



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

VANDA VALERIA PONIJALESKI

PRODUTO EDUCACIONAL APLICADO

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA
EM PRÁTICAS PEDAGÓGICAS**

Produto Educacional apresentado à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak-

GUARAPUAVA, PR

2023



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA


MESTRADO PROFISSIONAL EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

VANDA VALERIA PONIJALESKI


MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA
EXPERIÊNCIA EM PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

Produto Educacional apresentado à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.


Aprovado(a) em 28 de agosto 2023

Documento assinado digitalmente
 **DIONISIO BURAK**
Data: 16/10/2023 10:53:06-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a. Dr.^a. Célia Fink Brandt
Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG

Documento assinado digitalmente
 **LAYNARA DOS REIS SANTOS ZONTINI**
Data: 21/09/2023 16:22:02-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a. Dr.^a. – Laynara dos Reis Santos Zontini
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO

Documento assinado digitalmente
 **DIONISIO BURAK**
Data: 16/10/2023 10:53:06-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Dionísio Burak Orientador
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO

GUARAPUAVA, PR

2023

Catálogo na Publicação
Rede de Bibliotecas da Unicentro

- P797m Ponijaleski, Vanda Valéria
Modelagem matemática na educação matemática : possibilidades para o ensino e aprendizagem da matemática em situação de prática pedagógica / Vanda Valéria Ponijaleski. -- Guarapuava, 2023.
xi, 126 f. : il. ; 28 cm
- Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Área de concentração: Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2023.
- Inclui Produto Educacional Aplicado intitulado: Modelagem matemática na educação matemática : uma experiência em práticas pedagógicas. 32 p.
- Orientador: Dionísio Burak
Banca Examinadora: Célia Fink Brandt, Laynara dos Reis Santos Zontini
- Bibliografia
1. Modelagem na educação. 2. Dinâmicas de aprendizagem. 3. Ensino Fundamental II. 4. Pesquisa qualitativa-interpretativa. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

CDD 510.07

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Registro do trabalho em grupo	13
FIGURA 2 – Registros produzidos pelos estudantes	14
FIGURA 3 – Registro de um dos textos e desenho produzidos pelos estudantes	15
FIGURA 4 – Campo de Futebol desenhado pelo grupo.....	16
FIGURA 5 – Situações Problemas relacionados ao Futebol.....	18
FIGURA 6 – Socialização das Atividades pelos Estudantes.....	19
FIGURA 7 – Registro da Atividade Compartilhada	21
FIGURA 8 – Registro do quadro da Resolução 1	21
FIGURA 9 – Registro da atividade de Geometria.....	22
FIGURA 10 – Registro da Participação do Estudante 1	23
FIGURA 11 – Registro do Desenho do Campo de Futebol no Quadro 1	23
FIGURA 12 – Registro do Campo de Futebol do grupo.....	24
FIGURA 13 – Cálculo da Área	26
FIGURA 14 – Campo de Futebol 2.....	27
FIGURA 15 – Registro do cálculo da Área do Campo de Futebol	27
FIGURA 16 – Registro do desenho de um estudante do Retrato do Pelé.....	29

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	6
1 REFERENCIAL TEÓRICO – CONCEPÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA..	8
2.1 MODELAGEM PARA BURAK	8
2 DESCRIÇÃO DA PRÁTICA COM MODELAGEM MATEMÁTICA COM O TEMA FUTEBOL-PELÉ	11
2.1 ESCOLHA DO TEMA.....	12
2.2 PESQUISA EXPLORATÓRIA	13
2.3 LEVANTAMENTO DOS(S) PROBLEMA(S).....	17
2.4 A RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS E O DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO TEMA.....	19
2.5 ANÁLISE DA RESOLUÇÃO DO(S) PROBLEMA(S).....	28
CONSIDERAÇÕES	29
REFERÊNCIAS	31

INTRODUÇÃO

O presente Produto Educacional tem como objetivo servir como uma referência para professores de Matemática que pretendem utilizar a Modelagem em suas aulas e traz uma prática de Modelagem na Educação Matemática fundamentada na Perspectiva de Burak (1992; 2004; 2008; 2010).

Para muitos estudantes, o ensino da Matemática apresenta-se como algo difícil de ser compreendido, assim, buscando despertar o interesse no aprender, optou-se pelo uso de uma metodologia diferente para a sala de aula.

Por meio da dissertação intitulada “A Modelagem na Educação Matemática: Possibilidades para o Ensino e Aprendizagem da Matemática em Situação de Prática Pedagógica” apresenta-se este material de apoio pedagógico, cujo objetivo é descrever uma das práticas desenvolvidas por estudantes do Ensino Fundamental Séries Finais, em um Colégio da Rede Estadual da cidade de Palmeira-Pr, no ano de 2022, por meio da Modelagem, evidenciando a concepção de Burak (1992; 2004; 2008; 2010)

A Modelagem Matemática na Concepção de Burak apresenta uma perspectiva que oferece um ensino significativo, partindo de temas do interesse do estudante, contemplando conteúdos matemáticos e outras aprendizagens, proporcionando a vivência da matemática aprendida em sala de aula junto aos acontecimentos do cotidiano, valorizando o conhecimento que cada estudante tem e traz da sua realidade.

Diante disso, foram reunidos neste material alguns aspectos teóricos da Modelagem Matemática e uma prática desenvolvida na perspectiva de Burak (1992; 2004), com a temática Futebol “Pelé”.

Foi utilizada a concepção de Burak (1992, 1994, 2008, 2010) para o desenvolvimento da prática com MM (Modelagem Matemática), o que possibilita ao estudante tornar-se protagonista no processo de ensino e aprendizagem e ao professor uma imersão em uma nova concepção do ato de ensinar.

A concepção de Burak proporciona os encaminhamentos da prática descrita, permitindo a viabilidade de diálogo com outras áreas do conhecimento, oportunizando um saber contextualizado com as atividades do cotidiano dos estudantes e um currículo não linear, possibilitando a multiplicidade de respostas contempladas nas expectativas e nos valores dos sujeitos.

A prática com Modelagem na Educação Matemática teve como tema Futebol “Pelé” e foi realizada no segundo semestre do ano de 2022, num Colégio Estadual localizado no

município de Palmeira, região sul do Estado do Paraná, com uma turma de 6º ano com 30 estudantes, na qual a professora pesquisadora é a professora regente das turmas. Foi constatado que a Modelagem Matemática, na concepção adotada, permite a reflexão demonstrada na análise através da construção das soluções com momentos de discussões dos conceitos matemáticos, entre outros aspectos.

Utilizando a MM na concepção de Burak, foi desenvolvida uma prática em cinco etapas, que serão descritas a seguir, permitindo que a aprendizagem matemática assumira um papel significativo para a abordagem de conteúdos e na construção de outras aprendizagens, oportunizando o protagonismo da aquisição do próprio conhecimento ao estudante e auxiliando na construção da sua autonomia para a tomada de decisões.

A MM contribui na promoção de aulas dinâmicas e enriquecedoras, possibilitando que a professora pesquisadora assumira a função de mediadora durante todo o seu processo, gerando a reflexão sobre a sua prática pedagógica, dinamizando e contextualizando a Matemática ensinada em sala de aula.

No texto, serão apresentadas falas de estudantes, os quais serão denominados como estudante 1, 2 e 3 Grupo 1, de estudante 1, 2 e 3 Grupo 2, e assim sucessivamente, para preservação de seus anonimatos, e PP para a professora pesquisadora.

1 REFERENCIAL TEÓRICO – CONCEPÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Sabemos que autores como Jonei Cerqueira Barbosa, Ademir Donizetti Caldeira, Maria Salett Biembengut e Dionísio Burak trabalham com Modelagem Matemática e apresentam diferentes concepções.

