

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE, UNICENTRO-PR

**INVERTENDO A SALA DE AULA INVERTIDA: UMA
PROPOSTA UTILIZANDO A METODOLOGIA DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE
MATEMÁTICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

RAFAELI RAMOS

GUARAPUAVA – PR

2021

RAFAELI RAMOS

**INVERTENDO A SALA DE AULA INVERTIDA: UMA PROPOSTA UTILIZANDO A
METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para obtenção de título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Roberto Ferreira

GUARAPUAVA, PR

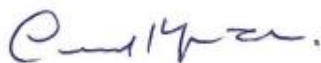
2021

RAFAELI RAMOS

“INVERTENDO A SALA DE AULA INVERTIDA: UMA PROPOSTA UTILIZANDO A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA”

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para obtenção de título de Mestre.

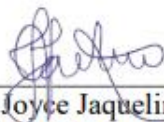
Aprovada em 16 de dezembro de 2021.



Prof. Dr. Carlos Roberto Ferreira
Universidade Estadual do Centro-Oeste – Unicentro
Orientador



Prof.ª Dra. Suzana Bitencourt
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC



Prof.ª Dra. Joyce Jaquelinne Caetano
Universidade Estadual do Centro-Oeste – Unicentro

Guarapuava, PR

2021

Catálogo na Publicação
Rede de Bibliotecas da Unicentro

Ramos, Rafaeli

R175i

Invertendo a Sala de Aula Invertida: uma proposta utilizando a Metodologia da Resolução de Problemas no Ensino de Matemática / Rafaeli Ramos. -- Guarapuava, 2021.

xiii, 89 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Área de Concentração: Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2021.

Inclui Produto Educacional Aplicado intitulado: Metodologia da Resolução de Problemas aliada ao Método da Sala de Aula Invertida no ensino de matemática: reflexões e possibilidades sobre a prática. 27 p.

Orientador: Carlos Roberto Ferreira

Banca Examinadora: Suzana Bitencourt, Joyce Jaqueline Caetano

Bibliografia

1. Metodologia da Resolução de Problemas. 2. Sala de Aula Invertida. 3. Ensino de Matemática. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

CDD 510.07

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a DEUS, pela minha vida, por me ajudar a ultrapassar todos os obstáculos e os desafios. Por me conceder criatividade, energia, paciência e sabedoria para enfrentar todas as etapas de um mestrado. Por manter minha saúde física e mental e, sempre, em momentos que a angústia imergia, foi meu socorro e abrigo sempre presente, a fonte de paz.

Agradeço imensamente aos meus pais, SANDRA e VANDERLEI, por tanto incentivo e apoio. Em tempos que me faltava forças, estavam sempre prontos a compreender, escutar e me direcionar.

Agradeço ao meu esposo, RICARDO, pela paciência e companheirismo. Sou grata por sempre apoiar meus sonhos!

Agradeço ao meu orientador, prof. Dr. CARLOS ROBERTO FERREIRA por transmitir muitos conhecimentos e pela paciência.

Agradeço aos amigos do mestrado pela parceria, pois as trocas de ideias, os trabalhos em grupos, as conversas e sorrisos aleatórios foram combustíveis para me manter forte e, assim, passar por todos os processos.

Agradeço aos membros da banca, professora Dra. JOYCE JAQUELINNE CAETANO, professora Dra. ELAINE MARIA DOS SANTOS e professora Dra. SUZANA BITENCOURT por todas as contribuições para o resultado final desta pesquisa e pela dedicação em ler e corrigir a minha escrita.

Por fim, agradeço a todos que de forma direta ou indireta contribuíram para a conclusão deste trabalho.

“E, quanto fizerdes por palavras ou por obras, fazei tudo em nome do Senhor Jesus,
dando por ele graças a Deus Pai.”

Colossenses 3:17

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	i
LISTA DE QUADROS	ii
LISTA DE SIGLAS	iii
RESUMO	iv
ABSTRACT	v
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA E SUA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA	7
1.1. O que é um problema.....	7
1.2. Parte histórica e concepções da MRP	9
1.3 A MRP como proposta de ensino em aulas de Matemática	12
1.4. O Problema Gerador	13
1.5 A aplicação da MRP em outras pesquisas	14
CAPÍTULO II: SALA DE AULA INVERTIDA - <i>FLIPPED CLASSROOM</i>	16
2.1. A origem da SAI.....	16
2.2. O conceito.....	18
2.3. As características e formas da SAI.....	19
2.4. Pesquisas envolvendo Resolução de Problemas e Sala de Aula Invertida	24
CAPÍTULO III: ASPECTOS METODOLÓGICOS	26
3.1. Natureza e delineamento da investigação.....	26
3.2 Do Local, nível de ensino e duração do desenvolvimento da investigação	27
3.3 Etapas e procedimentos da investigação	27
3.4. Da coleta de dados	29
3.5. Da metodologia do tratamento de dados	31
3.6. Do produto educacional.....	32
CAPÍTULO IV: DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	33
4.1. Observação direta	33
4.1.1. A primeira semana de aulas.....	33

4.1.2 A segunda semana de aulas	37
4.1.3. A terceira semana de aulas	39
4.1.4 A quarta semana de aulas	41
4.2. Observação participante	43
4.2.1 Problema Gerador de Estatística - Média Aritmética Simples	45
4.2.2 Problema Gerador de Estatística - Média Aritmética Ponderada, Mediana e Moda	51
4.2.3. Problema Gerador de Números Complexos – A introdução	56
4.3. Outros problemas geradores e explicações de outros conteúdos.....	62
4.4. Algumas considerações sobre a Observação Participante.....	64
CAPÍTULO V: ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS	66
5.1 As categorias relevantes	66
5.2 Categoria: Motivação dos Estudantes.....	67
5.3 Categoria: Papel do Professor.....	69
5.4. Categoria: Abordagem dos conteúdos.....	71
5.5. Categoria: Interação entre os alunos.....	73
5.6. Categoria: Tempo de adaptação	74
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	77
ANEXOS	80
ANEXO A. Alguns questionários respondidos pelos estudantes sobre a prática docente	81
ANEXO B – Perguntas da entrevista com o professor regente.....	83
REFERÊNCIAS	84

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Esquema da Sala de Aula Invertida	22
Figura 2. Passos da prática	29
Figura 3. Parte teórica e atividade resolvida de um estudante sobre o conteúdo “Equação da Reta”	36
Figura 4. Parte teórica e atividade resolvida. Caderno de um estudante sobre o conteúdo “Equação Reduzida da Reta”	37
Figura 5. Livro didático utilizado pelo professor e estudantes.....	38
Figura 6. Sequência de imagens: registros no quadro sobre o conteúdo Distância entre dois pontos.	40
Figura 7. Provas sobre o conteúdo “Ponto e Reta” desenvolvida pelos alunos.	42
Figura 8. Resumo da metodologia adotada pela PP	44
Figura 9. Postagem da primeira atividade no grupo do <i>WhatsApp</i>	47
Figura 10. Algumas respostas de perguntas referentes ao vídeo.....	47
Figura 11. Atividade: criação e resolução de um problema envolvendo o conteúdo de média aritmética simples	50
Figura 12. Perguntas e respostas do formulário sobre Média Ponderada, Mediana e Moda ..	53
Figura 13. Um dos problemas apresentados na lista	55
Figura 14. Algumas perguntas do jogo de perguntas e respostas.....	56
Figura 15. Encaminhamento da videoaula e formulário para estudantes.....	58
Figura 16. Perguntas e respostas do formulário sobre Números Complexos: Introdução	59
Figura 17. Atividades propostas na lista de Números Complexos: parte da introdução	61
Figura 18. Considerações dos estudantes sobre a metodologia, professora pesquisadora, atividades e conteúdos.	62

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Comparação do tempo utilizado em uma sala de aula tradicional e sala de aula usando a SAI.....	23
Quadro 2. O tempo gasto nas aulas com a abordagem metodológica MRP aliada com a SAI	23
Quadro 3. As categorias e seu resumo	67

LISTA DE SIGLAS

ABP	Associação Brasileira de Psicologia
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EAD	Ensino a distância
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Brasileira
PP	Professora pesquisadora
MMM	Movimento da Matemática Moderna
MRP	Metodologia da Resolução de Problemas
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PR	Paraná
SAI	Sala de Aula Invertida

RESUMO

RAMOS, Rafaeli. Invertendo a Sala de Aula Invertida: uma proposta utilizando a Metodologia da Resolução de Problemas no Ensino de Matemática.

Este estudo teve como motivação inicial as preocupações com o ensino e aprendizagem na disciplina de Matemática. Desse modo, uma das formas de contribuir para a melhoria de tal ensino é repensar o modo de ensinar Matemática, assim, o presente trabalho dedicou-se na implementação da metodologia de Resolução de Problemas aliada ao método da Sala de Aula Invertida. A inspiração desta pesquisa surgiu quando encontramos um estudo feito na Universidade de Stanford que propõe a “*flip the flipped classroom*”, que significa “Invertendo a Sala de Aula Invertida”. Os autores Blikstein e Schneider afirmam que apresentar um assunto de forma prática pode ser mais efetivo do que começar com a teoria. A experiência foi realizada no 3º ano do ensino médio de uma escola pública da cidade de Guarapuava/PR. Como questão norteadora, temos: “Quais os impactos no ensino e aprendizagem de Matemática quando a Metodologia da Resolução de Problemas é utilizada como ponto de partida para a aplicação da Sala de Aula Invertida?” e, como objetivo geral, “Analisar as possíveis contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática quando os conteúdos são trabalhados utilizando a Metodologia da Resolução de Problema aliada ao método da Sala de Aula Invertida”. No referencial teórico, os principais pesquisadores que embasaram este estudo foram Polya (1945), Onuchic (1999), Bergmann e Sams (2012) e Schmitz (2016). A natureza da pesquisa é qualitativa e seguiu o método de observação direta, a participante. Dos dados coletados por entrevista, questionários e anotações no diário de bordo emergiram cinco categorias com a função de responder à questão norteadora e atingir o objetivo geral. Por fim, a análise e interpretação dos dados seguiu o proposto por Bogdan e Biklen (1994), isto é, a triangulação entre os dados coletados, a teoria e a percepção da pesquisadora. Os resultados desta pesquisa indicam que aos poucos os estudantes desenvolveram autonomia, tornando-se o centro do processo de ensino e aprendizagem, o papel do professor mudou de autoritário para mediador e ocorreu a modificação da maneira como os conteúdos matemáticos foram abordados, pois, nesta prática, os alunos tinham contato com um problema gerador mostrando a aplicabilidade do tópico antes da teoria.

Palavras-chave: Metodologia da Resolução de Problemas. Sala de Aula Invertida. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This study was initially motivated by concerns about teaching and learning in Mathematics, as we found that there are many difficulties and limitations. One of the ways to contribute to the improvement is to rethink the way of teaching Mathematics, so the present work was dedicated to the implementation of the Problem Solving methodology allied to the Inverted Classroom method. The inspiration for this research came when we found a study done at Stanford University that proposes “flip the flipped classroom”, authors Blikstein and Schneider claim that presenting a subject in a practical way can be more practical. effective than starting with theory. The experiment was carried out in a public school in the city of Guarapuava/PR, in a class of the 3rd year of high school. As a guiding question we have: "What are the impacts on the teaching and learning of Mathematics when the Problem Solving Methodology is used as a starting point for the application of the Flipped Classroom?" and as a general objective “To analyze the possible contributions to the teaching and learning of Mathematics when the contents are worked using the Problem Solving Methodology allied to the Inverted Classroom method”. In the theoretical framework, the main researchers who supported this study were Polya (1945), Onuchic (1999), Bergmann and Sams (2012) and Schmitz (2016). The nature of the research is qualitative and followed the method of direct observation to the participant. From the data collected through interviews, questionnaires and notes in the logbook, five categories emerged with the function of answering the guiding question and achieving the general objective. Finally, the analysis and interpretation of the data followed the proposal by Bogdan and Biklen (1994), that is, the triangulation between the collected data, the theory and the researcher's perception. The results of this research indicate that the students gradually developed autonomy, becoming the center of the teaching and learning process, the teacher's role changed from authoritarian to mediator and there was a change in the way mathematical contents were approached, because in this practice the students had contact with a generative problem showing the applicability of the topic before the theory.

Key words: Methodology Problems Resolution. Flipped Classroom. Math teaching.

INTRODUÇÃO

Durante minha trajetória como estudante, no ensino fundamental e principalmente no ensino médio, comecei a perceber a importância da Matemática em nossas vidas e como ela auxilia na compreensão de muitas coisas, pois está presente em praticamente todas as áreas. Graças ao seu conhecimento e domínio, fomos para o espaço, conseguimos navegar nos oceanos, construir altos edifícios e pontes, criar os computadores com seus programas e algoritmos para desenvolver inteligência artificial, desenvolver áreas da economia, medicina, ciências humanas, entre tantas outras coisas. Por isso, a disciplina de matemática sempre teve um papel de destaque nos currículos escolares.

Essa percepção da relevância da matemática na vida de todas as pessoas foi reforçada depois dos estudos, das pesquisas e das vivências que a formação do Curso Normal¹ e a graduação em Licenciatura Matemática me proporcionaram. Além disso, nesse momento, como professora atuante na área, observo que muitos estudantes possuem a visão de que a matemática é algo difícil, incompreensível e que é normal “não ir bem nas provas”.

É possível perceber pela minha experiência como estudante, e depois como professora da educação básica, a existência de uma cultura negativa em relação à Matemática. Essa cultura negativa está enraizada na sociedade, algo que passa de geração em geração, às vezes, até em forma de piada nos meios de comunicação. E me questiono o quanto a forma de ensinar é responsável por essa visão distorcida da Matemática.

Segundo Tatto e Escapin (2004, p. 8),

Quando uma criança, antes mesmo de ingressar em uma escola, ouve os pais, irmãos ou amigos mais velhos falar que a Matemática é difícil e que não gostam dela, esta criança mentaliza isto inconscientemente e, quando inicia sua vida escolar e tem seus primeiros contatos com a Matemática, ao encontrar obstáculos e dificuldades, torna aquela ideia que ela tinha, inconscientemente, mentalizada sobre a Matemática consciente e passa, então, a concluir como seus pais, irmãos ou amigos, que a Matemática é realmente difícil, desenvolvendo um sentimento de rejeição a ela.

As impressões negativas que os estudantes têm da Matemática por influência dos familiares, amigos, mídias e até professores e sociedade podem gerar um sentimento de aversão

¹ Curso Normal: Um curso realizado juntamente com o ensino médio dando ênfase na formação de professores da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. É ofertado em instituições públicas de ensino com duração de quatro anos.

à disciplina. Assim, a Matemática para eles realmente é de difícil compreensão, complexa, abstrata e uma área reservada somente para gênios.

Essa aversão à Matemática é descrita pela Academia Brasileira de Psicologia como “medo mórbido irracional, desproporcional, persistente e repugnante de números ou da Matemática” (ABP apud REIS, 2005, p. 2).

A repulsa à disciplina, além de estar condicionada à visão que a sociedade possui, também pode estar relacionada a outros diversos fatores, como: formas equivocadas de abordagens do ensino, relação professor e estudantes, motivação ao estudo, as dificuldades dos alunos no entendimento da disciplina, entre outros.

Diante disso, o professor, visto como um indivíduo essencial na promoção da educação, precisa incentivar seus alunos a gostarem da Matemática, mesmo que a cultura imposta em relação a ela seja outra. A maneira como ele ensina sua disciplina pode revelar o grau de interesse e assimilação dos estudantes.

A forma de ensinar matemática teve grandes influências do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que ocorreu no Brasil nas décadas de 60 e 70. Esse movimento tinha como objetivo impulsionar o crescimento econômico e formar mentes para as necessidades da época. Desse modo, houve uma preocupação quanto à forma de ensinar Matemática, mas eram “preocupações excessivas com abstrações internas à própria Matemática, mais voltadas à teoria do que à prática” (BRASIL, 1997, p. 20). Era ensinada uma Matemática estruturada que realçava propriedades, abstrações e linguagem universal, com muita formalização e pouca prática.

O ensino era tradicional e baseado na transmissão de conceitos e técnicas. Os livros didáticos eram os principais instrumentos de ensino e abordavam conteúdos específicos, como a Teoria dos Conjuntos com uma aprendizagem baseada em símbolos, excluindo outros conteúdos da Matemática. Os PCNs mostram que

Ao aproximar a Matemática escolar da Matemática pura, centrando o ensino nas estruturas e fazendo uso de uma linguagem unificadora, a reforma deixou de considerar um ponto básico que viria se tornar seu maior problema: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais do ensino fundamental (BRASIL, 1997, p. 20).

A partir deste período que a abordagem de ensino teve fortes parâmetros tradicionalistas, a Matemática como ciência exata era vista logicamente organizada, pronta e acabada. O método tradicional é

caracterizado pela transmissão dos conhecimentos acumulados pela humanidade ao longo dos tempos. Essa tarefa cabe essencialmente ao professor em situações de sala de aula, agindo independentemente dos interesses dos alunos em relação aos conteúdos (SANTOS, 2005, p. 21).

Nessa prática, o professor é distante do aluno, uma figura de autoridade que possui e repassa todo o conhecimento, e os alunos, por sua vez, indivíduos passivos que devem assimilar todos os conteúdos transmitidos pelo professor sem direito de perguntar ou contestar.

Ainda hoje, muitos docentes adotam fortemente a metodologia tradicional em suas aulas. Possuem respaldos apenas em livros didáticos, quadro e giz e, ainda, valorizam somente a exposição oral dos conteúdos, destacando conceitos, fórmulas e aplicação de grandes listas de exercícios.

Com esse cenário, as consequências podem ser percebidas nos resultados de algumas avaliações da aprendizagem dos estudantes brasileiros, que são alarmantes. Em 2015, o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) mostra que o Brasil perdeu 5 posições em comparação a sua edição anterior, caindo do 58º para 63º lugar de 70 países avaliados. A edição do PISA do ano de 2018 também divulga resultados não muito animadores para o Brasil, pois de 79 países participantes do Programa, ficou entre 72º e 74º no *ranking* em Matemática. Além disso, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) fez um levantamento no ano de 2019 e aponta que o ensino médio do Brasil tem uma média preocupante de 4,2 e não atingiu a meta de 5,0.

Para mudar essa realidade, acredito que é preciso focar no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, implementando novas propostas metodológicas que transformem o aluno de um ser passivo para ativo: indivíduos instigados a pensar, duvidar e pesquisar. Para isso, é necessário pensar em aulas contextualizadas e dinâmicas nas quais o papel do professor passe a ser de orientador, mediador, apresentando uma relação horizontal com seus alunos.

Para autores que evidenciam um ensino inovador, o ato de ensinar e aprender Matemática constitui-se em “compreender a construção e aplicação de um conhecimento” (BICUDO, 2005, p. 79). Acredita-se que não há aprendizado sem ação, "nada deve ser dado à criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração" (AZEVEDO, 1979, p. 27).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento norteador que define os direitos de aprendizagens de todos os alunos do Brasil, de todas as instituições, elas sendo

públicas ou privadas. Muito mais do que definir conteúdos que devem ser abordados em cada etapa, a BNCC apresenta desafios para os professores e toda a equipe da gestão pedagógica, que devem desenvolver nos estudantes habilidades sociais, emocionais, valores e atitudes. São algumas ações discutidas nesse documento quanto às práticas de ensino:

Contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas (BRASIL, 2017, p. 14).

A BNCC pontua que “devemos conceber e pôr em prática situações e procedimentos para motivar e engajar os alunos nas aprendizagens” (BRASIL, 2017, p. 15) e, ainda,

Selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de alunos (BRASIL, 2017, p. 15).

Com esse entendimento, o presente trabalho irá abordar a Metodologia de Resolução de Problemas, que doravante iremos abreviar para MRP. Trata-se de um trabalho em sala de aula no qual um problema, chamado de problema gerador, é o ponto de partida da aprendizagem, e a construção do conhecimento ocorrerá por meio de todas as etapas rumo a sua resolução. As Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008) promovem a MRP, destacando ser uma metodologia que fundamenta a prática docente com um grau de importância relevante.

