. Isto se deve ao intervalo limite de produção máxima e mínima que foi configurado

para o problema 4 em 150 mil m<sup>3</sup> em cada período do horizonte de planejamento. No entanto, esta restrição ainda pode ter sido muito forte, uma vez que os algoritmos não conseguiram, em muitas rodadas, obter soluções factíveis. Uma forma de melhorar as soluções obtidas para este problema seria incluir no modelo restrições de regulação, ou seja, forçar o planejamento a obter, após determinado período, áreas de igual tamanho para todas as classes de idade, da implantação até o corte raso.

Uma desvantagem do modelo formulado no presente trabalho é que não se contemplou restrições de adjacência entre as unidades de gestão. Desta forma, nas soluções encontradas pelas meta-heurísticas ocorrem cortes rasos de UGs muito distantes em um mesmo período do horizonte de planejamento, o que pode tornar o planejamento operacionalmente difícil de ser implementado. Ocorre também o corte raso de UGs adjacentes, podendo não ser interessante do ponto de vista ambiental, sendo prejudicial ao habitat de fauna, conservação do solo e estética da floresta. Alonso (2003) relatou a diminuição dos valores da função objetivo para a solução ótima em problemas de planejamento florestal com diferentes formulações de restrição de adjacência. No entanto, esta perda monetária é compensada por ganhos operacionais e ambientais na implementação do planejamento.

#### 5.1.9. Comparação do desempenho da PSO nas quatro formulações do problema de planejamento florestal

Na Tabela 27 são apresentados os percentuais de eficácia das abordagens/topologias da PSO avaliadas nas três formulações do problema de planejamento florestal.

**Tabela 27.** Comparação da eficácia para os problemas 1, 2 e 3.

Abordagem/ topologia	Eficácia (%) Problema 1			Eficácia (%) Problema 2			Eficácia (%) Problema 3		
	Máx.	Méd.	Mín.	Máx.	Méd.	Mín.	Máx.	Méd.	Mín.
PSOw <i>gbest</i>	<b>99,07</b>	95,29	92,73	97,00	95,42	93,01	96,20	94,09	91,69
PSOw <i>lbest</i>	98,43	96,27	94,74	97,31	95,86	94,50	95,85	94,56	92,97
PSOx <i>gbest</i>	98,56	96,59	94,56	<b>98,26</b>	95,92	93,86	<b>96,24</b>	94,53	92,28
PSOx <i>lbest</i>	98,04	96,16	94,14	97,37	95,73	94,57	95,29	93,94	92,68

Os problema 1, 2 e 3 foram formulados com tamanhos de horizonte de planejamento iguais a 26, 30 e 34 anos, respectivamente. Isto implica em aumento da complexidade dos problemas em duas formas: (1) na medida em que se aumenta o tamanho do horizonte de planejamento é possível formular mais alternativas de manejo e, conseqüentemente, são

geradas mais variáveis de decisão e; (2) como são geradas duas restrições para cada período do horizonte de planejamento, uma para a produção máxima e outra para a mínima, quanto maior o horizonte de planejamento mais restrições são incluídas no modelo. Isto justifica o decréscimo que ocorreu, na maioria das vezes, dos valores de eficácia da PSO em relação ao aumento da complexidade dos problemas. No entanto, não há como afirmar o que influencia mais o desempenho da PSO, se o aumento do número de variáveis ou do número de restrições.

Se forem considerados apenas os problemas 1, 2 e 3, pode-se dizer que as duas abordagens e as duas topologias de vizinhança avaliadas mostraram-se viáveis para a resolução de problemas de planejamento florestal. Considerando que diferentes configurações dos parâmetros dos algoritmos não foram testadas no presente trabalho, melhores desempenhos ainda podem ser obtidos.

Na tabela 28 são apresentados os tempos médios necessários para obter as soluções das meta-heurísticas e do algoritmo *branch-and-bound* nos problemas testados.

**Tabela 28.** Tempo médios de solução das meta-heurísticas e do método exato.

Algoritmo	Tempo médio de solução (segundos)			
	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4
PSOw <i>gbest</i>	52	95	223	5.070
PSOw <i>lbest</i>	53	99	225	5.043
PSOx <i>gbest</i>	52	98	224	5.068
PSOx <i>lbest</i>	52	106	228	5.076
<i>branch-and-bound</i>	1064	1284	2.231.335	-

Pode-se observar na Tabela 28, que a técnica meta-heurística tende a ser mais rápida que o método exato, embora não tenha obtido a solução ótima em nenhum dos casos. No entanto, como o planejamento é de longo prazo estas diferenças são irrelevantes. Desta forma, não há como justificar o uso das meta-heurísticas para o problema 1 e 2, sendo que problemas deste porte devem ser utilizados apenas como forma de avaliar o desempenho das meta-heurísticas.

Para o problema 3, o qual possui mais de nove mil variáveis inteiras binárias, a princípio pode-se dizer que o uso de meta-heurísticas é justificado, uma vez que o método exato neste caso levaria mais de 26 dias para encontrar a solução ótima. Entretanto, uma heurística bastante simples para obter boas soluções poderia ser utilizada neste caso: executa-se o algoritmo *branch-and-bound* até ser encontrada a primeira solução factível. Isto pode diminuir consideravelmente o tempo de solução do algoritmo. Esta poderia ser uma

alternativa interessante, pois uma das grandes vantagens dos algoritmos exatos sobre as técnicas meta-heurísticas é a disponibilidade de vários *softwares* comerciais com algoritmos, como o *branch-and-bound*, já implementados.

Para o problema 4, com mais de 200 mil variáveis inteiras binárias, a utilização de um método exato seria inviável. Quando o problema envolve um grande número de variáveis até mesmo soluções factíveis podem demorar dias para serem encontrados com o algoritmo *branch-and-bound*. Neste sentido, o tempo de solução da PSO (em torno de uma hora e vinte minutos) indica que a técnica é bastante promissora para a resolução de problemas de planejamento florestal.