Barbosa (2001, p.6) defende a concepção que “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Biembengut (1999) tem “a modelagem matemática como uma área de pesquisa voltada à elaboração ou criação de um modelo matemático não apenas para uma solução particular, mas como suporte para outras aplicações e teorias”. Caldeira (2009, p.3), coloca que a modelagem “é uma concepção de educação matemática”. Burak (1992, p. 62) concebe que: “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões.”

Dentre as várias concepções existentes, optou-se pela Modelagem segundo os princípios e etapas de Burak e, nos princípios da Educação Matemática de Higginson (1980), apresenta elementos e princípios que mostram essa concepção preocupada com o processo de ensino e aprendizagem, principalmente na Educação Básica.

2.1 MODELAGEM PARA BURAK

Burak concebe a Modelagem Matemática como metodologia, dividindo a aplicabilidade em etapas, tendo suas atividades definidas conforme surge a necessidade dos estudantes. Nesses contextos, o professor, na função de mediador, observa o processo e colabora com o desenvolvimento dos conteúdos que se fazem necessários para aquela prática.

O professor deve observar o nível de escolaridade dos estudantes, pois o trabalho com a Modelagem Matemática não prioriza a linearidade de conteúdos, o que requer um preparo, uma formação para o professor, evitando que este se sinta inseguro. De acordo com Burak (1992), a Modelagem Matemática trabalha com temas diversos, os quais são escolhidos de acordo com o interesse dos estudantes e de seu grupo, geralmente composto por três ou quatro integrantes, favorecendo a pesquisa e a investigação sobre a realidade.

De acordo com Burak (1992, p.62), “A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar,

matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões” e parte de duas premissas:

- 1) o interesse do grupo de pessoas envolvidas;
- 2) os dados serem coletados no contexto de interesse do grupo de pessoas envolvidas (BURAK, 2010, p. 09).

Além desses princípios, são sugeridas cinco etapas, para o desenvolvimento das práticas com Modelagem na Educação Matemática (BURAK, 2010, p. 10):

1. Escolha do tema;
2. Pesquisa exploratória;
3. Levantamento do(s) problema(s);
4. Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos e outros conteúdos no contexto do tema;
5. Análise crítica da(s) solução(ões).

A escolha do tema é o início do processo e é quando os grupos de estudantes escolhem o(s) tema(s) que irão estabelecer a pesquisa e as etapas seguintes, respeitando as duas premissas citadas anteriormente.

Na segunda etapa, será contemplada a pesquisa exploratória que busca obter informações sobre o assunto escolhido em seus diversos aspectos, proporcionando a interação dos estudantes entre eles e com o assunto, fazendo o registro, em forma de texto, que pode contemplar questões que se tornarão fundamentais para a formulação das situações problemas. Nessa etapa, o professor exerce a função de mediação, orientando, esclarecendo e indicando literatura, sites e entrevistas *in loco*.

A terceira etapa é destinada ao levantamento de problemas, os quais são formulados numa linguagem natural e, posteriormente, colocados na linguagem matemática (simbólica). O professor, na função de mediador, dará suas contribuições, cuidando para que o estudante desenvolva as suas ações com autonomia.

Na quarta etapa, acontece resolução dos problemas levantados e o desenvolvimento da matemática e dos outros conteúdos, é o momento em que a situação problema será traduzida para a linguagem matemática e o instrumental matemático que são mobilizados pelos estudantes ganhando sentido e significado.

É neste momento que acontece a utilização dos conhecimentos matemáticos, conteúdos matemáticos, para que a resolução seja possível. Os estudantes perceberão que os conteúdos matemáticos terão a funcionalidade e podendo haver, inclusive, a necessidade da aprendizagem de novos conteúdos para compor a solução dos problemas apresentados em relação ao tema

escolhido.

A quinta, e última, etapa, a análise crítica da solução ou das soluções, é o momento mais importante da Modelagem Matemática, na qual acontecem as discussões e análises dos problemas levantados, das soluções encontradas e dos conteúdos matemáticos usados. Para chegar a esse momento, foi necessário ter o domínio de certos conhecimentos ou aprender novos para que a solução fosse possível.

Além disso, é nesta etapa “que se reflete acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que participam” (Burak; Klüber, 2008, p. 21).

No Ensino da Matemática, por meio da Modelagem Matemática, o estudante terá liberdade para fazer os seus raciocínios e refletir sobre eles, usando a criatividade estimulada pelo despertar do seu interesse por um assunto atrativo para ele naquele momento em que a vida se encontra e a fase do desenvolvimento que ele está.

Será apresentada aqui a descrição e uma das dez práticas realizadas com uma turma de 30 alunos do 6º ano, que se dividiram em 10 grupos de 3 estudantes com temas diferentes, para este recorte, foi escolhido o tema sobre o ex-jogador Pelé pelo momento em que o atleta estava vivendo ainda e que posteriormente faleceu.

Ressaltando que o tema Pelé, inicialmente, deixou a pesquisadora um pouco apreensiva sobre como mediar o tema em relação à matemática, no entanto, no decorrer do trabalho, foi possível perceber a grandiosidade do tema para a aprendizagem da matemática e de outras áreas de conhecimentos que foram exploradas.

2 DESCRIÇÃO DA PRÁTICA COM MODELAGEM MATEMÁTICA COM O TEMA FUTEBOL-PELÉ

Este trabalho é um recorte da prática pedagógica desenvolvida com a turma do 6º ano, composta de 30 estudantes que formaram 10 grupos de três estudantes cada, denominados grupo 1, grupo 2, grupo 3, grupo 4, grupo 5, grupo 6, grupo 7, grupo 8, grupo 9, e grupo 10.

Os grupos foram formados por afinidades e de acordo com as etapas da Modelagem Matemática de Burak (2004). Cada grupo teve a liberdade de escolher um tema de acordo com o seu interesse e assim ficou:

Grupo 1 – Série A-Futebol: O campeonato brasileiro de futebol

Grupo 2 – Futebol, focando no campo de futebol

Grupo 3 – Queimada e vôlei

Grupo 4 – Desenho

Grupo 5 – Vôlei

Grupo 6 – Queimada

Grupo 7 – Esportes

Grupo 8 – Estafeta

Grupo 9 – Futebol, especificamente a Libertadores

Grupo 10 – Futebol: Pelé

No desenvolvimento da prática com modelagem matemática, seguindo as concepções de Burak, a primeira etapa é a escolha do tema, sendo a mais importante, pois irá motivar o desenvolvimento das demais. Com a metodologia da modelagem matemática permitiu-se que cada grupo trabalhasse de maneira individualizada e ao mesmo tempo integrado com o grande grupo da sala de aula.

Por sugestão dos estudantes, cada grupo desenvolvendo sua prática e sua pesquisa exploratória e demais etapas diferentes dos demais, por isso sentiram a necessidade de compartilhar o trabalho com a turma. Através do diálogo e da mediação entre professora e os estudantes, ficou combinado que assim que levantassem os problemas e encontrassem as soluções, fariam a apresentação, e assim foi feito.

A apresentação foi composta de uma rápida explicação ou da leitura das informações pesquisadas, etapa que compõe a pesquisa exploratória, e do compartilhamento de uma ou mais situação problema com a turma, com o compartilhamento dessas informações impressas para entre todos, essa atividade ficou denominada como “atividade compartilhada”.

O grupo fez a apresentação, entregou as atividades propostas, realizou as orientações e

solucionou a atividade, conferindo as respostas no quadro de giz.

Desenvolver a prática com Modelagem Matemática é adotar uma postura de professor diferente das tradicionais, nas quais se sabe qual conteúdo matemático será trabalho e em que sequência. A modelagem vai acontecendo e as situações matemáticas surgem de acordo e de diferentes maneiras, necessitando da mediação da professora pesquisadora e a atenção para transformar as dúvidas em desafios para os estudantes buscarem as soluções das situações.