De acordo com Schoenfeld (1997), “a resolução de problemas possibilita compreender os argumentos matemáticos e ajuda a vê-los como um conhecimento passível de ser apreendido pelos sujeitos do processo de ensino e aprendizagem” (SHOENFELD apud PARANÁ, 2008, p. 63).

Aliada a essa abordagem de ensino temos a Sala de Aula Invertida, que iremos adotar a abreviação SAI. Como o próprio nome já diz, é “inverter” a ordem das situações. Basicamente, usa-se de recursos didáticos, como: vídeos, textos, livros, *podcasts*, documentários etc. para introduzir o conteúdo matemático em casa através de ambientes virtuais, depois, nas aulas, é o momento destinado para responder dúvidas e resolução de problemas.

De maneira geral, a proposta metodológica apresentada neste trabalho consiste em começar o ensino na sala de aula com um problema gerador, antes mesmo de apresentar qualquer conteúdo. Essa é uma forma de instigar o aluno à curiosidade e desenvolver interesse pela disciplina. Depois, enviar para os alunos todos os conteúdos matemáticos relacionados ao

problema para que eles estudem em casa (as videoaulas, textos, *podcasts*, entre outros) e, em seguida, na sala de aula discutir o problema gerador e resolvê-lo, logo após apresentar outros problemas e outras atividades relacionadas ao conteúdo estudado.

A ideia surgiu após a leitura de uma pesquisa feita na Universidade de Stanford pelo professor brasileiro Paulo Blikstein e por seu aluno Schneider. Os autores propõem a chamada “*flip the flipped classroom*”, que é invertendo a sala de aula invertida. Os dois afirmam que apresentar um assunto de forma prática pode ser mais efetivo do que começar com aula expositiva (FONSECA; GOMES, 2013). O recente estudo lançado pelos autores intitulado “*Preparing for Future Learning with a Tangible User Interface: The Case of Neuroscience*”, traduzido para a língua portuguesa, “Preparando-se para a aprendizagem futura com uma interface tangível para o usuário: O caso da neurociência, em livre tradução”, mostra que o aprendizado iniciado com a prática pode ser vinte e cinco por cento maior do que aquele que começa com conceitos abstratos. Nesse contexto, lança-se a questão norteadora: ***quais os impactos no ensino e aprendizagem de Matemática quando a Metodologia da Resolução de Problemas é utilizada como ponto de partida para a aplicação da Sala de Aula Invertida?***

Como base na questão a ser respondida, este estudo tem como objetivo geral: ***Analisar as possíveis contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática quando os conteúdos são trabalhados utilizando a Metodologia da Resolução de Problema aliada ao método da Sala de Aula Invertida.*** Para atingir o objetivo geral, apontamos alguns objetivos específicos:

- a) Apresentar problemas reais como introdução dos conteúdos a serem estudados;
- b) Utilizar o conceito de Sala de Aula Invertida na abordagem metodológica;
- c) Desenvolver as etapas propostas por Polya² para solução dos problemas;
- d) Elaborar um *e-book* direcionado aos professores da educação básica sobre o trabalho da Metodologia da Resolução de Problemas aliada com a Sala de Aula Invertida.

A presente dissertação está estruturada em cinco capítulos, inicia-se com a introdução, que declara o propósito, os objetivos e uma breve explicação da pesquisa, e finaliza-se com as considerações finais, que são conclusões e resultados do trabalho.

² George Polya (1887-1985), doutor matemático húngaro e professor de matemática. Lecionou na Universidade de Stanford e suas pesquisas foram realizadas nas áreas de Probabilidade, Variáveis Complexas, Física, Matemática, Teoria dos Números e foi pioneiro no tratamento moderno da Heurística Metodologia da Resolução de Problemas.

O primeiro capítulo apresenta a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, sua criação e evolução com o passar dos tempos, as diversas concepções de autores renomados e alguns trabalhos que descrevem a aplicação da MRP.

O segundo capítulo trata da Sala de Aula Invertida, relatando a parte histórica, os diversos conceitos, suas características e, também, apresentam-se alguns trabalhos que revelam considerações importantes sobre a aplicação como metodologia de ensino.

No terceiro capítulo, são descritos aspectos metodológicos utilizados durante a pesquisa. Destaca-se a modalidade da pesquisa, a natureza e delineamento da investigação, os integrantes e local da prática, bem como os encaminhamentos e os passos seguidos. Relatam-se os procedimentos adotados para a coleta e tratamento dos dados e a indicação das categorias levantadas, por último, as considerações a respeito do produto educacional, um trabalho que complementa este.

No quarto capítulo, apresentam-se a descrição das atividades desenvolvidas nas duas etapas da prática. A primeira etapa, *observação direta*, totalmente conduzida pelo professor regente da turma e, a segunda etapa, *observação participante*, na qual ocorreu a aplicação da proposta da metodologia Resolução de Problemas aliada à Sala de Aula Invertida.

No quinto capítulo, encontram-se a análise e a interpretação dos dados, mostrando todos os resultados, na tentativa de responder à questão norteadora desse trabalho e atingir ao objetivo geral e aos específicos. Por último, as considerações finais, anexos e referências.

CAPÍTULO I: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA E SUA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA

A Metodologia da Resolução de Problemas (MRP) é uma forma de ensino que proporciona ao aluno a capacidade de aprender a aprender. Possibilita a apresentação de situações reais e sugestivas que exigem uma atitude ativa e um esforço para buscar suas próprias respostas. O ensino baseado na MRP

Pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis e a busca pelo que ainda não é conhecido para dar resposta a situações variáveis e diferentes (POZO; ECHEVERRÍA, 1988, p. 09).

O ponto de partida para um conhecimento era sempre apresentado pelo conceito e pelos fundamentos daquele princípio. A MRP inicia o ensino com problemas, geralmente da rotina dos alunos e de grande interesse deles, para gerar vontade, entusiasmo e utilidade para o conteúdo ou temática. Trata-se de um trabalho

[...] onde um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução. Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula (ALLEVATO; ONUCHIC, 2008, p. 05).

1.1. O que é um problema

Desde a Antiguidade temos problemas para resolver, o conhecimento foi baseado nas experiências e nos problemas vividos pelos seres humanos. De acordo com Stanic e Kilpatrick (1989), o Papiro de Ahmes, datado de cerca de 1650 a.C., é um manuscrito matemático egípcio que contém uma coleção de problemas. Esses problemas, segundo eles, eram criados por alguém que os apresentava a outros, os quais passavam a conhecê-lo e conseguiam chegar à solução. Fazem o uso da matemática para resolver problemas da agricultura, arquitetura, comércio, alimento e outros setores, “tratam de tópicos do que hoje identificamos como pertencentes às áreas da aritmética, álgebra e geometria” (REIS, 2018, p. 39).

Onuchic (1999) relata que registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga egípcia, chinesa e grega e, ainda, em livros e textos de Matemática datados dos séculos XIX e XX. Até hoje, podemos destacar que resolver problemas é um ato que está presente no dia a dia dos indivíduos, todos possuem situações que devem ser resolvidas e,

conforme Azevedo (2014), grandes descobertas aconteceram sempre a partir da resolução de um problema.

Polya (1985, p. 02) cita que “muitas vezes, os problemas cotidianos conduzem a problemas matemáticos”. E, como vivemos todos os dias pensando e vivendo esses problemas cotidianos, tornando-se centro do nosso pensamento, espera-se que os problemas matemáticos estejam, também, no centro do ensino da Matemática.

Para compreender o que é a MRP, parece essencial estabelecer com clareza o que é um problema. Segundo Polya (1962, p. 117), um problema é “buscar conscientemente alguma ação apropriada para alcançar um fim claramente concebido, mas não imediatamente atingível”.

Um problema é uma situação que um indivíduo não consegue obter solução de forma imediata e direta, mas precisa desenvolver estratégias, reflexões, decisões e alguns outros passos, para alcançar uma solução. Não somente isso, o sujeito deve se identificar com o problema, obter interesse em resolver tal situação, ou seja, os problemas devem apresentar respostas com sentido para a vida real (MORAIS; ONUCHIC, 2014). Essas características que fazem diferenciar um problema de um mero exercício de fixação.

Para Onuchic e Allevato (2011, p. 81), um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”. Esta definição parece ser ampla, mas quando se refere ao campo da Matemática, é aquela situação problema que não está dominada pelo indivíduo, que precisa ser solucionada e não se sabe exatamente como resolver. Exige um conhecimento que não está claramente explícito e o normal é correr atrás, tentar dominar os conteúdos para solucionar o problema ou a situação. É bem diferente de apenas resolver um exercício, pois, para este, já é sabido qual caminho a percorrer para encontrar a solução, a parte teórica já está dominada ou pelo menos conhecida. Os problemas exigem interesse, independência, vontade de aprender e solucionar.

De acordo com Thompson (1989), um problema implica quebra-cabeças, labirintos e ainda considera que devem propiciar variedade de abordagens para a solução, não dependendo apenas de saberes conhecidos, mas conduzir a busca e a descoberta de novas ideias, que sejam repletas de desafios e também frustrações.

1.2. Parte histórica e concepções da MRP

Resolver problemas é um campo muito amplo e, de fato, uma operação executada cotidianamente, portanto, surgiu a ideia de utilizar essa estratégia como metodologia de ensino. De acordo com Morais e Onuchic (2014), a Resolução de Problemas como abordagem metodológica tem início na primeira metade do século XX em meio a mudanças curriculares, ocorridas em vários países.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, p. 19), “os movimentos de reorganização curricular ocorridos no Brasil, a partir dos anos 1920, não tiveram forças o suficiente para mudar a prática docente dos professores, para eliminar o caráter elitista desse ensino”. No século XX, o ensino da Matemática no nosso país ainda era marcado pela formalização de conceitos e pela intensa preocupação em treinar habilidades e mecanização.

Nos anos de 1960 e 1970, ocorreu no Brasil o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que teve uma atuação muito influente na forma de ensinar Matemática. Essa reforma se sobrepôs a todas as outras tentativas de mudança na área de ensino e aprendizagem de Matemática. Segundo Onuchic (1999), tinha uma linguagem exata universal, fundamentada em estruturas lógicas, álgebra e com terminologias complexas. O papel do aluno era receber sem contestar, saber os conceitos e símbolos matemáticos, mas não conseguia estabelecer relações. O professor era dono da fala e autoritário, “porém muitas vezes não seguro daquilo que dizia” (ONUCHIC, 1999, p. 203). A intenção era a de tornar-se útil para a sociedade. Era difícil pensar na solução de um problema, quando o objetivo era praticar técnicas já prontas para solucionar problemas já criados e pensados previamente para fins lucrativos. Assim, nesse momento, as pesquisas e aplicações da MRP decaíram.

O livro *A Arte de Resolver Problemas*, de George Polya, do ano de 1945, foi um avanço para essa forma de ensino e pode ser considerada uma das mais importantes obras que trata do ensino da Matemática utilizando a MRP. Polya desenvolveu um método de ensinar utilizando resolução de problemas e trabalhando com problemas em sala de aula. Logo no início descreve alguns posicionamentos do professor, possíveis comportamentos dos alunos e questionamentos a serem feitos diante dessa proposta metodológica. Após essa introdução, ele apresenta as quatro fases da MRP: 1. Compreensão do Problema; 2. Estabelecimento de um Plano; 3. Execução do Plano e 4. Retrospecto da Resolução Completa. Cada uma dessas fases tem muita

importância, “muitos enganos podem ser evitados se, na execução de um plano, o estudante verificar cada passo” (POLYA, 1975, p. 04).

A primeira fase chamada “Compreensão do Problema” ocorre quando se deve ler cuidadosamente o problema, se necessário várias vezes, pois é importante compreender o significado de cada termo utilizado e identificar, claramente, as informações de que necessita para resolver. O autor salienta que “o aluno precisa compreender, mas não só isso: deve-se também desejar resolvê-lo” (POLYA, 1975, p. 04), podemos entender que o fator interesse é relevante para o desenvolvimento da metodologia. A familiarização com o problema é muito importante para o seu entendimento (SANTOS, 2018, p. 36).

A segunda fase “Estabelecimento de um Plano” é o momento de encontrar a conexão entre os dados e a incógnita com o objetivo de definir uma estratégia, um plano de resolução. É relacionar todas as informações coletadas na etapa anterior e buscar fazer um esboço de como poderá se resolver através de experiências e conhecimentos já adquiridos. Sabemos que ter uma nova ideia ou plano, às vezes, pode parecer difícil, ainda mais quando não conhecemos o assunto, assim “a melhor coisa que um professor pode fazer por seu aluno é propiciar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa” (POLYA, 1975, p. 56) para auxiliar na organização do tal plano. Essas duas primeiras fases, segundo Polya, podem ser longas e tortuosas.

A terceira fase “Execução do Plano” acontece quando se compreende e executa a estratégia definida. É seguir com precisão os caminhos pensados e verificar se existe algum erro. “O plano proporciona apenas um roteiro geral” (POLYA, 1975, p. 9) e nesse momento precisa-se:

ficar convicto de que os detalhes inserem-se nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após o outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e que não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se o erro (POLYA, 1975, p. 9).

A última fase, e não menos importante, “Retrospecto da Resolução” implica uma reflexão sobre a resolução do problema, revendo-a e discutindo-a. O aluno deve verificar se o resultado responde realmente o problema, pois, muitas vezes, pode-se resolver apenas parte do problema e ainda precisa de uma finalização na resolução, como o próprio autor relata “resta sempre alguma coisa para fazer” (POLYA, 1975, p. 10). E, ainda, é nesse momento que o estudante abstrai todo o conteúdo desenvolvido no problema, assim, “eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas” (POLYA, 1975, p. 10).

De uma forma resumida, devem-se iniciar as etapas pela escolha de um problema sugerido pelo professor, o problema deve instigar e interessar a maioria dos alunos, e partir de um conteúdo que ainda não foi estudado pela turma. Depois, realiza-se a leitura do problema, cada aluno deve ler e reler para compreender o que é solicitado. Na hora de estabelecer um plano para a resolução do problema, sugere-se a retirada dos dados fornecidos, de uma forma organizada, para assim estruturar as ideias e pensamentos. Este é um passo importante porque eles estabelecem uma compreensão própria.

Então, chega-se em um passo muito importante, a resolução do problema. A colaboração e cooperação são fundamentais para que os grupos unam-se em prol de um objetivo em comum, resolver o problema. Os alunos podem lembrar-se de conceitos já estudados e estabelecer relações com novos conteúdos que possam surgir. O professor deve orientar todo o tempo, explicando, sanando dúvidas e trazendo ideias sugestivas para os grupos.

Após a resolução, chega-se no momento do retrospecto, de rever as resoluções, criando discussões entre os estudantes. Às vezes, algum detalhe passa despercebido e é nesse momento que todos os erros podem ser ajustados. Fazer uma revisão é uma forma de reforçar o conteúdo e esclarecer todas as dúvidas que ainda tenham ficado.

Na perspectiva de Onuchic e Allevato (2011), a Resolução de Problemas é uma metodologia que ensina Matemática para os alunos por meio de problemas. Baseia-se na apresentação de situações bem abertas que exige dos alunos um posicionamento mediante o problema. Os autores afirmam ainda que o foco da atenção dos estudantes está sobre as ideias matemáticas e sobre “o dar sentido” à situação problema e a “formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

É importante que o docente, como papel de orientador, ampare seus alunos nas questões inquietantes dos problemas matemáticos que foram identificados por eles. Este amparo deve fornecer alguns caminhos para a chegada à resposta, e não à resposta pronta. Deve instigá-los ao conhecimento, promover a vontade de aprender.

Nesse contexto, vamos tratar de um fator chave para que todo o processo da MRP ocorra satisfatoriamente, o problema gerador. Segundo Onuchic e Allevato (2011, p. 81), “O problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem

fazer conexões entre diferentes ramos³ da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos”.

Dessa forma, os problemas devem ser antes de tudo selecionados pelo professor, e depois trabalhados em sala com os alunos, seguindo um roteiro de aula sugerido por Onuchic e Allevato (2011, p. 83-84): “1. Preparação ou seleção do problema; 2. Leitura individual; 3. Leitura em conjunto; 4. Resolução do problema; 5. Observar e incentivar; 6. Registro das resoluções na lousa; 7. Plenária; 8. Busca por consenso; 9. Formalização do conteúdo”.

Onuchic traz algumas considerações importantes sobre o problema, segundo ela:

O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento e, ainda acrescenta que problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem Matemática formal (ONUCHIC, 1999, p. 207).

Nessa perspectiva, a MRP tem a intenção de promover a construção do conhecimento pelo próprio estudante, de torná-lo o centro da aprendizagem, de mostrar uma aplicação prática dos conteúdos matemáticos, dando significado aos temas estudados.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam a MRP como um ponto de partida em atividades matemáticas. Dá-se “ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano” (BRASIL, 1997, p. 21).

Nesse contexto, é interessante não somente constatar, mas também corroborar com o rompimento de métodos de aprendizagem que enfatizam somente a memorização, as fórmulas e altas habilidades em álgebra. É possível tirar o estudante de sua tradicional postura passiva em sala de aula, para levá-lo a uma postura ativa e interessada (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005). O professor também muda sua postura, Onuchic (1999, p. 216) afirma que “o papel do professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem”.

1.3 A MRP como proposta de ensino em aulas de Matemática

Sobre a MRP, Polya relata que o problema escolhido pode ser modesto, mas se tiver o poder de desafiar a curiosidade, quem o resolver “experimentará a tensão e gozará o triunfo das descobertas” (POLYA, 1975, p. 5). Além disso, o autor compara a resolução de um problema

³ Os autores falam em “ramos da Matemática”, que entendemos como “campos da Matemática”, os quais se referem à Aritmética, à Álgebra, à Geometria, entre outras.

matemático com algumas situações divertidas do dia a dia das pessoas. Declara que existe uma grande probabilidade de o estudo da Matemática tornar-se um *hobby*, quando for encarado com a perspectiva que a MRP propõe.

É possível, porém, que chegue a perceber que um problema de matemática poder ser tão divertido quanto um jogo de palavras cruzadas, ou que o intenso trabalho mental pode ser um exercício tão agradável quanto uma animada partida de tênis (POLYA, 1975, p. 5).

Para Onuchic (1999, p. 204), “a resolução de problemas envolve aplicar a matemática ao mundo real, anteceder a teoria e a prática de ciências atuais e emergentes e resolver questões que ampliam as fronteiras das próprias ciências matemáticas”. O objetivo central em ensinar os alunos através da MRP é ajudá-los a compreender os conceitos, os processos.

Resolver problema é muito mais do que exercícios repetitivos, exige soluções que requerem estratégias de enfrentamento. Ao resolver um problema matemático, o resolvidor enfrenta novos desafios, novas situações que exigem conhecimentos não só da matemática, mas inclusive de outras áreas. Segundo Dante (1998), é muito comum os alunos saberem efetuar os algoritmos e não conseguirem resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos.

Quando os problemas são rotineiros e com algoritmos prontos, muitas vezes os professores deparam-se com perguntas do tipo: “a conta é de mais ou de menos?”, “Faz igual ao outro da aula passada, certo?”. Problemas rotineiros não avaliam, por si só, atitudes, procedimentos e a forma como os alunos administram seus conhecimentos. (SOARES; BERTONI PINTO, 2001). Quando se propõe a MRP, esses tipos de perguntas transformam-se em dúvidas interpretativas, dinâmicas e atos práticos.

1.4. O Problema Gerador

A metodologia da Resolução de Problemas tem como ponto de partida um problema gerador, no qual todo o aprendizado será gerado por meio desse problema. Este deve ter relação com a rotina dos discentes, desenvolver interesse e, além disso, estabelecer conexões interessantes entre temas matemáticos.

Onuchic e Allevalo (2011) relatam que os problemas são postos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução. Dessa forma, o ensino e aprendizagem de um tópico matemático começam com um

problema que expressa aspectos chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado.

Os problemas geradores são apresentados e detalhadamente discutidos em sala de aula, o professor sempre deve direcionar e encaminhar da melhor forma para efetivação da prática pedagógica. Este precisa dar um ponto de luz para o estudante e nunca a resposta completa.