A PSOw *gbest* foi o único algoritmo que apresentou 100% de sucesso para o problema 4, indicando ser a melhor opção entre as abordagens/topologias testadas para problemas de planejamento florestal de grande porte. Desta forma, testes dos parâmetros de configuração dos outros algoritmos são necessários para buscar melhorias de seus desempenhos.

## 6. CONCLUSÃO

A execução deste trabalho, com base nos dados utilizados, possibilitou chegar às seguintes conclusões:

- Todos os modelos hipsométricos testados apresentaram estatísticas adequadas e muito próximas, sendo que o modelo de Curtis foi escolhido para estimar a altura total das árvores;
- Por ter apresentado maior homogeneidade na distribuição gráfica de resíduos, o melhor modelo para estimar o volume individual das árvores foi o modelo 3, embora todos os modelos volumétricos testados apresentaram estatísticas muito próximas;
- Todos os modelos para expressar o índice de sítio para os povoamentos de *Pinus taeda*, para o local estudado, foram considerados adequados, sendo selecionado o de Silva-Bailey por ter apresentado um erro menor em relação aos demais.
- O modelo de Clutter ajustou-se bem a base de dados, sendo considerado eficiente para estimar o crescimento e a produção em m<sup>3</sup>/ha, do ponto de vista estatístico e biológico;
- Houve um declínio na eficácia da meta-heurística PSO com o aumento do número de variáveis do problema, apesar disso, os resultados foram satisfatórios.
- O tempo para encontrar as soluções pela meta-heurística PSO foi sempre menor em relação ao *branch-and-bound*, podendo ser considerada uma técnica promissora para resolução de problemas de planejamento florestal;
- Das duas topologias de vizinhança da PSO avaliadas, *lbest* e *gbest*, a *gbest* embora apresente soluções de qualidade inferior em algumas rodadas, tende a encontrar melhores soluções, sendo a topologia mais indicada para solução de problemas de planejamento florestal.
- A PSOx *gbest* é a melhor abordagem/topologia para os problemas de menor complexidade. Por outro lado, a PSOW *gbest*, por ter apresentado as melhores soluções para o problema de maior porte, é a mais indicada para a solução de problemas reais de planejamento florestal;
- Mais experimentos são necessários para obter maiores percentuais de sucesso para as abordagens/topologias PSOW *lbest*, PSOx *gbest* e, principalmente, PSOx *lbest* em problemas de maior porte.

- Em pesquisas futuras, sugere-se comparar o desempenho da PSO com outras meta-heurísticas como o algoritmo genético, a busca tabu e *simulated annealing*.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- ACKOFF, R. L. e SASIENI, M. W. **Pesquisa operacional**. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos Ltda., 1971.
- ALONSO, L. R. L. **O problema da consideração de restrições de adjacência em um planejamento florestal**. 2003. 126 f. Dissertação (Mestrado em Método Numéricos em Engenharia). Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, 2003.
- ARCE, J. E. **Pesquisa operacional para fins florestais**. Apostila da disciplina de Pesquisa Operacional para Fins Florestais da Pós-Graduação em Ciências Florestais. Curitiba, PR, 2007.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V. MORABITO, R. e YANASSE, H. **Pesquisa operacional**. Elsevier, Rio de Janeiro, 2007.
- BANKS, A.; VINCENT, J. e ANYAKOHA, C. A review of particle swarm optimization. Part I: background and development. **Nat Comput**, v.6, p. 467-484, 2007.
- BARROS, D. A.; MACHADO, S. A.; ACERBI JUNIOR, F. W. e SCOLFORO, J. R. Comportamento de modelos hipsométricos tradicionais e genéricos para plantações de Pinus Oocarpa em diferentes tratamentos. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 45, p.3-28, 2002.
- BASKENT, E. Z. e JORDAN, G. A. Forest landscape management modeling using simulated annealing. **Forest Ecology Management**, v.165, p.29-45, 2002.
- BASKENT, E. Z. e KELES, S. Spatial forest planning: a review. **Ecological Modelling**, v.188, p.145-173, 2005.
- BETTINGER, E. Z.; JOHNSON, D. L. e JOHNSON, K. N. Spatial forest plan development with ecological and economic goals. **Ecological Modelling**, v.169, p.215-236, 2003.
- BETTINGER, P. e ZHU, j. A new heuristic method for solving spatially constrained forest planning problems based on mitigation of infeasibilities radiating outward from a forced choice. **Silva Fennica** 40(2), 2006.

BETTINGER, P., SESSIONS, J. E BOSTON, K. A review of the status and use of validation procedures for heuristics used in forest planning. **International Journal of Mathematical and Computation Forestry & Natural-Resource Sciences**, v. 1, n.1, p. 26 – 37, 2009.

BETTINGER, P.; BOSTON, K.; KIM, Y. e ZHU, J. Landscape-level optimization using tabu search and stand density-related forest management prescriptions. **European Journal of Operations Research**, n.176, p.1265-1282, 2007.

BETTINGER, P.; GRAETZ, D.; BOSTON, K.; SESSIONS, J. e CHUNG, W. Eight heuristic planning techniques applied to three increasingly difficult wildlife planning problems. **Silva Fennica**, 36(2), p.561-584, 2002.

BETTINGER, P.; SESSIONS, J. e BOSTON, K. Using Tabu search to schedule timber harvests subject to spatial wildlife goals for big game. **Ecological Modelling**, v.94, p.111-123, 1997.

BNDES. Programa de Plantio Comercial e Recuperação de Florestas – PROPFLORA. Disponível em [http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/bndes/bndes\\_pt/Institucional/Apoi\\_o\\_Financeiro/Linhas\\_Programas\\_e\\_Fundos/propflora.html](http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/bndes/bndes_pt/Institucional/Apoi_o_Financeiro/Linhas_Programas_e_Fundos/propflora.html). Acesso em: 22 out. 2009.

BOSTON, K. e BETTINGER, P. Development of spatially feasible forest plans: a comparison of two modeling approaches. **Silva Fennica** 35(4), p. 425-435, 2001.