Optou-se pelo desenvolvimento dos 10 temas ao mesmo tempo, mantendo o combinado da orientação inicial em que cada grupo podia trabalhar com o tema que mais interessava e gostava, oportunizando a todos que o desenvolvimento do seu tema de interesse seguiria em todas as etapas da Modelagem Matemática, de acordo com as concepções de Burak.

Justifica-se que a exploração dos temas poderia ser mais ampla, se todos os 10 grupos pesquisassem e desenvolvessem o mesmo centro de interesse, reduzindo algumas discussões e explorações de situações pelo grande número de grupos e buscando manter o foco e a motivação de todos.

Segundo Burak (1992), alguns princípios para a sua adoção da Metodologia com Modelagem Matemática são: 1) “partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas”, o grupo de três estudantes que desenvolveu o tema “Pelé” foi composto por afinidades e por meninos.

2) obter as informações e os dados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo.

2.1 ESCOLHA DO TEMA

Considerando que o interesse por um tema é o elemento que colabora para despertar a motivação pela aprendizagem matemática, foi orientado os estudantes como aconteceriam as aulas com a metodologia da Modelagem na Educação Matemática. Feita a composição dos grupos, realizada por afinidades, escolheram o tema que apreciariam estudar.

A escolha do tema é considerada a parte mais importante, que motiva o engajamento dos estudantes nas demais etapas.

FIGURA 1 – Registro do trabalho em grupo



Fonte: Registro da autora (2022).

2.2 PESQUISA EXPLORATÓRIA

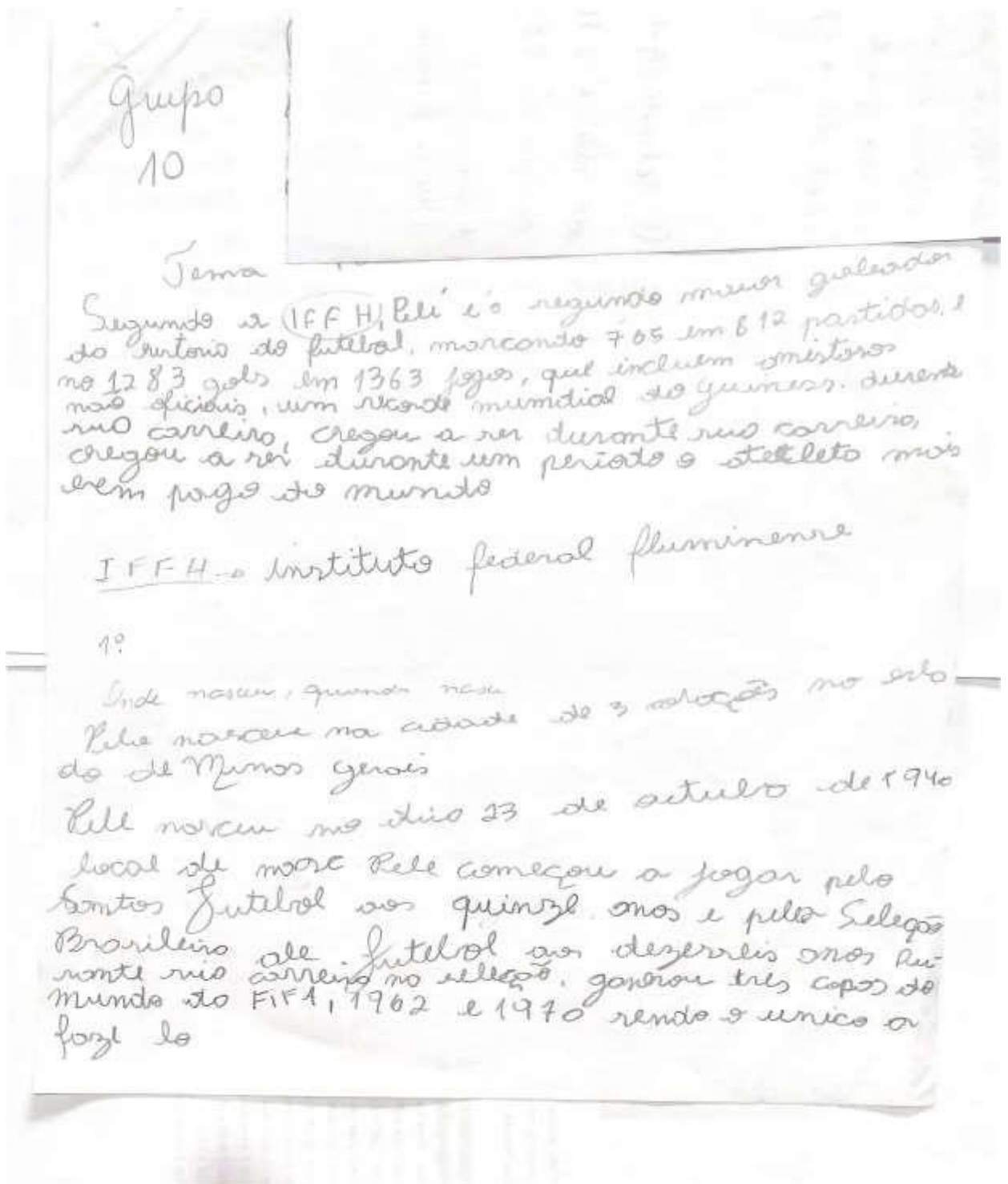
A Pesquisa Exploratória, de acordo com os princípios estabelecidos por Burak (1992) que regem as práticas com Modelagem na Educação Matemática, é o momento em que cada grupo pode pesquisar o tema de seu interesse. Constitui a segunda etapa e acontece após a escolha do tema que os estudantes têm interesse em pesquisar.

Segundo Burak (2004), a pesquisa exploratória colabora com a formação de um estudante atento, crítico, desenvolvendo a habilidade da pesquisa e da coleta de dados.

Nesta etapa, os estudantes puderam se utilizar dos seus celulares para realizarem as pesquisas através de sites da internet no ambiente da sala de aula, ou nos computadores dos laboratórios das escolas, com registros feitos em formato de anotações e desenhos, em cadernos e folhas sulfite.