Um fator muito importante deve ser discutido, a escolha do problema. Onuchic e Allevato (2011, p. 83) postulam que na preparação do problema o professor deve escolhê-lo pensando no conteúdo a ser trabalhado, sugere-se que o conteúdo matemático necessário para a solução seja inédito. Esse problema será chamado de Problema Gerador, pois tem o objetivo de gerar questionamentos, de despertar o interesse do estudante em solucioná-los e, dessa forma, construir um novo conceito, a fim de compreender um novo conteúdo, procedimento ou método.

Os problemas geradores que serão apresentados nesta pesquisa foram escolhidos preliminarmente pela professora pesquisadora, sendo assim, a escolha teve como objetivo tratar dos tópicos matemáticos que foram abordados e que faziam parte do plano do trabalho docente. Todos foram criados pela própria pesquisadora.

1.5 A aplicação da MRP em outras pesquisas

Na busca de promover a MRP como prática comum no ambiente escolar, estudos e pesquisas vêm sendo realizadas a fim de demonstrar as contribuições que esta metodologia pode promover no processo de ensino e aprendizagem.

Edel Pontes (2019) apresenta, em seu artigo intitulado “Método de Polya para Resolução de Problemas Matemáticos: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica”, uma abordagem de ensino utilizando a Resolução de Problemas, segundo Polya, para alunos da Educação Básica, especificamente para a disciplina de Matemática. São apresentadas três situações problemas e, seguindo as quatro fases de Polya para a resolução, a interpretação e a compreensão destes problemas. O autor reforça que o método Polya é “extremamente didático e de fácil compreensão e leva a criança aprendiz a acompanhar passo a passo o modelo desejado” (PONTES, 2019, p. 06). A organização das ideias até a obtenção da resolução e depois a reflexão dos resultados são passos

importantes que facilitam o processo de aprendizagem. Habilidades são aprimoradas, também, o fortalecimento do pensamento crítico e o raciocínio lógico.

Luciano Matulle (2019), em sua dissertação de mestrado intitulada “O raciocínio de Proporcionalidade sob a luz da Resolução de Problemas com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental”, relata em sua pesquisa o uso da MRP no ensino do conteúdo matemático: proporcionalidade. Por meio do aporte teórico pesquisa-ação, desenvolve uma prática para ensinar alunos de uma escola do interior do Paraná o conteúdo da Proporcionalidade, utilizando o método de Onuchic e Allevato (2014). As experiências com os alunos promoveram discussões acerca de vídeos apresentados, envolveram problemas sobre a rotina dos estudantes e, ainda, “promoveu uma mudança de atitudes dos estudantes, no envolvimento em sala de aula, na criação e diversificação de estratégias de solução, nas reflexões sobre as resoluções dos problemas e na elaboração do raciocínio de proporcionalidade” (MATULLE, 2019, p. 13).

Os estudos observados acerca desta metodologia impulsionaram, e com muito ânimo, o desenvolvimento desta pesquisa. Certamente

esse método não é uma ferramenta milagrosa, mas torna-se necessário e eficiente seu uso em um grande número de problemas, principalmente os que apresentam um maior nível de dificuldade (GAZZONI; OST, 2008, p. 44).

Por intermédio das leituras desses trabalhos e de outros ao longo dos anos e, além disso, do contato com essa metodologia desde a época da graduação, posso afirmar que a MRP é uma proposta metodológica eficaz e de grande valia na educação matemática. Nos anos de 2014 até 2017, enquanto acadêmica do curso de licenciatura em Matemática, tive a oportunidade de conhecer mais sobre a Resolução de Problemas, aprendendo teoria e prática dentro da grade curricular da graduação.

CAPÍTULO II: SALA DE AULA INVERTIDA - *FLIPPED CLASSROOM*

A Sala de Aula Invertida (SAI), também conhecida como “*flipped classroom*”, é um método de ensino diferenciado que promove a inversão dos eventos que tradicionalmente eram feitos em aula para fora da sala de aula.

De maneira simples, pode-se dizer que essa metodologia apresenta os conteúdos previamente aos alunos, por meio de textos, áudios e, principalmente, videoaulas que normalmente ficam disponíveis em plataformas *online*. Assim, durante as aulas é o momento de tirar as dúvidas e realizar atividades e exercícios individualmente ou em grupos.

Possibilita ao estudante ser mais responsável pela sua própria aprendizagem, e o professor tem o papel de mediador dos conhecimentos. Além disso, as aulas tornam-se mais efetivas, pois as dúvidas podem ser solucionadas em tempo real, no momento em que elas ocorrem, uma vez que “Circula-se pela sala de aula o tempo todo, ajudando os estudantes na compreensão de conceitos em relação aos quais se sentem bloqueados” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 12).

Crianças e adolescentes de hoje em dia possuem fácil acesso à internet. Desde muito cedo administram contas em *sites*, acessam vídeos e redes sociais e muitos outros recursos digitais, “Esses alunos compreendem com naturalidade a aprendizagem digital. Para eles, o que fazemos é falar a língua deles” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 16). Em vez de combater a era digital, esse método a explora para obter melhores resultados.

2.1. A origem da SAI

Com o grande avanço da tecnologia e, conseqüentemente, a transição para uma vida mais moderna mudanças drásticas foram geradas no cenário mundial e, também, no cenário educacional. Buscando modificar a prática do cotidiano escolar, as instituições começam a buscar alternativas educacionais mais significativas, conciliando assim com a era estabelecida. Nesse contexto, surge o método “*Flipped Classroom*”, traduzido no Brasil como Sala de Aula Invertida.

Os primeiros estudos e avanços desse método ocorreram em meados dos anos 1990, quando as escolas buscavam incentivar a autonomia e a responsabilidade nos estudantes, fazendo com que eles tivessem contato prévio com os conteúdos e até sendo produtores do próprio conhecimento.

Segundo Schmitz (2016), os primeiros estudos dessa forma de ensino foram realizados por Eric Mazur, professor de Física da Universidade de Harvard, conhecido por suas significativas contribuições para melhoria no ensino superior. O seu método era centrado no estudante, engajando-o ativamente no processo de aprendizagem. Seus estudos resultaram na publicação de um livro chamado *Peer Instruction: a User's Manual*, em 1997.

Em 1999, Gregor Novak defendeu um método chamado “*Just-in-Time Teaching*”, que encarregava o estudante de assumir responsabilidades e se preparar para a aula, realizando alguma atividade prévia, geralmente uma leitura. Schmitz (2016) relata, também, que o conceito de “*Flipped Classroom*” foi apresentado pela primeira vez em 2000, por Baker. No mesmo ano, professores da Universidade de Miami publicaram um artigo relatando pontos positivos sobre a utilização do método em uma disciplina de Microeconomia.

Valente (2014) relata que os professores da Universidade de Miami estavam buscando implantar um método diferente de ensino, visto que a aula em formato tradicional não estava sendo satisfatória. Assim, estes professores planejavam as suas disciplinas de forma que os alunos realizassem leituras e assistissem palestras, tudo isso antes da aula. Durante as aulas era a aplicação da teoria, resolução de problemas e discussões.

Schmitz (2016) aponta que, em 2004, Salman Khan começa a postar videoaulas na internet, tais vídeos tratam de conceitos e conteúdos de diversas disciplinas, o que mais tarde ficou conhecido como *Khan Academy*⁴, uma das mais requisitadas plataformas de educação. Esse trabalho contribuiu para a ideia da SAI e pode até ser uma das formas de implementar este conceito, utilizando videoaulas.

Até então muito se tinha descoberto, vários estudos ajudaram no desenvolvimento deste método, mas foi em 2006, através de dois professores do ensino básico, chamados Jonathan Bergmann e Aaron Sams, que a ideia da SAI realmente se fortaleceu. Eles descobriram um aplicativo, chamado *Screencast*, que gravava apresentações do *Microsoft PowerPoint*. Como eles tinham muitos alunos faltantes e outros que necessitavam de explicações mais detalhadas e aprofundadas, logo veio a ideia de fazer videoaulas, postar os vídeos na internet e deixar seus alunos assistirem em casa. O método estava facilitando o processo de ensino e aprendizagem, além disso, notaram ser um modelo superior ao tradicional.

A inversão ajuda na personificação, uma educação personalizada, ajustada sob medida às necessidades individuais de cada aluno. “Esse método é replicável, escalável, personalizável

⁴ Disponível em: <<https://www.khanacademy.org/>>. Acesso em: 25 maio 2020.

e facilmente ajustável às idiossincrasias de cada professor” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 07). Eles esperavam que seus vídeos e, principalmente, seu método ficasse entre quatro paredes, apenas na escola onde trabalhavam, mas logo estavam sendo convidados a palestrar e apresentar seminários para outros docentes.

Fomos convidados a falar em conferências, requisitados para treinar educadores na escola, distritos e até em faculdades. Assim, passamos a apresentar a abordagem da sala de aula invertida nos Estados Unidos, no Canadá e Europa (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 08).

Desde então, a divulgação desta metodologia vem aumentando, assim como sua aplicação no ensino básico e superior. As publicações de artigos e estudos nesta área estão cada vez maiores, segundo Valente (2014, p. 86), “a partir dos anos 2010, o termo ‘*flipped classroom*’ passou a ser um chavão”.

2.2. O conceito

De acordo com Schmitz (2016, p. 31), “a SAI tem raízes no ensino híbrido” e, segundo Barcelos e Batista (2019, p. 66), “a SAI é uma subcategoria da modalidade ensino híbrido”. Pode-se entender que foi por meio deste ensino mesclado, misturado, combinado que saiu a ideia do método SAI. Uma forma de integrar as tecnologias digitais no currículo escolar, de misturar o ambiente presencial e *online*, buscando sempre melhorar o ensino e a aprendizagem dos estudantes. Hoje, diversas instituições, sejam elas na modalidade a distância (EAD) ou aulas presenciais, públicas ou privadas vêm se apropriando dessa forma de ensino.

Para Miranda (2005, p. 48), o “ensino híbrido é uma combinação dos recursos e métodos usados face a face e *online*, com a qual procura tirar partido das vantagens de qualquer um dos dois sistemas de aprendizagem”. Podemos considerar que a SAI também usufrui o melhor do ensino *online* e do contato físico e prático, do presencial.

O conceito básico da Sala de Aula Invertida é “o que tradicionalmente é feito em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula.” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 11). Em síntese, o que era praticado nas aulas vai ganhar um novo significado, utilizando outros instrumentos de ensino e em um lugar que comumente não era realizado, em casa. E o que antes era feito pelos alunos em casa vai ter espaço no ambiente da sala de aula. A “invertida”, palavra trazida no próprio

nome do método, indica que os problemas, as resoluções de atividades, projetos serão feitos em aula e a teoria será estudada pelos alunos fora dela.

Valente nos fala que na abordagem da SAI

O aluno estuda antes da aula e a aula se torna o lugar de aprendizagem ativa, onde há perguntas, discussões e atividades práticas. O professor trabalha as dificuldades dos alunos, ao invés de apresentações sobre o conteúdo da disciplina (VALENTE, 2014, p. 86).

A teoria, os conceitos, definições, abordagens fundamentais dos conteúdos devem ser vistas, neste método, não somente em forma de vídeos, como todos pensam. A SAI não é sinônimo de vídeos, muito pelo contrário, pode-se utilizar diversos instrumentos, como: *podcasts*, textos, livros didáticos, apostilas, *sites* e pesquisas. O professor deve usar do bom senso e criatividade ao escolher fontes de estudo para introduzir a teoria.

Nessa forma de ensino, o foco é sempre o aluno, buscar ensinar com excelência para obter bons resultados na aprendizagem dos estudantes, na maneira de compreensão dos conteúdos. “[...] A aula gira em torno dos alunos e não do professor” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 14). Possibilitar um caminho menos complicado para que atinjam um nível intelectual esperado. Esse método incentiva a independência e seriedade dos estudos, estimula a busca por conhecer mais. O aluno assume a responsabilidade pelos estudos teóricos, e a aula presencial serve como aplicação prática dos conceitos estudados previamente (JAIME; KOLLER; GRAEML, 2015).

O ambiente da aula torna-se mais proveitoso, pelo fato de que os alunos já chegam com suas dúvidas e os primeiros minutos da aula são dedicados a ajudá-los. Momentos em grupos e atividades práticas ganham mais espaço, o professor cumpre seu papel de orientador nas atividades. “O papel do professor na sala de aula é o de amparar os alunos, não o de transmitir informações” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 14).

O replanejamento e as transformações das atividades trazem mudanças nos papéis dos alunos e professor. Os alunos devem buscar mais, praticar a responsabilidade e a decisão pela busca do(s) conteúdos(s). Ele sai da posição de centro, para ser aquele que ajuda e auxilia nas atividades, mostrando os caminhos e fazendo a tutoria na prática.

2.3. As características e formas da SAI

Como qualquer outro método de ensino, a Sala de Aula Invertida também possui seus benefícios e as suas dificuldades. Ajustar e refletir sobre as ações é um procedimento importante para aperfeiçoamento da prática. O autor Sota (2016) apresenta alguns benefícios dessa forma de ensino, são eles: i) favorece a aprendizagem personalizada, à medida que otimiza o tempo de aula para construir relacionamentos e focar nas competências metacognitiva, social e emocional; ii) concede ao professor e ao aluno um *feedback* imediato do trabalho realizado; iii) cria mais oportunidades de colaboração e interação entre os alunos, permitindo aos que compreenderam o conteúdo ajudar àqueles que apresentam dificuldade; iv) desenvolve no aluno o senso de responsabilidade pelo seu aprendizado (SOTA apud BARCELOS; BATISTA, 2019, p. 17).

Nesse contexto, os autores Bergmann e Sams (2012, p. 17) afirmam que “a inversão da sala transformou a prática de ensino”. O livro chamado “Sala de Aula Invertida”, desses mesmos autores, possui um capítulo que mostra e explica as razões pelas quais os professores devem adotar o método, os seus benefícios estão claramente expostos. Em síntese, um dos assuntos abordados neste capítulo é sobre a flexibilidade que os alunos possuem quanto ao momento do dia e da quantidade de tempo que irão se dedicar aos estudos, visto que muitos deles possuem outros compromissos, e dessa forma, podem gerenciar o seu próprio tempo, pois a SAI “oferece bastante espaço para ajudar os alunos a descongestionarem suas rotinas” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 20).

No mesmo capítulo do livro, os autores descrevem outro benefício, que é o fortalecimento da relação aluno-aluno. Em sala de aula, geralmente a disposição dos estudantes ocorre em pequenos grupos e, por isso, observa-se uma maior interação uns com os outros e um avanço da aprendizagem coletiva. “Eles passam a se ajudar, em vez de dependerem exclusivamente do professor” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 24).

Segundo Sota (2016), existem também algumas dificuldades enfrentadas pelos professores e alunos quando se utiliza do método SAI, tais como: i) trabalho gasto na elaboração de materiais; ii) domínio tecnológico dos professores para produção e seleção de vídeos e materiais; iii) acesso à Internet; iv) aceitação da metodologia por parte dos alunos e pais.

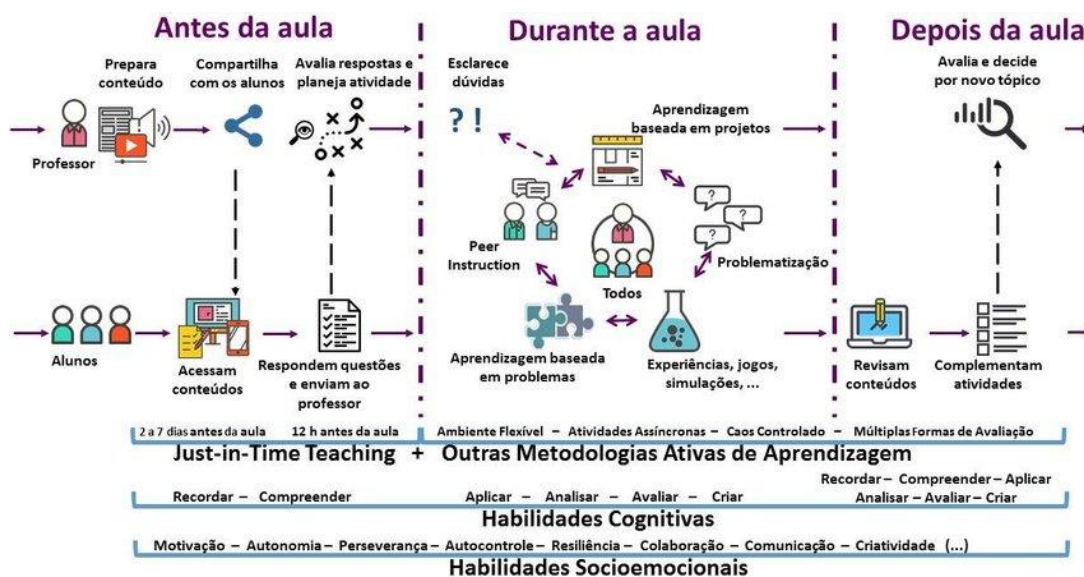
Uma das dúvidas frequentes que os professores possuem é como conseguir que todos os alunos tenham acesso aos materiais disponíveis de forma *online*. Na verdade, essa é uma das dificuldades enfrentadas nesse método, principalmente quando se trata de instituições localizadas na zona rural ou bairros mais desfavorecidos. Existe o problema de falta de internet

e de dispositivos tecnológicos e, nesses casos, o professor deve fornecer os materiais de diversas formas possíveis, até conseguir alcançar todos os alunos. Bergmann e Sams (2012) relatam que deve ocorrer o compartilhamento *online*, além disso, é preciso baixar os materiais em *pen-drives*, DVD's e, até realizar o compartilhamento via *bluetooth*, caso haja necessidade. “A falta de acesso equitativo não é obstáculo intransponível e pode ser superada com um pouco de criatividade e engenhosidade” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 91).

Outro fator discutido a respeito da SAI é como saber se todos assistiram às videoaulas, ouviram aos *podcasts*, realizaram a leitura dos textos. A orientação que os professores devem dar aos seus estudantes é apertar o botão de “pausa” para anotar os pontos importantes da videoaula, ou do *podcast*. Se o material for texto ou livro didático, sublinhar o que achou significativo e anotar em seu caderno algumas observações relevantes. Transcrever os pontos importantes, registrar as dúvidas e resumir o conteúdo aprendido é uma forma de estar preparado para as discussões e resoluções de problemas que ocorrerão na sala de aula. Muitas são as maneiras de verificar se os alunos realizaram o estudo do material disponibilizado, o docente deve ser “inovador e desenvolver soluções adequadas às suas circunstâncias, usando métodos diferentes para avaliação” (BERGMANN; SAMS, 2012, p. 92).

A SAI, como um método de ensino, conta com alguns caminhos, com algumas formas de organização para atingir objetivos na educação. O autor Schmitz (2016) nos mostra que ela possui três momentos: *antes da aula*, *durante a aula* e *depois da aula*. Esses momentos são muito importantes para chegar a resultados satisfatórios e, em cada processo, alunos e professor devem estar bem integrados nos seus papéis.

Figura 1. Esquema da Sala de Aula Invertida



Fonte: Schimitz, 2016, p. 80.

Antes da aula é quando o professor prepara as aulas, os materiais para serem compartilhados; planejamento e organização são importantes valores para que tudo flua bem. Os alunos devem estar conectados, acessar os conteúdos enviados, estudá-los e responder às questões. *Durante a aula*, é o momento que o professor esclarece dúvidas e, além disso, desenvolve práticas com a turma, como, por exemplo: projetos, resolução de problemas, experiências, jogos, entre outros. Esta é a hora de realizar grupos, interagir, trocar ideias e colocar em prática atividades que contextualizam a teoria vista. E, *depois da aula*, é o momento que o professor avalia tudo o que foi realizado, idealiza novos tópicos, faz revisões com seus alunos do conteúdo estudado.

Na SAI o tempo é reestruturado, passando por modificações e encurtamento de momentos quando comparado ao ensino tradicional. A interação é uma das características que mais se destaca, pois, com atividades em grupo, trabalhos práticos ou “*hands on*”, uma expressão muito conhecida que traduzindo significa “mãos na massa”, proporciona-se o convívio, a comunicação.