BRUMELLE, S.; GRANOT, D.; HALME, M. e VERTINSKY. A tabu search algorithm for finding good forest harvest schedules satisfying green-up constraints. **European Journal of Operational Research**, v.106, p.408-424, 1998.

BUONGIORNO, J. e GILLESS, J. K. **Forest management and economics**. New York: MacMillan Publishing Company. 285p. 1987.

CALLEGARI-JACQUES, S. M. **Bioestatística: princípios e aplicações**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CAMPOS, J. C. C. e LEITE, H. G. **Mensuração florestal – perguntas e respostas**. UFV, Viçosa, MG, 2006.

CARRILO, O. J. B. **Algoritmo híbrido para avaliação da integridade estrutural: uma abordagem heurística**. 2007. 162 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, 2007.

CASTRO, E. G. e TSUZUKI, M. S. G. **Simulation optimization using swarm intelligence as tool for cooperation strategy design in 3d predator-prey game**. In: CHAN, F. T. S. e TIWARI, M. K. Swarm intelligence - focus on ant and particle swarm optimization. I-Tech Education and Publishing, Vienna, Austria, 2007.

CASTRO, R. R. **Regulação de florestas equiâneas incluindo restrições de adjacência**. 2007. 74 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) Universidade Federal de Viçosa, Viçosa – MG, 2007.

CHEN, T. -C. IAs based approach for reliability redundancy allocation problems. **Applied Mathematics and Computation**. 182, n. 2, p.1556-1567, 2006.

CLERC, M. e KENNEDY, J. The particle swarm: Explosion, stability, and convergence in a multi-dimensional complex space. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, 6(1):58\_73. 2002.

CLUTTER, J. C.; FORTSON, J. C.; PLENAAR, L. V.; BRISTER, G. H. e BAILEY, R. L. **Timber management: a quantitative approach**. 3. ed. New York: Jonh Willey, 333 p., 1983.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yields models for loblolly pine. **Forest Science**, v. 9, n.3, p.344-371, 1963.

CURTIS, R. O. Height diameter and height diameter age equations for second growth Douglas-fir. **Forest Science**, v. 13, n. 4, p. 365-375, 1967.

DIAS A. N. **Modelagem e avaliação econômica de plantações de eucalipto submetidas a desbaste**. 2000. 82 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal). Universidade Federal de Viçosa, Viçosa – MG, 2000.

DIAS A. N.; LEITE H. G.; CAMPOS J. C. C.; COUTO L. e CARVALHO A. F. Emprego de um modelo de crescimento e produção em povoamentos desbastados de eucalipto. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.29, n.5, p.731-739, 2005.

DIAS, A. N. **Um modelo para gerenciamento de plantações de eucalipto submetidas a desbaste**. Viçosa, MG. 2005. 147 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, 2005.

- DIAS, A. N.; LEITE, H. G., SILVA, M. L. e CARVALHO, A. F. Avaliação financeira de plantações de eucalipto submetidas a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 29, n. 3, p.419-429, 2005b.
- DUCHEYNE, E. I.; WULF, R. R. e BAETS, B. Single versus multiple objective genetic algorithms for solving the even-flow forest management problem. **Forest Ecology and Management**, v.201, p.259–273, 2004.
- EBERHART, R. C. and SHI, Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization. In **Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation**, pages 84\_88. 2000.
- FALCÃO, A. O. e BORGES, J. G. Heurísticas para a integração de níveis estratégico e operacional da gestão florestal em problemas de grande dimensão. **Scientia Forestalis**, n. 63, p. 94-102, 2003.
- GLOVER, F. Tabu search – Part I. **ORSA Journal on Computing**, v.1, n.3, p. 190-206, 1989.
- GOLDBARG, M. C. e LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2º Ed. Rio de Janeiro: Campus, 2005.
- GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. New York: Addison-Wesley Publishing Company, inc., 412p., 1989.
- GORGENS E. B.; LEITE, H. G.; NOGUEIRA G. S; e DIAS A. N. Tendência de crescimento de povoamento de eucalipto após aplicação de desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa – MG, v. 31, n. 5, p. 879 – 885, 2007.
- GUO, Q., YU, H. e XU, A. A hybrid PSO-GD based intelligent method for machine diagnosis. **Digital Signal Processing**. vol. 16, n. 4, p. 402-418, 2006.
- HEINONEN, T e PUKKALA, T. A comparison of one- and two- compartment neighbourhoods in heuristic search with spatial forest management goals. **Silva Fennica**, 38(3), p. 319-332, 2004.
- HEPPNER, F. e GRENANDER, U. A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks. In KRASNER, S., Ed., **The Ubiquity of Chaos**. AAAS Publications, Washington, DC, 1990.

- JOHNSON, K. N., SCHEURMAN, H. L. Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under different objectives - discussion and synthesis. **Forest Science**, Washington, v.18, n.1, p.1-31, 1977.
- JOHNSTON, D. R.; GRAYSON, A. J. e BRADLEY, R. T. **Planeamento florestal**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1977.
- KENNEDY, J. e EBERHART, R. C. Particle swarm optimization. In: **IEEE International Conference on Neural Networks**, Perth, Austrália, p. 1942-1948, 1995.
- KENNEDY, J. F., EBERHART, R. C. e SHI, Y. **Swarm intelligence**. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers, 2001.
- KENNEDY, J. Small worlds and mega-minds: Effects of neighborhood topology on particle swarm performance. In: **Proceedings of the 1999 Conference on Evolutionary Computation**, p. 1931-1938, 1999.
- LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**. Rio de Janeiro, RJ: Elsevier, 2007.
- LINDO SYSTEMS. **LINGO – the modeling language and optimizer**. Lindo Systems Inc., 2008.
- LIU, G.; HAN, S.; ZHAO, X.; NELSON, J. D.; WANG, H. e WANG, W. Optimisation algorithms for spatially constrained forest planning. **Ecological Modelling**, v.194, n.4, 421-428, 2006.
- LU, F. e ERIKSSON, L. O. Formation of harvest unit with genetic algorithms. **Forest Ecology and Management**, v. 130, p.57-67, 2000.
- MAPA DE CLIMA DO BRASIL. IBGE: Rio de Janeiro, 1 mapa, color. Escala 1:5.000.000, 2002.
- MARTINS, E. F. P., SILVA, J. A. A., FERREIRA, R. L. C., JANKOVSKI, T. e BRITO, C. C. R. Curvas de índice de sítio para leucena [*Leucaena leucocephala* (Lam.) de Wit.] no agreste de Pernambuco. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 17, n. 4, p. 365-376, 2007.
- MATHEY, A.; KRCCMAR, E.; TAIT, D. VERTINSKY, I. e INNES, J. Forest planning using co-evolutionary cellular automata. **Forest Ecology and Management**, v.239, p.45–56, 2007.
- MEGGINSON, L. C.; MOSLEY, D. C. e PIETRI Jr, P. H. **Administração – conceitos e aplicações**. 4ª edição. São Paulo: Harbra, 1998, 614 p.