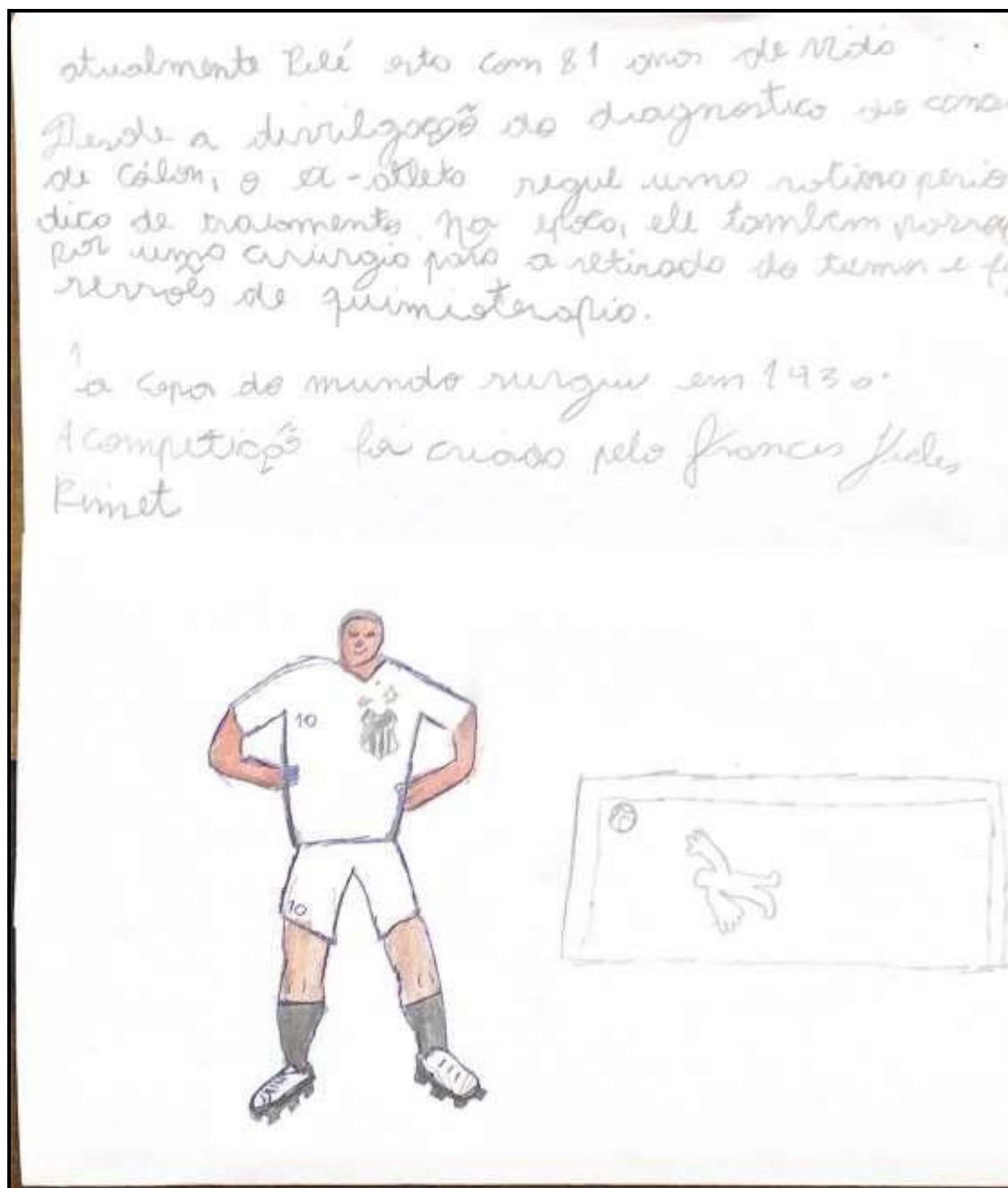
As orientações feitas pela professora pesquisadora aos estudantes são mediadas no diálogo, objetivando a organização e o direcionamento da realização dos trabalhos, deixando ao grupo a liberdade de pesquisar o seu tema de interesse à sua maneira.

FIGURA 2 – Registros produzidos pelos estudantes



Fonte: Registro da autora (2022).

FIGURA 3 – Registro de um dos textos e desenho produzidos pelos estudantes



Fonte: Registro da autora (2022).

Tema Futebol, especificamente ‘Pelé’, pesquisaram e em suas anotações destacaram:

“Segundo IFFHS3, Pelé é o segundo maior goleador da história do futebol, marcando 765 gols em 812 partidas, e 1283 jogos em 1363 jogos, que incluem amistosos não oficiais, um recorde mundial do Guinness durante sua carreira, chegou a ser durante sua carreira, chegou a ser durante um período o atleta bem mais pago do mundo”¹.

1 Para melhor leitura do documento, optou-se por formatar os trechos transcritos pelos estudantes de modo diferenciado das demais citações diretas (Times, 11, centralizado, recuo de ambos os lados de 2cm das margens).

“IFFH: instituto federal fluminense”

“Pelé nasceu na cidade de 3 corações no estado de Minas Gerais.

Pelé nasceu no dia 23 de outubro de 1940, local de nasc Pele começou a jogar pelo Santos Futebol aos quinze anos e pela Seleção Brasileira de Futebol aos dezesseis anos durante sua carreira na seleção, ganhou três copas do mundo da FIFA, 1962 e 1970 sendo o único a fazê-lo.

Atualmente Pelé está com 81 anos de vida

Desde a divulgação do diagnóstico do câncer de cólon, o ex-atleta segue uma rotina periódico de tratamento. Na época, ele também passou por uma cirurgia para a retirada do tumor e fez sessões de quimioterapia.

Em relação ao Futebol colocaram:

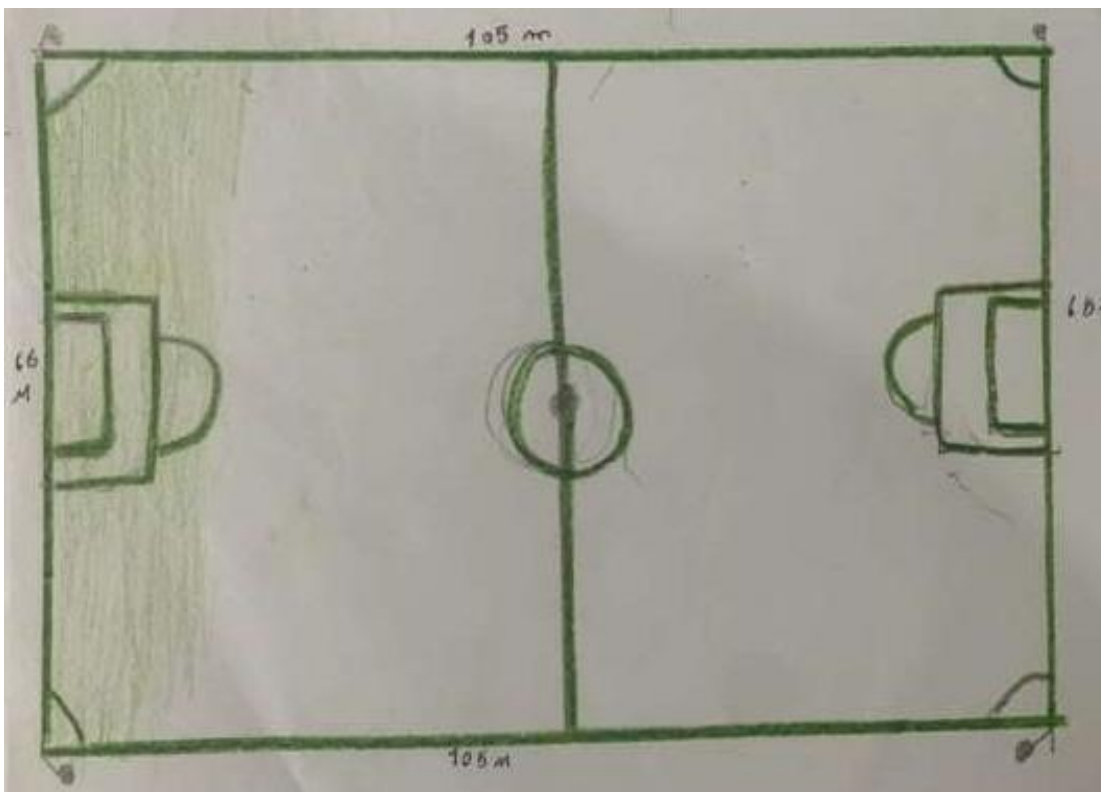
“O campeonato brasileiro de futebol, também conhecido como o Campeonato Brasileiro, Brasileirão e Série A, e a liga Brasileira de futebol profissional entre clubes do Brasil, sendo a principal competição futebolística no país. E acontece todo ano se o time ganhar ele ganha 3 pontos e se ele perder perde 1 ponto.

55% dos jogadores ganham menos de R\$ 1 000

33% dos jogadores ganham entre R\$5.001 e R\$10.000”.

Futebol é o esporte mais popular do mundo, sua origem remete há mais de 5 mil anos na China, destacando que que existem jogadores que ganham bilhões de dólares, mencionando Neymar como um dos melhores jogadores.

FIGURA 4 – Campo de Futebol desenhado pelo grupo



Fonte: Registro da autora (2022).