Bergmann e Sams (2012) fornecem um quadro de comparação do tempo utilizado nas aulas tradicionais e nas aulas usando a SAI. Em uma aula com duração de 90 minutos, pode-se verificar que o momento de preleção do novo conteúdo já foi realizado, quando os alunos assistem aos vídeos, fazem a leitura de textos ou livros ou, ainda, escutam *podcasts* em sua

casa. Em aula, quando existe o momento de tirar as dúvidas, são gastos, em média, 10 minutos para saná-las. O tempo gasto reduz em mais da metade, comparando com as aulas tradicionais e, assim, sobra mais tempo para atividades práticas.

Quadro 1. Comparação do tempo utilizado em uma sala de aula tradicional e sala de aula usando a SAI.

Sala de aula tradicional		Sala de aula invertida	
Atividade	Tempo	Atividade	Tempo
Atividade de aquecimento	5 minutos	Atividade de aquecimento	5 minutos
Repasse do dever de casa da noite anterior	20 minutos	Perguntas e respostas sobre o vídeo	10 minutos
Preleção de novo conteúdo	30 – 45 minutos	Prática orientada e independente e/ou atividades de laboratório	75 minutos
Prática orientada e independente e/ou atividades de laboratório	20 – 35 minutos		

Fonte: Bergmann e Sams, 2012, p. 13.

A seguir, temos o quadro 2 que mostra a quantidade de tempo utilizado para cada momento da aula, quando a abordagem pedagógica foi a MRP aliada à SAI. Em uma aula com duração de 90 minutos, pode-se concluir que houve uma otimização considerável do tempo. Para as dúvidas sobre a parte teórica do conteúdo, era utilizado em média 20 minutos da aula, o restante do tempo era aproveitado na resolução do problema gerador, na sua retrospectiva e em atividades práticas, muitas vezes, em grupo.

Quadro 2. O tempo gasto nas aulas com a abordagem metodológica MRP aliada com a SAI

Abordagem pedagógica: MRP aliada com a SAI	
Atividades	Tempo
Dúvidas sobre a videoaula e questionário	20 minutos
Resolução e retrospectiva do problema gerador	25 minutos
Prática orientada e independente, atividades práticas, resolução de problemas	45 minutos

Fonte: A autora, 2020.

A concentração do tempo está em momentos nos quais os alunos gostam e aprendem fazendo. Em muitas instituições, do ensino fundamental ao superior, a SAI vêm sendo adotada como método de ensino, e as notícias sobre sua eficácia têm agradado muitos professores e alunos. Segundo Bergmann (2018), existem mais de 500 pesquisas em revistas acadêmicas que evidenciam o sucesso e a eficácia da Sala de Aula Invertida.

2.4. Pesquisas envolvendo Resolução de Problemas e Sala de Aula Invertida

Buscando encontrar artigos científicos, dissertações e teses que relacionassem as duas temáticas, o uso da metodologia de ensino Resolução de Problemas utilizando como aliada a Sala de Aula Invertida, ambas aplicadas no ensino de Matemática, chegou-se à conclusão de que não existem trabalhos realizados. Assim, foram encontrados outros trabalhos que englobam esses assuntos, porém de maneira separada. A seguir, será apresentado um resumo dos quatro trabalhos encontrados.

A dissertação de mestrado intitulada “Modelagem Matemática: potencializando a sala de aula invertida”, de Siltón José Dziadzio, ano de 2019, relata uma prática interessante que uniu as metodologias Modelagem Matemática seguindo a perspectiva de Burak (1994) e a Sala de Aula Invertida. A proposta dessa junção é justamente pelo fato de que ambas as metodologias possuem evidentes aspectos positivos e, assim, pôde-se compreender o que aconteceu quando foram relacionadas as duas metodologias. O objetivo geral constituiu-se em compreender em que aspectos a Modelagem Matemática pode potencializar a Sala de Aula Invertida no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Com as coletas e tratamento de dados, destacaram-se fatos relevantes para o processo de ensino e aprendizagem, evidenciando que a Modelagem Matemática potencializou a Sala de Aula Invertida.

O segundo trabalho é uma dissertação de mestrado nomeada “Ensino da Matemática na perspectiva das metodologias ativas: um estudo sobre a Sala de Aula Invertida”, de Rosilei Cardozo Moreira, ano de 2018. Esse estudo faz um breve resumo sobre as metodologias ativas e, depois, aprofunda, especificamente, sobre a SAI e apresenta experiências com essa metodologia no ensino da Matemática. Busca uma alternativa de metodologia pedagógica que tem como característica principal integrar ferramentas tecnológicas às práticas pedagógicas,

centrando a aprendizagem no aluno, ressaltando as vantagens que o modelo “Sala Invertida” traz para o ensino de Matemática.

O terceiro trabalho, a dissertação intitulada “A heurística de George Polya e a Resolução de Problemas: uma aplicação em sala de aula”, de Roberto André Santos, de 2018, aborda as contribuições dessa metodologia no ensino de Matemática seguindo a heurística⁵ de George Polya e a aplicação das quatro fases compreendidas por ele. Visa possibilitar aos estudantes o desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas para melhorar os resultados no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Através dessa proposta, a intenção foi de “desenvolver uma metodologia que oportunizasse ao estudante uma aprendizagem significativa, de modo que eles pudessem consolidar conceitos já estudados e adquirir novos conhecimentos” (SANTOS, 2018, p. 44).

O último trabalho, e não menos importante, é uma pesquisa realizada na Faculdade de Educação de Stanford, pelo professor brasileiro Paulo Blikstein e seu aluno Schneider. Eles propõem a reinversão da Sala de Aula Invertida, chamada de “*flip the flipped classroom*”. A SAI é um método inovador, mas que inicia o processo de ensino pela teoria, a reinversão é começar com uma atividade contextualizada e prática. O estudo mostra que uma experiência educativa pode ser muito mais efetiva se, em vez de aprender em casa, o primeiro contato com determinada disciplina possa ocorrer a partir de atividades práticas, com experiência e investigação.

Os textos expostos aqui e outros encontrados na área servem de grande auxílio e são fundamentais para essa pesquisa e aplicações de pesquisas com intenções semelhantes. Esta revisão de literatura traz ideias inovadoras que despertam o desejo pela reprodução em salas de aula, relatam os procedimentos e etapas da pesquisa, mas, principalmente, incentivam a combinação dessas duas formas de ensino, a MRP e a SAI, empregadas na Educação Matemática, visto que existe uma grande lacuna nesta proposta.

⁵ O Método **Heurístico** ou de Resolução de Problemas foi criado com o objetivo de encontrar soluções para um problema. Trata-se de simplificar um problema complexo dividindo-o em pequenas partes de resolução mais fácil, procurando, pelas respostas de cada uma, chegar à resposta do problema principal.

CAPÍTULO III: ASPECTOS METODOLÓGICOS

3.1. Natureza e delineamento da investigação

Para atender aos objetivos e responder à questão proposta, a natureza da pesquisa é de cunho qualitativo.

[...] Os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos e se valem de diferentes abordagens (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 32).

A preocupação não é a representatividade numérica, mas sim compreender como as pessoas agem e pensam num contexto que será proporcionado por essa pesquisa. Os autores Fiorentini e Lorenzato, afirmam que uma pesquisa qualitativa é

Aquela na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste, etc. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 106).

Na pesquisa qualitativa, o método utilizado foi a Observação Participante, pois é a que mais se aproxima da temática, a pesquisa. É um tipo de estudo em que

O pesquisador frequenta os locais onde os fenômenos ocorrem naturalmente. A coleta de dados é realizada junto aos comportamentos naturais das pessoas quando essas estão conversando, ouvindo, trabalhando, estudando, brincando comendo (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 107).

A pesquisa de caráter Observação Participante garante um grande envolvimento do pesquisador com o local, os indivíduos, a educação, os costumes, a rotina. Lüdke e André relatam que

A observação possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado, o que apresenta uma série de vantagens. Em primeiro lugar, a experiência direta é sem dúvida o melhor teste de verificação da ocorrência de um determinado fenômeno. “Ver para crer”, diz o ditado popular (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 26).

Desse modo, ocorreu o registro de todas as observações, conseguindo constatar situações reais e que são impossíveis em outras formas de comunicação. A investigação foi registrada no diário de bordo com detalhes relevantes do dia a dia escolar, foram realizados

questionários com os estudantes nos últimos dias da prática e, também, uma entrevista com o professor regente da turma sobre a metodologia aplicada.

3.2 Do Local, nível de ensino e duração do desenvolvimento da investigação

A pesquisa foi aplicada no 2º semestre do ano de 2019, em uma turma de 3º série do ensino médio da Escola Estadual Mahatma Gandhi – Ensino Fundamental e Médio da rede pública de ensino. É localizada na Rua Carambeí, número 98, no bairro Santana do município de Guarapuava –PR. É uma turma de horário noturno, com faixa etária de 16 a 20 anos de idade.

A duração da proposta foi de exatamente três meses, nos meses de setembro, outubro e novembro, sendo que tudo fluiu bem e não ocorreu nenhuma eventualidade. A observação direta teve duração de um mês, num total de 16 horas/aula. A prática da pesquisa com duração de dois meses, num total de 30 horas/aula.

3.3 Etapas e procedimentos da investigação

Esse estudo foi desenvolvido em duas etapas:

A primeira, chamada observação direta, é uma investigação do processo de ensino e aprendizagem ofertado naquele momento, no qual basicamente foi analisado como está o ambiente escolar, a relação professor e alunos, a metodologia utilizada, formas de avaliação, estilos de atividades e exercícios e, ainda, verificar o comportamento deles frente à disciplina de Matemática. Essa etapa iniciou no mês de setembro de 2019 com o total de 16 horas/aula observadas, quem observou todos os acontecimentos durante este período foi a professora pesquisadora registrando no diário de bordo.

A segunda etapa, a observação participante, é constituída pelo desenvolvimento da prática, na qual ocorreu a aplicação da MRP aliada com a SAI promovida pela professora pesquisadora. Os procedimentos adotados levam em consideração o estabelecimento de ensino, os participantes, o período de realização das atividades, a coleta de dados e a fase de tratamento e análise destes. Essa etapa ocorreu no início do mês de outubro de 2019 e finalizou no final do mês de novembro de 2019, com o total de 30 horas/aula. Além do registro sistemático das aulas no diário de bordo, foi realizada uma entrevista em forma de conversa com o professor regente da turma e questionário respondido pelos estudantes.

A proposta foi aliar a MRP com a SAI e a aplicação da prática seguiu os seguintes passos:

Passo 1: Apresentação de um problema gerador em sala de aula com objetivo de motivar os estudantes para o estudo dos conteúdos matemáticos a serem abordados, com base nas etapas sugeridas por Polya. A *1ª etapa* sugerida pelo autor é “Compreensão do Problema”, entender o problema, logo, ocorreram discussões e interpretação deste, isso foi feito em sala de aula. A *2ª etapa*, “Estabelecimento de um Plano”, é o momento em que foram discutidas formas diferentes de resolução, é geralmente nessa ocasião que aparecem os conteúdos matemáticos necessários para solução do problema.

Passo 2: Com base nas discussões do Passo 1, a professora pesquisadora, que doravante iremos abreviar para PP, identificou os conteúdos matemáticos necessários para solução do problema e compartilhou com os estudantes na forma de videoaulas, textos e áudios disponibilizados em plataformas *online*, como: *YouTube* e *WhatsApp*.

Passo 3: Os alunos acessam o material para estudo e devem responder questões enviadas pela PP. Essas questões são perguntas e atividades sobre o material enviado, pois dessa forma, eles realmente devem estudar o conteúdo, através desta prática, e começam a adquirir o hábito de anotar, registrar e rever as videoaulas, reler os textos. Esse método foi escolhido para sanar o possível problema de não assistirem aos vídeos, não estudarem os conteúdos e, muitas vezes, chegar em sala de aula sem ter realizado esse importante processo.

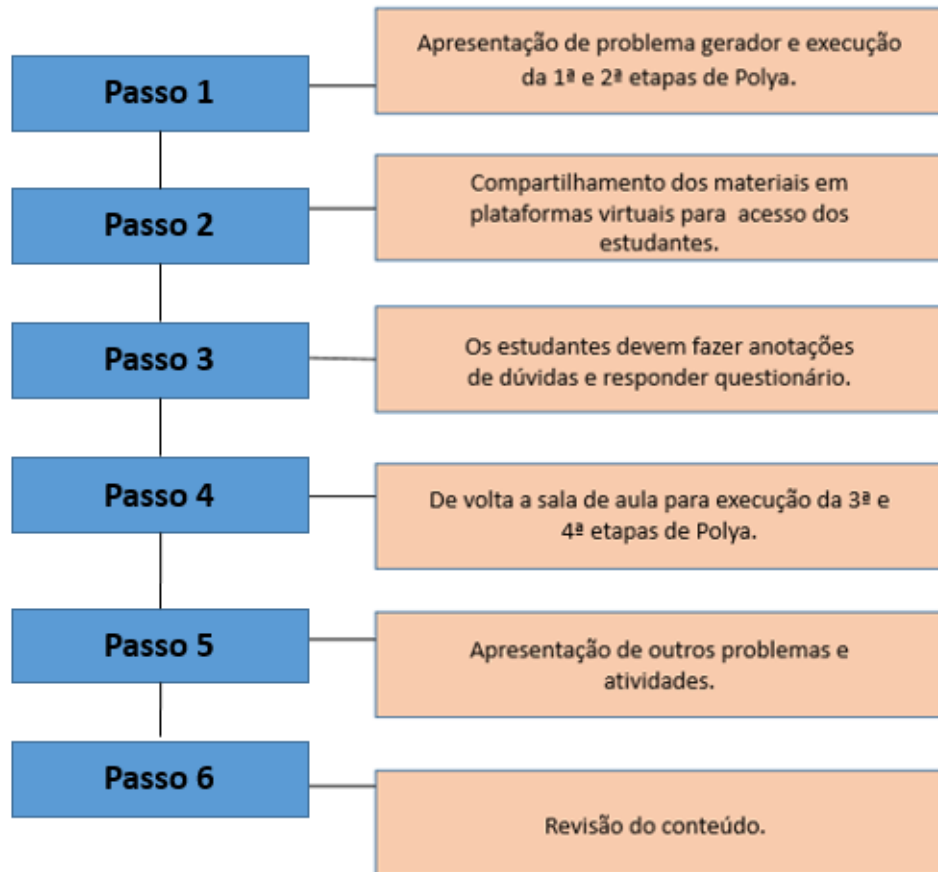
Passo 4: De volta a sala de aula, foram executadas as *3ª* e *4ª etapas* de Polya, nomeadas pelos autor como “Execução do plano” e “Retrospecto da resolução completa”, nas quais ocorreram a resolução do problema gerador. Executou-se a estratégia definida, percorrendo os caminhos pensados e, em seguida, a realização de um retrospecto de toda a resolução, refletindo sobre cada ponto e verificando, com uma análise crítica, os possíveis erros.

Passo 5: Apresentação de outros problemas e exercícios aos alunos, para reforçar o conteúdo. A utilização de estratégias, como: jogos, simulações, experiências podem ser empregadas neste momento. Através disso, a PP verifica se o assunto matemático está bem compreendido por todos.

Passo 6: Análise da possível necessidade de revisar e complementar o conteúdo. Qualquer dúvida com relação ao problema gerador ou ao assunto estudado, que não ficou claro, pode ser tirada com outras atividades.

A figura 2 apresenta um resumo dos passos da pesquisa.

Figura 2 - Passos da prática



Fonte: a autora, 2020.

3.4. Da coleta de dados

Na maioria das pesquisas qualitativas, a observação faz parte do processo da coleta de dados. Segundo Chapoulie (1984), a observação implica a atividade de um pesquisador que observa pessoalmente e de maneira prolongada situações e comportamentos pelos quais se interessa. Esta pesquisa é constituída de observação direta e observação participante.

A observação direta é aquela com um acompanhamento presencial do processo, que sujeita o pesquisador a um contato mais direto com a realidade, mas não intervém na situação observada. Foi verificada a relação professor e alunos, a motivação dos estudantes frente à disciplina de Matemática, a metodologia de ensino aplicada na sala de aula, o ambiente escolar, o perfil da sala de aula, o processo de ensino e aprendizagem, entre outros fatores. “O pesquisador colhe os dados de natureza principalmente descritiva, observando a vida cotidiana

do grupo, da organização, da pessoa que ele quer pesquisar, sua intervenção continua mínima” (DESLAURIERS, 1991, p. 46).

Já na observação participante, o pesquisador está envolvido ativamente nas atividades de recolha de dados, sendo requerida a capacidade de se adaptar à situação (PAWLOWSKI; ANDERSEN; TROELSEN E SCHIPPERIJN, 2016). Esse tipo de observação aconteceu no momento da aplicação da proposta de pesquisa, em que ocorreu a prática da Metodologia da Resolução de Problemas aliada a Sala de Aula Invertida.

A observação participante é realizada em contato direto, frequente e prolongada do investigador, com os atores sociais, nos seus contextos culturais, sendo o próprio investigador instrumento de pesquisa. [...] deve haver a compreensão de factos e de interações entre sujeitos em observação, no seu contexto” (CORREIA, 2009, p. 31).

Durante toda a prática foram coletados os processos, os comportamentos, as elaborações e andamentos das atividades e avaliações. Os instrumentos utilizados para coleta de dados foi uma entrevista em forma de conversa com o professor regente da turma, a aplicação de um questionário sobre a prática docente para ser respondido por todos os estudantes envolvidos na prática e anotações em diário de campo, sendo de maior relevância o último citado.

O diário de campo ou de bordo é um instrumento de registro utilizado para anotar dados de pesquisa para depois serem interpretados. Consiste no registro completo e preciso das observações dos fatos, acontecimentos, relações verificadas, experiências pessoais do investigador, suas reflexões e comentários. Neste trabalho, foi realizado um registro minucioso após o término de cada aula, com todos os acontecimentos relevantes, como: forma de ensino, presença e forma de organização dos alunos, momento de realização de atividades, aprendizagem dos estudantes, expressões faciais e verbais dos indivíduos, as discussões, as opiniões, dificuldades e facilidades.

Durante todo o desenvolvimento da pesquisa pôde-se observar muitos fatos. Na observação direta, momento no qual foi acompanhado o trabalho desenvolvido naquela turma pelo professor regente, percebe-se as características da turma, que é constituída de alunos mais calmos, uma sala um pouco apática e sem muitas conversas durante as aulas. A forma de ensinar do professor era baseada no método tradicional de ensino e constataram-se alunos desinteressados e com algumas dificuldades nos conteúdos matemáticos.

Já, na observação participante, processo de ensino no qual foi utilizado a MRP aliado com a SAI e desenvolvida pela PP, constatou-se uma resistência por parte de alguns alunos no início do processo, mas com o tempo foram se moldando à prática metodológica, esse assunto

é discutido de forma mais detalhada no capítulo V, classificado como uma categoria da pesquisa chamada tempo de adaptação. De maneira resumida, gradativamente, a motivação dos alunos pelos estudos aumentou, a interação também mudou, visto que em vários momentos foram desenvolvidas atividades em grupos ou duplas diversificadas. O papel de todos os envolvidos no processo de ensino também se modificou, a professora como mediadora, que significa uma atitude e um comportamento que facilita e incentiva ativamente, que colabora para que o aprendiz chegue aos seus objetivos. Os estudantes tornaram-se ativos, o centro de todo o processo, em vez de ficar apenas observando, são convidados a participar, pesquisar, expor suas ideias. Uma metodologia que proporcionou transformações efetivas no ambiente escolar.

3.5. Da metodologia do tratamento de dados

Em qualquer pesquisa, para o tratamento e discussão dos dados é preciso ter um método específico a ser seguido. Desse modo, neste trabalho, o método adotado foi a triangulação.

O tratamento dos dados foi realizado conforme sugerido por Bogdan e Biklen (1994), ou seja, uma análise indutiva, a qual consiste na observação do específico para o geral. Foi realizada a triangulação, envolvendo três pontos diferentes, que são: os dados coletados, a perspectiva da pesquisadora e a teoria. O plano foi criar relações entre os fenômenos, buscando agrupar informações comuns, elaborar formas de interpretar através de núcleos de ideias que se firmaram em categorias referentes aos fenômenos investigados.