- MELLO A. A.; CARNIERI, C. ARCE, J. E. e SANQUETTA, C. R. Planejamento florestal visando à maximização dos lucros e a manutenção do estoque de carbono. **Cerne**, Lavras, v.11, n. 3, p. 205-217, 2005.
- MENDES, R. **Population topologies and their influence in particle swarm performance**. 2004. 189 f. Dissertação. Universidade do Minho, Portugal, 2004.
- MENON, M. U. **Meta-heurísticas na otimização do sortimento florestal**. 2005. 119 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, 2005.
- METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A.; ROSENBLUTH, M. TELLER, A. e TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. **Journal of Chemical Physics**, v.21, p.1087-1101, 1953.
- MEYER, H. A. A mathematical expression for height curves. **Journal Forestry**, v. 38, p. 415–520, 1940.
- MILLER, P. A teoria dos enxames. **National Geographic Brasil**, ano 7, n. 88, Julho de 2007, p. 36-57.
- MÜLLER, V. **Otimização de layouts industriais através do método enxame de partículas**. 2007. 79 f. Dissertação (Mestrado em Controle e Otimização de Processos Industriais) – Universidade de Santa Cruz do Sul, RS, 2007.
- ÖHMAN, K e ERIKSSON, L. O. Allowing for spatial consideration in long-term forest planning by linking linear programming with simulated annealing. **Forest Ecology and Management**, v.161, p.221-230, 2002.
- OLIVEIRA, M. L. R. **Mensuração e modelagem do crescimento e da produção de povoamentos não-desbastados de clones de eucalipto**. 2007. 119 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal). Universidade Federal de Viçosa, Viçosa-MG, 2007.
- PEREIRA, G. W. **Aplicação da técnica de recozimento simulado em problemas de planejamento florestal multiobjetivo**. 2004. 84 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.
- POLI, R.; KENNEDY, J. e BLACKWELL, T. Particle swarm optimization – an overview. **Swarm Intell**, v1, p.33-57, 2007.

- PRODAN, M. **Zuwachs – und ertragsuntersuchungen im Plenterwald**. Diss. Universität Freiburg, 127 p., 1944.
- PUKKALA, T. e KURTTLA, M. Examining the performance of six heuristic optimisation techniques in different forest planning problems. **Silva Fennica**, v.39, n.1, p.67-80, 2005.
- PUKKALA, T. Population-based methods in the optimization of stand management. **Silva Fennica**, v.43, n.2, p.261-274, 2009.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2006.
- REEVES, W. T. Particle Systems-A Technique for Modeling a Class of Fuzzy Objects. **Acm Transactions on Graphics**, v2, n2, 1983. E republicada em Computer Graphics. v17 n3, 1983, (**acm SIGGRAPH `83 Proceedings**), pp. 359-376.
- RESENDE, R. R.; VALE, A. B.; SOARES, T. S.; SILVA, M. L.; COUTO, L. e VALE, R. S. Emprego de um modelo de crescimento e produção para determinação da rotação em povoamentos de eucalipto. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.28, n.2, p.219-225, 2004.
- REYNOLDS, C. W. Flocks, herds and schools: a distributed behavioral model. **Computer Graphics**, 21(4):25-34, 1987.
- REZENDE, J. L. P. e OLIVEIRA, A. D. **Análise econômica e social de projetos florestais**. Viçosa, MG: Imprensa Universitária, UFV, 1993. 389p.
- RODRIGUES, F. L. **Metaheurística e sistema de suporte a decisão no gerenciamento de recursos florestais**. 2001. 255 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, 2001.
- RODRIGUES, F. L. **Regulação de florestas equiâneas utilizando programação linear**. Viçosa, MG: UFV, 1997. 109f. Dissertação (Mestrado em Manejo Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, 1997.
- RODRIGUES, F. L., SILVA, G. F.; LEITE, H. G.; XAVIER, A. C. e PEZZOPANE, J. E. M. Um modelo de regulação florestal e suas implicações na formulação e solução de problemas com restrições de recobrimento. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.30, n.5, p.769-778, 2006.
- RODRIGUES, F. L.; LEITE H. G.; SANTOS, H. N. e SOUZA, A. L. Soluções de problemas de planejamento florestal com restrições de inteireza utilizando Busca Tabu. **Revista Árvore**, Viçosa, v.27, n.5, p.701-713, 2003.

