ÉLIDA MAIARA VELOZO DE CASTRO

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDAS POR ALUNOS DE 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA DO CAMPO

Material de apoio pedagógico

UNICENTRO
2017

Universidade Estadual do Centro-Oeste

UNICENTRO

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDAS POR ALUNOS DE 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA DO CAMPO

Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática

Produto Educacional[1]

ÉLIDA MAIARA VELOZO DE CASTRO

GUARAPUAVA

2017

[1]Esse material é uma exigência do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UNICENTRO, resultado do trabalho de dissertação desenvolvido com título *"Procedimentos associados às ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática"* e sob orientação da Prof. Dr. Michele R. D. Veronez.

Sumário

Apresentação

Como Produto Educacional e exigência do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UNICENTRO, resultado do trabalho de dissertação intitulado "*Procedimentos associados às ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática*", apresentamos um Material de Apoio Pedagógico contendo, além de atividades de modelagem matemática, desenvolvidas em aulas regulares em uma escola do campo, sugestões aos professores e indicações que podem orientar o trabalho daqueles que intencionam implementar atividades de modelagem matemática nas suas salas de aula.

Trazemos, neste material, uma sucinta definição de Modelagem Matemática na Educação Matemática como forma de elucidar nosso entendimento sobre essa alternativa pedagógica e indicar os autores que subsidiaram o estudo que gerou esse material. Apresentamos também algumas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental, durante aulas de matemática em contexto de ensino e aprendizagem, por meio de uma breve descrição de 14 atividades em forma de esquema, sinalizando como as fases da Modelagem Matemática aconteceram em cada atividade. Além disso, ao descrevermos tais atividades, da transição da situação inicial para a situação final, explicitamos os conceitos matemáticos adotados e a interpretação e validação dos resultados obtidos.

Também, expomos algumas sugestões de estudo, de temas e problemas que alunos e professores podem investigar, bem como indicações de encaminhamentos e possibilidades de futuros trabalhos com os mesmos temas que podem ser desenvolvidos em sala de aula. Dessa forma, esperamos contribuir para que o professor construa uma noção de como pode se dar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em uma sala de aula com alunos do Ensino Fundamental.

Convém destacar que as atividades descritas nesse material não se constituem de orientações a serem reproduzidas integralmente, pois em Modelagem Matemática cada atividade é singular, este material aborda apenas algumas possibilidades de estudo sobre certas temáticas contudo, é o interesse, a criticidade e/ou a necessidade do aluno, através da mediação do professor e do trabalho em grupo, que vão determinar os rumos de qualquer atividade de modelagem matemática, ou seja, outras abordagens podem ser delineadas durante o decorrer de uma atividade de modelagem matemática mesmo que os temas sejam iguais aos descritos.

1. *Modelagem Matemática como alternativa pedagógica*

A afirmação que algumas pessoas fazem a respeito de que a Matemática é "verdadeira e inútil" e a dificuldade em perceber a Matemática em diferentes contextos, segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), se deve ao fato de que as descobertas Matemáticas só fazem sentido aos matemáticos, pois a maioria das pessoas não consegue relacioná-las nem com outras ciências, nem com situações do seu cotidiano, da sua realidade. Mesmo os povos da antiguidade tendo desenvolvido a Matemática para algum fim, conforme apontam Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), considerando aspectos da Matemática sempre na perspectiva do que lhe era útil, não sustenta a ideia da utilidade e necessidade da Matemática para os dias atuais.

Com o propósito de discutir acerca da Matemática presente nas escolas e também na vida das pessoas, aliado à preocupação com questões sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática, surge a Educação Matemática. Considerando essa área de estudo, assumimos que um caminho para aproximar a Matemática da realidade do aluno pode ser possibilitado por meio da Modelagem Matemática[2].

Dentre as diversas concepções de Modelagem Matemática na Educação Matemática (BURAK, 1992; MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2013; BARBOSA, 2004; BIENBENGUT e HEIN, 2005), neste trabalho assumimos a ideia de que ela se "constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático" (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2013, p. 9). Em outras palavras, consiste em abordar problemas ou situações da realidade e/ou do interesse do aluno, ao passo que ele se envolve em um processo de construção/mobilização de conhecimentos matemáticos e extra matemáticos.

Na Modelagem Matemática, cuja característica relevante desse tipo de atividade é o trabalho desenvolvido essencialmente em grupo, o aluno tem oportunidade de refletir, decidir e agir sobre as mais diversas situações, favorecendo um olhar crítico para elas, já que podem ser analisadas e compreendidas a partir de diferentes pontos de vista. Ao tratar de diversas situações por meio de diferentes olhares, no contexto de Modelagem Matemática, o conhecimento passa a ter significado para o aluno e, na medida em que ele não se depara mais com problemas rotineiros retirados de livros texto, em que se repetem enunciados,

[2] O termo "Modelagem Matemática" (em maiúsculo) será utilizado quando se referir à abordagem metodológica e, em minúsculo, quando se referir à atividade decorrente dessa abordagem.

fórmulas e modelos, torna-se responsável por sua aprendizagem que deverá ser resultado de uma reflexão crítica e de argumentos consistentes.

A Modelagem Matemática permite incorporar o saber do aluno nas práticas de sala de aula, bem como retrata a necessidade de conceitos matemáticos para realizar uma aproximação crítica e consciente de soluções obtidas para uma situação problema advinda da perspectiva do que lhes é útil, real.

Possibilitar ao aluno o envolvimento com situações da sua realidade, de seu interesse, a ponto que ele compreenda conceitos matemáticos é, portanto, uma característica da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Nesse contexto Almeida, Silva e Vertuan (2013, p.12), expõem que

> uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final.

São as relações entre realidade (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e os procedimentos matemáticos estão fundamentados) que contribuem para ativar, produzir e/ou integrar conhecimentos matemáticos e não matemáticos. À situação inicial, problemática, os autores associam ao *lócus* no qual se originou o problema a ser investigado, e à situação final, a uma resposta para esse problema.

Atividades de modelagem matemática possibilitam, portanto, que os alunos se envolvam com um conjunto de atitudes, mediante a qual se definem estratégias de ação em relação ao problema identificado na situação inicial (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2013) e que de certo modo aparecem implícitos nos modelos matemáticos que elaboram.

