



MODELAGEM MATEMÁTICA

**POSSIBILIDADES PARA A
SALA DE AULA**

LIANE MARIA DA SILVA

Material de apoio pedagógico

UNICENTRO

2022



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

LIANE MARIA DA SILVA

PRODUTO EDUCACIONAL APLICADO

MODELAGEM MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES PARA A SALA DE AULA

Produto Educacional apresentado à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Orientador(a) Profa. Dra. Michele Regiane Dias Veronez

GUARAPUAVA, PR
2022



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

LIANE MARIA DA SILVA

MODELAGEM MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES PARA A SALA DE AULA

Produto Educacional apresentado à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Aprovado(a) em 12 de setembro de 2022.

Profa. Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida – UEL

Profa. Dra. Joyce Jaqueline Caetano – UNICENTRO

Profa. Dra. Michele Regiane Dias Veronez
Orientador(a)

GUARAPUAVA, PR

2022

Catálogo na Publicação
Rede de Bibliotecas da Unicentro

S586m Silva, Liane Maria da
Modelagem Matemática: um olhar a partir de triângulos epistemológicos / Liane Maria da Silva. -- Guarapuava, 2022.
xiii, 90 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Área de concentração: Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2022.

Inclui Produto Educacional Aplicado intitulado: Modelagem Matemática: possibilidades para a sala de aula. 23 p.

Orientadora: Michele Regiane Dias Veronez
Banca Examinadora: Lourdes Maria Werle de Almeida, Joyce Jaqueline Caetano

Bibliografia

1. Modelagem Matemática. 2. Semiótica. 3. Triângulo epistemológico. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

| CDD 510

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema de uma atividade de modelagem matemática	5
Figura 2 - Fases da Modelagem Matemática	5
Figura 3 - Elementos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática	6
Figura 4 - Inserção de Modelagem Matemática na sala se aula	9

Sumário

PARTE I.....	3
O modo de compreender e fazer Modelagem Matemática adotado pelas autoras.....	4
Alguns apontamentos sobre a inserção da Modelagem Matemática na sala de aula.....	7
PARTE II	10
Atividade 1: Lavagem de roupas	11
Atividade 2: Fritadeira elétrica	15
Atividade 3: Projeto de estacionamento	19
Considerações finais	22
REFERÊNCIAS.....	23

Apresentação

Caro(a) colega professor(a)!

Este Produto Educacional, bem como a dissertação “Modelagem Matemática: um olhar a partir de triângulos epistemológicos” são frutos da investigação desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – PPGEN, da Universidade Estadual do Centro Oeste – UNICENTRO.

No estudo por nós empreendido entendemos que a Modelagem Matemática pode ser descrita como um conjunto de procedimentos e conceitos necessários à solução de um problema e que nesses procedimentos os alunos utilizam ou produzem signos. Assumimos que os signos, como instrumentos de comunicação, carregam informações relativas aos conhecimentos, daqueles que os produzem, acerca daquilo que o signo referencia. Além disso, pautadas nos pressupostos de Heinz Steinbring, consideramos os signos em associação com outros dois elementos: objeto/contexto de referência e conceito. Essa tríade é discutida a partir da denominação triângulo epistemológico.

A partir do interesse de discutir acerca da Modelagem Matemática a partir de triângulos epistemológicos que consideram os signos produzidos/manifestos por alunos ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, construímos triângulos epistemológicos de três atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos de um 4º ano de um curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná, na disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

As conexões estabelecidas entre signos, contexto de referência e conceito elucidam que os signos produzidos pelos alunos fazem alterar e modificar os contextos de referência, ao passo que os alunos avançam no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, e provocam a emergência de conceitos diversos. Esse movimento retratado nos triângulos epistemológicos traz à tona o caráter dinâmico da Modelagem Matemática. Além disso, o olhar para os signos em associação com os outros dois vértices do triângulo epistemológico: contexto de referência e conceito, sugere que a leitura semiótica de uma atividade de modelagem matemática se constitui em uma junção de triângulos epistemológicos, que revelam que conceitos matemáticos, em atividades de modelagem matemática se apresentam de forma articulada com o fenômeno estudado; que a interação entre professor e alunos favorece com que eles produzam signos mais elaborados e, dessa forma, ampliem o modo de ver e, de tratar, o fenômeno analisado; que é possível a abordagem e discussão de uma variedade de conceitos matemáticos ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem; que a Modelagem

Matemática se mostra como um veículo para se ensinar e aprender matemática com significado, uma vez que conceitos matemáticos evocados vêm associados com o fenômeno em estudo.

Em nossa investigação não se tinha como preocupação discutir sobre a viabilidade e potencialidade da implementação de atividades de modelagem matemática na Educação Básica, tampouco, se os conceitos matemáticos emergentes nessas atividades faziam parte do rol de conteúdos indicados nos documentos oficiais que a regem. Contudo, esse olhar foi dado pelas autoras na produção desse produto educacional, que se configura um material de apoio pedagógico.

O que fazemos, portanto, neste material de apoio pedagógico é refinar e enriquecer as atividades de modelagem matemática discutidas no texto da dissertação, destacando que tais atividades podem servir de inspiração para o professor da Educação Básica que desejar implementar a Modelagem Matemática em suas aulas.

Esse material segue organizado em duas partes: na Parte I, fazemos uma breve apresentação sobre o modo de “fazer” modelagem matemática por nós assumido e, na Parte II, apresentamos as atividades de modelagem matemática seguidas de algumas orientações para os professores, visando contribuir com sugestões de conteúdos e conhecimentos que podem ser abordados com ou suscitados pelos alunos ao longo do desenvolvimento de tais atividades.

Como cada atividade de modelagem matemática é única, é pensada sob alguns propósitos e corresponde às intenções daqueles que a desenvolve, nos ocupamos de trazer neste material as atividades de modelagem matemática dos alunos que as desenvolveram. Contudo, sempre atentas ao fazer modelagem matemática em salas de aula da Educação Básica. Assim, ressaltamos que as atividades discutidas aqui podem servir de sugestão para o professor implementar atividades de modelagem matemática em suas aulas, mas, também tem total liberdade para adaptá-las.