- RODRIGUES, F. L.; LEITE H. G.; SANTOS, H. N.; SOUZA, A. L e RIBEIRO, A. A. S. R. Metaheurística *simulated annealing* para soluções de problemas de planejamento florestal com restrições de integridade. **Revista Árvore**, Viçosa, v.28, n.2, p.247-256, 2004a.
- RODRIGUES, F. L.; LEITE H. G.; SANTOS, H. N.; SOUZA, A. L e SILVA, G. F. Metaheurística algoritmo genético para soluções de problemas de planejamento florestal com restrições de integridade. **Revista Árvore**, Viçosa, v.28, n.2, p.233-245, 2004b.
- RODRIGUES, L. C. E. e MOREIRA, R. M. Gerenciamento de florestas de *Eucalyptus* com modelos de programação linear. **Série Técnica – IPEF**, Piracicaba, v.6, n.19, p. 1 – 15, 1989.
- RODRIGUES, L. C. E. Gerenciamento da produção florestal. **Documentos Florestais**. Piracicaba, v.13, p.1-41, 1991.
- SANDRINI, F. T. **Otimização de banco de capacitores em sistemas de distribuição de energia elétrica usando algoritmos genéticos e nuvem de partículas**. 2005. 102 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, PR, 2005.
- SANTANA, C.; MELLO, A. A.; EISFELD, R. L. e SANQUETTA, C. R. sistema de equações para simulação do crescimento e da produção em povoamentos de *Eucalyptus grandis* hill ex maiden. sem desbaste baseado no modelo de clutter. **Ambiência**, Guarapuava-PR, v.1, n.2, p. 239-256, 2005
- SCHNEIDER, P. R., FINGER, C. A. G., MENEZES, L. F. **Fundamentos de planejamento da produção para o manejo florestal e *Eucalyptus grandis* (Hill) Maiden e *Eucalyptus saligna* Smith**. Santa Maria: CEPEF/Fatec, 1988.
- SCHUCHOVSKI, M. S. **Diagnóstico e planejamento do consumo de madeira e da produção em plantações florestais no estado do Paraná**. 2003. 90 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, Curitiba – PR, 2003.
- SCHUMACHER, F. X. e HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v.47, n.9, p.719-734, 1933.
- SHI, Y. e EBERHART. C. A modified particle swarm optimizer. **Proceedings of the IEEE international conference on evolutionary computation**, pp 69–73. IEEE Press, Piscataway, NJ, 1998.

- SIERAKOWSKI, C. A. **Inteligência coletiva aplicada a problemas de robótica móvel**. 2006. 160 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, PR, 2006.
- SILVA, E. M.; GONSALVES, V. e MUROLO, A. C. **Pesquisa Operacional**. 3º ed. São Paulo: Atlas, 184 p., 1998.
- SILVA, G. F.; GHISOLFI, E. M.; TEIXEIRA, A. F.; CABRINI, A. M. e BARROS JÚNIOR, A. A. O método das restrições na solução de um problema de planejamento florestal multiobjetivo. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias** v.1, p.41-48, 2006.
- SILVA, G. F.; LEITE, H. G.; SILVA, M. L. RODRIGUES, F. L. e SANTOS, H. N. Problemas com uso de programação linear com posterior arredondamento da solução ótima, regulação florestal. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v.27, n.5, p.677-688, 2003a.
- SILVA, G. F.; LEITE, H. G.; SOARES, C. P. B. e SILVA, M. L. Influência de estimativas de produção de madeira em processos de regulação utilizando programação linear. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.13, n.1, p.57-72, 2003b.
- SILVA, M. L.; JACOVINE, L. A. G. e VALVERDE, S. R. **Economia florestal**. Viçosa, UFV, 2005.
- SILVA, R. T. **Planeamento florestal, modelos de programação inteira multiobjectivo e aplicações**. 2004. 132 f. Dissertação (Mestrado em Gestão da Informação nas Organizações), Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal, 2004.
- SOARES C. P. B.; LEITE H. G.; OLIVEIRA M. L. R. e CARVALHO A.. Especificação de um modelo de crescimento e produção florestal. **Revista Árvore**, Viçosa – MG, v. 28, n. 6, p. 831 – 837, 2004.
- SOARES, C. P. B. e LEITE, H. G. Predição da produção de madeira de eucalipto em região com alta variabilidade pluviométrica. **Scientia Forestalis**, n. 58, p. 41-48, 2000.
- SOUZA, D. O. **Algoritmos genéticos aplicados ao planejamento do transporte principal de madeira**. 2004. 184 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, 2004.
- STOATE, I. N. The use of a volume equation in pine stands. **Australian Forestry**, Camberra, v.9, p.48-52, 1945.

TEIXEIRA, A. F., **Aplicação de Algoritmos Evolucionários na Solução de Problemas de Planejamento Florestal Multiobjetivo**. 2002, 70 p. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

TEIXEIRA, A. F.; SANTOS, H. N.; SILVA, G. F. e FREITAS, P. M. **Algoritmos evolucionários multiobjetivos no planejamento do manejo florestal**. Anais do IV Congresso Brasileiro da Sociedade Brasileira de Informática Aplicada à Agropecuária e à Agroindústria, 2003.

VAN DEUSEN, P.C. Multiple solution harvest scheduling. **Silva Fennica**, 33(3): 207-216, 1999.

VANCLAY, J. K. **Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests**. Wallingford: CAB International, 1994. 312p.

VOLPI, N. M. P.; CARNIERI, C. e SANQUETTA, C. R. Uma análise da influência da estocasticidade das informações sobre um modelo de programação linear. **Pesquisa Operacional**, v. 20, n.1, 2000.

WIKSTRÖM, P. e ERIKSSON, L. O. Solving the stand management problem under biodiversity-related considerations. **Forest Ecology and Management**, v.126, p.361-376, 2000.

WILSON, E. O. **Sociobiology: The new synthesis**. Cambridge, MA: Belknap Press, 1975.

**ANEXO A:** Algoritmo otimização por enxame de partículas aplicado em um problema de planejamento florestal

Considere o seguinte problema de planejamento florestal: suponha que se deseja fazer o planejamento para os próximos 8 anos para uma floresta que possui atualmente dois talhões ( $T_1$  e  $T_2$ ) com idade igual a 12 e 14 anos, respectivamente. Estes dois talhões receberam até o presente momento, o mesmo regime de manejo, sendo que o desbaste foi realizado aos 10 anos de idade. Os dados referentes aos talhões  $T_1$  e  $T_2$  são apresentados na Tabela A.1.