Esses fazeres e dizeres presentes no processo de busca por uma solução para o problema identificado e/ou estruturado na situação inicial da atividade de modelagem matemática emergem nas fases da Modelagem Matemática.

As fases da Modelagem Matemática, por sua vez, são caracterizadas na intenção de amparar e orientar o desenvolvimento de atividades dessa natureza tendo caráter aberto e flexível. Assim, a ordem em que aparecem pode variar, bem como o tempo destinado a cada uma delas, de acordo com a dinâmica que demanda cada situação e com o movimento de "ida e vinda" entre as fases. Almeida, Silva e Vertuan (2013), definem essas fases como*: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação*. No quadro a seguir destacamos as principais características evidenciadas em cada uma dessas fases:

Quadro 1: As fases da Modelagem Matemática e suas características.

Fase	Principais Características
Inteiração	- Inteirar-se do assunto. - Consultar diferentes fontes de pesquisa. - Conhecer aspectos relativos ao tema. -Coletar, discutir, registrar e selecionar informações. - Formular ou identificar a situação problema. - Definir metas para a resolução do problema.
Matematização	- Traduzir a situação problema da linguagem natural para a linguagem matemática. - Selecionar variáveis. - Levantar hipóteses. - Evidenciar técnicas e procedimentos matemáticos envolvidos na situação em estudo a serem utilizados na resolução do problema.
Resolução	- Utilizar conceitos, técnicas, métodos e representações matemáticas. - Recorrer a ferramentas tecnológicas e/ou computacionais. - Construir e/ou utilizar modelos matemáticos[3]. -Responder às questões e à problemática admitida na situação inicial.
Interpretação de Resultados e Validação	- Analisar o(s) resultado(s) encontrado(s) para a situação problema. - Verificar se os métodos e/ou procedimentos matemáticos utilizados foram adequados para responder a situação problema em estudo. -Certificar-se que a(s) solução(ões) encontrada(s).satisfaz(em) o problema identificado.

Fonte: Autora.

Esse quadro apresenta algumas das principais características relativas a cada fase da Modelagem Matemática, não necessariamente todas devem acontecer em uma mesma atividade, nem mesmo há uma ordem para que elas aconteçam.

De modo geral, as fases relativas a uma atividade de modelagem matemática, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), evidenciam alguns aspectos relevantes em atividades dessa natureza que podem ser descritos como: a situação problema que dá início a atividade; os procedimentos de resolução e as soluções, ainda alheios ao conhecimento dos envolvidos; o processo de investigação de um problema; os conceitos matemáticos utilizados e; a análise interpretativa da solução.

[3]Modelo matemático, nesse caso, "é o que 'dá forma' à solução do problema" (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2013, p.15). Nessa compreensão o modelo matemático se apresenta por meio de uma estrutura matemática, podendo ser uma tabela, um gráfico, uma expressão, uma equação, uma função.

Isso implica reconhecer que tão importante quanto a solução para o problema são os encaminhamentos e procedimentos que medeiam a transição da situação inicial para a situação final.

> A resposta para o problema depende, de modo geral, dos encaminhamentos e procedimentos adotados pelos alunos e de seus conhecimentos e das intervenções realizadas pelo professor. Todavia, é importante que tais intervenções e a independência dos alunos mantenham certo grau de equilíbrio, de forma a garantir autonomia dos alunos frente ao problema em estudo e em relação às estratégias de resolução adotadas (VERONEZ, 2013, p.27).

Conforme Veronez (2013), no trânsito da situação inicial para a situação final ao longo de uma atividade de modelagem matemática, o professor tem oportunidade de ensinar Matemática à medida que possibilita aos alunos o envolvimento com conceitos matemáticos e com aspectos de uma situação em estudo. Portanto, segundo a autora, o papel do professor em Modelagem Matemática consiste, de maneira geral, em incentivar o espírito crítico, a reflexão e a busca por argumentos e razões que possibilitem aos alunos confirmar ou não suas proposições e não apenas seguir padrões.

Dessa forma, os alunos são os sujeitos principais e o professor, o orientador do processo. A ênfase reside na relação do aluno com o conhecimento, sendo mediada pelo professor, profissional que precisa estar disposto a colaborar no processo de construção desse conhecimento. Por meio da Modelagem Matemática o aluno poderá relacionar resultados matemáticos a uma situação real, o que possibilita a tomada de decisão perante uma questão do seu cotidiano, como também o reconhecimento de “onde, quando e/ou em que” utilizamos a matemática, indagação de muitos alunos em sala de aula.

Sendo assim, atividades de modelagem matemática envolvem situações reais e motivam os alunos a identificar a matemática presente nelas, contribuindo na compreensão e construção de um conhecimento matemático mais significativo, crítico e reflexivo.

2. *Das atividades desenvolvidas*

A seguir apresentamos algumas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental, com diversos temas e problemas.

Tema: Erva-Mate – Subtema: Produção de Erva para Chimarrão

Situação inicial

Produção de Erva-Mate para chimarrão.

Inteiração

Coleta de dados: *Pesquisa bibliográfica, na internet e pesquisa de campo (visita à ervateira).*

Definição do problema: *Qual é a relação que existe entre a área de Erva-Mate cultivada, o tempo para extração e a quantidade de Erva-Mate para chimarrão produzida (em fardos)?*

Conhecimentos extras: Contexto histórico, econômico e social da Erva-Mate para a comunidade local e nacional. Características e propriedades biológicas da planta. Diversos usos e aplicações da Erva-Mate. Narrativa: Lenda da Erva-Mate.

Matematização e resolução

Hipótese: *Terrenos quadrados de lados 30, 40, 50 e 60. Colheitas realizadas a cada 4, 6 e 15 anos.*

Dados considerados para o desenvolvimento da atividade:
A cada 4 anos, um pé de erva mate rende em média 2 kg.
A cada 6 anos, um pé de erva mate rende em média 6 kg.
A cada 15 anos, um pé de erva mate pode render, em média, 30 kg.
Distância de plantio: 1,5 m × 1,5 m.
Beneficiamento e industrialização: Uma arroba verde rende aproximadamente 7,5 kg de erva seca. Chega a produzir em média 50 fardos, isso representa 1.500 pacotes por dia, embora tenha capacidade para produzir 400 pacotes por hora, devido a outros fatores a produção é reduzida.