2.3 LEVANTAMENTO DOS(S) PROBLEMA(S)

O Levantamento dos Problemas é a terceira etapa da Modelagem Matemática, os estudantes, a partir dos dados pesquisados, buscaram estabelecer relações, questões com a matemática e outras áreas do conhecimento, elaborando situações problemas. Durante o trabalho em grupo, fizeram colocações em relação às diversas situações que poderiam contemplar a matemática em seus trabalhos, e aceitaram a mediação da professora pesquisadora em relação às atividades propostas e como elas poderiam ser “aperfeiçoadas”, desde a escrita até a resolução. Buscando prever o que a pesquisa teria em relação à matemática e a outras áreas do conhecimento e, a partir daí, elaborar os problemas e utilizar os conteúdos matemáticos para finalizar a simulação

As situações problemas contemplavam Pelé em idade, peso, número de gol, partidas jogadas, dinheiro etc. Foram formuladas as seguintes questões:

- *Pelé se aposentou em 1/10/1977, e nasceu em 23/10/1940. Com quantos anos de idade Pelé se aposentou?*
- *Sabendo que altura do Pelé é 1,86 m e seu peso é 86 kg, calcule seu e IMC.*
- *3-Quando você nasceu, Pelé estava com quantos anos?*

Os estudantes se mostraram participativos e criativos em relação ao levantamento dos problemas.

O professor de Educação Física estava fazendo as medidas e pesagens dos estudantes para o cálculo do IMC, e como não sabiam ainda como fazer, retornaram a pesquisa e concluíram que:

O IMC (Índice de massa corporal) é o índice que através do cálculo com peso e altura, utilizando uma fórmula², é possível saber como está a saúde em relação à obesidade ou ao baixo peso.

IMC entre 18,5 e 24,9 é considerado normal; entre 25,0 e 29,9, sobrepeso; acima de 30 obesidade; maior que 40,0 obesidades grave.

Em relação ao Futebol, em seus levantamentos de problemas, estava o tamanho de campo e valores monetários recebidos pelo craque. Selecionaram-se as seguintes situações problemas:

1. Colocar as medidas no campo de futebol após colorir conforme as orientações.

² Fórmula: $IMC = \frac{kg}{(m)^2}$

2. Calcular o perímetro.

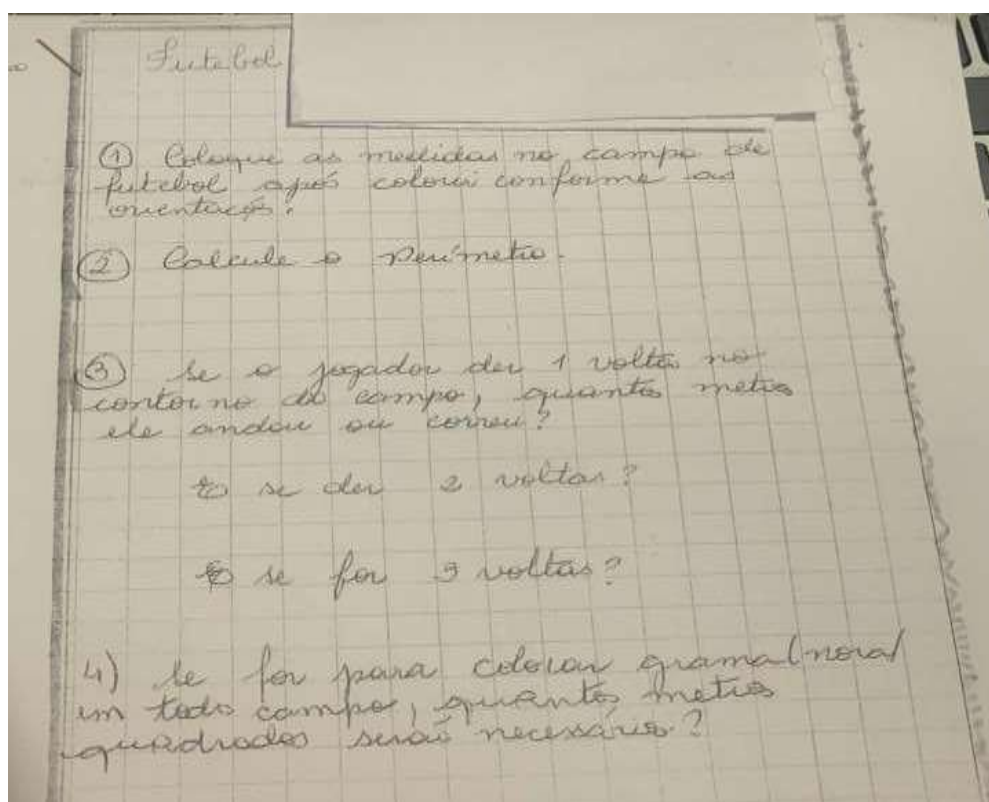
Se o jogador der uma volta no contorno do campo, quantos metros ele andou ou correu.

E se der duas voltas.

E se for três voltas.

3. Se for para colocar grama nova em todo o campo quantos metros quadrados serão necessários?

FIGURA 5 – Situações Problemas relacionados ao Futebol



Fonte: Registro da autora (2022).

Foi acordado que os problemas levantados seriam colocados em forma de exercícios matemáticos, os quais os grupos socializariam com a turma, assim como apresentariam as pesquisas exploratórias para que a turma soubesse o que foi pesquisado, produzido e, com ajuda do grupo, fosse possível resolver as situações problemas propostas, o que chamamos de questões compartilhadas.

2.4 A RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS E O DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO TEMA

A Resolução dos problemas é o desenvolvimento da Matemática no contexto do tema, sendo a quarta etapa da Modelagem Matemática na concepção de Burak (2004), e é nesta etapa que se busca a resposta dos problemas levantados na etapa anterior, para esta resolução, o auxílio do conteúdo matemático é essencial.

O Grupo foi orientado a resolver e escrever as resoluções das situações problemas, escolher uma ou mais e compartilhar com a turma, colaborando com a orientação da resolução e verificando a resposta. Durante a resolução dos problemas, houve necessidade de novas pesquisas para buscar dados que complementassem as perguntas e subsidiassem as respostas.

As atividades propostas pelos grupos foram mediadas pela professora pesquisadora, proporcionando a tomada de decisão em relação ao que seria compartilhado com os demais. O compartilhamento da atividade com a turma aconteceu através da exposição oral, uso de quadro de giz e de atividades xerocadas.

FIGURA 6 – Socialização das Atividades pelos Estudantes



Fonte: Registro da autora (2022).

Questionamentos levantados pelos estudantes:

Pelé se aposentou em 1/10/1997, e nasceu em 23/10/1940. Com quantos anos de idade

Pelé se aposentou?

R: 1977-1940 = 37anos

Sabendo que altura do Pelé é 1,86 m e seu peso é 86 kg, calcule seu IMC.

IMC = entre 18,5 e 24,9 normais

entre 25,0 e 29,9 sobrepesos

acima de 30 obesidade

maior que 40,0 obesidades grave.

Fórmula: $IMC = \text{peso} : (\text{altura})^2$ $IMC = 86 : (1,86)^2$

$IMC = 86 : (1,86 \times 1,86)$

$IMC = 86 : (3,46)$

$IMC = 24,85$

Os estudantes foram desafiados a explicarem o que significava “índice de massa corporal” e retornaram a pesquisa exploratória para esclarecerem aos demais estudantes o significado que ficou assim:

*IMC é uma sigla que tem como significado Índice de Massa Corporal. O Índice de Massa Corporal mede qual é o **nível de gordura** no organismo de uma pessoa. É um padrão de medida internacional adotado pela Organização Mundial da Saúde (OMS) que estipula se uma pessoa está no peso ideal levando em consideração qual é a sua altura.*

O IMC foi criado no fim do século XIX pelo sociólogo belga Lambert Quételet. O cálculo para se obter o IMC consiste em dividir o peso em quilos pela altura em metros ao quadrado. O resultado desse cálculo é então comparado a uma tabela que especifica qual é o valor do IMC ideal para cada altura, assim se descobre se a pessoa está abaixo do seu peso, acima dele ou está com o peso mais indicado para a sua estatura.