Esperamos que este material inspire, motive e dê suporte para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática nas aulas de Matemática da Educação Básica e que a sua leitura provoque inquietações que culminem no interesse em conhecer sobre Modelagem Matemática e o que ela propicia!

Boa leitura!

Os autores

Parte I

Antes de apresentarmos as atividades desenvolvidas, achamos pertinente explicitar a você, leitor (a), o modo de compreender e fazer modelagem matemática que norteou a investigação que realizamos. Assim, iniciamos nossa “conversa” discorrendo sobre o nosso entendimento acerca da Modelagem Matemática e, em seguida, fazemos alguns apontamentos sobre a inserção de atividades de modelagem matemática na sala de aula.

O modo de compreender e fazer modelagem matemática adotado pelas autoras

Oriunda da Matemática Aplicada, a Modelagem Matemática com fins educacionais emergiu no Brasil por volta da década de 1980. Segundo Burak (2004), na perspectiva da Educação Matemática, “a Modelagem Matemática teve início com os cursos de especialização para professores, em 1983, na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava - FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO” (BURAK, 2004, p.1).

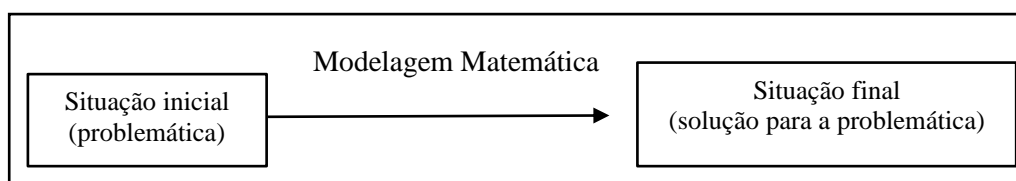
Desde então, essa área de estudos se consolidou e, na última década, tem sido recorrentes investigações que propõem olhar para as práticas de sala de aula que incorporam o desenvolvimento de atividades de modelagem (ALMEIDA (2010), ALMEIDA E DIAS (2004), BARBOSA (2001, 2003), BASSANEZI (2011), BIEMBENGUT (1999), BORSSOI (2013), BURAK (1992, 2004), CALDEIRA (2009)).

Neste material assumimos, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), que a Modelagem Matemática se constitui “uma alternativa pedagógica em que se aborda por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” (p. 9). Por atividade de modelagem matemática, consideramos a caracterização dada por estes mesmos autores:

uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final (ALMEIDA, SILVA E VERTUAN, 2012, p. 12).

Essa caracterização, ilustrada na Figura 1, sugere que há um trânsito de uma problemática inicial para uma situação final e que a esse processo, associado aos procedimentos, há uma representação matemática, um *modelo matemático*, definido como: “um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema” (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p.13). Modelo matemático então, segundo os autores, é uma representação simplificada da situação problema sob a ótica dos investigadores.

Figura 1 - Esquema de uma atividade de modelagem matemática

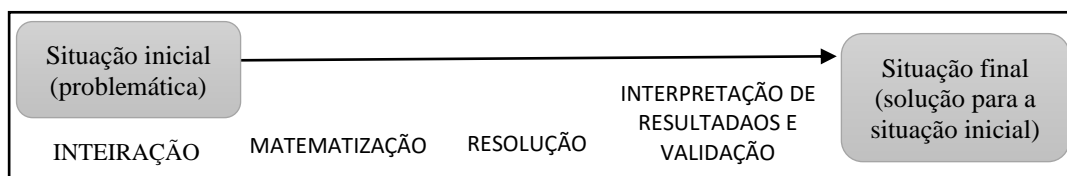


Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 12).

É na passagem da situação inicial para a final que conhecimentos matemáticos e não matemáticos são produzidos/integrados. É também no decorrer desse caminho que se requer diversas habilidades relacionadas ao domínio da linguagem matemática, pois a problemática que inicialmente fora apresentada na linguagem natural necessita agora de uma outra representação que evidencie o problema matemático a ser resolvido.

Embora não existam condutas pré-definidas que levem à solução do problema inicial, muitos autores, em seus estudos, procuram estruturar e caracterizar o conjunto de procedimentos e estratégias adotadas no decorrer desse percurso. Almeida, Silva e Vertuan (2012) consideram que esse conjunto de procedimentos aparece no que eles denotam por fases da Modelagem Matemática. São elas: inteiração; matematização; resolução; e, interpretação de resultados e validação (Figura 2).

Figura 2 - Fases da Modelagem Matemática



Fonte: ALMEIDA, SILVA e VERTUAN (2012, p.15).

A *Inteiração* é o primeiro contato com a situação problema a qual se deseja estudar. É nela que o “inteirar-se” sobre o assunto acontece. É quando se coleta informações, quantitativas e qualitativas, que conduz à formulação do problema, bem como à definição de estratégias para sua resolução. Convém destacar que no decorrer da atividade podem ser necessárias novas informações, assim, a inteiração pode permear toda a atividade de modelagem.

A transformação da situação-problema identificada na fase inteiração para uma linguagem matemática se dá na fase *matematização*. A situação-problema que possivelmente foi apresentada em linguagem natural, passa a ser descrita por meio de símbolos e regras matemáticas na *matematização*. Nessa fase também acontece a formulação de hipóteses,

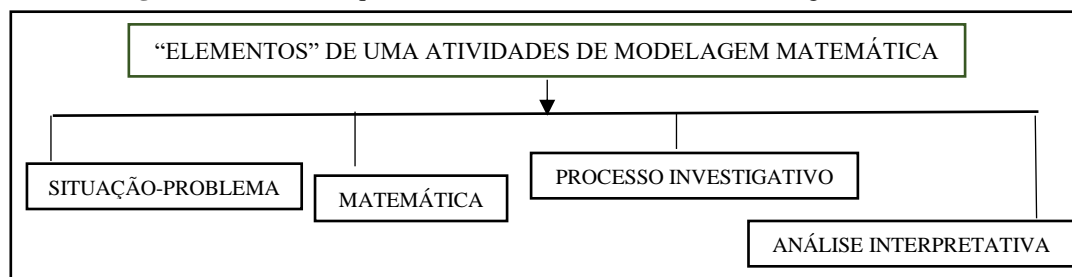
seleção de variáveis e simplificações. É na *matematização* que entendemos o significado matemático da situação problema levantada.