Conceitos matemáticos:
Área de figura plana. Divisão e multiplicação de números racionais. Regra de três. Unidade de medida (metros, kg e arroba). Números inteiros e racionais. Variável discreta.

Resultado matemático: (Resultado simplificado)

Tempo de intervalo entre as colheitas (anos)	Medida do lado do terreno quadrado (m)	Área do terreno (m^2)	Quantidade máxima de pés de Erva-Mate	Quantidade de Erva-Mate (seca) produzida (kg)	Quantidade de fardos produzidos
4	50	2500	1089	1089	36 e 9kg
6	40	1600	676	2028	67 e 18 kg
15	30	900	400	6000	200

Interpretação e validação

A quantidade de Erva-Mate produzida em determinada área depende do intervalo de tempo entre as colheitas. Análise dos resultados obtidos. Aceitação dos resultados obtidos para a situação problema investigada.

Situação final

Quadros que representam uma "simulação" da quantidade de Erva-Mate para chimarrão produzida em determinada área de acordo com o tempo de intervalo (4, 6 e 15 anos) entre colheitas (extração da erva verde).

Tema: Erva-Mate – Subtema: Distância de plantio

Situação inicial

Distância entre pés de Erva-Mate.

Inteiração

Coleta de dados: *Pesquisa bibliográfica, na internet e pesquisa de campo (visita à ervateira).*

Definição do problema: *Qual a distância entre um pé de Erva-Mate e outro é a mais apropriada para plantá-la? Qual a diferença (em porcentagem) da quantidade máxima de mudas que se pode plantar em um terreno, se compararmos as medidas de distância de plantio fornecidas pelo produtor e aquelas encontradas na internet?*

Conhecimentos extras: Contexto histórico, econômico e social da Erva-Mate para a comunidade local e nacional. Características e propriedades biológicas da planta. Diversos usos e aplicações da Erva-Mate. Narrativa: Lenda da Erva-Mate.

Matematização e resolução

Hipótese: *Considerado terreno retangular de 50 m × 40 m.*

Dados considerados para o desenvolvimento da atividade:
Distância de plantio fornecida pelo produtor: 1,5 m × 1,5 m.
Distância encontrada em pesquisa na internet: 1,5 m × 3 m.

Conceitos matemáticos:
Área de figura plana. Divisão e multiplicação de números racionais. Regra de três. Números inteiros e racionais. Variável discreta. Porcentagem.

Resultado matemático: "*o terreno em que a distância de um pé para outro é de 1,5 m por 1,5 m produz 51,5% pés de Erva-Mate a mais do que o terreno em que a distância é de 1,5 m por 3 m*".

Sugestão: analisar a produção de Erva-Mate em área de terrenos com formas variadas e irregulares. Verificar se a distância de plantio influencia na produção e/ou desenvolvimento da planta de Erva-Mate.

Interpretação e validação

A distância informada pelo produtor de Erva-Mate produz mais de 50% de mudas de Erva-Mate se comparada à informação encontrada na internet para o caso estudado. Análise dos resultados obtidos. Aceitação dos resultados obtidos para a situação problema investigada.

Situação final

A conclusão é que as medidas utilizadas pelo produtor local, para o plantio das mudas de Erva-Mate, possibilitam melhor aproveitamento do espaço sendo possível cultivar pouco mais de 50% de plantas a mais em uma determinada área se comparadas às medidas fornecidas pela internet.

Tema: Erva-Mate – Subtema: Fórmula matemática para calcular a produção

Situação inicial

Fórmula da obtenção de fórmula para calcular a produção de Erva-Mate em determinada área.

Inteiração

Coleta de dados: *Pesquisa bibliográfica, na internet e pesquisa de campo (visita à ervateira).*

Definição do problema: *Existe uma fórmula matemática capaz de descrever a produção de Erva-Mate dependendo da área de cultivo em relação à distância do plantio entre uma muda e outra e o tempo de extração?*

Conhecimentos extras: Contexto histórico, econômico e social da Erva-Mate para a comunidade local e nacional. Características e propriedades biológicas da planta. Diversos usos e aplicações da Erva-Mate. Narrativa: Lenda da Erva-Mate.

Matematização e resolução

Hipótese: *Terreno retangular com lados medindo x e y metros de comprimento. Colheitas realizadas a cada 4, 6 e 15 anos.*

Dados considerados para o desenvolvimento da atividade:
A cada 4 anos, um pé de erva mate rende em média 2 kg.
A cada 6 anos, um pé de erva mate rende em média 6 kg.
A cada 15 anos, um pé de erva mate pode render, em média, 30 kg.
A distância de plantio é a cada 1,5 m.
Terreno retangular.
Erva-Mate verde rende a metade depois de seca.

Conceitos matemáticos: *Equações. Área de figuras planas. Representação algébrica. Operações com frações. Frações equivalentes.*

Resultado matemático: *Obtenção do modelo matemático.*

Modelo matemático:

4 anos	6 anos	15 anos
Q = $\frac{4.x.y}{9}$	Q = $\frac{4.x.y}{3}$	Q = $\frac{20.x.y}{3}$

Em que x e y representam a quantidade de pés de Erva-Mate cultivada em cada lado do terreno retangular e Q é a quantidade de Erva-Mate seca, produzida nesse terreno em dado intervalo de extração.

Interpretação e validação

As fórmulas construídas descrevem a quantidade de pés de Erva-Mate seca (Q) em qualquer terreno retangular que comportam x e y pés em cada lado. Resultado verificado por meio de comparação de resultados e aceito para a situação.

Situação final

Apresentação do modelo matemático obtido, mediante comprovação de resultados dos cálculos.

Tema: Erva-Mate – Subtema: Otimização do intervalo entre as colheitas

Situação inicial

Intervalo de tempo mais vantajoso para se realizar as colheitas.