Matematicamente podemos representar a fórmula do cálculo do Índice de Massa Corporal com a seguinte forma: $IMC^3 = Kg/m^2$.

Além desses questionamentos, ainda foi proposto pelo grupo uma atividade individual:


1. Quando você nasceu, Pelé estava com quantos anos? Respostas individuais que todos resolveram com sucesso.

³ Os dados apresentados pelos estudantes foram retirados do site *Significados.br*. Disponível em: <https://www.significadosbr.com.br/imc>. Acesso em: 22 out. 2023.

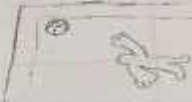
FIGURA 7 – Registro da Atividade Compartilhada

Outubro - Feli - 0 anos

1) Feli se aposentou em 28/10/1977,
e nasceu em 23/10/1940.
Com quantos anos de idade
Feli se aposentou?



2) Quando vai nascer, Feli
atenção com quantos anos?



2) Sabendo que a altura de
Feli é 1,86 m e seu peso é 86 kg,
calcule seu IMC.

IMC = Índice de massa corporal.

IMC = entre 18,5 e 24,9 = Normal
entre 25,0 e 29,9 = sobrepeso
acima de 30 = obesidade
maior que 40,0 = obesidade grave.

Fórmula: $IMC = \frac{Peso}{altura^2}$

Fonte: Registro da autora (2022).

FIGURA 8 – Registro do quadro da Resolução 1

23/10
10/10

1977 - Aposentou
- 1940 - nasceu

0037

R. se aposentou com 37 anos

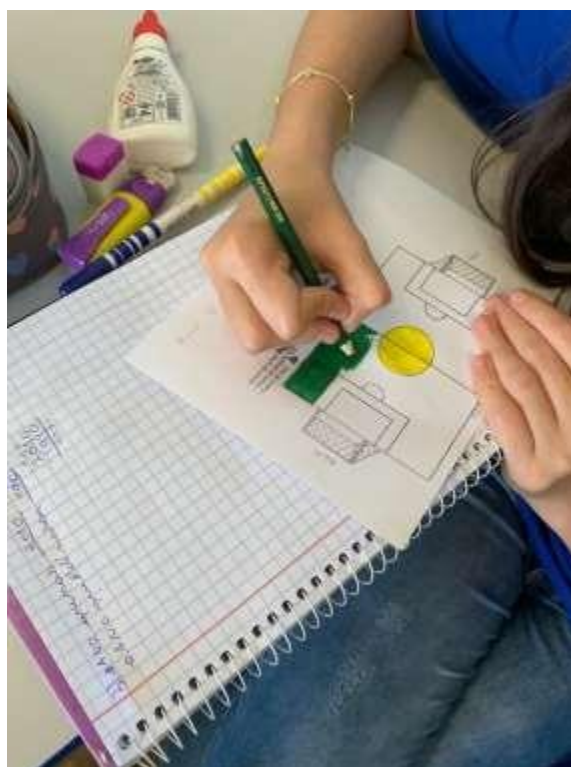
2) $IMC = \frac{Peso}{altura^2} = \frac{86 \text{ kg}}{(1,86)^2}$

IMC = 24,3

Fonte: Registro da autora (2022).

Em relação à atividade de colocar as medidas no campo de futebol e após colorir conforme as orientações, os estudantes buscaram na internet imagens de um campo de futebol, fizeram cópias para toda a turma e fizeram a orientação das medidas com desenho no quadro de giz, e no desenho havia as orientações com as cores que deveriam ser usadas para cada figura geométrica formada no campo de futebol.

FIGURA 9 – Registro da atividade de Geometria



Fonte: Registro da autora (2022).

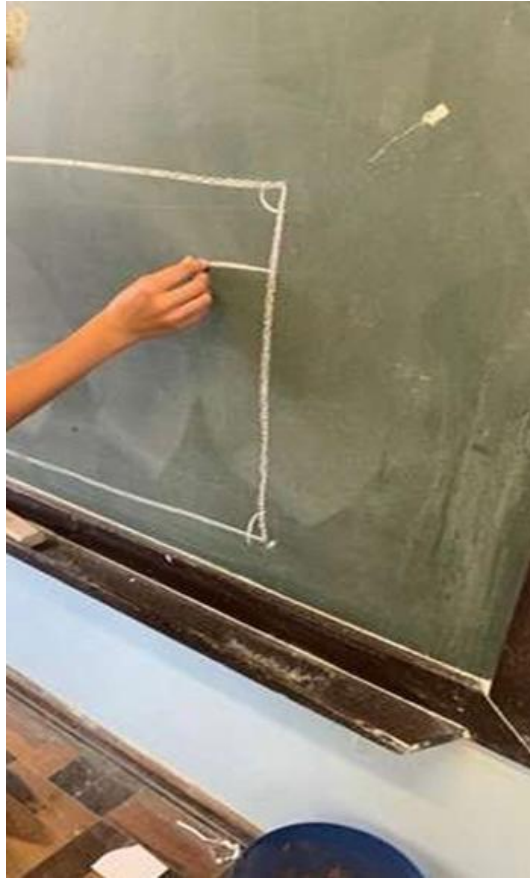
Atividade para calcular o perímetro:

Alguns estudantes tinham o conhecimento do cálculo do perímetro e, como estavam em grupos, compartilharam com os demais usando a somatória.

$$P = 105m + 105m + 66m + 66m = 342m$$

Através da mediação entre os estudantes, o Estudante 1 do grupo foi ao quadro e desenhou o campo de futebol.

FIGURA 10 – Registro da Participação do Estudante 1



Fonte: Registro da autora (2022).

FIGURA 11 – Registro do Desenho do Campo de Futebol no Quadro 1

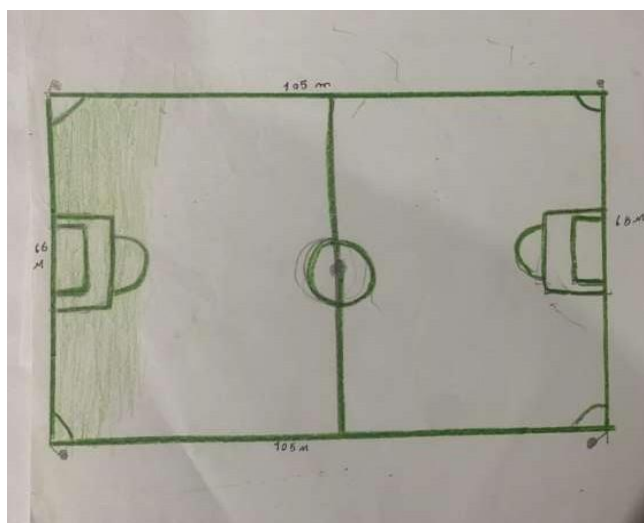


Fonte: Registro da autora (2022).

Após os estudantes terem solucionado a atividade na maneira habitual: $P=105m + 105m + 66m + 66m = 342m$, a professora pesquisadora completou com:

A figura que representa uma forma retangular: P = perímetro é a soma, que é o resultado da operação de adição das medidas da figura.

FIGURA 12 – Registro do Campo de Futebol do grupo



Fonte: Registro da autora (2022).

Pelas propriedades do retângulo, os lados opostos têm as mesmas medidas e os quatro ângulos são retos. Assim $P = 2a + 2b$

No caso $P = 2 \times 106m + 2 \times 63m$ $P = 342m$.

Se o jogador der uma volta no contorno do campo, quantos metros ele andou ou correu?