A categorização, segundo Bogdan e Biklen (1994), consiste no trabalho com as particularidades dos dados, sem alterá-los, buscando ideias comuns que se constituem em categorias referentes aos fenômenos investigados. Quando se tem uma infinidade de dados, deve-se desenvolver um sistema de codificação para organizá-los. “O desenvolvimento de sistemas de codificação na investigação qualitativa encerra parâmetros semelhantes. Determinadas questões e preocupações de investigação dão origem a determinadas categorias” (BOGDAN; BIKLE, 1994, p. 221). Através dessas categorias a pesquisa toma forma e organização.

É importante destacar que durante as duas etapas da pesquisa, observação direta e participante, serão identificadas muitas categorias, que são características, ou ainda, situações que marcaram a prática. No entanto, serão escolhidas as categorias que de fato respondam à questão norteadora e os objetivos, tanto geral quanto os específicos.

3.6. Do produto educacional

Trata-se de um *e-book* dedicado aos professores da educação básica que serve de orientação para aqueles que desejam trabalhar essa proposta em sua sala de aula. Foi produzido a partir da pesquisa de mestrado e tem como finalidade a divulgação dessa proposta de ensino.

Neste material de apoio pedagógico, apresentam-se os principais pontos teóricos sobre a Metodologia da Resolução de Problemas e Sala de Aula Invertida, bem como sua relação com as atividades propostas, orientações ao professor sobre o desenvolvimento de atividades com MRP e utilização da SAI. Este tem como principal objetivo despertar um novo olhar para o ensino de Matemática, inspirando os professores a trabalhar com essa proposta para propiciar um método diferenciado de ensino para seus alunos.

CAPÍTULO IV: DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

Este capítulo descreve as atividades desenvolvidas durante todo o período da pesquisa. Está dividido em dois tópicos: *atividades na observação direta* e *atividades na observação participante*. Na *observação direta*, todas as atividades foram propostas e encaminhadas pelo professor regente da turma e desenvolvidas pelos estudantes. Posteriormente, as atividades desenvolvidas pela PP, na *observação participante*, foram realizadas utilizando a proposta metodológica desta pesquisa com embasamentos teóricos em Polya (1975), Bergmann e Sams (2012) e Schmitz (2016).

4.1. Observação direta

O primeiro passo desta pesquisa foi a observação direta do material de estudo, conhecimento do ambiente escolar, dos recursos, dos elementos, das formas, indivíduos, maneiras de ensino e aprendizagem. A observação direta é uma forma de pesquisa no qual a PP fez uma investigação intensa da realidade das aulas de Matemática, do ambiente escolar, dos relacionamentos e atitudes dos estudantes e professor regente.

Segundo Lakatos e Marconi (1992, P. 190),

a observação é uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar.

O processo de observação permite um contato direto com a realidade dos estudantes, ajudando a pesquisadora a identificar a origem e motivos dos comportamentos, das ações e das reações. Este processo de pesquisa torna-se científico porque contém um plano de pesquisa, registros metódicos de cada situação dos dias das observações.

A observação direta teve duração de 16 horas/aula com tempo de 45 minutos cada aula. Ocorreu em uma turma de 3º série do Ensino Médio, composta por 21 estudantes. A seguir serão descritas as aulas observadas, dividindo-as semanalmente.

4.1.1. A primeira semana de aulas

O primeiro dia de observação foi o momento da apresentação da PP, foi também realizada a explicação de como seria, quais os motivos da presença da pesquisadora e a importância daquela etapa para a pesquisa. Foi o primeiro contato com a turma, a sala, o ambiente. Obteve grande importância para que todos os educandos soubessem do que se tratava a pesquisa, os objetivos, o procedimento da investigação e qual o motivo da observação direta. O professor regente da turma continuou suas aulas, sua rotina, seu método de explicação e forma de trabalhar com a turma, enquanto a PP fazia as observações e se acostumava com o ambiente.

Esta observação foi não participante, o observador tem contato direto com o ambiente e os indivíduos, mas permanece de fora, sem influenciar. “Presencia o fato, mas não participa dele; não se deixa envolver pelas situações; faz mais o papel do espectador” (LAKATOS; MARCONI, p. 193, 1992). Isso não significa que é uma pesquisa passiva e sem consistência, mas que naquele momento, o oportuno é observar os modos, os atos, as reações, as formas.

O comportamento da turma teve várias oscilações durante todo o processo de observação. No início, os estudantes não estavam acostumados com uma pessoa de fora, observando seus atos, ações, atitudes, comportamentos. Alguns estudantes ficaram quietos, outros ansiosos; não estavam agindo normalmente. Outros ficaram observando a PP, principalmente nos momentos de anotações e registros. Mesmo explicando o motivo de estar compartilhando do mesmo espaço e investigando o dia a dia escolar, não foi o suficiente para acalantar as curiosidades dos estudantes.

No final das primeiras duas aulas observadas, o professor regente falou o seguinte: “*A turma estava quieta mais que o normal, estavam apreensivos sobre o que falar e como colocar sua opinião*”. Realmente, esta é uma das limitações da observação, pois “a ocorrência espontânea não pode ser prevista, o que impede, muitas vezes, o observador de presenciar os fatos” (LAKATOS; MARCONI, p. 191, 1992). Nas primeiras aulas, os alunos pareciam ser muito quietos, não tiravam as dúvidas e ficaram silenciosos durante toda a explicação, somente mais tarde, no momento de realização das atividades, conversaram entre si, tirando dúvidas do processo dos exercícios com os colegas mais próximos.

O conteúdo abordado nestas aulas foi sobre “Equação da Reta”, que faz parte do campo da Geometria. Na primeira aula de observação, foi também o primeiro contato dos estudantes com esse conteúdo. O professor regente lembrou alguns conceitos básicos de ponto e reta, explicou sobre o postulado “dois pontos conhecidos e colineares determinam uma reta”. Os

alunos pareciam entender e, em silêncio, concordavam com as explicações. Quando o professor perguntava sobre possíveis dúvidas, ficavam silenciosos. Explicou de forma rápida sobre a condição de alinhamento de três pontos, aplicando o determinante genérico que deve resultar em zero. Depois, através de um exemplo, resolveu usando a regra de Sarrus⁶. Os alunos aceitaram a explicação, parecendo ter entendido o processo dos cálculos.

O professor sempre perguntava se tinham dúvidas, alguns indagavam sobre os cálculos, percebiam-se hesitações nas operações fundamentais, mas, quando o professor explicava, logo estes entendiam. Uma afirmação de um aluno, que chamou atenção, foi: “*Entendi como calcula, então acho que consigo fazer exercícios parecidos com este*”. Dando a impressão de que o algoritmo foi assimilado. Logo após, ocorreu a realização de listas de exercícios do livro didático, alguns se reuniram com os colegas mais íntimos, outros sozinhos e silenciosos tentavam realizar o que foi pedido. O professor foi solicitado poucas vezes para tirar dúvidas, sendo que a maioria trocava poucas palavras com os estudantes do lado.

Nas próximas aulas da semana, foi feita a correção de cada exercício e a continuação da explicação do conteúdo. Dessa vez, o professor regente explicou sobre a “Equação Reduzida da Reta”, com a mesma metodologia das aulas anteriores. Nesse conteúdo, deve-se dominar um pouco de trigonometria, geometria analítica e interpretação geométrica dos coeficientes de uma reta para, assim, conseguir compreender a ideia do assunto. Os alunos tiveram dificuldades na identificação do coeficiente angular da reta, que necessita relembrar fundamentos da trigonometria, em específico, a tangente. Depois da explanação da parte teórica, teve um momento para realização de atividades, uma lista de exercícios, que deveria ser copiada do quadro nos cadernos dos alunos, para assim ser feita a resolução.

Nestas aulas, percebeu-se mais espontaneidade no comportamento dos estudantes, tanto a respeito de conversas aleatórias no geral, quanto na compreensão dos conteúdos. As perguntas eram mais frequentes, as indagações surgiam naturalmente e eram manifestadas durante a discussão do assunto. Aos poucos, era considerada natural a presença da PP.

Neste dia, alguns alunos solicitaram ajuda da PP para a resolução de algumas atividades, mesmo sendo um momento de observação direta, em alguns instantes houve ajuda e auxílio no desenvolvimento dessas atividades. Essa atitude da PP não interferiu na metodologia do professor regente.

⁶ Regra de Sarrus é um método muito utilizado para o cálculo de determinante de matrizes quadradas de ordem 3. O matemático Pierre Frédéric Sarrus (1789-1861) foi o responsável pela regra prática.

A metodologia adotada pelo professor tem fortes raízes no sistema tradicional de ensino que, muitas vezes, são criticadas pelos educadores, mas pode-se dizer que para esta realidade escolar, este conteúdo e momento obteve êxito, nas primeiras observações. Observa-se que os estudantes parecem ser pouco críticos e mais quietos, alguns de poucas expressões e muitos habituados ao somente receber e praticar o que foi ensinado. É visível o costume dos alunos e professor com esta metodologia, com este processo de ensino.

Figura 3. Parte teórica e atividade resolvida de um estudante sobre o conteúdo “Equação da Reta”

Equação da Reta - Geometria

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{REGRA DE SARRUS})$$

$$ax + by + c = 0 \quad \text{Eq. Geral da Reta}$$

→ ATIVIDADES p. 104

1) $(2, -1)$ e $(1, 3)$

x	y	1	x	y
2	-1	1	2	-1
1	3	1	1	3

$= 0$

$-x + y + 6 - (-1 + 3x + 2y) = 0$

$-x + y + 6 + 1 - 3x - 2y = 0$

$-4x - y + 7 = 0 \quad (x-1)$

$4x + y - 7 = 0$

2) Equação geral da reta

$y = \frac{2x - 3}{4}$

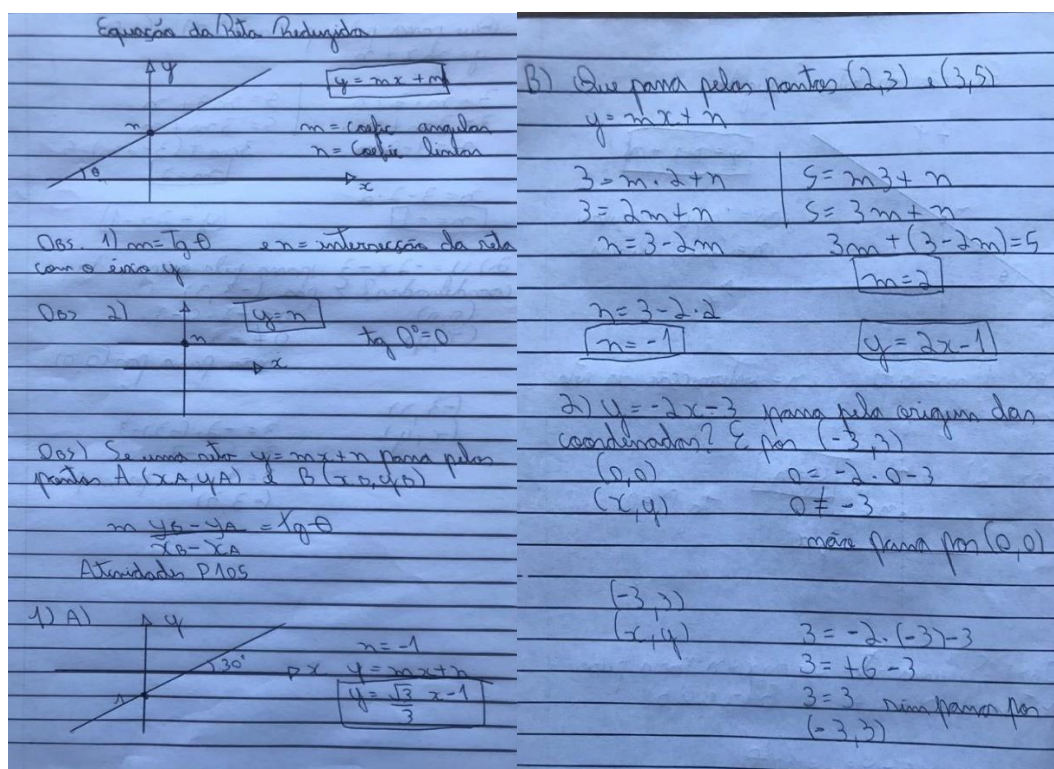
$2x - y - 3 = 0 \quad (x4)$

ou

$8x - 4y - 3 = 0$

Fonte: a autora, 2019.

Figura 4. Parte teórica e atividade resolvida. Caderno de um estudante sobre o conteúdo “Equação Reduzida da Reta”



Fonte: os estudantes, 2019.

4.1.2 A segunda semana de aulas

Nesta semana, o conteúdo continuou sobre ponto e reta. O professor regente começou com a temática “Posição relativa entre duas retas”, foi uma parte difícil para o entendimento dos estudantes, na compreensão integral de cada cálculo e nas partes que necessitavam de interpretação de geometria analítica. O retrospecto que o professor regente tem o costume de realizar, ao introduzir um assunto novo, tem grande valia. Dessa forma, conceitos básicos, como: retas paralelas, concorrentes, coincidentes e tipos de ângulos foram repassados e, assim, os estudantes conseguiam entender as diversas posições entre duas retas. Na parte das retas paralelas, foi mais tranquila a compreensão, tiveram dúvidas, como: “Estas retas nunca se encontram?”, “Por que deixar na forma reduzida mesmo?” “O que houve com o $2y$?”, “Basicamente, os coeficientes angulares devem ser iguais? Mas, e se os coeficientes lineares forem iguais também, o que acontece?”. Essas foram algumas perguntas feitas durante a explicação. Tinham dúvidas mais frequentes, também, na parte da aritmética, que envolve cálculos e operações matemáticas.

Na exposição de retas concorrentes, houve um silêncio total. Os estudantes não estavam fazendo perguntas, suas faces mostravam que não estavam compreendendo o conteúdo ou parte dele. Realmente, é mais complexo, pois envolve conceitos de trigonometria, entendimento de inverso e oposto, ângulos de um triângulo. Então, o professor regente explicou de uma forma mais calma, pausada, utilizando outras palavras e exemplos resolvidos. Um estudante afirmou: *“Acho que consigo resolver atividades iguais a esta que o senhor fez no quadro”*, mais uma vez presente a sensação de que foi entendido o algoritmo, e não o conteúdo no seu formato integral. Os estudantes, como de costume, realizaram algumas atividades do livro didático, semelhantes aos exemplos dados pelo professor.

O professor continua com o método tradicionalista, usando o quadro, giz e livro didático como instrumentos de ensino. Muito receptivo, pronto para ouvir as dúvidas e saná-las. Sempre tentando utilizar outras formas para explicar, como: palavras sinônimas, exercícios resolvidos com números naturais, desenhos no plano cartesiano. Os estudantes, como já visto em outras realidades, em sua minoria são participativos e compreendem com facilidade; outros são esforçados e depois de várias dúvidas esclarecidas conseguem assimilar grande parte do exposto; e, ainda, há aqueles estudantes silenciosos que ficam nas últimas carteiras da sala e não manifestam opinião, quando solicitados, reagem afirmando que conseguiram entender, mas é difícil saber se realmente isso é verdade.

Figura 5. Livro didático utilizado pelo professor e estudantes



Fonte: a autora, 2019.

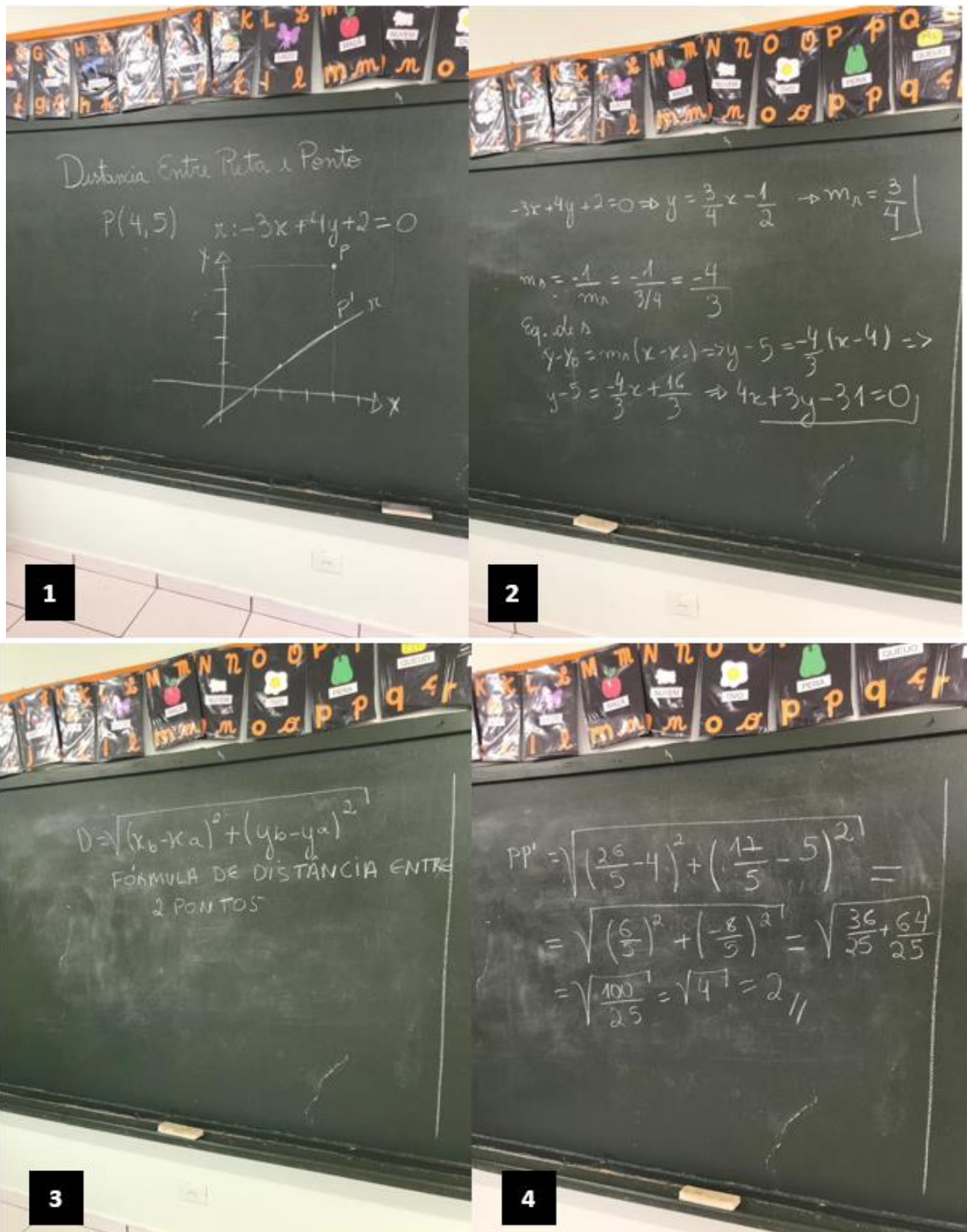
Para as próximas aulas da semana, o professor deu um trabalho sobre o conteúdo visto até aquele momento. A entrega era individual, mas poderiam reunir-se em grupos para o desenvolvimento. Os auxílios do professor eram constantes, muitas dúvidas esclarecidas, e todos os presentes nas aulas entregaram o trabalho no mesmo dia. As dez atividades seguiam a mesma proposta de exercícios feitos anteriormente.

Como pesquisadora na prática do observar, basta estar atenta a todas as falas, reações, posicionamentos, formas e características dos elementos de estudo. Até o momento pode-se levantar algumas hipóteses e descobrir novos aspectos de alguns problemas. Esses serão descritos a seguir.

4.1.3. A terceira semana de aulas

As aulas desta semana foram dedicadas ao estudo do conteúdo: “Distância entre ponto e reta”. O professor explicou essa temática usando como recurso o livro didático e as suas anotações; acrescentando outros exemplos com outros dados, além daqueles expostos no livro. Como o conteúdo exige várias etapas de cálculos e compreensão de alguns conceitos, primeiro foram retomados os conceitos de a projeção ortogonal e sistemas de equações. No quadro, através de uma representação no plano cartesiano de um ponto e uma reta, chamados respectivamente de “ponto P” e “reta r”, o professor realizou os cálculos pouco a pouco e todos os processos matemáticos. Utilizou-se a fórmula de distância entre dois pontos, um dos assuntos de revisão para que os alunos conseguissem compreender todo o processo.

Figura 6. Sequência de imagens: registros no quadro sobre o conteúdo Distância entre dois pontos.