Inteiração

Coleta de dados: *Pesquisa bibliográfica, na internet.*

Definição do problema: *Qual o melhor intervalo de tempo para realizar a colheita de erva-mate, de modo a obter maior produção?*

Matematização e resolução

Dados considerados para o desenvolvimento da atividade: *Opção por trabalhar com informações encontradas na internet.*
A cada 4 anos, um pé de erva mate rende em média uma arroba (15 kg).
A cada 6 anos, um pé de erva mate rende em média duas arrobas (30 kg).
A cada 15 anos, um pé de erva mate pode render, em média, quatro arrobas (60 kg).

Sugestão: desenvolver conceitos de sistema de equações para encontrar o ponto de intersecção da produção de acordo com o intervalo de tempo entre as colheitas. Buscar outras fontes para outras fontes para confirmar informações destoantes.

Conceitos matemáticos: *Tratamento da informação: construção de tabelas e gráficos.*

Resultado matemático:

1. *Supondo que em uma propriedade seja cultivada 200 pés de Erva- Mate*

Tabela 1: Tempo de colheita de Erva-Mate.

Tempo de intervalo entre as colheitas	Kg por pé de Erva-Mate	Quantidade de Erva-Mate em Kg	Quantidade de Erva-Mate em arroba
4 anos	15	3.000	200
6 anos	30	6.000	400
15 anos	60	12.000	800

2. *Supondo que em uma propriedade seja cultivada 500 pés de Erva- Mate, num período de 30 anos*

Tabela 2: Tempo e quantidade de colheitas de Erva-Mate.

Tempo de intervalo entre as colheitas	Quantidade de colheitas	Quantidade de Erva-Mate em Kg	Quantidade de Erva-Mate em arroba
4 anos	7	52.500	3.500
6 anos	5	75.000	5.000
15 anos	2	60.000	4.000

Interpretação e validação

Para um curto período de tempo, o intervalo mais vantajoso para se realizar a extração da Erva-Mate é de 15 anos. Análise dos resultados obtidos. Consideração de que, desenvolvendo os mesmos cálculos, poderiam obter resultados para qualquer período de tempo. Aceitação dos resultados obtidos para a situação problema investigada.

Situação final

Determinação da quantidade de Erva-Mate extraída no período de 30, considerando que as colheitas seriam realizadas a cada 4, 6 e 15 anos.

Tema: Milho

Situação inicial

Armazenamento de Milho

Inteiração

Coleta de dados: *Panfletos sobre a produção de Milho. Pesquisa sobre o tema em livros didáticos, revistas e internet. Análise e estudo de material (embalagens e espiga de milho).*

Definição do problema: *Dependendo do tamanho dos silos, qual sua capacidade de armazenamento de milho?*

Conhecimentos extras: *Utilidades do milho. Componentes do milho. Composição química do milho. Valor de comercialização. Espécies de milho. Tempo de produção. Tipos de silo. Receitas culinárias com derivados do milho.*

Matematização e resolução

Hipótese: *Silo cilíndrico.*

Dados considerados para o desenvolvimento da atividade: *Volume do milho: 0,75 ton/m^3. Formato do silo adotado: cilíndrico. Volume do cilindro dado por $V = \pi . r^2 . h$ .Escala na razão de 2 cm para 1 m.*

Conceitos matemáticos: *Área e elementos de círculo. Sólido geométrico: cilindro. Volume de cilindro. Razão/escala. Resolução de equação.*

Modelo matemático: V (armazenamento) = π. r^2 . h . 0,75*em que* (*V= volume (ton); π = 3,14; r = raio (m); h = altura (m); 0,75 ton/m^3 = volume ocupado pelo milho*)

Sugestão: trabalhar com os resultados em Planilha Eletrônica e elaborar gráficos.

Resultado matemático:

Tabela 1: Volume de armazenamento de milho de silo de altura h e raio 4 m.

Altura (m)	Volume (m^3)	Volume (toneladas)
7	351,68	263,76
8	401,92	301,44
9	452,16	339,12
10	502,4	376,8

Tabela 2: Volume de armazenamento de milho de silo de altura 10 m e raio r .

Raio (m)	Volume (m^3)	Volume (toneladas)
2	125,6	94,2
3	282,6	211,95
4	502,4	376,8
5	785	588,75

Interpretação e validação

Aumentando-se o tamanho do raio da base do silo, a capacidade de armazenamento aumenta numa proporção maior que se aumentar a altura do silo. Análise dos resultados obtidos. Aceitação dos resultados obtidos para a situação problema investigada. Construção de silos em tamanho de maquete.

Situação final

Tabelas apresentando a capacidade de armazenamento do silo em função da variação do raio e da altura. Reprodução de silos em tamanho reduzido para compreensão do estudo.

Tema: Planetas do Sistema Solar

Situação inicial

Construção de maquete do Sistema Solar.

Inteiração

Coleta de dados: *Livros de ciências. Revistas científicas. Sites relacionados.*

Definição do problema: *Maquete da distância até o Sol, da temperatura e do tamanho do raio de cada Planeta do Sistema Solar.*

Conhecimentos extras: *Órbita dos planetas do Sistema Solar. Movimento de rotação e translação. Satélites: naturais e artificiais. Aspecto solar. Características de astronomia. Fases da lua. Estações do ano. Inclinação do eixo da Terra. Aquecimento global. Gravidade. Organização do tempo.*

Matematização e resolução

Definição de variáveis: *Temperatura dos planetas. Distância de cada planeta até o sol. Tamanho do raio de cada planeta.*

Conceitos matemáticos: *Medida de comprimento. Razão. Transformação de unidades. Escala. Noção espacial. Medida de temperatura.*

Resultado matemático:*Tabela com os valores de distância para representação em escala (1cm para 5 mi de km e 1cm para 50 mi km). Variação da temperatura e comprimento da circunferência equatorial de cada planeta.*

Sugestão: trabalhar vídeos que contemplem o assunto "Origem do Universo". Aprofundar investigações acerca do Planeta Terra tais como: contagem do tempo, ângulos, velocidade, dimensões, composição, formato, volume, etc.