Durante a fase *resolução* todo o ferramental matemático é utilizado de modo a se construir um modelo matemático que permita a análise e solução do problema em estudo. Esse modelo matemático, no entanto, pode ser expresso por toda e qualquer estrutura matemática: uma tabela, um gráfico, uma equação, uma função, entre outros.

A capacidade de interpretar resultados e analisar respostas é requerida durante a fase *interpretação e validação dos resultados*. É o momento de avaliar o processo de construção do modelo e verificar se os procedimentos adotados na fase *resolução* foram adequados e satisfazem a situação em estudo. Caso a resposta obtida não seja considerada representativa, todo o processo deve ser revisto, e as fases retomadas. Se houver a validação da solução, Vertuan (2013) sugere que o aluno socialize a atividade com os demais colegas de modo a argumentar que a solução e os procedimentos são pertinentes à situação problema estudada. “Ainda que essas fases constituam procedimentos necessários para a realização de uma atividade de modelagem matemática, elas podem não decorrer de forma linear, e constantes movimentos de “ida e vinda” entre essas fases caracterizam a dinamicidade da atividade” (Almeida, Silva e Vertuan, 2012, p. 17).

Assim como as fases não são “engessadas”, os elementos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática (Figura 3) também não o são. De modo geral, ela é regida a partir da escolha de uma situação-problema, na qual se define e se transforma o problema em estudo em linguagem matemática, o investiga e o resolve e, por fim, ele é analisado no sentido de reconhecer (ou não) a solução obtida como resposta para o problema.

Figura 3 - Elementos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17).

Do mesmo modo que as fases não ocorrem de forma linear, estes elementos “*situação-problema*”, “*matemática*”, “*processo investigativo*” e “*análise interpretativa*” não devem ser

compreendidos linearmente; eles compõem a atividade de modelagem matemática e se articulam a partir das estratégias adotadas na busca por uma solução para o problema em foco.

Do contato com a *situação-problema* define-se uma investigação a ser realizada. Assim, matemática e processo investigativo se cruzam e se entrecruzam a todo o momento até que uma solução seja obtida e que aconteça uma análise interpretativa acerca dela com olhar atento aos objetos matemáticos usados para obter tal solução e às características da situação da qual o problema é oriundo.

Cabe destacar que tanto o *processo investigativo* pode suscitar a *matemática* ou criar um ambiente em que os que desenvolvem a atividade de modelagem matemática necessitem buscar um novo ferramental matemático para que a solução possa ser encontrada, como a *matemática* pode requerer um *processo investigativo* na intenção de se obter uma solução para o problema investigado.

Ao encontrar uma solução para o problema, a *análise interpretativa* é que irá mostrar se as estratégias adotadas foram satisfatórias e se a solução condiz com a situação-problema levantada.

Analisar situações reais em sala de aula a partir de lentes da matemática nem sempre é considerada uma tarefa trivial. Isso ainda se intensifica quando se tem como propósito ensinar matemática a partir de fenômenos da realidade, como nos é proposto na Modelagem Matemática. Pensando em ultrapassar essa barreira trazemos na seção a seguir alguns apontamentos sobre a inserção da Modelagem Matemática na sala de aula.

Alguns apontamentos sobre a implementação da Modelagem Matemática na sala de aula

De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), a Modelagem Matemática é um meio de confrontarmos o mundo real com o universo da Matemática, e o primeiro passo a ser dado ao se trabalhar com Modelagem Matemática é reconhecer a existência de um problema real e que seja significativo para os alunos e suas comunidades (p.27). Ainda segundo os autores, “o aluno tem direito de ver o problema na importância que ele tem para a sociedade”.

Nesse sentido, a Modelagem Matemática rompe com o chamado “ensino tradicional”, em que os problemas muito pouco têm a ver com a realidade e aos alunos cabe unicamente ouvir, aceitar e reproduzir as verdades que o professor transmite. Na Modelagem Matemática

temos um ambiente dialógico em que aprendemos não apenas o conteúdo matemático, mas podemos ir além e discutir sobre a importância desse conteúdo na sociedade.

Logicamente, quando trazemos problemas reais para a sala de aula, o conteúdo ministrado sempre de forma linear pode se misturar. Kluber (2012, p. 149) destaca que ao “assumir a Modelagem Matemática na Educação Matemática, mudanças curriculares se impõem”, e temos aí um dos principais “enrosco” apontados pelos professores no que se refere à implementação de práticas de Modelagem Matemática.

Além da existência de um programa a ser cumprido pelos professores e um currículo que não respalda a adoção da Modelagem na Educação Básica (HUF, BURAK, PINHEIRO, 2020), a falta de um roteiro para as aulas tira o professor da sua zona de conforto e o desestabiliza.