1 volta é igual ao perímetro, 342m

E se der duas voltas. $342 + 342 = 684m$ ou $342 \times 2 = 684m$

E se forem três voltas. $342 + 342 + 342 = 1026m$ ou $342 \times 3 = 1026m$ ou $684 + 342 = 1026m$

Foi concluído que 1 volta completa no campo de futebol tem 342 metros e completou-se com o cálculo de uma sequência de voltas: 1 volta bastava multiplicar $1 \times 342m$; 2 voltas = $2 \times 342m = 684m$; 3 voltas $3 \times 342 = 1026m$.

E quando não sabemos o número de voltas poderemos ter um jeito – uma fórmula – para calcular?

Por sugestão do Estudante 2, do Grupo 1:

“é só multiplicar o que não sabemos por 342 que é o valor da volta (o não sei significa o número de voltas.” (Estudante 2, Grupo 1).

A partir disso, foi denominado n para o número de voltas, ficando expresso desta maneira: $n \cdot 342 \text{ m}$

Foi estabelecido que seria chamada de “uma expressão geral para se calcular o percurso feito em torno desse campo”.

Dando continuidade, houve questionamento em relação ao tempo gasto para correr e de acordo com alguns estudantes o tempo gasto seria de aproximadamente:

1 volta gasta 5min - 2 voltas 10 min

5 voltas?

5 voltas \times 5 min = 25 min (25 minutos foi considerado muito tempo, era necessário diminuir o tempo)

Ficou confuso, pois cada um tem seu ritmo de correr ou andar, só seria possível ter uma aproximação, e cada um teria uma média. Surgiu então uma situação nova:

Como calcular a velocidade média da corrida ou da caminhada?

A partir da mediação da professora, concluiu-se que:

V significava velocidade média; d distância e t seria o tempo. E para calcular foi utilizada a fórmula:

$$V = d/t.$$

E a resposta foi obtida da seguinte forma:

$$V = 342\text{m}/5\text{min} \quad V = 68,4\text{m}/\text{min}$$

Outro questionamento para ser discutido com a turma foi:

Se for para colocar grama nova em todo o campo, quantos metros quadrados seriam necessários?

Os estudantes não conseguiram resolver sem mediação docente, foi necessário intervir.

Ofereceu-se a eles uma malha quadriculada de 4 x 5 para que fosse feita a contagem do total de quadradinhos.

A maioria contou um a um, dois a dois, colaram no caderno e anotaram o total ao lado.

Novamente, foi entregue um pedaço de papel quadriculado de 6 x 8 e não poderiam contar os quadradinhos um a um, deveriam pensar numa maneira de saber o total de quadradinhos evitando contar um a um, dois a dois.

Os estudantes interagiram entre si, contaram um a um e levantaram a hipótese de que dava certo contar os da horizontal e os da vertical e multiplicar um pelo outro.

Outro quadriculado, desta vez 6x3, foi entregue aos estudantes, eles usaram a multiplicação da base pela altura para contar a quantidade de quadradinhos, confirmando a hipótese levantada, concluíram, portanto, com a utilização das estratégias do quadriculado que

a propriedade da área do retângulo é o comprimento vezes largura.

Finalmente foi entregue a eles uma folha de papel quadriculado para que reproduzem o campo desenhado no sulfite no papel quadriculado. Após reproduzir o desenho e marcarem as medidas corretamente no papel quadriculado, eles solicitaram a ajuda da professora pesquisadora novamente

"Professora, e agora? Onde colocamos a grama? (Estudante 2).

"Em todo o campo, observem que vocês representaram um quadradinho com 1 metro de quadrado de grama necessário." (Professora Pesquisadora).

"Vamos ter que contar quadradinho por quadradinho?" (Estudante 1)

PP: "Sim, ou você tem outra maneira de fazer?" (Professora Pesquisadora).

"Esperem, tem um jeito sim, é só fazer esse (mostrou o lado de 105m) vezes esse (mostrando o lado de 68m) que não precisa contar de um em, como fizemos nos outros." (Estudante 2).

"Área do retângulo é igual a medida do comprimento multiplicado pela medida da largura, ou base vezes altura, e podemos escrever essa maneira de calcularmos por: $A_s = c \times l$." (Professora Pesquisadora).

"É só fazer a conta de vezes." (Estudante 3).

Assim, a atividade foi realizada corretamente, por meio da multiplicação.

FIGURA 13 – Cálculo da Área

$$\text{Área do retângulo} = \text{comprimento} \times \text{largura (base)} \times \text{altura}$$

$$\text{Comprimento} = 105\text{m}$$

$$\text{largura} = 66\text{m}$$

$$A = c \times l \text{ ou } b \times h$$

$$A = 105\text{m} \times 66\text{m} = 6930\text{m}^2$$

$$\begin{array}{r} 105\text{m} \\ \times 66\text{m} \\ \hline 630 \\ + 6300 \\ \hline 6930\text{m}^2 \end{array}$$

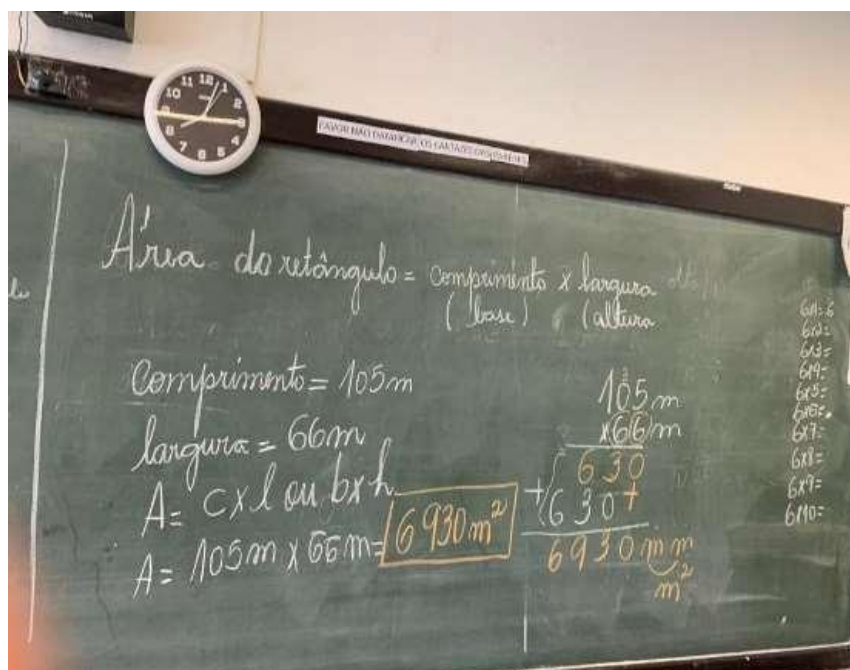
Fonte: Os autores, 2023.

FIGURA 14 – Campo de Futebol 2



Fonte: Registro da autora (2022).

FIGURA 15 – Registro do cálculo da Área do Campo de Futebol



Fonte: Registro da autora (2022).

Poderia também ser realizada uma cotação de preços de grama para estádios e calcular o custo, logo, existem diversas maneiras de se explorar problemas.

A Resolução dos problemas é o desenvolvimento da Matemática no contexto do tema, sendo a quarta etapa da Modelagem Matemática na concepção de Burak (2004), e é nesta etapa

que se busca a resposta dos problemas, levantados na etapa anterior, para esta resolução, o auxílio do conteúdo matemático é essencial. As questões matemáticas foram sendo corrigidas ao longo das resoluções pelos grupos.

2.5 ANÁLISE DA RESOLUÇÃO DO(S) PROBLEMA(S)

A Análise da Resolução do(s) Problema(s) é a quinta etapa e teve a duração de duas aulas. Entre os conteúdos e as áreas de conhecimento abrangidas pela prática, em relação à matemática, levantaram-se: situações problemas, potência, operações matemáticas com números naturais e decimais, medidas de comprimento, medidas de tempo, medidas de massa entre outros.