**Tabela A.1.** Dados cadastrais dos talhões.

Talhão	Área (ha)	Idade (anos)	Sítio	Área basal (m <sup>2</sup> /ha)
$T_1$	10,5	12	20	35,45
$T_2$	12,3	14	23	35,79

Considerando um horizonte de planejamento (HP) de 8 anos, as possíveis alternativas de manejo para estes dois talhões é realizar o corte raso em um dos 8 períodos do HP. A produção estimada, em m<sup>3</sup>/ha, para os próximos 8 anos, para os dois talhões, é apresentada na Tabela A.2.

**Tabela A.2.** Produção, em m<sup>3</sup>/ha, dos talhões.

Talhão	Horizonte de planejamento (anos)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$T_1$	303,13	347,79	398,19	447,75	496,15	543,19	588,72	632,69
$T_2$	346,02	393,70	440,79	486,98	532,10	576,00	618,59	659,84

Para decidir o melhor momento para realizar o corte raso destes dois talhões será utilizado como critério o Valor Periódico Equivalente (VPE), considerando o preço de venda da madeira em pé, no corte raso, de R\$ 60,00/m<sup>3</sup>, uma taxa de juros de 6,75% ao ano e o custo de implantação da floresta após o corte raso de R\$ 1581,14.

Para o cálculo do VPE é necessário calcular o Valor Presente Líquido (VPL). Estes dois critérios são obtidos com as seguintes formulas:

$$VPE = \frac{VPL \cdot i}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

$$VPL = \sum_{j=0}^{n-1} R_j (1 + i)^{-j} - \sum_{j=0}^{n-1} C_j (1 + i)^{-j}$$

onde:

$VPL$  = valor presente líquido do fluxo de caixa futuro de cada alternativa de manejo, em R\$;

$VPE$  = valor periódico equivalente, em R\$/ano;

$C_j$  = custo observado no período  $j$ , em R\$;

$R_j$  = receita observada no período  $j$ , em R\$;

$i$  = taxa de juros;

$j$  = período do horizonte de planejamento em que o custo ou a receita ocorrem, em anos.

$n$  = duração do horizonte de planejamento, em anos;

Considerando o corte raso do talhão  $T_1$  no período 1 do horizonte de planejamento tem-se o seguinte cálculo para obtenção do VPL:

$$60 \cdot (303,13 \cdot 10,5) \cdot (1 + 0,0675)^0 - 1581,14 \cdot (1 + 0,0675)^0 = 189393,6$$

e o cálculo do VPE:

$$\frac{189393,6 \cdot 0,0675}{[1 - (1 + 0,0675)^{-8}]} = 31410,7$$

Desta forma, tem-se o VPE, em R\$, de cada uma das alternativas de manejo para os dois talhões, apresentados na Tabela A.3.

**Tabela A.3.** VPE, em R\$, das alternativas de manejo.

Talhão	Alternativa de manejo							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$T_1$	31410,7	38511,4	47112,7	56592,0	66978,9	78312,2	90639,0	104014,4
$T_2$	42089,4	51160,6	61180,9	72189,2	84232,7	97366,5	111653,9	127165,7

Depois de calculado o VPE de cada alternativa de manejo pode-se formular a função objetivo do problema de planejamento florestal para maximizar o VPE global da floresta:

$$Max VPE_G = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot X_{ij}$$

$VPE_G$  = valor periódico equivalente global da floresta;

$C_{ij}$  = valor periódico equivalente de cada unidade de gestão  $i$ , manejada sob a prescrição  $j$ ;

$X_{ij}$  = talhão  $i$  assinalada a prescrição  $j$ ;

$M$  = número de unidades de gestão;

$N$  = número total de alternativas de manejo  $j$  na unidade de gestão  $i$ .

A função objetivo do problema com os respectivos coeficientes e variáveis assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Max } VPE_G = & 31410,7 X_{11} + 38511,4 X_{12} + 47112,7 X_{13} + \dots + 104014,4 X_{18} + \\ & 42089,4 X_{21} + 51160,6 X_{22} + 61180,9 X_{23} + \dots + 127165,7 X_{28} \end{aligned}$$

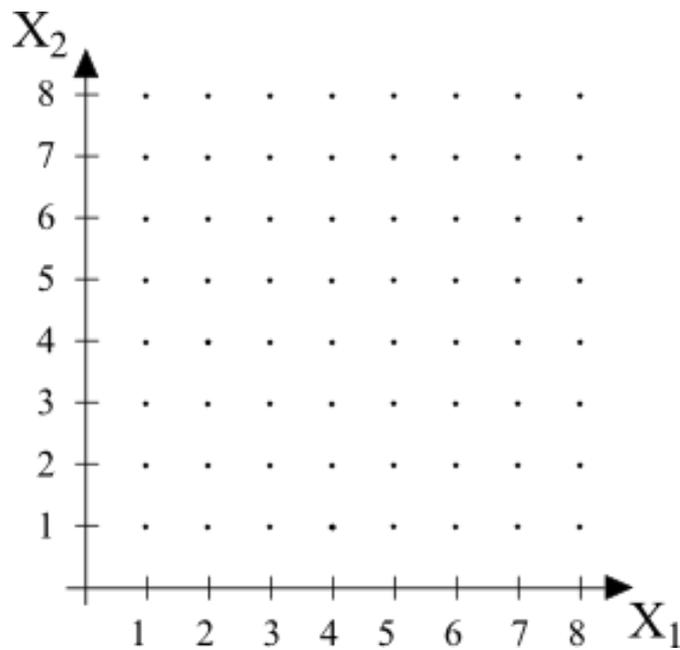
Para facilitar a explicação do funcionamento do algoritmo PSO, será considerado somente a restrição de integridade dos talhões:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N X_{ij} = 1 \quad X_{ij} \in \{0,1\} \text{ em que:}$$

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a prescrição } j \text{ for adotada na unidade de gestão } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A solução ótima para este problema tem um VPE no valor de R\$ 231.180,10 em que alternativa de manejo 8 é escolhida para os dois talhões, ou seja,  $X_{18} = 1$  e  $X_{28} = 1$ , sendo as demais variáveis iguais a zero.