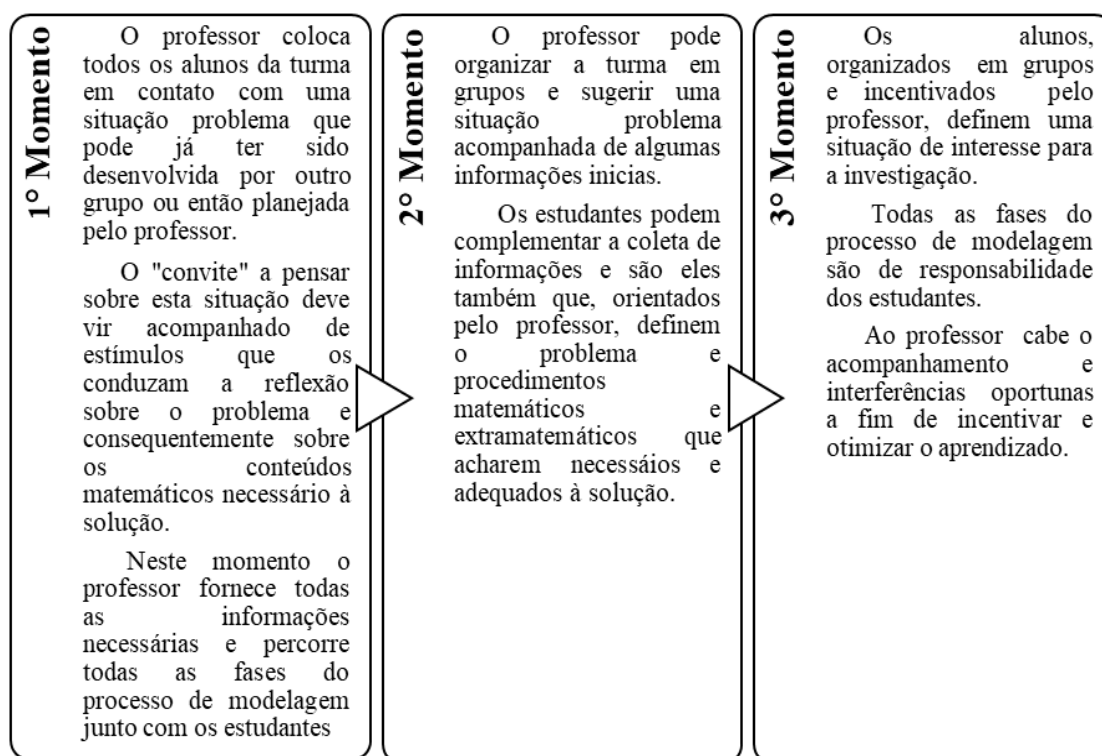
A presença da modelagem na escola representa desafios para os professores, pois as aulas de Matemática apresentam uma dinâmica diferente, já que acontecerão diversos caminhos propostos pelos alunos para a resolução do problema. Com isso, não há previsibilidade do que ocorrerá nas aulas na utilização deste ambiente de aprendizagem movendo os professores para uma zona de risco (OLIVEIRA E BARBOSA, 2011, p. 267-268).

Se por um lado, para o professor desenvolver atividades de modelagem matemática é algo desafiador, para o aluno possivelmente o desafio e a insegurança também se faz presente. Já me habituei a ouvir comentários de meus alunos, após a conclusão de atividades de modelagem, ao relatarem ter gostado da atividade, mas que acharam-na mais difícil e trabalhoso que resolver listas de exercícios. Isso porque o que é produzido em sala de aula depende primordialmente da participação deles, não basta copiar e reproduzir; é necessário pensar.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) criticam o ensino tradicional ao afirmarem que a forma de organização escolar produziu pessoas “mudas”, que quanto mais avançam na seriação escolar menor é a participação em sala de aula. Nas palavras dos autores, “a escola ensina aos alunos que quem não fala não erra, mas se esquecem de ensinar que quem não tenta não progride” (p. 53). Assim, o fazer modelagem matemática requer mudanças nas atitudes tanto do professor quanto dos alunos, que precisam ser mais atuantes.

E é justamente pensando neste processo de familiarização do aluno com modelagem matemática, que Almeida e Dias (2004), propõem que a introdução da Modelagem Matemática em sala de aula aconteça a partir do que denominam por *momentos* (Figura 4).

Figura 4 - Implementação da Modelagem Matemática na sala de aula



Fonte: Adaptado de Almeida e Dias (2004).

Essa proposta, além de propiciar a compreensão do processo de modelagem por parte do aluno, pode ser uma alternativa para que o professor adquira confiança para a adoção da Modelagem Matemática em sua prática docente, já que nos primeiros momentos ele tem maior controle sobre o processo, podendo sentir-se mais confortável para implementar Modelagem Matemática em suas aulas.

Almeida e Dias (2004, p. 7) expõem que “na medida em que o aluno vai realizando as atividades nos “diferentes momentos”, sua compreensão acerca do processo de Modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando. Da mesma forma acontece com o professor. Ao passo que ele vai dando mais liberdade e autonomia para o aluno desenvolver atividades de modelagem matemática, ele vai percebendo a importância de seu papel de orientador da aprendizagem dos alunos. Essa forma de fazer modelagem matemática em sala de aula (os *momentos* de familiarização) foi a adotada nas aulas que subsidiaram este produto educacional.

Parte II

Com o intuito de lhe encorajar, inspirar e motivar a desenvolver atividades de modelagem matemática em suas turmas, trazemos nas páginas seguintes três atividades que foram desenvolvidas por alunos do 4º ano de um curso de Licenciatura em Matemática no contexto da disciplina de Modelagem Matemática, no 3º momento de familiarização, proposto por Almeida e Dias (2004).

Trazemos uma descrição de como essas atividades foram desenvolvidas pelos alunos e também fazemos sugestões e apontamentos que podem apoiar a exploração delas em outros níveis de ensino. Em cada atividade destacamos os conhecimentos matemáticos emergentes, ressaltando que ela carrega características e intenções dos que a desenvolveram. Assim, estas atividades são apresentadas como exemplos e, delas, podem decorrer sugestões para o desenvolvimento de novas atividades de modelagem matemática.

ATIVIDADE 1: LAVAGEM DE ROUPAS

Tema	Lavagem de roupas
Problema	Quantas peças de roupa colocar na máquina de lavar respeitando sua capacidade de 10kg?

Sugestões e comentários para o professor:

O tema “lavagem de roupas” possibilita que outros problemas sejam investigados, como o consumo de água, consumo de sabão em pó, consumo de energia elétrica, otimização do processo de lavagem.