Interpretação e validação

Interpretação e compreensão da tabela de escala de distancia dos Planetas até o Sol. Análise dos dados expostos e construção da maquete. Conclusão: quanto maior a distancia do planeta ate o Sol, menor será a temperatura.

Situação final

Maquete demonstrativa e explicativa, com dados de variação de temperatura, distância e raio dos Planetas do Sistema Solar, doada ao laboratório de ciências da escola.

Tema: Motos

Situação inicial

Diferentes modelos de motos.

Inteiração

Coleta de dados: *Entrevista com amigos e familiares e pesquisa na internet.*

Definição do problema: *Qual a relação entre tamanho do aro e distância percorrida quando a roda da moto completa uma volta? Qual é o valor gasto em combustível para cada km percorrido por uma moto?*

Conhecimentos extras: *Curiosidades sobre as motos mais caras do mundo (em dólar – transformação para reais). Legislação de trânsito. Segurança no trânsito. Utilidade da motocicleta. Perfil dos motociclistas do local que vivem. Noções de cilindradas.*

Matematização e resolução

Hipótese: *Quanto maior o raio, maior a distância percorrida por uma volta completa da roda da moto. O consumo de combustível depende de diversas variáveis tais como: modelo, motor, marca, velocidade de cada tipo de moto.*

Definição de variáveis e dados considerados para o desenvolvimento da atividade: *Tamanho do aro (em polegadas). Preço pago pelo litro de gasolina (R$). Distância percorrida pela moto com 1 litro de combustível. Tamanho da roda com o pneu. Definição do tipo de moto a ser estudada - Honda. Consumo médio de 33,5 Km/L. Um tanque cheio comporta 16,1 litros. Preço da gasolina: R$ 3,68.*

Conceitos matemáticos: *Transformação de polegada para centímetros (1pol = 2,5 cm), de centímetro para metro e de mm para centímetro. Estudo de circunferência: elementos e comprimento (C= 2. π. r). Razão. Regra de três. Resolução de equação do 1º grau.*

Resultado matemático:

Tamanho do aro das rodas de uma motocicleta.		
Em polegadas	Em cm	Uma volta
13	32,5	204,1 cm
19	48,26	298,3 cm
22	55	345,4 cm
23	57,5	361,2 cm
26	65	408,2 cm
29	72,5	455,3 cm

Sabendo que o consumo médio de gasolina, para esse modelo de moto é de 33,5 km/L, os alunos obtiveram que, com um tanque cheio, é possível percorrer uma distância de:
33,5. 16,1 = 539,35 Km
Tendo conhecimento que o preço da gasolina é de R$ 3,68 o litro, para encher o tanque (16,1 litros), uma pessoa gastará em cerca de R$ 59,25, ou seja, R$ 0,10 por Km.

Calculando o comprimento de uma volta da roda (com pneu) tem-se:
C = 2.π.r
C = 2 .35,85 . π
C = 71,5 . π , considerando π = 3,14
C = 225,13 cm

Isso em metros equivale:
1 m = 100 cm
X = 225, 13
100.x = 225,13
X = 225,13/100
X = 2,2513 metros.

Interpretação e validação

Dependendo do modelo da moto o consumo pode ser maior ou menor. O tamanho do aro influência na distância percorrida por uma volta completa da roda da motocicleta. Como a cada Km percorrido com a moto citada gasta-se R$ 0,10, para calcular quanto irá gastar para percorrer determinado trajeto basta multiplicar a distância por 0,10.

Situação final

Tabela com os tamanhos dos aros das rodas em cm. Valor gasto aproximado em combustível para percorrer 1 km. Cálculo da distância percorrida por uma roda (com pneu) da motocicleta ao completar uma volta.

Tema: Fumicultura–Subtema: Fardos

Situação inicial

Processos de produção de fardos de fumo.

Inteiração

Coleta de dados: *Entrevista com familiares. Coleta de dados por meio do ato de medir uma enfardadeira.*

Definição do problema: *Qual o volume que o fardo de bonecas de fumo diminui ao serem prensadas na enfardadeira?*

Conhecimentos extras: *Importância econômica da fumicultura para a região. O perigo dos agrotóxicos e uso dos EPI's. Malefícios do tabaco. Processo de produção (da semeadura à venda).*

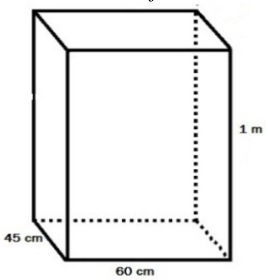
Matematização e resolução

Hipótese: *As dimensões consideradas são da enfardadeira utilizada pelos familiares do aluno envolvido. Podem existir de outros tamanhos.*

Definição de variáveis e dados considerados para o desenvolvimento da atividade: *Dimensões de uma caixa enfardadeira (1mx 45 cm x 60 cm). Formato da caixa enfardadeira (paralelepípedo retângulo). Quantidade de bonecas de fumo que uma enfardadeira comporta. Peso das bonecas de fumo.*

Conceitos matemáticos: *Estudo do paralelepípedo retângulo: definição e elementos. Volume de paralelepípedo. Regra de três. Razão e proporção. Área de retângulo. Transformação de cm^3 para m^3.*

Resultado matemático: *Ao passar pelo processo de compressão para fabricação de fardos de fumo, o volume das bonecas de fumo classificado e seco, diminui entre 40% a 50%.*



Sugestão: explorar conceitos de área de base, área total, diagonal de paralelepípedo retângulo e outros tamanhos e modelos de enfardadeiras.

Modelos matemáticos: v = c . l . h (volume = comprimento. largura. altura); 1 m =100 cm.

Interpretação e validação

Conferir as medidas originais e validar os resultados para casos reais. Aceitação dos resultados obtidos.

Situação final

Cálculo do volume de uma enfardadeira cheia de bonecas de fumo e volume das bonecas de fumo prensadas. Porcentagem do volume reduzido.

Tema: Fumicultura – Subtema: Produção

Situação inicial

Produção das colheitas baixeira e ponteira do fumo.