Na resolução do $IMC = 86 / (1,86)^2$, foi necessário fazer o arredondamento do resultado, pois os estudantes afirmaram que seria difícil realizar uma divisão com 5 números divisores.

$$IMC = 86 / (1,86 \times 1,86)$$

$$IMC = 86 / (3,4596)$$

Depois de realizarem a divisão manualmente, puderam conferir o resultado na calculadora, os estudantes declararam que gostaram muito e completaram afirmando que gostariam de usar sempre esse apoio, pois deixaria a matemática menos complicada.

$$IMC = 86 / (3,46)$$

$$IMC = 24,85$$

Com a calculadora, eles realizaram os seus IMC e fizeram as suas devidas classificações em relação ao peso.

No cálculo do perímetro ($P=105m + 105m + 66m + 66m = 342m$) usaram a somatória, não fizeram a multiplicação, nem associação de operações.

Na resolução de três voltas, valeram-se do perímetro e apresentaram três formas de resolução:

$$342 + 342 + 342 = 1026m \text{ usando a adição.}$$

$$342 \times 3 = 1026m \text{ usando a multiplicação.}$$

$$684 + 342 = 1026m \text{ com acréscimo de mais uma volta.}$$

As questões que surgiram no decorrer do desenvolvimento da Prática Pedagógica foram retomadas e com a mediação fez-se a construção das soluções com a formalização de fórmula, como IMC para a resolução da situação que relaciona a massa (kg) e a altura (metro e centímetros).

CONSIDERAÇÕES

A turma foi composta por 10 grupos, cada grupo escolheu um tema diferente, e para este trabalho escolheu-se o Tema Futebol Pelé. No período da realização desta experiência, Pelé enfrentava a doença e os estudantes demonstraram conhecimentos sobre a situação, mencionando os casos existentes na família, vizinhos e pessoas famosas como o astro do futebol.

A empolgação dos estudantes em trabalhar a matemática de acordo com o seu interesse foi visível pelas ilustrações feitas por eles e posteriormente nas anotações feitas no desenvolvimento das atividades.

FIGURA 16 – Registro do desenho de um estudante do Retrato do Pelé



Fonte: Grupo 1. Registro da autora (2022).

Percebeu-se nas observações feitas durante o desenvolvimento das atividades que os estudantes gostam do trabalho em grupo e que se sentiram protegidos e amparados um pelo outro quando trabalharam em conjunto.

Em relação à matemática trabalhada, os estudantes relataram que as tarefas fim mais fáceis

“Assim fica fácil as tarefas de matemática.” (Estudante 1 Grupo 2).

“Em tudo tem matemática.” (Estudante 1 Grupo 3).

“Assim de grupo a gente faz junto”. (Estudante 2 Grupo 7).

“Quando vejo futebol na televisão não pensei que tinha tanta matemática para ganhar o campeonato.” (Estudante 3 Grupo 9).

Nesses pequenos relatos, é possível perceber que os estudantes viveram a matemática nas atividades desenvolvidas por eles de acordo com os diversos temas de interesse estudados. O gostar de estudar matemática está relacionado às emoções, e quando o estudante tem a liberdade de escolher o tema de interesse, a sua aprendizagem matemática será mais agradável e interessante. Os problemas apresentados têm significado para os estudantes, pois foram trazidos da realidade e das vivências, tendo a Modelagem Matemática como processo de ensino e aprendizagem.

Com o desenvolvimento da prática com Modelagem Matemática, percebeu-se que essa abordagem proporcionou aos estudantes uma mobilização para tornarem-se participantes da construção do processo ensino-aprendizagem em que estão sendo os protagonistas, construindo um contexto de conhecimento matemático que contemplou dimensões culturais, as quais contribuíram para torná-los mais críticos e reflexivos.

A Prática com Modelagem Matemática realizada possibilitou a interdisciplinaridade com a Educação Física, a Física, principalmente na parte da cinemática, com acontecimentos e conhecimentos relacionados ao esporte. Permitiu-se o aprendizado da matemática e de outras áreas de conhecimento, num contexto de diálogo, interação e respeito, contribuindo para a formação do ser humano nos seus diversos aspectos.

Esta prática proporcionou também a reflexão demonstrada na análise, que aconteceu durante a construção das soluções, sendo um momento de discussão dos conceitos e de como escrevê-los e formalizá-los.

A Modelagem Matemática nessa investigação mostrou que os estudantes podem sim ser participativos, envolvidos e motivados, inclusive para atividades extraclasse, e proporcionou à professora pesquisadora conhecimentos para enfrentar esses desafios de mediação entre o interesse dos estudantes e os conteúdos matemáticos, também com outras aprendizagens como a pesquisa, o relato oral, a socialização e a interação com os colegas, com a professora e as pessoas da comunidade.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. ,DIA, M. R. **Modelagem Matemática em Cursos de Formação de professores**. In: BARBOSA, J. C., CALDEIRA, A. D., ARAÚJO, J. L. (org.) Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

ALMEIDA, L.M.W.. Modelagem Matemática: um Caminho para o Pensamento Reflexivo dos Futuros Professores de Matemática. **Revista Contexto & Educação**, [S.l.], v. 21, n. 76, p. 115-126, maio 2013. ISSN 2179-1309. Disponível em: <https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/1099>. Acesso em: 30 mar. 2018. Doi: <https://doi.org/10.21527/2179-1309.2006.76.115-126>.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. 24ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED. **Anais...** Caxambu/MG, 2001.
BIEMBENGUT, M.S.. Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem da Matemática. Blumenau. Ed.FURB,1999.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem em Educação Matemática**. v.1, n. 1, p. 47-60, 2010.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensinoaprendizagem.1992. 460p. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional). Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação. SP.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. **Modelagem Matemática e relações com a aprendizagem significativa**. 1.ed., Curitiba: Editora CRV, 2012.

BURAK, D.; KLÜBER. T. E. **Educação Matemática**: contribuições para a compreensão da sua natureza. Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e Matemática Vol. 10 - Nº 2- Jul./Dez. 2008- Canoas –RS.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Concepções de Modelagem Matemática**: contribuições teóricas. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem. 1992. 460f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

BURAK, D. **A Modelagem Matemática e a sala de aula**. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática - I EPMEM, 1, 2004, Londrina. Anais... Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

BURAK, D. Modelagem Matemática na Escola. In: I Congresso Nacional de Educação Matemática, VIII Encontro Regional de Educação Matemática e III Encontro Regional do Ensino de Física, 2008, Ijuí. **A Gestão da Sala de Aula: Perspectivas, Pesquisa e Desafios**. Ijuí: Editora da Unijui, 2008. v. 1. p. 1-13.

BURAK, D. A pesquisa e a prática de Modelagem Matemática sob o ponto de vista da de uma concepção de Educação Matemática. In: IV Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2010, Maringá. **IV EPMEM: Modelagem matemática: perspectivas interdisciplinares para o ensino e aprendizagem de matemática**. Maringá: Editora da Universidade Estadual de Maringá, 2010. v. 1. p. 1-15.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. Alexandria. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37940/28968>. Acesso em: 10 jul. 2023.

FONSECA, V. Importância das emoções na aprendizagem: uma abordagem neuropsicopedagógica. **Rev. psicopedag.** [online]. 2016, vol.33, n.102, pp. 365-384. ISSN 0103-8486. Acesso em 22/02/2023.

SIMÕES, Myrta Leite et al. **O diálogo em sala de aula: um fator de inclusão social**. Revista Principia - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB, João Pessoa, n. 16, p. 72-77, ago. 2008. ISSN 2447-9187. Disponível em: <https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/245>. Acesso em: 22 fev. 2023.