A atividade da forma como foi desenvolvida pelos estudantes possibilitou o debate de conteúdos matemáticos pertinentes ao Ensino Médio, no entanto, a atividade pode ser adaptada para o Ensino Fundamental inserindo novas hipóteses ou até mesmo modificando o problema.

Outras estratégias e encaminhamentos poderiam ter sido adotadas pelos alunos. Por exemplo, o trabalho com funções de otimização e/ou programação linear. Tais encaminhamentos poderiam, inclusive, conduzir a uma resposta diferente.

A atividade descrita aqui surgiu do interesse dos próprios alunos. A seguir apresentamos uma proposta de como o tema poderia ser contextualizado na sala de aula. Na sequência, apresentamos o desenvolvimento realizado pelos alunos, mas lembre-se: cada atividade de modelagem matemática é única!

Uma proposta:

Lavar roupas ... uma tarefa não muito agradável, porém necessária! Por sorte, hoje podemos contar com a ajudinha da nossa amiga “máquina de lavar”! E que ajudinha hein!!

Você não é daqueles que sobrecarrega sua “amiga”, não é?

Certamente, você sabe que a máquina de lavar possui uma capacidade, dada em quilogramas (kg). Essa capacidade corresponde à massa de roupas secas que se pode colocar para lavar. E aí, já parou para pensar a quantidade de roupa ela pode lavar respeitando a capacidade máxima da sua máquina de lavar?

Não me diga que você não sabe a massa das roupas que você costuma lavar? Saber a massa das roupas evita sobrecarga da máquina e melhora a eficiência da lavagem! A tabela a seguir apresenta a massa de algumas peças de roupas, talvez as mais utilizadas no dia a dia.

Massa das roupas (secas)

Bermuda jeans	400g	Edredom de casal	2000g
Blusa de moletom	850g	Fronha	100g
Camiseta	200g	Jaqueta jeans	400g
Camisa	300g	Lençol de casal	800g
Calça jeans	700g	Toalha de banho	500g

Fonte: Site da empresa Consul

Agora, que tal pensar:

Situação inicial(problemática):

“Quantas peças de roupas colocar na máquina de lavar, respeitando sua capacidade de 10 kg?”

A busca por solução para esse problema:

Inteiração:

Pesquisa sobre o processo de lavagem de roupas e a capacidade da máquina de lavar.

Informações consideradas importantes pelo grupo:

De acordo com o INMETRO, para a determinação da capacidade da máquina de lavar a massa da roupa deve ser considerada seca e não molhada.

Matematização e resolução:

Definição de hipóteses:

- É possível lavar apenas um tipo de roupa, ou combinar os vários tipos para serem lavadas juntas;
- Nem todos os tipos de roupas podem ser lavados juntos.

Estratégias adotadas:

- Definição do conjunto de tipos de roupas que poderiam ser lavadas juntas;
- Cálculo das combinações;

Quantidades de peças no caso da lavagem de apenas um tipo de roupa:

Bermuda jeans	$400x=10000$, portanto, 25 peças.	Edredom	$2000x=10000$, portanto, 5 peças.
Blusa	$850x=10000$, portanto, 11 peças.	Fronha	$100x=10000$, portanto, 100 peças.
Camiseta	$200x=10000$, portanto, 50 peças.	Jaqueta jeans	$400x=10000$, portanto, 25 peças.
Camisa	$300x=10000$, portanto, 33 peças.	Lençol (casal)	$800x=10000$, portanto, 12 peças.
Calça jeans	$700x=10000$, portanto, 14 peças.	Toalha (banho)	$500x=10000$, portanto, 20 peças.

Quantidade de peças no caso da lavagem de mais de um tipo de roupa.

Opção de lavagem	Generalização dos alunos
Dois tipos de peças	<p>“teremos 13 combinações possíveis de tipos de roupas, pois, para o conjunto G_1 e G_2 temos $C_4^2 = 6$, e para o conjunto G_3 temos 1 combinação, desse modo $6+6+1=13$.”</p> <p>“Sendo assim, segue que: $ax_1 + bx_2 = 10000$ tal que a e b são os pesos dos tipos de roupas escolhidos e x_1 e x_2 a quantidade de cada peça.”</p>
Três tipos de peças	<p>“teremos 8 combinações, como por exemplo lavar calça jeans, bermuda jeans e jaqueta jeans, ou lavar calça jeans, bermuda jeans e blusa de moletom, e assim com as demais peças.”</p> <p>“Sendo assim segue que: $ax_1 + bx_2 + cx_3 = 10000$, tal que a, b, c são os pesos dos tipos de roupas escolhidos e x_1, x_2 e x_3 a quantidade de cada peça.”</p>
Quatro tipos de peças	<p>“teremos apenas duas combinações”</p> <p>“Que pode ser representado por: $ax_1 + bx_2 + cx_3 + dx_4 = 10000$, tal que a, b, c, d são os pesos dos tipos de roupas escolhidos e x_1, x_2, x_3 e x_4 a quantidade de cada peça.”</p>

Solução geral apresentada pelos alunos: Cada opção de lavagem apresenta uma equação, porém de modo geral podemos representar por: $ax_1 + bx_2 + cx_3 + dx_4 + \dots + mx_n = 10000$, tal que a, b, c, d, \dots, m , são os pesos dos tipos de roupas escolhidos e $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ a quantidade de cada peça.

Para esta equação ser válida para todas as opções de lavagem basta considerar como zero as peças que não serão lavadas.

Fonte: Os autores.

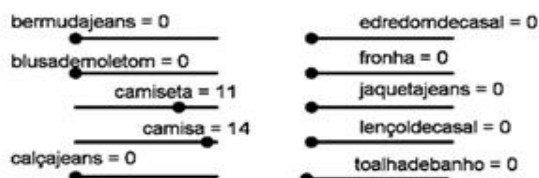
Interpretação e validação:

Para analisar a solução encontrada, os alunos optaram pelo software GeoGebra. Por meio da criação de controles deslizantes eles puderam fazer simulações.