Inteiração

Coleta de dados: *Entrevista com familiares. Entrevista com funcionário de indústria tabageira. Notas de produtor rural. Pesquisa em sites relacionados.*

Definição do problema: *Em uma colheita, qual é a produção estimada de fumo (considerando ele seco, sua classe e a produção em Kg)? Qual a diferença de produção do baixeiro*[4] *e da ponteira*[5]*?*

Conhecimentos extras: *Produção, consumo e estoque de fumo ao longo dos anos. Exportação de fumo. Consumo mundial de fumo. Trabalho infantil na produção de fumo. Vantagens do cultivo de fumo sobre outras culturas. Histórico da introdução da fumicultura na região. Etapas de cultivo.*

Matematização e resolução

Dados considerados para o desenvolvimento da atividade: *Quantidade de fumo cultivada (90 mil pés). Produção de fumo seco na primeira colheita (baixeiro). Produção de fumo seco na última colheita (ponteira). Classificação das folhas de fumo seca. Preço pago ao agricultor por kg e por classe de fumo seco.*

Sugestão: aprofundar conhecimentos sobre Estatística, como, por exemplo, a diferenciação de média aritmética simples e ponderada. e conceitos referentes a frequência absoluta e frequência relativa.

Conceitos matemáticos: *Média aritmética. Porcentagem.*

Resultado matemático: *A produção de fumo baixeiro corresponde, em média, a aproximadamente 36,77% do valor total pago pela produção de fumo ponteira. A diferença foi de 3 fardos,106 kg e R$ 3.380,06.*

ESTUFADA DE FUMO DE PONTEIRA

Pés (mil)	Classe	Preço Médio (Kg)	Fardos	Peso dos fardos (Kg)	Total (R$)
90	BO1	9,70	6	300	2.910
90	BO2	8,43	4	180	1.517,40
90	CO3	7,12	3	129	918,48
TOTAL	--------	-------	13	509	5.345,88

ESTUFADA DE FUMO DE BAIXEIRO

Pés (mil)	Classe	Preço Médio (Kg)	Fardos	Peso dos fardos (Kg)	Total (R$)
90	CO2	6,50	5	210	1.365
90	KL	3,42	2	80	273,60
90	MN	3,40	1	39	132,60
90	KM	2,63	2	74	194,62
TOTAL	-----	------	10	403	1.965,82

Interpretação e validação

Para verificar a validade dos resultados encontrados, os alunos confrontaram suas respostas com notas de produtor rural e certificaram as soluções com fumicultores. Resultado interpretado e validado.

Situação final

Tabela de produção estufada Ponteira e tabela de produção estufada baixeiro. Comparação de situações.

---

4 Folhas situadas na parte inferior da planta, conhecidas também como as primeiras folhas da planta de tabaco; são folhas de textura laminar fina, formato mais arredondado e com espessura de talo e nervuras mais fins (Fonte: ABIFUMO).
5 Últimas folhas do pé, de textura laminar de média a encorpada ou grossa, formato lanceolado e com espessura do talo e nervuras de média a encorpada ou grossa (Fonte: ABIFUMO).

Tema: Música

Situação inicial

Músicas de Jorge e Matheus

Inteiração

Coleta de dados: *Discussão entre o grupo. Pergunta aos colegas. Escutar programas musicais em rádios locais.*

Definição do problema: *De quantas maneiras podemos escutar algumas Músicas, da dupla Jorge e Mateus, mudando a ordem em que elas tocam?*

Conhecimentos extras: *Conceito de música. A indústria da musica sertaneja. Os diferentes estilos musicais. Os instrumentos musicais. Interpretação de letras de músicas. Sites de músicas.*

Matematização e resolução

Definição de variáveis: *Escolha das músicas preferidas entre o grupo.*

Conceitos matemáticos: *Permutação.*

Resultado matemático:

Escolhendo três músicas: Sosseguei (S), Nocaute (N) e Os anjos cantam (A) temos as seguintes possibilidades. *SNA - NSA - ANS - SAN - ASN - NAS* ***6 possibilidades*** $P_3 = 3! = 3.2.1 = 6$
Com 4 músicas: Calma (C), Os anjos cantam (A), Enquanto houver razões (H) e Flor (F). *CHFO – CHOF – CFOH – CFHO – COHF – COFH – HFOC – HFCO – HCOF – HCFO – HOFC – HOCF – FOHC – FHCO – FHOC – FCHO – FCOH – OCHF – OCFH – OFCH – OFHC – OHFC- OHCF* ***24 possibilidades*** $P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$

Sugestão: trabalhar com combinação (Dentre n músicas, as diferentes maneiras de escolher p músicas para tocar). Também é possível desenvolver o conteúdo de tratamento da informação: gráficos e tabelas, variáveis qualitativas e quantitativas.

Modelo matemático utilizado: $P_n = n!$,em que n é o número de músicas que se deseja alternar a ordem em que elas tocam.

Interpretação e validação

Análise dos resultados obtidos por meio da verificação do modelo matemático e da conferência do “esquema” construído. Aceitação da solução para a situação em estudo.

Situação final

Diferentes formas de ouvir 3, 4 ou mais músicas de uma dupla sertaneja mudando-se a ordem em que tais músicas tocam.

Tema: Futebol

Situação inicial

Características do futebol de campo e do futsal.

Inteiração

Coleta de dados: *Pesquisa em sites relacionados. Pesquisa com os colegas. Entrevista com o professor de Educação Física da turma.*

Definição do problema: *Quais as principais diferenças entre os campos de jogo de futebol de campo e futsal?*

Conhecimentos extras: *Origem e regras dos jogos de futebol e futsal.*

Matematização e resolução

Hipótese: *Considerar medidas oficiais FIFA para futebol de campo e medidas segundo a CBFS para futsal.*

Definição de variáveis: *Tamanho das dimensões do campo de futebol de campo (105 m × 68 m) e do campo de futsal (40 m× 20 m).*

Conceitos matemáticos: *Área de figuras planas. Perímetro. Razão.*

Resultado matemático:

<u>Futebol de campo:</u> *Perímetro = 346 m; Área = 7140 m*^{2}

<u>Futsal:</u> *Perímetro = 120 m; Área = 800 m*^{2}

Modelo matemático: *Perímetro: 2p = 2.b + 2.h e área: A = b.h em que b = comprimento da base e h = medida da altura.*

Sugestão: calcular de jogador/m^2 em cada tipo de campo. Dimensões de campos utilizados para praticar outros esportes. Possibilidades de escalação do time (análise combinatória). Verificar se a quadra da escola atende à medidas oficiais.