No algoritmo PSO as soluções são obtidas com base na posição das partículas. No caso do problema considerado, cada partícula possui dois vetores de posição, um para o talhão  $T_1$  e outro para  $T_2$ . Por exemplo, uma partícula posicionada na posição 2 e 5 representa a solução para o problema em que  $T_1$  é assinalado a alternativa 2 (corte raso aos 14 anos) e  $T_2$  é assinalado a alternativa 5 (corte raso aos 16 anos). Esta posição faz com que as variáveis  $X_{12}$  e  $X_{25}$  assumam valor 1 e as demais valor zero. O espaço de busca para o problema em questão pode ser ilustrado como na Figura A.1.



**Figura A.1.** Espaço de busca do problema.

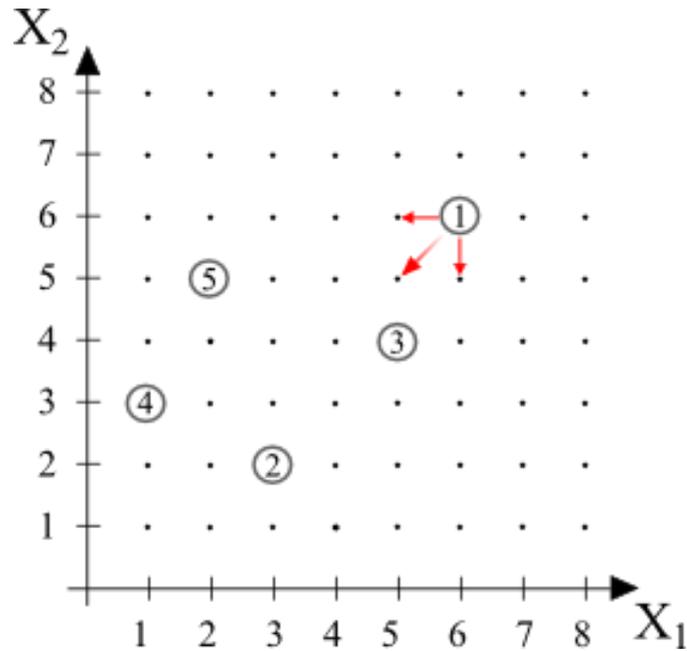
Na figura A.1, o eixo  $X_1$  representa as oito possíveis alternativas de manejo para o talhão  $T_1$  e o  $X_2$  as possíveis alternativas de  $T_2$ . Cada ponto representa uma solução para o problema. Assim, se uma partícula se posiciona em qualquer um destes pontos ela está automaticamente respeitando a restrição de integridade dos talhões, ou seja, apenas uma alternativa de manejo pode ser assinalada em cada talhão.

O primeiro passo do algoritmo PSO é a inicialização da posição e velocidade das partículas. Neste exemplo serão utilizadas 5 partículas (enxame) sendo que para cada uma, um valor entre 1 e 8 é sorteado em cada eixo para as posições iniciais. As posições das partículas para este exemplo estão apresentadas na Tabela A.4.

**Tabela A.4.** Posição inicial das partículas.

Posição	Partícula				
	1	2	3	4	5
$X_1$	6	3	5	1	2
$X_2$	6	2	4	3	5

A posição destas partículas podem então ser plotadas no espaço de busca, como ilustrado na Figura A.2.



**Figura A.2.** Posicionamento das partículas dentro do espaço de busca do problema.

As velocidades iniciais também precisam ser inicializadas. Na Figura A.2 pode-se observar as velocidades da partícula 1 que foram configuradas em -1 para os vetores  $X_1$  e  $X_2$ . Nesta figura também pode ser observado o vetor resultante, ou seja, a posição que esta partícula irá assumir na próxima iteração. Para o exemplo, o parâmetro  $V_{max}$  foi configurado em 4, ou seja, as velocidades de cada partícula em cada iteração devem sempre estar entre -4 e +4.

Na Tabela A.5 são apresentadas as informações de inicialização das partículas.

Como esta é a primeira iteração, o valor do  $pbest$ , a melhor solução encontrada por cada partícula, é inicializado na posição inicial. O  $gbest$ , melhor posição encontrada por todo o enxame, também é inicializado. No caso, a melhor solução na primeira iteração corresponde à posição  $X_1 = 6$  e  $X_2 = 6$  que tem um VPE de R\$ 175.678,7. Na tabela anterior também foram colocadas as variáveis  $pbestvalor$  e  $gbestvalor$  que armazenam respectivamente o VPE do  $pbest$  e  $gbest$ , respectivamente.

**Tabela A.5.** Informações do algoritmo PSO na primeira iteração.

Iteração 1	Partícula				
	1	2	3	4	5
$w = 0,90$					
pos $X_1$	6	3	5	1	2
pos $X_2$	6	2	4	3	5
vel. $X_1$	-1	-3	1	4	1
vel. $X_2$	-1	1	2	-3	-2
$pbest X_1$	6	3	5	1	2
$pbest X_2$	6	2	4	3	5
$pbestvalor$	<b>175678,7</b>	<b>98273,3</b>	<b>139168,2</b>	<b>92591,6</b>	<b>122744,0</b>
$gbest X_1$	6				
$gbest X_2$	6				
$gbestvalor$	<b>175678,71</b>	<b>175678,71</b>	<b>175678,71</b>	<b>175678,71</b>	<b>175678,71</b>

Na iteração seguinte as posições e velocidades das partículas são atualizadas. No caso da posição a atualização é feita somando-se a posição a velocidade. Por exemplo, para a partícula 1 a posição anterior era  $X_1 = 6$  e  $X_2 = 6$ , como as velocidades são -1 e -1 nos dois eixos, a nova posição será  $X_1 = 5$  e  $X_2 = 5$ . A velocidade é atualizada com a seguinte fórmula:

$$v_p^{(it+1)} = w \cdot v_p^{it} + c_1 \cdot rand_1^{(it)} \cdot (pbest_p^{(it)} - x_p^{(it)}) + c_2 \cdot rand_2^{(it)} \cdot (gbest_p^{(it)} - x_p^{(it)})$$

$v_p$  = velocidade da partícula  $p$ ;

$x_p$  = posição da partícula  $p$ ;

$c_1$  e  $c_2$  = coeficientes cognitivos e social;

$rand$  = função aleatória de distribuição uniforme entre 0 e 1;

$pbest_p$  = melhor posição que a partícula  $p$  já obteve durante a busca;

$gbest_p$  = melhor posição encontrada na vizinhança da partícula  $p$ ; e

$it$  = iteração atual.