Tela do GeoGebra contendo uma das soluções

$$(850 \cdot 0) + (300 \cdot 14) + (700 \cdot 0) + (800 \cdot 0) + (500 \cdot 0) + (200 \cdot 11) + (2000 \cdot 0) + (850 \cdot 0) + (400 \cdot 0) = 10^4$$

Peças no total = 25



Fonte: Os autores

A partir das simulações os alunos foram capazes de descartar soluções do tipo lavagem de 100 fronhas, pois era uma solução que embora fosse matematicamente aceita, não satisfazia a situação por eles analisada, já que dificilmente lavariam 100 fronhas, em uma mesma lavagem. Assim, concluíram que a quantidade de peças que satisfaz a questão investigada está entre 5 e 50 peças.

Conceitos matemáticos que emergiram a partir das estratégias adotadas pelos alunos:

- Análise Combinatória;
- Medidas de capacidade;
- Equação do 1º grau;
- Equações de várias variáveis.

ATIVIDADE 2: FRITADEIRA ELÉTRICA

Tema	Fritadeira elétrica
Questão de investigação	Qual o tempo exato de preparo dos alimentos na fritadeira elétrica?

Sugestões e comentários para o professor:

Problemas como a perda de massa dos alimentos após o preparo, consumo de energia elétrica, custo de preparo se comparado ao modo convencional, valor nutricional, entre outros, podem ser discutidos a partir desse tema.

Se optar por discutir o problema elegido nessa atividade, a depender do nível de escolaridade dos estudantes, outras estratégias e encaminhamentos podem ser adotados, assim como outros conteúdos matemáticos podem ser explorados.

A atividade também pode ser adaptada para os estudantes do Ensino Médio, e discutir conteúdos como funções polinomiais.

A seguir apresentamos uma proposta de contextualização do tema para a sala de aula, sinta-se a vontade para modifica-la!

Uma proposta:

A fritadeira elétrica garante praticidade, afinal, você não gastará óleo, e nem passará horas na frente do fogão para preparar uma simples porção de batata frita.

Disponível no mercado brasileiro há um bom tempo, o item que inicialmente custava um pouco caro, hoje se encontra a preços mais acessíveis e passou a ser o queridinho de algumas pessoas. E não precisa, ser “o” cozinheiro para se aventurar a fazer um prato com a fritadeira elétrica!!! Em teoria, basta colocar o alimento na cestinha e apertar o botão ligar.

Bem... não é tão simples assim! Tem o ajuste da temperatura, o tempo de cozimento ... fatores que se não bem ajustados podem fazer você perder a sua deliciosa refeição!

Ler o manual de instruções pode ser uma saída, no entanto, para quantidades específicas o manual não traz informações, e usuários relatam que nem sempre o indicado

no manual tem deixado o alimento em um ponto agradável aos seus paladares. Temos então uma problemática a ser investigada!

Situação inicial(problemática):

“Qual o tempo exato de preparo dos alimentos na fritadeira elétrica?”

A busca por solução para esse problema:

Inteiração:

Pesquisas em sites de receita e manuais de instrução sobre o tempo de preparo de certos alimentos na fritadeira elétrica.

Matematização e resolução:

- Seleção dos alimentos a serem analisados;
- Definição de hipóteses para o processo de coleta de dados:
 - A fritadeira elétrica deverá ser pré-aquecida conforme instruções contidas no manual;
 - A temperatura da fritadeira permanecerá constante durante todo o procedimento;
 - A temperatura do alimento será considerada igual em todas as repetições;

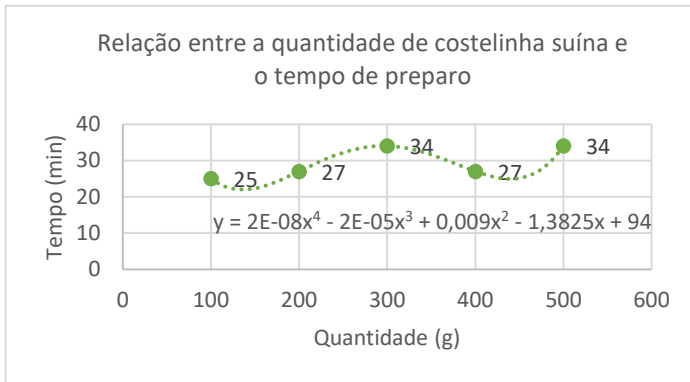
Os alunos coletaram os dados relativos ao tempo de preparo de quatro tipos de alimentos e organizaram a seguinte tabela:

Temperatura (°C)	200	200	180	200
Alimento	Batata frita	Costelinha Suína	Pão de queijo	Coxinha da asa de frango
Quantidade (g)				
100	10 min	25 min	14 min	30 min
200	15 min	27 min	18 min	31 min
300	20 min	34 min	22 min	32 min
400	25 min	27 min	26 min	35 min
500	30 min	34 min	30 min	39 min

Após a coleta dos dados, os valores foram inseridos na planilha Excel e obtidas as curvas que se ajustavam aos dados. As expressões algébricas que retratam o comportamento do preparo desses alimentos foram geradas por meio da ferramenta de regressão:

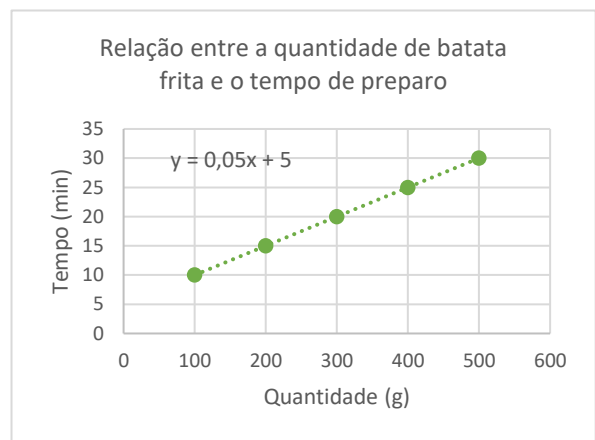
COSTELINHA SUÍNA

$$y = -0,5x10^6x^2 - 0,0123x + 30,8$$



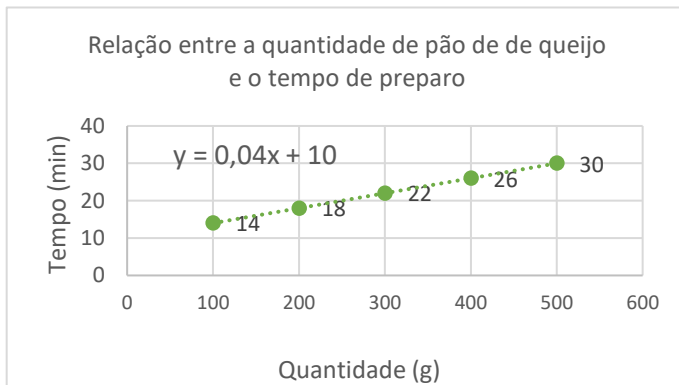
BATATA FRITA

$$y = 0,05x + 5$$



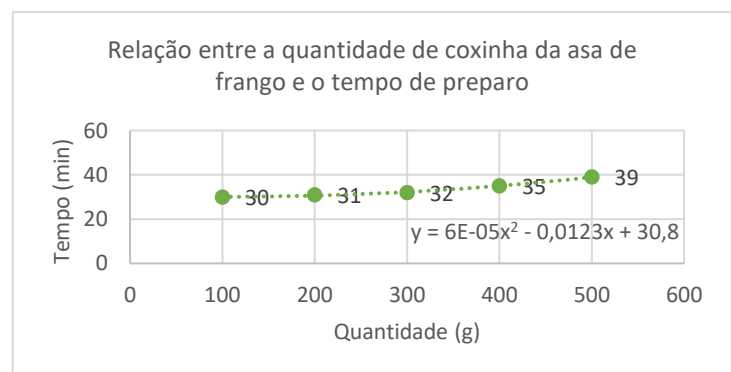
PÃO DE QUEIJO

$$y = 0,04x + 10$$



COXINHA DA ASA DE FRANGO

$$y = 0,8x10^2x^4 - 0,5x10^{-2}x^3 - 1,3825x + 94$$



Fonte: Produção dos alunos

Interpretação e validação:

Confecção de um quadro comparativo contendo o tempo de preparo obtido na coleta de dados e o tempo indicado pelo manual da fritadeira.

Alimento	Informações contidas no manual da fritadeira	O que foi verificado/concluído pelos alunos
Batata frita	Para 300 a 700g o tempo de preparo é de 16 a 18 min a uma temperatura de 200°C.	Para 100 a 600g o tempo de preparo foi de 10 a 35 min a uma temperatura de 200°C.
Pão de queijo	O tempo de preparo é de 8 a 15 min a uma temperatura de 180°C.	Para 100 a 600g o tempo de preparo foi de 14 a 30 min a uma temperatura de 180°C.
Costelinha suína	Para o preparo de 2 a 4 peças o tempo de preparo é de 20 a 30 min a uma temperatura de 200°C	Para 100 a 500g o tempo de preparo é foi de 25 a 34 min a uma temperatura de 200°C.
Coxinha da asa de frango	Para o preparo de duas peças o tempo de preparo é de 20 min a uma temperatura de 200°C.	Para 100 a 500g o tempo de preparo foi de 30 a 39 min a uma temperatura de 200°C.

Conceitos matemáticos que emergiram a partir das estratégias adotadas pelos alunos:

- Análise de regressão;
- Unidades de medida;
- Noção intuitiva de taxa de variação;
- Funções polinomiais.

ATIVIDADE 3: PROJETO DE UM ESTACIONAMENTO

Tema	Estacionamento no campus da universidade
Problema	Qual a capacidade de vagas que o estacionamento da universidade pode comportar, considerando um número específico de carros, de ônibus e de vans?

Sugestões e comentários para o professor:

Para a solução do problema, os alunos tomaram como referência uma região retangular, o que facilitou o cálculo da área do estacionamento. Outras respostas seriam possíveis caso, por exemplo, se considerasse outra área útil, ou então se fizesse recortes da região escolhida. Dessa forma, temos outras inúmeras maneiras de se resolver este mesmo problema.

A seguir sugerimos uma abordagem da temática em sala de aula, no entanto, lembramos que a atividade de modelagem matemática é resultado do processo de interação entre professor e alunos quando em contato com a situação problema, assim, diferentes encaminhamentos e estratégias podem ser adotados.

Uma proposta:

Quem tem carro sabe o quanto é difícil achar uma vaga para estacionar nos grandes centros urbanos! Ir trabalhar ou à universidade e não ter onde estacionar o carro com segurança, pode causar uma grande dor de cabeça!

O gerenciamento da Mobilidade urbana é um dos desafios do século XXI! E esse gerenciamento se faz presente também dentro dos Campi das Universidades. Eis aqui uma situação-problema eleita para uma investigação!!

Situação inicial (problemática):

Qual a capacidade de vagas que o estacionamento da universidade pode comportar, considerando o espaço físico viável para isso e os diferentes tipos de autos (carros, ônibus, vans) que utilizam tal espaço?

A busca por solução para esse problema:

Inteiração:

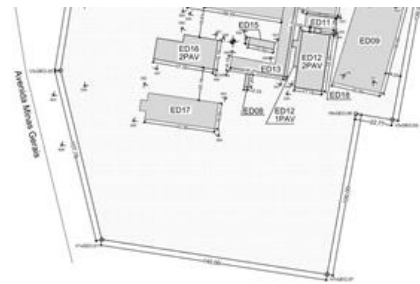
- Pesquisar o melhor local para a implementação do estacionamento. Para isso os alunos utilizaram imagem de satélite disponibilizadas pelo Google Earth.
- Pesquisar a lei municipal que regulamenta a criação de estacionamentos.

Depois de definido o local, os alunos passaram a analisar a Planta Planimétrica Cadastral fornecida pela Universidade.