Interpretação e validação

O campo de futebol de campo é maior que o campo de futsal. Um campo de futebol equivale a aproximadamente 9 campos de futsal.

Situação final

Determinar a área e o perímetro dos campos de futebol e de campo de futsal.

Tema: WhatsApp

Situação inicial

A utilização do WhatsApp entre os colegas de turma.

Inteiração

Coleta de dados: *Pesquisa em sites relacionados. Entrevista com os colegas. Investigação no aplicativo do celular.*

Definição do problema: *Como, para que e porque os colegas utilizam o whatsApp?*

Conhecimentos extras: *O WhatsApp como um vício. A criação do WhatsApp. Utilização do WhatsApp. Perfil dos usuários. Tipo de aparelho que comporta o aplicativo.*

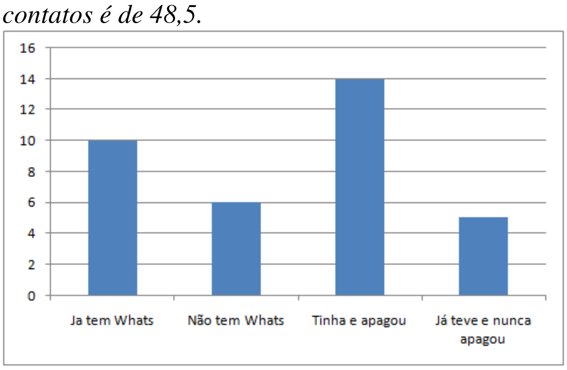
Matematização e resolução

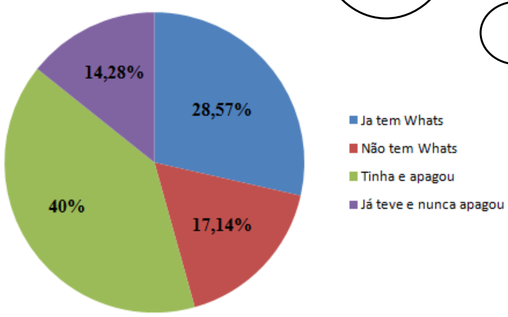
Definição de variáveis: *Número de pessoas para se realizar a pesquisa. Questionário com as perguntas referentes ao uso do WhatsApp.*

Conceitos matemáticos: *Construção de gráficos de barras e setores. Noções de estatística: média, moda e mediana. Porcentagem. Tratamento da informação.*

Resultado matemático: *Cada pessoa que tem o aplicativo participa, em média, de 9,2 grupos, ou seja, considerou-se 9. E a média de contatos é de 48,5.*

Sugestão: realizar uma pesquisa sobre o tempo que cada usuário despende com o WhatsApp, fazer um levantamento do perfil desse usuário e compará-los com dados encontrados na internet. No mesmo gráfico trabalhar a união e intersecção de conjuntos.





Interpretação e validação

Análise e interpretação dos gráficos e cálculos estatísticos.

Situação final

Gráficos em barras e em setores com a frequência absoluta e relativa dos dados coletados sobre o uso do WhatsApp. Cálculo de médias de informações referentes às atividades realizadas com o aplicativo.

Tema: Dinossauros

Situação inicial

A Matemática no estudo dos dinossauros.

Inteiração

Coleta de dados: *Pesquisa em livros de ciências e revistas científicas. Pesquisa na internet em sites relacionados.*

Definição do problema: *Em escala, qual a relação entre a altura de um dinossauro e a altura de uma pessoa?*

Conhecimentos extras: *Estudo da história da existência, sobrevivência e extinção dos Dinossauros. As diversas espécies de dinossauros. Répteis que podem ser "descendentes" de Dinossauros. Nome científico. Sons dos dinossauros. Material sobre dinossauros expostos em museus.*

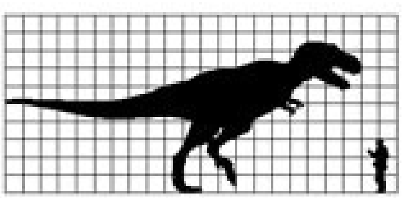
Matematização e resolução

Definição de variáveis: (*Opção por estudar medidas do Tiranossauro Rex.)*
Altura do tiranossauro (em m). Altura do aluno (em m). Trabalho com escala (1 m para 4 m).

Sugestão de trabalho com esse texto: buscar trabalhar a interdisciplinaridade com a disciplina de Ciências e estudar outras espécies de dinossauros, o ambiente da Era Paleolítica entre outros.

Conceitos matemáticos: *Razão. Escala. Medidas de comprimento, massa e velocidade. Transformação de unidades. Formas. Altura do aluno: 1,60 m*
Altura do dinossauro: 5 m
Comprimento do dinossauro: 12 m

Resultado matemático:



Razão entre altura do dinossauro e a altura do aluno: 5/1,60 = 3,125

Razão entre o comprimento do dinossauro e a altura do aluno: 12/1,60 = 7,5

"Peso" dinossauro = 7,2 toneladas = 7.200 kg

Modelo Matemático: *Razão = altura dinossauro/ altura aluno; Razão =comp. Dinossauro/ altura aluno.*

Interpretação e validação

O dinossauro em média 3 vezes mais alto do que o aluno que o grupo usou como referência e de 7 a 8 vezes mais comprido que esse aluno deitado. Essa resposta justifica-se com um desenho em escala.

Situação final

Reprodução de desenho para análise dos dados e resultados. Construção de maquetes com a representação do ambiente no tempo em que os Dinossauros habitavam a terra apresentando as principais características doTiranossauro Rex.

Tema: Produção de feijão

Situação inicial

Estudo do preço do feijão.