A equação de velocidade pode ser dividida em três componentes (Figura A.3).

$$v_p^{(it+1)} = \boxed{w \cdot v_p^{it}} + \boxed{c_1 \cdot rand_1^{(it)} \cdot (pbest_p^{(it)} - x_p^{(it)})} + \boxed{c_2 \cdot rand_2^{(it)} \cdot (gbest_p^{(it)} - x_p^{(it)})}$$

↖ Componente inercial
↖ Componente social

↙ Componente cognitivo

**Figura A.3.** Componentes da equação de velocidade.

O componente cognitivo faz com que a partícula seja atraída pela melhor posição encontrada por ela mesma, ou seja, a posição *pbest*. Já o componente social, atrai a partícula para a melhor posição encontrada na sua vizinhança social (posição *gbest*), no caso deste exemplo, todo o enxame.

Os coeficientes  $c_1$  e  $c_2$ , respectivamente, o coeficiente cognitivo e social, foram configurados neste exemplo com valor igual a 2. Para facilitar os cálculos o valor de  $rand_1$  e  $rand_2$ , os quais são valores aleatórios entre 0 e 1, obtidos para cada iteração, foram configurados com valor igual a 0,5. Para exemplificar será mostrado o cálculo da nova velocidade para a partícula 2 no vetor  $X_1$ , considerando que  $w$  tem valor de 0,89 nesta iteração:

$$0,89 \cdot (-3) + 2 \cdot 0,5 \cdot (3 - 3) + 2 \cdot 0,5 \cdot (6 - 3) = 0,33$$

Como as velocidades devem ter valores discretos arredonda-se o seu valor, no caso, o valor calculado de 0,33 é arredondado para zero. As velocidades das partículas para a nova iteração bem como as outras informações são mostradas na Tabela A.6.

**Tabela A.6.** Informações do algoritmo PSO na segunda iteração.

<b>Iteração 2</b>	<b>Partícula</b>				
<b>w = 0,89</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>pos <math>X_1</math></b>	5	3	6	1	3
<b>pos <math>X_2</math></b>	5	1	6	5	3
<b>vel. <math>X_1</math></b>	-1	0	2	4	4
<b>vel. <math>X_2</math></b>	-1	4	4	0	-1
<b><i>fitness</i></b>	<b>151211,6</b>	<b>89202,1</b>	<b>175678,7</b>	<b>115643,4</b>	<b>108293,6</b>
<b><i>pbest</i> <math>X_1</math></b>	6	3	6	1	2
<b><i>pbest</i> <math>X_2</math></b>	6	2	6	5	5
<b><i>pbestvalor</i></b>	<b>175678,7</b>	<b>98273,3</b>	<b>175678,7</b>	<b>115643,4</b>	<b>122744,0</b>
<b><i>gbest</i> <math>X_1</math></b>	6		6		
<b><i>gbest</i> <math>X_2</math></b>	6		6		
<b><i>gbestvalor</i></b>	<b>175678,71</b>	<b>175678,71</b>	<b>175678,71</b>	<b>175678,71</b>	<b>175678,71</b>

Na Tabela A.6 uma nova variável denominada *fitness* é criada. Esta representa o valor da função objetivo na posição da iteração atual. O valor de *fitness* da cada partícula é então comparado com as variáveis *pbestvalor*, verificando se a posição atual é melhor que a melhor solução encontrada até o momento pela partícula, e com *gbestvalor*, verificando se a posição atual é melhor que a melhor solução encontrada pelo enxame. Por exemplo, para a partícula 3 o *fitness* apresentou um valor melhor que o *pbestvalor* e assim este valor e a posição *pbest* desta partícula são atualizados com a nova posição.

Na iteração 3 as variáveis são atualizadas e a solução ótima é obtida pela partícula 3 na posição  $X_1 = 8$  e  $X_2 = 8$ .

**Tabela A.7.** Informações do algoritmo PSO na terceira iteração.

Iteração 3	Partícula				
	1	2	3	4	5
<b>w = 0,88</b>					
<b>pos <math>X_1</math></b>	4	1	8	8	7
<b>pos <math>X_2</math></b>	4	7	8	1	2
<b>vel. <math>X_1</math></b>	1	4	2	4	4
<b>vel. <math>X_2</math></b>	1	4	4	4	4
<b><i>fitness</i></b>	<b>128781,2</b>	<b>143064,6</b>	<b>231180,1</b>	<b>146103,8</b>	<b>141799,5</b>
<b><i>pbest <math>X_1</math></i></b>	5	1	8	8	7
<b><i>pbest <math>X_2</math></i></b>	-1	7	8	1	2
<b><i>pbestvalor</i></b>	<b>175678,7</b>	<b>143064,6</b>	<b>231180,1</b>	<b>146103,8</b>	<b>141799,5</b>
<b><i>gbest <math>X_1</math></i></b>			8		
<b><i>gbest <math>X_2</math></i></b>			8		
<b><i>gbestvalor</i></b>	<b>231180,10</b>	<b>231180,10</b>	<b>231180,10</b>	<b>231180,10</b>	<b>231180,10</b>