Fonte: a autora, 2019.

Em outra aula, dedicou-se o tempo para realização de exercícios no caderno. Os alunos estavam com bastantes dificuldades, mas de carteira em carteira o professor foi auxiliando e ajudando-os até conseguirem. O problema de uma sala de aula cheia de alunos é que alguns não

solicitam o professor e, conseqüentemente, não recebem ajuda, ficando, muitas vezes, sem fazer as atividades e com dúvidas. Posteriormente, efetuou-se a correção de todas as atividades no quadro.

Nas aulas restantes desta semana, o município disponibilizou para a escola uma palestra para todos os alunos, funcionários e professores. Então, não ocorreram as aulas de Matemática normalmente, como de costume. O mês de observação direta foi em setembro, considerado o “mês amarelo”, unidos a favor do combate ao suicídio, assim, este foi o assunto de discussão da palestra. Os alunos gostam de sair da rotina, conhecer pessoas novas, conversar sobre assuntos críticos e, principalmente, temas reais e importantes para sua faixa etária. Esse tempo foi importante para a interação entre a PP e os estudantes, sair do formato de sala de aula oportunizou momentos novos e diferentes, gerando conversas e entrosamentos.

Como a PP esteve em constante observação durante esse período, pode-se levantar algumas hipóteses de pesquisa. Uma delas é que a presença de um observador, principalmente indivíduo desconhecido, gera alterações de comportamento e atitudes nos alunos, isto é mais forte no início da pesquisa. Esse problema, já mencionado anteriormente, possui estudos nos quais teóricos afirmam que é considerado como um ponto negativo na observação direta. Outro fato percebido é que o método tradicional de ensino forma alunos passivos, isso já é de conhecido em muitas outras pesquisas e livros, mas foi novamente comprovado nesta. Isso não significa que nunca funciona e que não se pode usar, mas que existem circunstâncias adequadas para melhores resultados. Outro ponto observado é que alguns alunos são desatentos, desinteressados e possuem dificuldades na disciplina de Matemática. Os motivos são muitos e cada aluno expõe sua justificativa. Percebe-se que a realidade dos estudantes é diferente, pois cada um tem uma rotina, preocupações e responsabilidades diversas, logo são vários e particulares os motivos que influenciam para a apatia à Matemática.

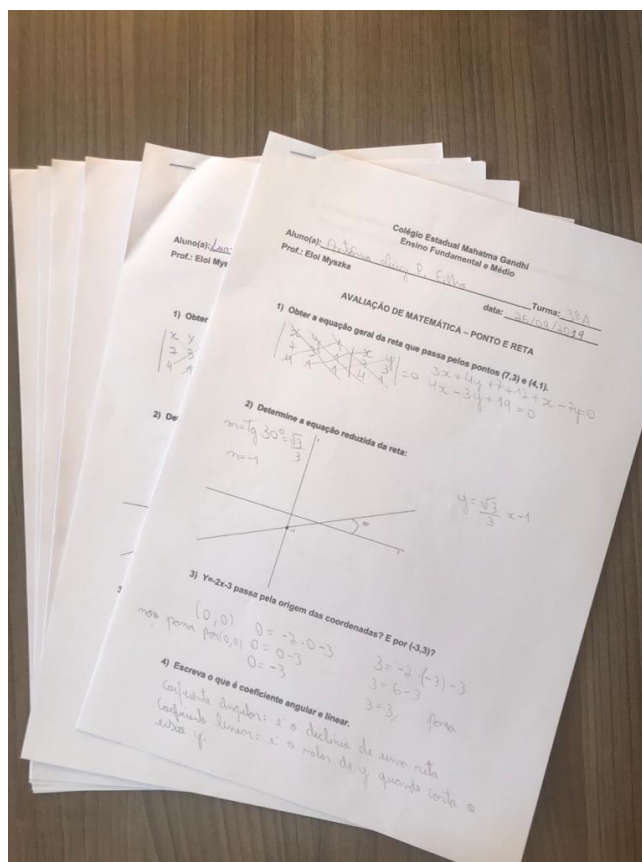
4.1.4 A quarta semana de aulas

Na última semana de observação, os alunos estavam mais acostumados com a presença da PP. A convivência oportunizou mais carisma e um clima leve para as aulas. Era insistente o pedido de ajuda dos estudantes, esclarecimento de dúvidas nas atividades, fazia-se então o auxílio sem interferir no desenvolvimento da aula do professor regente.

Nestas últimas aulas observadas, o professor regente fez revisões sobre todos os conteúdos de Geometria Analítica explicados até o momento. Resolveu alguns exercícios novos no quadro para relembrar conceitos e formas de calcular. Quando chega essa época de provas, os estudantes ficam preocupados e cheios de dúvidas que antes não eram expostas. Como de costume, as aulas de revisões foram expositivas, mas com uma parcela mais intensa de participação dos alunos, devido à pressão do momento. Alguns, que antes raramente tiravam dúvidas, nessas aulas questionaram alguns pontos do conteúdo para o professor. Percebeu-se, também, que o índice de faltas diminuiu.

A prova teve duração de duas horas aula, contendo sete questões. Todas as questões não fugiam do que foi exposto e explicado nas aulas. Algumas das questões eram mais teóricas reservadas aos conceitos dos conteúdos, o restante delas envolvia cálculos. As imagens abaixo mostram a prova.

Figura 7 –. Provas sobre o conteúdo “Ponto e Reta” desenvolvida pelos alunos.



Fonte: a autora, 2019.

Os alunos realizaram a prova de forma individual, havia duas provas diferentes para dificultar possíveis problemas com cola. O comportamento de alguns alunos durante a prova causava fortes indícios de dúvidas e preocupações com relação aos seus cálculos e respostas. Muitos apagavam várias vezes, outros olhavam para cima, como uma forma de tentar respirar e encontrar uma solução. Cada aluno com seu comportamento, alguns entregaram a prova antes e foram liberados assim que acabaram, e outros ficaram até o limite do tempo. Nas próximas aulas, o professor regente trouxe as avaliações corrigidas, as notas não eram muito boas, alguns ficaram insatisfeitos e tristes ao saber do resultado. O professor regente afirmou “*É normal ir mal neste conteúdo, os alunos da manhã também não foram muito bem. Este conteúdo é difícil mas considerado essencial para o aprendizado matemático de vocês. Fiquem calmos! E agora, recuperem as notas com o próximo conteúdo!*”. Por ser o último bimestre, e também o último ano de ensino médio, alguns rumo à graduação ficaram preocupados com essa reta final.

Vale ressaltar que, durante a observação direta, houve apenas um trabalho que foi desenvolvido em grupo, o trabalho sobre o conteúdo “Posição Relativa entre duas retas”. O professor regente não tinha o hábito de realizar atividades práticas e não havia organização em grupos ou duplas direcionadas por ele. A maioria das aulas era silenciosa, algumas conversas aleatórias entre um aluno e outro.

4.2. Observação participante

A segunda etapa dessa pesquisa foi a observação participante, na qual ocorreu a aplicação da proposta metodológica adotada neste trabalho. A observação participante pode ser conceituada, segundo May (2001, p. 177), como:

Um processo no qual um investigador estabelece um relacionamento multilateral e de prazo relativamente longo com uma associação humana na sua situação natural com o propósito de desenvolver um entendimento científico daquele grupo.

De forma resumida, é um tipo de estudo em que o pesquisador frequenta o local onde o fenômeno ocorre e lá são coletados os dados e realizadas, junto aos integrantes, conversas, discussões, aprendizagens, em suma, o desenvolvimento da proposta.

A abordagem conjunta da metodologia Resolução de Problemas com a Sala de Aula Invertida tem como intenção propor um método de ensino diferenciado para verificar o que acontece no ato de ensinar e aprender. A concepção adotada na MRP é de Polya (1975) e

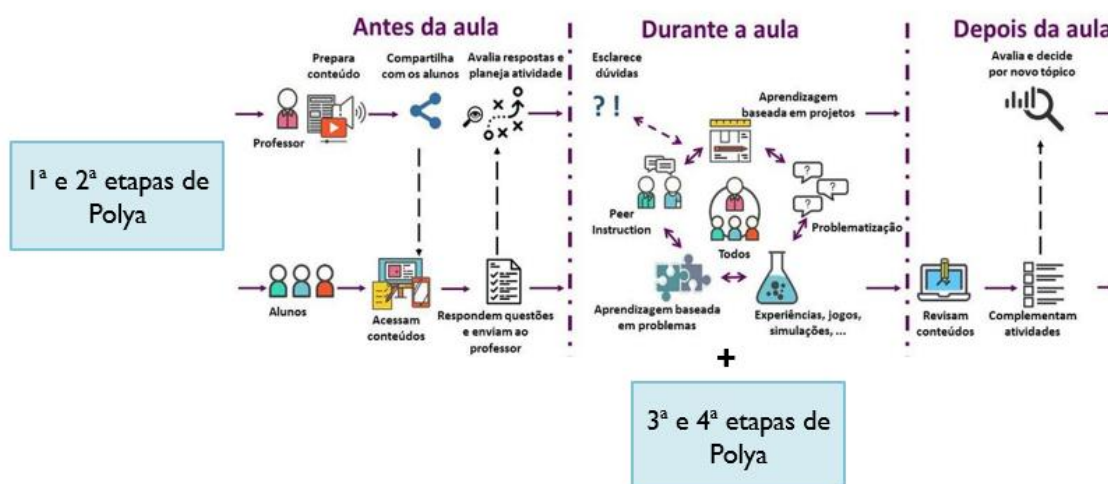
consiste em quatro etapas para a resolução de um problema matemático: a Compreensão do Problema, o Estabelecimento de um Plano, a Execução do Plano e o Retrospecto da Resolução.

E a SAI é um método de aprendizagem que segue a concepção de Bergmann e Sams (2012) e realiza a inversão dos fazeres. A parte teórica é vista em plataformas virtuais através de vídeos, *podcasts* e leitura, enquanto a resolução, a prática de atividades e exercícios é realizada em sala de aula por grupos de alunos sempre orientados pelos professores.

Inicialmente, na primeira aula de observação participante, foi explicada pela PP a metodologia que seria adotada e como seria o desenvolvimento das aulas a partir daquele momento. Uma conversa inicial foi importante para esclarecer as dúvidas, além de despertar curiosidade nos alunos, aumentando as expectativas para o novo. Essa etapa foi integralmente conduzida pela PP, visto que o objetivo é aplicar a proposta metodológica da pesquisa. O professor regente acompanhava as aulas, mas sem intervenção, apenas estava junto e assistia toda a prática.

A imagem a seguir mostra de forma resumida o passo a passo da proposta metodológica.

Figura 8. Resumo da metodologia adotada pela PP



Fonte: adaptado pela autora, 2019.

A seguir, serão descritas algumas atividades desenvolvidas no período da observação participante. Não será possível apresentar todos os problemas geradores e todos os conteúdos abordados, porém serão descritos três dos seis aplicados.

Conteúdo Geral 01: Estatística

O primeiro conteúdo designado para trabalhar com a turma foi Estatística, abordando assuntos relevantes, como: média aritmética simples, média aritmética ponderada, moda, mediana, aumento percentual, desconto percentual, interpretação de gráficos e tabelas. Os conteúdos escolhidos foram determinados pelo professor regente, visto que já seguia uma sequência linear de estudo e esta ordem estava prevista no plano de trabalho docente.

4.2.1 Problema Gerador de Estatística - Média Aritmética Simples

Passo 01 - Apresentação do problema:

Foi apresentado o seguinte problema matemático aos estudantes: *“João deseja saber a sua média final na disciplina de História. Ele estuda em uma escola cuja nota mínima deve ser 7,0 para não ficar com nota vermelha. Sabendo que ele obteve 7,8 no 1º bimestre, 4,8 no 2º bimestre, 8,9 no 3º bimestre e 7,0 no 4º bimestre. Qual foi sua média final? Ele passou de ano?”*. Foi exposto no quadro e feito um pedido para que copiassem em seus cadernos. Esse problema foi escolhido pela PP, pelo fato de envolver a Estatística, o objeto do conhecimento. O mais interessante é que esta prática segue o referencial curricular, não deixa o campo de conteúdos aberto e, assim, não foge do cronograma estabelecido para aquele determinado ano e série.

Primeiro, realizou-se a leitura com os estudantes, de forma coletiva, depois cada um realizou sua leitura individualmente. Esse ato é o desenvolvimento da primeira etapa de Polya, a Compreensão do Problema. Alguns estavam um pouco desinteressados, outros leram e estavam esforçados a entender e alguns já conseguiram entender o que o problema pedia e estavam, inclusive, estabelecendo formas de resolução. A paciência com o cumprimento das etapas deve ser compreendida primeiro pela PP e depois passada para os estudantes, para, assim, seguir as etapas da pesquisa de forma integral. Deixar um tempo para a leitura e releitura é essencial para que todos da sala entendam o que se pede.

Depois, houve a discussão do que se pede no problema, essa parte foi explicada pela PP, compartilhando ideias e sanando as dúvidas dos estudantes. Nessa conversa, alguns alunos afirmaram que não sabiam exatamente que cálculo efetuar, tinham uma vaga lembrança daquilo

que já foi estudado, mas não lembravam como realizar. Quando eles sentiram a necessidade do conhecimento de um conteúdo novo, então começou a segunda etapa de Polya, o Estabelecimento de um Plano. É o momento de encontrar conexão do que foi pedido com as experiências e com mais um fator, que ainda não tinham domínio, o conteúdo para resolução daquele problema. Um esboço foi ganhando forma e a cada fala dos estudantes, a cada ponto de luz que a PP dava, os caminhos estavam sendo traçados em meio às conversas.

Para o próximo passo, que é a Resolução do Problema, era necessário o conhecimento do conteúdo, nesse caso, a média aritmética simples. Então, explicou-se aos estudantes que, antes de encontrar a solução do problema, eles deveriam estudar um vídeo sobre a temática. Esse vídeo era para ser estudado em casa, anotar as dúvidas e responder a um formulário sobre o vídeo disponível no *Google Forms*, eles tinham três dias para cumprir este processo. Acharam muito estranho esse formato de ensino, perguntaram o porquê trilhar este caminho diferenciado. A única afirmação que a PP fez foi: “*O novo é estranho, isso é normal. Tenham paciência e esperamos que tudo dê certo!*”.

Passo 02 - Compartilhamento dos materiais com os alunos:

Foi criado um grupo no *WhatsApp* e adicionado todos os alunos daquela turma, o professor regente e a PP. Essa foi a plataforma de mais fácil acesso encontrada àquela realidade e àqueles indivíduos. Nessa turma, todos tinham acesso ao *WhatsApp* e podiam acessar essa plataforma em casa, no entanto, em outras escolas pode ocorrer de alguns alunos não conseguirem acessar por algum motivo/problema, desse modo, o professor deve encontrar uma maneira de atingir a todos, compartilhar os materiais em plataformas virtuais, *bluetooth* ou gravar em DVD ou *pendrive*, o importante é alcançar todos da turma.

O vídeo enviado para os estudantes foi do canal Matemática Rapidola, disponível no link: <https://www.youtube.com/watch?v=8koruwH84pY> com duração de 5:23 minutos. Como tarefa, foram pedidos registros no caderno e respostas a um formulário realizado pela PP na plataforma *Google Forms*. Essas atividades tinham como proposta o incentivo a assistir ao vídeo e, mais que isso, estudá-lo. As aulas de Matemática eram sempre nas segundas e quintas-feiras, então, os alunos tinham um bom tempo para a realização dessas atividades.

Figura 9. Postagem da primeira atividade no grupo do *WhatsApp*



Fonte: A autora, 2019.

Passo 03 - O acesso dos estudantes:

O grupo do *WhatsApp* tinha 23 integrantes. No início, poucos interagiam, mas todos visualizavam as mensagens. Durante os três dias disponíveis para a realização dessas atividades, foram recebidas 13 respostas no formulário do *Google Forms*, todas continham respostas condizentes ao conteúdo e ao vídeo sobre Média Aritmética Simples. A imagem abaixo (figura 10) mostra algumas perguntas presentes no formulário e respostas de alguns alunos.

Figura 10. Algumas respostas de perguntas referentes ao vídeo

Exemplifique uma situação do dia a dia que envolve Estatística.

13 respostas

A quantidade de mortos no Brasil, pego os dados de todos os estados e faço a divisão pela quantidade de estados. Tenho a média.

Quanto foi a média da minha nota de uma disciplina, somo tudo e divisão por 4.

Com suas palavras, o que é média aritmética simples?

13 respostas

É a soma de tudo e depois divide pela quantidade de elementos, aí posso saber uma "média" do que gastei, no quanto comi...enfim.

É O RESULTADO DA DIVISÃO ENTRE A SOMA DE VÁRIOS VALORES E A QUANTIDADE DOS VALORES QUE FORA SOMADOS.

Fonte: A autora, 2019.

Passo 04 - De volta a sala de aula:

Nestas próximas duas aulas, teve um momento para tirar as dúvidas sobre partes do conteúdo, ou ainda, sobre o vídeo estudado. Os alunos que estavam perguntando eram justamente aqueles que enviaram as respostas no formulário. As dúvidas frequentes eram sobre: generalização da média para valores muito diferentes e quando o cálculo envolve números decimais. Percebeu-se que uma parcela da turma participou deste momento, mas alguns estavam quietos, sem perguntar. Foi solicitada a manifestação destes alunos e a resposta foi que não tinham efetuado a atividade proposta. Então, mostrou-se o vídeo para todos os presentes na sala, discutindo algumas partes essenciais. Essa ação fugiu do que estava planejado, mas foi importante essa retomada para que todos da turma estivessem por dentro do assunto. Vale lembrar que esse tópico do conteúdo era o primeiro contato da turma com a prática metodológica, conforme tudo foi tomando forma e entendimento, a quantidade de alunos que realizou este estudo em casa foi aumentando.

Logo após, retomamos o problema gerador e colocamos em prática a terceira etapa de Polya, a Resolução do Problema. Para o desenvolvimento desse momento, foi liberado o trabalho em grupo, mas alguns estudantes preferiram realizar individualmente ou em duplas. Com toda a bagagem teórica e a realização de exercícios parecidos que tinham no vídeo, foi tranquilo retomar o problema gerador e solucioná-lo. Os estudantes conseguiram realizar esta

etapa em pouco tempo. Todos tinham entendido o que se pedia, como efetuar e qual o cálculo a ser executado. Depois, foi o momento da quarta e última etapa de Polya, o Retrospecto da Resolução. Quando realizada a correção do problema gerador no quadro, alguns estudantes realizaram cálculos aritméticos errados na divisão ou até mesmo na soma, pois se tratava de números decimais. Esse tipo de erro não é esperado de estudantes do último ano do ensino médio, mas foi o que ocorreu.

Os estudantes consideraram fácil a proposta desta primeira atividade, apenas alguns fizeram a tarefa de assistir ao vídeo e responder ao formulário, mas no final todos entenderam a resolução do problema gerador, além de serem esclarecidas pequenas dúvidas no particular, quando a PP passou de carteira em carteira ou de grupo em grupo.

Passo 05 - Apresentação de outros problemas e atividades:

Neste mesmo dia, foram apresentados outros problemas envolvendo média aritmética simples. Uma lista foi fornecida para cada estudante, com um total de cinco atividades, que foram realizadas em grupos, com troca de ideias e utilizando as quatro etapas para resolução de problemas, segundo Polya. Essas etapas foram explicadas minuciosamente no primeiro dia de aula da observação participante, porém, mesmo assim, nesse dia foram expostas no quadro e explicadas novamente, de forma resumida. Os estudantes realizaram todos os problemas com facilidade, já que tinham efetuado algo parecido com o problema gerador. Insistiu-se na utilização das quatro etapas de Polya, pois os alunos tinham pressa em ler, realizar os cálculos e finalizar os problemas. Por isso, no momento das correções, a PP pediu para cada grupo apresentar as quatro etapas, poderia ser um representante do grupo ou todos do grupo poderiam contribuir.

Nesse momento, dois grupos estavam bem participativos, expondo a interpretação do problema, os possíveis caminhos para a resolução e a tomada de decisão para uma resolução, que foi exposta no quadro por um integrante de cada grupo. Porém, alguns alunos não queriam participar, por isso não comentaram sobre o desenvolvimento dos problemas. De forma geral, a atividade teve bom êxito, pois todos realizaram a lista, somente a participação oral que ficou restrita para alguns estudantes.