Inteiração

Coleta de dados: *Pesquisa com os familiares. Pesquisa em supermercado. Anotações de informações anunciadas em informativos de emissoras de rádio locais.*

Definição do problema: *Qual a diferença do preço do kg de feijão vendido em sacos se comparado com o feijão embalado que compramos no mercado?*

Matematização e resolução

Hipóteses: *O preço do Kg do feijão depende da marca e da qualidade e varia de acordo com o supermercado. O preço da saca de feijão depende além do tipo (espécie) da região onde é comercializada.*

Definição de variáveis: *Preço da saca de feijão preto e carioca, em regiões mais próximas ao local do município que residem. Preço do kg do feijão preto e carioca no mercado.*

Conceitos matemáticos: *Média aritmética. Regra de três. Porcentagem.*

> Sugestão: realizar comparação entre preços do kg do feijão em supermercados diferentes e de diversas marcas. Trabalho com matrizes e tratamento da informação.

Resultado matemático:

Preços em Guarapuava (saca de 60 kg)	Preço de custo por kg	Diferença paga pelo consumidor/ kg	% repassada a mais (por saco) para o consumidor
Mi- 110,00	1,83	1,77	96,36
Me- 120,00	2,00	1,60	80
Ma- 130,00	2,17	1,43	65,9

Interpretação e validação

O preço que o kg feijão chega ao consumidor é em média, aproximadamente, 80,75 % do que se paga ao produtor. Esse valor se deve a diversos fatores (econômicos, sociais, climáticos, regionais). Resultado analisado, discutido e validado.

Situação final

Obtenção de tabela com preços do feijão (preto e de cor) pago ao produtor e o preço que chega ao consumidor. Cálculo da porcentagem do valor repassado para o consumidor no preço final do kg do feijão.

3. Sugestões de temas e problemas que podem ser desenvolvidos em atividades de modelagem matemática por alunos do Ensino Fundamental

Tema	Problema
Maracujá	- Como acontece o ciclo do maracujá? Qual o período de tempo necessário para a produção gerar lucro? - Qual a quantidade de maracujá (em kg) necessária para se fabricar 1 litro de suco?
Pavimentação da rua da escola	- Quantos metros quadrados de asfalto seriam necessários para terminar a pavimentação da estrada que dá acesso à escola até chegar a BR?
Fabricação de pão caseiro	- Análise de custos de ingredientes para a fabricação do pão com levantamento de dados em diferentes estabelecimentos e sobre diferentes marcas. - Qual o tempo indicado de permanência no forno considerando-se o volume de massa de pão produzido?
Liga dos Campeões Europeus	- De quantas formas diferentes poderia ser realizado o sorteio dos jogos das quartas de finais da Liga? - Qual a porcentagem de aproveitamento que o time Real Madrid teve no campeonato de 2016?
Celular	- Como otimizar a carga da bateria do celular em uso? - Quanto “cabe” de bateria no celular? Qual o tempo de duração da carga da bateria em função da atividade do celular?
Usina Hidrelétrica	- Qual é a capacidade de produção de energia elétrica da Usina Barão do Rio Branco (Prudentópolis)? Qual o volume de água necessário para essa produção?
Água	- Quantidade mínima indicada de consumo diário de água em função da massa corporal. - O consumo de água na escola: quais medidas deveriam ser adotadas visando o racionamento de água? De quanto seria a redução?
Cinema	- Qual a relação entre a organização das poltronas na sala de cinema e o tamanho da tela?
Alimentação saudável	- Quais e qual a quantia de alimentos devem ser consumidos durante a semana de modo a manter uma dieta equilibrada na adolescência?
Lâmpadas LED	- Se substituirmos as lâmpadas comuns (fluorescentes e/ou incandescentes) pelas lâmpadas LED, qual a relação do custo benefício dessa mudança? Por serem mais caras para adquirir, em quanto tempo a redução no custo da energia compensará esse investimento?

Considerações Finais

Como material aqui apresentado vislumbramos esclarecer, em termos gerais, como se constitui uma atividade de modelagem matemática. Os exemplos que abordamos, embora sejam passíveis de reprodução, não representam uma verdade absoluta e a única forma de se trabalhar com cada tema, mesmo porque isso contraria a concepção de Modelagem Matemática que adotamos. Neste sentido, temos a intenção, com esse trabalho, assinalar alguns aspectos do “fazer Modelagem Matemática”, ilustrando atividades já desenvolvidas como sugestão e indicativo de futuras atividades dessa natureza.

O professor que assume essa forma de trabalhar em contexto de aulas de matemática deve conhecer o fato de que, em atividades de modelagem matemática o tema é escolhido pelos sujeitos (professor e alunos) e os conteúdos surgem de acordo com a necessidade de responder à situação problema em foco, não seguindo uma ordem linear, nem mesmo um currículo seriado.

Tais conteúdos por sua vez podem ser mais simples, como no exemplo da atividade de Futebol e Futsal, na qual os alunos apresentavam maior dificuldade de aprendizagem e ainda pouca autonomia, tanto quanto pode ser conteúdo de séries mais adiantadas, como no caso da temática Música, na qual o grupo de alunos utilizou conhecimentos de permutação. Além disso, muitas atividades foram concluídas com sucesso, enquanto outras mantiveram o problema em aberto por falta de informações, ou de envolvimento dos alunos para com a atividade.

Notamos também, que temas iguais conduzem a problemas diferentes e mesmos problemas encaminham-se a diversas formas de resolução. Por isso, cada atividade é inédita, uma vez que depende de como o grupo de alunos compreende e lida com a situação.

Embora as atividades de modelagem matemática citadas nesse material tenham emergido em aulas regulares de uma Escola do Campo, reconhecemos que os temas que as geraram podem também ser de interesse geral. Diante disso, esperamos contribuir para que professores e alunos, de qualquer contexto, desenvolvam uma atitude ativa e olhar crítico diante de diversas situações da sua realidade por meio de conhecimentos matemáticos.

Referências

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** 1.ed. 1ª reimpressão. SP: Contexto, 2013.

BARBOSA, J. C**. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como**? *Veritati*, n. 4, p. 73-80, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2005.

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992. 460p. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional). Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação. SP.

MEYER, João Frederico da Costa; CALDEIRA, Ademir Donizeti e MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática.** 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

VERONEZ, Michele Regiane Dias. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática.** 2013. 176p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.