Informações necessárias para a solução do problema



Dimensões das vagas (m)
Vaga carro: 2,40 x 5,00
Vaga ônibus: 5,50 x 12,00
Vaga van: 3,20 x 8,00
Faixas: 0,10



Fonte: Produção dos alunos

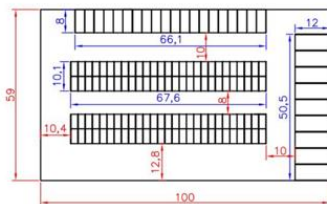
Matematização e resolução:

Simplificação: Os alunos consideraram como área útil para a construção do estacionamento uma área retangular de dimensões 59mx100m.

A partir disso eles desenvolveram três modelos de estacionamentos, variando entre eles a quantidade de carros, vans e ônibus.

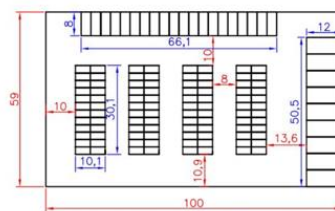
Projetos de estacionamento elaborados pelos alunos

Modelo 01



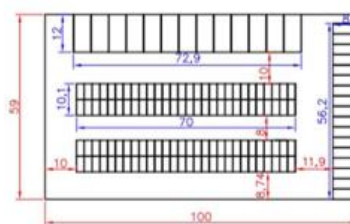
9 vagas para ônibus
20 vagas para vans
108 vagas para carros

Modelo 02



9 vagas para ônibus
20 vagas para vans
96 vagas para carros

Modelo 03



13 vagas para ônibus
17 vagas para vans
112 vagas para carros

Fonte: Produção dos alunos

Interpretação e validação:

De posse dos três modelos os alunos construíram um quadro contendo informações sobre a área ocupada por cada tipo de vaga. Para a comparação entre os modelos utilizaram um esquema de cores, onde o vermelho é o menos eficiente, o amarelo é intermediário e o verde é o que realmente otimiza a quantidade em relação ao todo. Por meio deste esquema de cores, os alunos verificaram que o modelo que melhor atendia à problemática inicial era o modelo que comportava 13 vagas de ônibus, 17 vagas para vans e 112 vagas para carros, além de preservar 54% da área útil considerada como área de circulação.

Quadros comparativos

Modelo 01			
Tipo	(m ²)	Nº de vagas	%
Área total do estacionamento:	5.900,00	--	--
Área de circulação:	3.399,68	--	58%
Área destinada aos ônibus:	606,00	9	10%
Área destinada às vans:	528,80	20	9%
Área destinada aos carros:	1.365,52	108	23%

Modelo 02			
Tipo	(m ²)	Nº de vagas	%
Área total do estacionamento:	5.900,00	--	--
Área destinada aos ônibus:	3549,16	--	60%
Estacionamento de ônibus:	606	9	10%
Área destinada às vans:	528,8	20	9%
Área destinada aos carros:	1216,04	96	21%

Modelo 03			
Tipo	(m ²)	Nº de vagas	%
Área de Estacionamento:	5.900,00	--	--
Área de circulação:	3161,6	--	54%
Estacionamento de ônibus:	874,8	13	15%
Estacionamento de van:	449,6	17	8%
Estacionamento de carro:	1414	112	24%

Fonte: Produção dos alunos

Conceitos matemáticos que emergiram a partir das estratégias adotadas pelos alunos:

- Área de figuras planas;
- Unidades de medida;
- Porcentagem;
- Operações com decimais;

Considerações finais

Querido leitor, esperamos que as atividades aqui apresentadas lhe inspire e que de algum modo contribuam para o desenvolvimento de novas atividades dessa natureza. Embora as atividades tenham sido desenvolvidas por alunos do Ensino Superior, procuramos destacar a viabilidade de se trabalhar estes temas, ou até mesmo esses problemas, na Educação Básica.

Como cada atividade de modelagem matemática aqui apresentada reflete os interesses daqueles que a desenvolveram, o professor pode utilizá-las nos 1º e 2º momento de familiarização dos alunos, se assim desejarem.

O modo como as atividades foram desenvolvidas proporcionou aos alunos interação entre eles e os conduziu à formulação de hipóteses, criação de gráficos e tabelas e os colocou em contato com os conteúdos matemáticos em questão. Nas etapas de resolução e validação, os alunos puderam comparar e confrontar os resultados com dados reais, fortalecendo o olhar crítico sobre os modelos encontrados.

No mais, esperamos que tenha ousadia para continuar lutando por um ensino de Matemática que considera uma participação mais autônoma por parte dos estudantes.

Fazer Modelagem Matemática é dar oportunidade para que os alunos questionem situações por meio da Matemática. Permita-se e permita a seus alunos essa aventura!

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, n. temático, p. 387-414, 2010.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, ano 17, n.22, pp. 19-35. Rio Claro SP: SBEM, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- BARBOSA, J. C. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: **CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 3., 2003, 160 Piracicaba. Anais... Piracicaba: UNIMEO, 2003.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. 24ª RA da ANPED, **Anais**. Rio de Janeiro: ANPED, 2001.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. Ed. São Paulo: Contexto Editora, 2011.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino aprendizagem de matemática**. Blumenau: Editora da FURB, 1999. 134p.
- BORSSOI, A. H., **Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias: articulações em diferentes contextos educacionais**. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. In: I EPMEM: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática. **Anais**. Londrina, PR, 2004. (p. 1-8).
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. (Tese de Doutorado). Campinas: FE/UNICAMP, 1992.
- CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, 2009. (p.33-54).
- HUF, S. F.; BURAK, D.; PINHEIRO, A. M. Modelagem Matemática na Educação Básica: um olhar para o currículo. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros (MG), Brasil v. 4, e202024, p. 1-20, 2020
- KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. (Tese de doutorado). Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.
- MEYER, J. F.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- VERTUAN, R. E. **Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática**. (Tese de doutorado). Londrina: UEL, 2013.