No final da aula, realizamos juntos os retrospectos das soluções de cada grupo, visto que estava exposto no quadro, então comparamos os cálculos e percebemos que os caminhos

eram muito semelhantes, tanto que acabou fechando no mesmo resultado. O papel do estudante é participar de forma ativa em cada atividade e, também, o trabalho em grupo e, por sua vez, a PP como orientadora em sala de aula estava auxiliando e dando ideias, discutindo e esclarecendo as dúvidas. Essas aulas foram produtivas e para primeira proposta desta metodologia obteve bons resultados.

Passo 06 - Revisão do conteúdo:

A noção de média aritmética simples estava bem formada na mente dos estudantes, por isso, como forma de revisão, dedicamos esse momento para a realização de uma atividade um pouco diferenciada. Os alunos tinham que criar um problema com dados de pesquisas retirados da internet e, nesse caso, poderiam utilizar seus celulares, ou ainda, realizar entrevista com os colegas de sala de aula. Além da criação dos problemas, eles tinham que realizar a troca e resolver o problema do colega, utilizando o conteúdo de média aritmética simples. Abaixo alguns problemas e resoluções realizados pelos estudantes:

Figura 11. Atividade: criação e resolução de um problema envolvendo o conteúdo de média aritmética simples

Na sala do 3º Ano do Ensino Médio as notas de matemática no 3º bimestre foram:

78, 49, 88, 85, 84, 84, 70, 65, 63, 99, 93, 90, 88, 85, 58, 63, 62, 63, 69.

Qual a média da nota de matemática no 3º bim?

$$M = \frac{78 + 49 + 88 + 85 + 84 + 84 + 70 + 65 + 63 + 99 + 93 + 90 + 88 + 85 + 58 + 63 + 62 + 63 + 69}{19}$$
$$M = \frac{1436}{19} = 75,5$$

A média foi 75,5

DAS 7 MATÉRIAS QUE BRUNA POSSUI, ELA TIROU 70 EM MATEMÁTICA, 73 PORTUGUÊS, 88 HISTÓRIA, 90 GEOGRAFIA, 73 BIOLOGIA, 90 EDUC. FÍSICA, 65 INGLÊS, QUAL A MÉDIA NESSE BIMESTRE?

$$M = \frac{70 + 73 + 88 + 90 + 73 + 90 + 65}{7}$$

$$M = \frac{549}{7} = 78$$

A média de Bruna foi 78

Fonte: a autora, 2019.

Para o primeiro problema, a aluna fez uma pesquisa com os colegas de turma, perguntando sua nota na disciplina de matemática no 3º bimestre daquele ano, naquela aula estavam presentes 19 alunos. Depois de coletados os dados, criou o problema. Quem realizou a resolução foi um colega de turma.

O segundo problema trata de dados coletados por meio de entrevista com um estudante. Com o boletim do 3º bimestre em mãos, foi criado o problema pedindo a média aritmética das notas daquele bimestre. Quem resolveu o problema foi um colega de turma.

4.2.2 Problema Gerador de Estatística - Média Aritmética Ponderada, Mediana e Moda.

Passo 01 – Apresentação do problema:

Para o estudo das outras medidas de tendência central, foi escolhido pela PP o seguinte problema: “Pedro fez um concurso e conseguiu as seguintes notas: 6,5 em matemática, 6,0 em português, 7,0 em biologia e 7,0 em conhecimentos específicos. Os pesos para cada disciplina são: matemática e biologia, peso 2, português peso 1 e conhecimentos específicos peso 3. Para passar no concurso ele precisa tirar nota igual ou superior a 8,0. Pedro conseguiu? Além disso, qual a média e mediana desses dados?” A escolha deste problema foi devido ao envolvimento dos três conteúdos. Pode ser considerado extenso, porém de fácil interpretação.

O problema gerador foi exposto no quadro para os estudantes realizarem a cópia no caderno. Nesse segundo problema gerador, eles já estavam se adaptando com maior facilidade, pois já sabiam o passo a passo da metodologia. Foi realizada a primeira etapa, Compreensão do

Problema, feito a leitura e a interpretação do problema. Dessa vez, cada um fez individualmente e, depois, explicou-se de forma geral pela PP. Os estudantes não tiveram dificuldades em interpretar ou entender a situação.

Já, na segunda etapa, Estabelecimento de um Plano, estavam com muitas dúvidas e o difícil foi elaborar caminhos para uma possível solução, como não sabiam a diferença de média simples e ponderada, estavam sem saber o que fazer com os dados “peso” e, além disso, não sabiam o conceito de mediana e moda. Alguns estudantes solicitaram a explicação dos conteúdos, outros estavam até pesquisando no livro didático de matemática as temáticas, para eles o grande objetivo é sempre resolver o problema rapidamente. Foi lembrado novamente sobre a importância de seguir as etapas da metodologia.

Assim, no final da aula, lembrou-se sobre o compartilhamento dos vídeos e formulários que deveriam ser estudados e respondidos, também, sobre a responsabilidade de executá-los e sobre o método de avaliação que era contínuo.

Passo 02 - Compartilhamento dos materiais para os alunos:

Foi disponibilizado um vídeo, segue o link: https://www.youtube.com/watch?v=W_yMDEjSzo0 com duração de 3:21 minutos e, novamente, um formulário sobre perguntas específicas do conteúdo de medidas de tendência central. O compartilhamento foi realizado pelo grupo do *WhatsApp* e, dessa vez, houve mais interação dos estudantes, estavam conversando e expondo dúvidas no grupo. As conversas de assuntos aleatórios também surgiam, mas não atrapalhavam em nada, apenas geravam mais entrosamento.

Passo 03 – O acesso dos estudantes:

Algumas dúvidas que foram expostas no grupo do *WhatsApp* eram sobre o conceito e sobre a resolução do problema gerador, foi então que a PP pediu paciência, sem pular processos e etapas da metodologia. Foram solicitadas as anotações de todas as dúvidas no caderno de matemática para retomá-las e saná-las em sala de aula. O formulário continha algumas questões específicas sobre o vídeo, isso foi uma maneira de verificar quem assistiu e estudou. O tempo para a realização desses estudos foi de três dias, como já planejado pela PP. Houve um pequeno

aumento no número de respostas do formulário, de 13 respostas passou para 15. Na imagem abaixo (Figura 12), mostra-se algumas perguntas e respostas do formulário.

Figura 12. Perguntas e respostas do formulário sobre Média Ponderada, Mediana e Moda

O que está sendo explicado no vídeo no tempo 1:29?
15 respostas

Sobre media ponderada, que cada número tem um peso. Entendi peso como sendo cada número tem uma importancia.

Ele explica sobre média ponderada que é diferente da que aprendemos, a média simples. Na ponderada cada dado tem um peso diferente, como se fosse uma importância distinta.

O que você entendeu sobre moda?
15 respostas

Moda é o que aparece mais.

É o valor que mais aparece no rol, pode ser que tenha moda ou não, aí e amodal.

Fonte: a autora, 2019.

Passo 04 – De volta a sala de aula:

Nestas aulas, foram manifestadas todas as dúvidas sobre o vídeo, o conteúdo e o formulário. Como de costume, os participantes das aulas são sempre os mesmos estudantes, e suas dúvidas aumentaram comparadas com o assunto anterior, e isso era previsto, pois a quantidade de conteúdo também aumentou. Novamente, retomou-se o vídeo em sala de aula, além disso, foi dedicado um tempo da aula àqueles que não realizaram o formulário, para que, assim, conseguissem fazê-lo. Os estudantes podiam ter acesso aos celulares, isso foi uma das inovações desta metodologia, pois antes era proibida a utilização de recursos tecnológicos em ambiente escolar.

As dúvidas frequentes da turma foram sobre: o significado de “peso” na média ponderada e quando se usa mediana e moda. Para explicar sobre a dúvida de mediana e moda, foi utilizado pela PP o seguinte exemplo: um grupo de pessoas com idades de 2, 3, 2, 12 e 50,

a média das idades é de 10 anos e, neste caso, não demonstra as características deste grupo, é nesse tipo de caso que se utiliza a moda e mediana.

Os alunos afirmaram, de forma geral, que entenderam os exemplos dados no vídeo e os conceitos. Aqueles que fizeram em sala as atividades propostas, no caso assistir ao vídeo e responder ao formulário, conseguiram ter uma contribuição maior nas conversas sobre a temática.

Passado esse momento, retomamos o problema gerador e, para o desenvolvimento das terceira e quarta etapas de Polya, foi necessária a organização dos estudantes. Dessa vez, não foram feitos grupos, mas sim duplas. Decidiu-se por esse tipo de organização dos estudantes para que todos tivessem participação e contribuição na atividade proposta. A terceira etapa, Resolução do Problema, não teve grandes dificuldades, pois sabiam realizar os cálculos e responder ao que se pedia no problema. O tempo para esta etapa foi um pouco maior comparado com o primeiro problema gerador, um dos fatores é que estavam dispostos em duplas, outro é que o problema era um pouco mais complexo. Das nove duplas formadas, seis mostraram as suas resoluções no quadro e, para a execução da quarta etapa, o Retrospecto da Resolução, foi discutido de uma forma mais geral, encaminhado pela PP. Percebeu-se, novamente, que foram poucas diferenças de resoluções e, no final, chegou-se no mesmo resultado.

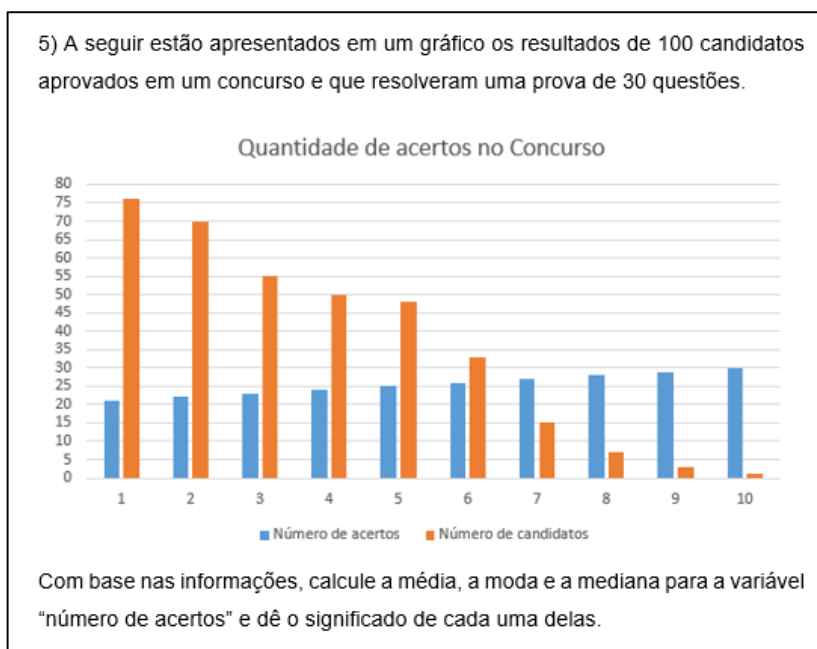
Os estudantes estavam cumprindo com maior colaboração as etapas da metodologia, assim como a participação deles nas aulas foi maior, inclusive das respostas dos formulários, uma atividade imputada para realizar em casa. Duas circunstâncias positivas nessas aulas: a disposição em duplas e uma maior aceitação, por parte dos alunos, referente à metodologia e a abordagem de conteúdo adotadas.

Passo 05 – Apresentação de outros problemas e atividades:

Como da primeira vez, foi disponibilizada uma lista com cinco problemas que envolviam os conteúdos ensinados. Os alunos deveriam seguir as quatro etapas de Polya e assim os quatro primeiros exercícios da lista foram realizados com sucesso por toda a turma, algumas dúvidas apareceram, e a PP, no papel de orientadora, ajudava a sanar e encontrar uma saída para os questionamentos. O último problema envolvia a interpretação de um gráfico de colunas, os tipos de gráficos e suas construções, seria nosso próximo conteúdo a ser estudado, mas como os alunos estavam retomando muitos conteúdos do campo da Estatística, foi tranquilo de

resolvê-lo. A PP explicou os dados presentes no gráfico e com o domínio da primeira etapa de Polya, que é a interpretação, as outras etapas foram executadas sem muitas hesitações.

Figura 13. Um dos problemas apresentados na lista



Fonte: a autora, 2019.

Passo 06 – Revisão do conteúdo:

A revisão desse conteúdo ocorreu por meio de uma atividade mais prática. Os alunos dividiram-se em grupos e foi realizado um Jogo de Perguntas e Respostas. Essa atividade funcionou da seguinte maneira: foi apresentada pergunta por pergunta com a utilização do recurso tecnológico *Power Point* e, assim, cada grupo tinha que escrever no papel a sua respectiva resposta. Era contabilizado um tempo para a elaboração das respostas, caso o grupo não entregasse no tempo determinado ou não respondesse ficava sem pontuar. Os grupos acumulavam pontos, se a resposta estivesse correta e, no final, havia uma recompensa para os ganhadores, uma cesta com docinhos e chocolates que deveria ser dividida igualmente aos integrantes do grupo ganhador.

As perguntas eram fáceis, com respostas pequenas, por isso o tempo dado era de 20 a 60 segundos. Os alunos gostam muito de atividades diferenciadas, mesmo sendo estudantes do ensino médio. Atividades lúdicas ajudam no entrosamento, na participação integral dos grupos,

oportunizam um ambiente leve e o aprendizado acontece de forma espontânea. A seguir algumas perguntas presentes no jogo.

Figura 14. Algumas perguntas do jogo de perguntas e respostas

- **Qual a diferença de média aritmética e ponderada?**
- **O valor central de um conjunto é chamado de?**
- **O que significa um conjunto trimodal?**
- **Na disciplina de matemática foi realizado três provas. A primeira tinha peso 6, a outra peso 4 e a última peso 3. Joana tirou notas 60, 40, e 80 nas provas, respectivamente. Qual foi sua média em matemática?**

Fonte: a autora, 2019.

Conteúdo Geral 02: Números complexos

Esse conteúdo faz parte da proposta curricular da disciplina de Matemática para o 3º ano do ensino médio e, portanto, o ensino e aprendizagem tornam-se obrigatórios. Porém, mais que uma exigência, o conteúdo é necessário, quando se depara com situações nas quais o Conjunto dos Reais, por si só, não as resolve. Seguindo a proposta metodológica adotada nesta pesquisa, retomaram-se os conjuntos numéricos, abordando onde os números complexos aparecem, a sua forma algébrica, as operações, módulo e a representação geométrica.

Um número complexo é um número composto por uma parte real com formas de representações reais e uma parte concebida mentalmente. Na parte que deve ser compreendido mentalmente, pode ser considerado complexo e teórico demais aos olhos de quem está descobrindo o conteúdo. Além disso, os estudantes podem não entender o sentido de aprender o tema, não encontrando propósito e, assim, muitos acabam realizando as atividades de forma mecânica que é, justamente, o que ocorre na proposta metodológica tradicionalista.

4.2.3. Problema Gerador de Números Complexos – A introdução

A seguir, será descrito o primeiro problema gerador demonstrado aos estudantes sobre o conteúdo de Números Complexos e toda a exposição dos passos envolvendo este problema.

Passo 01 – Apresentação do problema:

Ao iniciar um novo conteúdo, é comum que os estudantes busquem entender o porquê deve-se aprendê-lo, qual a necessidade daquilo para se lidar com situações do dia a dia. Foi pensando nisso, que o problema gerador escolhido foi: “*O professor de Ana pediu a resolução da seguinte equação do 2º grau: $x^2 + 2x + 2 = 0$. Ana conseguirá resolver esta equação? Por quê?*”.

Como a temática de equação e sua funcionalidade na Matemática já tinham sido abordadas em outros anos, o objetivo foi, por meio desse problema, mostrar onde aparecem os números complexos e a necessidade de obtê-los. Na resolução, deparamo-nos com uma raiz quadrada com o radicando negativo e, nos conjuntos já conhecidos e estudados, seria impossível alcançar uma solução.

Foi desenvolvida a primeira etapa de Polya, a Compreensão do Problema, de forma individual e, depois, discutido com toda a turma, que foi orientada e direcionada pela PP. Nas etapas da aplicação da metodologia, a turma estava bem adaptada aos processos e de passivos tornaram-se ativos, prontos a propor ideias e discutir assuntos construtivos. A interpretação foi tranquila, todos entenderam que a Ana do problema precisava encontrar valores para satisfazer a equação fornecida.

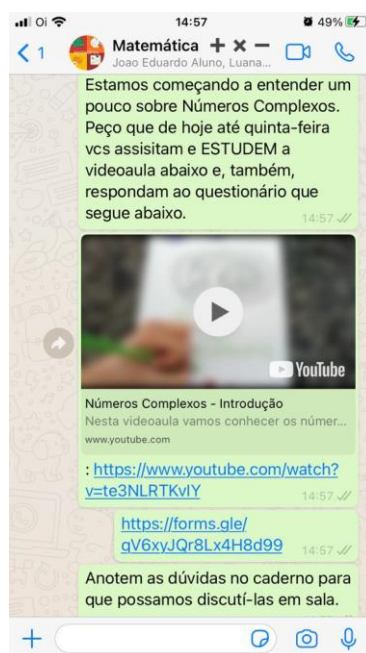
Na segunda etapa, o Estabelecimento de um Plano, os alunos tinham em mente que precisavam encontrar um método para obtenção dos resultados. Alguns alunos manifestaram a ideia de obter o resultado por tentativa e erro, seria um caminho possível, mas não a melhor escolha a ser tomada. Logo depois, alguns se lembraram do conteúdo de equações do 2º grau, no entanto a maioria não sabia como efetuar os cálculos. Então, através de outro exemplo, foi mostrado pela PP, o método de resolução usando a fórmula resolutive de equações do segundo grau. Quando todos estavam a par da revisão, começaram a resolução e, então, surgiu o desafio, que foi: como solucionar uma raiz quadrada com radicando negativo.

Nesse problema, em específico, foi dado um passo a mais do que estava nos planejamentos, pois ocorreu o início da terceira etapa de Polya, a resolução do problema. Essa decisão foi tomada para que os estudantes percebessem a importância do conjunto dos Números Complexos. Logo depois, ocorreu a explicação de que a finalização do problema ocorreria nas próximas aulas e que a partir daquele momento seria a parte do estudo da videoaula e de respostas ao formulário referente ao conteúdo visto no vídeo, como já estavam habituados.

Passo 02 - Compartilhamento dos materiais para os alunos:

De forma semelhante às atividades anteriores, o compartilhamento do vídeo e do formulário foi disponibilizado por meio do grupo de *WhatsApp*. Os estudantes tinham o mesmo prazo, em torno de três dias para estudar e responder às perguntas do formulário elaborado no *Google Forms*. A videoaula para esse conteúdo foi desenvolvida pela PP, e esta trata da parte introdutória do conteúdo de Números Complexos, disponível no link: <https://www.youtube.com/watch?v=te3NLRTKvIY> com duração de 9:25 minutos. A seguir uma figura que mostra o encaminhamento das atividades para os estudantes no grupo.

Figura 15. Encaminhamento da videoaula e formulário para estudantes



Fonte: a autora, 2019.

Passo 03 – O acesso dos estudantes:

Os estudantes acessaram a videoaula e se surpreenderam ao ver a PP realizando as explicações, foram bastantes comentários no grupo a respeito do vídeo. Pode-se perceber que materiais feitos pelos próprios professores causam maior impacto nos estudantes e, de certa forma, até os incentiva a assistir e estudar a videoaula. O grupo do *WhatsApp* serve para o encaminhamento de atividades, mas, além disso, é uma ferramenta de fácil acesso para tirar as

dúvidas e, também, para conversas sobre assuntos mais aleatórios sobre a escola e temas diversos abordados em sala. Acredita-se ser saudável o fluxo de conversas constantes, pois se gera interação entre os participantes.

Um método adotado pela PP para lembrá-los de seus compromissos com as tarefas estabelecidas foi de enviar lembretes diários no grupo. A expectativa de obter uma quantidade maior de respostas no formulário *Google Forms* foi alta, porém havia uma variação de 12 a 15 respostas.

O formulário compartilhado pela professora, no grupo, continha perguntas relacionadas à videoaula, por isso a importância de assistir com atenção, atentando-se a cada explicação do conteúdo. Abaixo, algumas perguntas abordadas neste formulário e as respostas dos alunos.

Figura 16. Perguntas e respostas do formulário sobre Números Complexos: Introdução

Por que surgiu os números complexos? Por que eles existem?

14 respostas

Na verdade tem algumas raízes que tem número negativo e quando isso acontece não tem solução e entao que surgiu o número imaginário.

porque tem algumas coisas na matemática que os reais não dão conta, por isso que surgiu os imaginarios.

Na videoaula, o que está sendo explicado no tempo 5:55 ?

14 respostas

Sobre o número imaginário puro que tem apenas a parte $b.i$

Sobre os possíveis casos e nesse tempo, os puros , que tem só a parte imaginária.

Fonte: a autora, 2019.

Passo 04 – De volta a sala de aula:

Este é um dos momentos considerados mais produtivos, pois o tempo de aula é maior e a quantidade de dúvidas que os alunos trazem para a sala torna um ambiente no qual a aprendizagem flui. E, ainda, é nesse momento que se coloca em prática todo o conhecimento adquirido nas atividades propostas.

Novamente, a maioria dos estudantes assistiu ao vídeo e respondeu ao formulário, mas ainda há uma parcela que não realiza o que é proposto no grupo do *WhatsApp* e, por este motivo,

quando chega nessa etapa, é necessário mostrar o vídeo em sala, ter um momento para responder ao formulário, logo após, realiza-se discussões com todos sobre o conteúdo visto no vídeo.

As discussões dos assuntos abordados no vídeo acredita-se ser uma das partes mais preciosas, pois os estudantes já habituados com a metodologia expõem as suas dúvidas e ideias. Nessa aula, dos alunos presentes, a grande maioria conseguiu contribuir com algum questionamento ou fala. Alguns comentários selecionados pela PP são: *“Qualquer radicando negativo em uma raiz quadrada posso usar a unidade imaginária para resolver?”*, *“Na forma algébrica, a e b podem ser qualquer número? Pode ser com vírgula?”*, *“Em um número complexo quando a parte b for uma fração, como fazer para representar no plano complexo?”*, entre outros.

Todas essas dúvidas geraram um ambiente agradável de discussões, o conteúdo que parecia ser maçante passou a ser muito comentado em sala transmitindo uma sensação de apreciação. Logo depois, retomamos o problema gerador e realizamos a terceira etapa de Polya, foi uma resolução tranquila e sem muitas dúvidas. Na quarta etapa, a Retrospectiva dos Resultados, a PP chamou quatro estudantes, de forma aleatória, para efetuar a sua resolução no quadro, todos ao mesmo tempo. Assim, depois de comparar os resultados, percebeu-se que ocorreram poucas diferenças entre as resoluções, todos usaram a fórmula resolutive de equação do segundo grau e, depois, a forma imaginária para finalização. Alguns erraram em pequenos cálculos, porém os próprios colegas de sala alertaram e ajudaram-nos na correção.

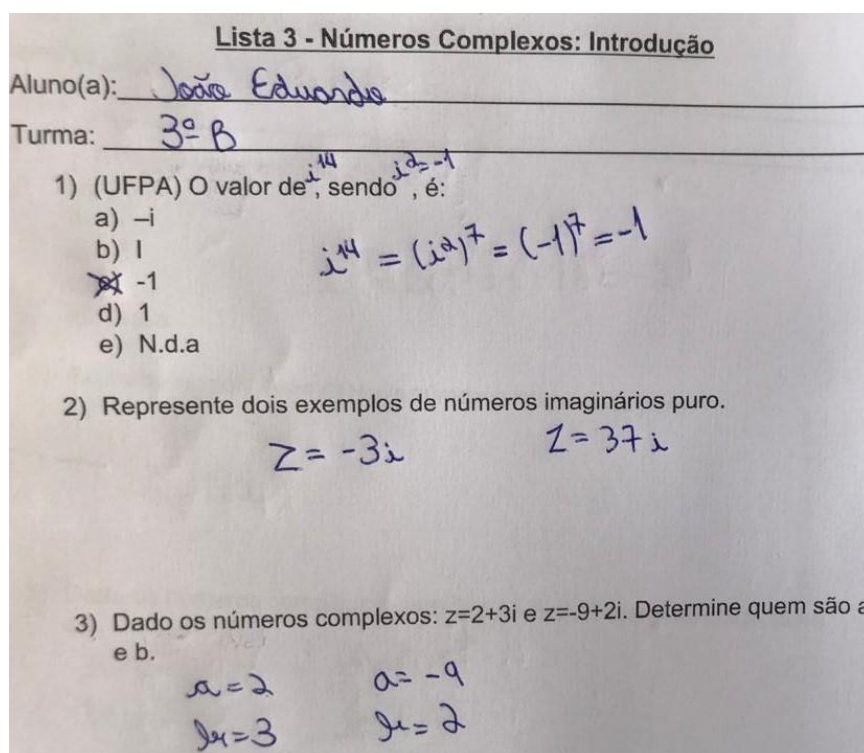
Passo 05 – Apresentação de outros problemas e atividades:

Foi disponibilizada uma lista com alguns problemas envolvendo todo o conteúdo de números complexos trabalhado até o momento. Os alunos foram dispostos em grupos de quatro integrantes e, dessa vez, eles aceitaram a ideia de entrosamento com outros colegas de turma. Então, foram montados grupos com integrantes diferentes daqueles que estavam acostumados, observou-se uma experiência bem interessante e foi nítida a mudança de comportamento e resultados. Alguns alunos, que antes não tinham muito interesse e iniciativa, nessa ocasião, próximos a novos colegas, tiveram grandes contribuições para a resolução da lista.

A PP, no momento da realização das atividades, como papel de orientadora, passava de grupo em grupo, auxiliando nas dúvidas e questionamentos dos estudantes. Nessa etapa, as

dificuldades foram mais frequentes, percebeu-se que o vídeo, o formulário e a retomada em sala sobre o conteúdo não foram o suficiente para plena aprendizagem. Assim, para alguns exercícios da lista, foram necessárias explicações no quadro de giz, ao mesmo tempo em que se auxiliava nas resoluções, também ocorreu a retomada de alguns conceitos. A seguir, algumas fotos com os problemas propostos na lista e algumas resoluções dos estudantes.

Figura 17. Atividades propostas na lista de Números Complexos: parte da introdução



Fonte: a autora, 2019.

Passo 06 – Revisão do conteúdo:

Como observado pela PP, os estudantes estavam com mais dificuldades no conteúdo de Números Complexos, por isso, nessa etapa da revisão do conteúdo, foram elaboradas explicações com mais detalhes da parte introdutória dessa temática. Foram abordados os conjuntos numéricos, demonstrando Diagrama de Venn⁷, vários exemplos de números e à qual conjunto pertencia, até chegar ao objetivo, à origem e às características dos números complexos

⁷ Diagrama de Venn: Uma maneira gráfica de representar os conjuntos numéricos.

Através da história da Matemática, foi abordado um pouco sobre Leonhard Euler⁸ e Bombelli⁹ e as contribuições para a criação e evolução dos números complexos. Exemplos de números complexos, sua forma algébrica e a representação no plano complexo, também fez parte da revisão.

4.3. Outros problemas geradores e explicações de outros conteúdos

A observação participante durou cerca de dois meses, portanto foram abordados outros tópicos dos conteúdos de Estatística e de Números Complexos, no total, foram seis problemas geradores e explicações de conteúdos consequentes destes. Neste trabalho está descrito, de forma minuciosa, apenas três dos seis abordados para que a escrita fique compacta, e, além disso, através da descrição dessas atividades já é possível entender o desenvolvimento da proposta metodológica.

Em algumas aulas ocorreram revisões, entregas de trabalhos e avaliações. O combinado entre a PP e o professor regente é que 40% da nota referente ao 4º bimestre seria avaliada neste período da aplicação da pesquisa. A PP dividiu esta nota em duas avaliações, um trabalho e conceito participativo. Grande parte da turma obteve 30 pontos ou mais, e outros, por falta de participação e realização das atividades propostas no grupo do *WhatsApp*, tiveram notas abaixo disso. De forma geral, a turma conseguiu atingir bons resultados. Na imagem abaixo (Figura 18), apresenta-se algumas considerações dos estudantes sobre esse período de aplicação da pesquisa.

Figura 18. Considerações dos estudantes sobre a metodologia, professora pesquisadora, atividades e conteúdos.

⁸ Leonhard Euler (1707-1783) foi um matemático, físico, professor com grandes contribuições na área dos Conjuntos Numéricos.

⁹ Rafael Bombelli (1526-1572) foi um matemático e engenheiro hidráulico italiano, é autor de um tratado de Álgebra e figura central na compreensão dos Números Imaginários.

QUESTIONÁRIO SOBRE A PRÁTICA DOCENTE.

1) VOCÊ GOSTOU DO MÉTODO DE ENSINO DA PESQUISADORA/PROFESSORA?

Sim, é diferente de que estamos acostumados a ver em sala. Saiu da "mesmice" e deixou as aulas mais gostosas.

2) VOCÊ CONSEGUIU APRENDER O CONTEÚDO? EXPLIQUE.

Sim, mas foi esquecer até mesmo da direção de três minutos um bom tempo. Aprendemos a diferenciar gráficos.

3) SUAS DÚVIDAS FORAM SUPRIDAS QUANDO SOLICITADAS?

Sim, a professora sempre foi muito atenciosa e prestava atenção com os alunos.

4) VOCÊ ASSISTIU AS VIDEOAULAS REFERENTE AO CONTEÚDO? (X) SIM () NÃO.

EXPLIQUE: Não consigo falar mais sobre o julgamento do assunto e depois os gráficos paravam a longo e assunto na prática.

5) VOCÊ GOSTOU DAS VIDEOAULAS?

Sim, as vídeos eram muito explicativos.

6) AS LISTAS DE EXERCÍCIOS FORAM:

() FÁCEIS (X) MEDIANAS () DIFÍCEIS

7) VOCÊ CONSEGUIU RESOLVER OS PROBLEMAS PROPOSTOS NAS LISTAS E OUTROS PROBLEMAS PROPOSTOS EM SALA?

Sim.

QUESTIONÁRIO SOBRE A PRÁTICA DOCENTE.

1) VOCÊ GOSTOU DO MÉTODO DE ENSINO DA PESQUISADORA/PROFESSORA?

Sim, muito entendido, e esse método facilita o ensino e compreensão do aluno.

2) VOCÊ CONSEGUIU APRENDER O CONTEÚDO? EXPLIQUE.

Sim, porém nas provas não lembro portanto não foi. Mas, não aprendi no momento; mas a culpa foi minha não tenho uma memória durável.

3) SUAS DÚVIDAS FORAM SUPRIDAS QUANDO SOLICITADAS?

Insuficientemente.

4) VOCÊ ASSISTIU AS VIDEOAULAS REFERENTE AO CONTEÚDO? (X) SIM () NÃO.

EXPLIQUE: Sim, pois foi desse método que ela passou que aprendi melhor; outros professores deixam perguntas sobre.

5) VOCÊ GOSTOU DAS VIDEOAULAS?

Sim, todos foram explicativos.

6) AS LISTAS DE EXERCÍCIOS FORAM:

(X) FÁCEIS () MEDIANAS () DIFÍCEIS

7) VOCÊ CONSEGUIU RESOLVER OS PROBLEMAS PROPOSTOS NAS LISTAS E OUTROS PROBLEMAS PROPOSTOS EM SALA?

Sim, todos, só na prova que não lembro.

QUESTIONÁRIO SOBRE A PRÁTICA DOCENTE.

1) VOCÊ GOSTOU DO MÉTODO DE ENSINO DA PESQUISADORA/PROFESSORA?
 Gostei, pois é algo diferente, mas o intuito foi ser atividades inovadoras
 isso ajuda na minha aprendizagem, pois eu particularmente me
 animo com novos métodos

2) VOCÊ CONSEGUIU APRENDER O CONTEÚDO? EXPLIQUE.
 Consegui, mas era um conteúdo extremamente fácil, mas com
 a explicação bem clara, consegui aprender

3) SUAS DÚVIDAS FORAM SUPRIDAS QUANDO SOLICITADAS?
 Sim, todas as vezes perguntei e tive ajuda

4) VOCÊ ASSISTIU AS VIDEOAULAS REFERENTE AO CONTEÚDO? () SIM (X) NÃO.
 EXPLIQUE: não cheguei a assistir, por mais curtas que foram, realmente
 por conta do trabalho tive um pouco de dificuldade em assistir
 nesse horário

5) VOCÊ GOSTOU DAS VIDEOAULAS?
 como não assisti, não tenho como falar

6) AS LISTAS DE EXERCÍCIOS FORAM:
 () FÁCEIS (X) MÍDIAS () DIFÍCEIS

7) VOCÊ CONSEGUIU RESOLVER OS PROBLEMAS PROPOSTOS NAS LISTAS E OUTROS PROBLEMAS PROPOSTOS
 EM SALA?
 Consegui, às vezes que não conseguia fazer pedi ajuda você me
 deu uma super ajuda muito grande, me ajudou muito bem.

Obrigada!!! Te desejo muito
 sucesso!!!

Fonte: a autora, 2019.

4.4. Algumas considerações sobre a Observação Participante

Como professora pesquisadora frente a um grande desafio que é a implementação de uma nova proposta metodológica no ensino de Matemática, faço alguns adendos sobre essa prática.

Quando o método da Sala de Aula Invertida foi introduzido como principal forma de apresentação da teoria para os estudantes, estes deveriam estudar todo o conteúdo compartilhado pelo *WhatsApp*, cada um em sua respectiva casa. Como esperado, os alunos precisariam mais do que simplesmente assistir à videoaula, mas estudá-la, realizando anotações no caderno sobre as dúvidas para que ocorram debates no presencial. E, também, responder ao formulário com perguntas sobre o conteúdo dentro do prazo estabelecido realizando-os com dedicação.

No entanto, durante a prática surgiu uma categoria de muita relevância nesta pesquisa, o tempo de adaptação, que será discutido no capítulo V. Quando os alunos estão acostumados com uma forma de ensino, o método tradicional, por exemplo, não conseguem de forma instantânea tornar-se protagonista do próprio conhecimento, pois estão convencidos de que o papel do estudante deve ser o de apenas receber sem contestar.

Quando foi solicitada uma nova postura, frente a uma metodologia diferente, alguns conseguiram assistir às videoaulas e responder aos formulários desde o primeiro momento,

outros, porém, não estavam dispostos a mudar radicalmente, pois mudança exige esforço e, no início, ocorre até uma instabilidade na rotina dos envolvidos.

Como já mencionado, em muitas aulas a PP teve que retomar a videoaula e dar tempo para todos responderem ao formulário, pois alguns não tinham feito. Essa ação, quando repetida várias vezes, há de se ponderar que com o tempo pode gerar vício nos estudantes, os quais deixarão de realizar as atividades em casa para fazer na escola.

Tendo em vista o ocorrido, pode-se considerar normal nas primeiras aulas, visto que está ocorrendo o tempo de adaptação. Porém, a longo prazo, o professor pode propor uma roda de conversa para a turma e, assim, o aluno que estudou pode discorrer sobre o assunto, enquanto o outro que não realizou os estudos apenas escuta e assimila todas as conversações. Conforme vão ocorrendo as rodas de conversa, o aluno que não faz começa a perceber que sai prejudicado e precisa tornar-se ativo nessa ação, isso é reforçado ainda mais quando a avaliação feita pelo professor é contínua, ou seja, a todo instante estão sendo avaliados.

Essa é uma indicação para professores que queiram replicar o método em sua sala de aula, pois esse fato pode acontecer em qualquer realidade escolar.

CAPÍTULO V: ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Este capítulo retrata a análise e interpretação dos dados coletados a partir da aplicação da proposta desta pesquisa que está descrita no capítulo IV. Ao longo da observação direta e observação participante, que foram as etapas vivenciadas, pôde-se coletar e observar muitos fatores. Essas duas etapas conduzem a reflexões e levantamentos de algumas questões, que são: motivação dos estudantes, papel do professor, conteúdos abordados, interação entre os alunos, tempo de adaptação.

No desenvolvimento da pesquisa, algumas categorias emergiram naturalmente, pois eram relevantes para responder à questão de pesquisa. Através dos textos, serão explanadas as categorias, com uma perspectiva indutiva, interpretada através da triangulação com os dados coletados, a teoria abordada e a experiência da pesquisadora.

5.1 As categorias relevantes

Todo o processo de análise e interpretação dos dados foi feito conforme os autores Bogdan e Biklen (1994), que propõem uma análise indutiva, sempre buscando ideias em comum para constituir categorias, levando em consideração as particularidades de cada caso, sem variar, modificar ou trocar dados.

Como já mencionado, as categorias emergiram dos dados coletados pela pesquisadora. Levaram-se em consideração as atividades desenvolvidas nas duas etapas, a observação direta e a observação participante. A observação direta foi o momento onde a PP permanecia neutra, apenas analisando as aulas, alunos e professor. Já, na observação participante, ocorreu a aplicação do plano abordado neste trabalho, uma prática utilizando a MRP aliada com a SAI. As duas etapas tiveram duração total de três meses em uma turma de 3º ano do ensino médio de uma escola pública.

As categorias descritas a seguir imergiram no decorrer de toda aplicação da proposta e, além disso, surgiram através dos depoimentos registrados em questionários, em conversas e anotações do diário de bordo. Esta análise tem como objetivo responder à questão norteadora: **quais os impactos no ensino e aprendizagem de Matemática quando a Metodologia da Resolução de Problemas é utilizada como ponto de partida para a aplicação da Sala de Aula Invertida?**

No quadro 3, mostram-se as categorias que foram escolhidas, que serão analisadas e descritas nos textos a seguir. Além da categoria, apresenta-se, também, um resumo sobre seus aspectos e enfoques.

Quadro 3. As categorias e seu resumo

Categorias	Resumo
Motivação dos estudantes	Os fatores que motivaram os estudantes a realizar atividades, a estudar e aprender.
Papel do professor	Forma de ensino e papel do professor em cada uma das etapas da prática.
Abordagem dos conteúdos	As maneiras como os conteúdos matemáticos foram abordados nas duas etapas da prática, a sequência com relação ao currículo.
Interação entre os alunos	Forma de organização dos estudantes e o envolvimento. Relação estudante/estudante.
Tempo de adaptação	A duração da adaptação dos estudantes a metodologia de ensino e quanto ao seu papel no processo.

Fonte: a autora, 2021.

Nas próximas linhas serão abordadas as categorias levantadas no quadro, evidenciando os aspectos considerados no resumo, trazendo reflexões e resultados dos momentos da observação direta e participante.

5.2 Categoria: Motivação dos Estudantes

A motivação é uma palavra comumente utilizada no dia a dia para indicar um pensamento, um impulso que leva a uma ação e, segundo Murray (1986, p. 20), a motivação representaria "um factor interno que dá início, dirige e integra o comportamento de uma pessoa". Quando está relacionada com o contexto escolar, podemos dizer que é um investimento ou desinvestimento dos alunos no processo de ensino e aprendizagem.

Logo na observação direta, esta categoria já era identificada em alguns estudantes da turma, alguns estavam dispostos a compreender conteúdos matemáticos e ter bons desempenhos escolares por vários motivos, um deles era a obtenção de resultados significativos nas provas dos vestibulares, mas a maioria deles estava despreocupada, não tinham o objetivo de realizar uma graduação, e estavam apenas dispostos a conquistarem o diploma do ensino médio. Em uma conversa o E4 afirmou que: *"Estou cansado. Quero apenas terminar logo o*

ensino médio porque pra mim isso é o que preciso no momento. Existe o sonho de uma faculdade, mas está um pouco distante pra mim”.

Segundo Castro (2007), a percepção do clima de sala de aula é um fator importante que acarreta diretamente na motivação dos alunos ao estudo. “Quanto mais positivo for o ambiente e as situações escolares dos alunos, mais motivados estarão, apresentarão sentimentos mais positivos e terão um melhor desempenho” (CASTRO apud SOUSA; MONTEIRO; MATA; PEIXOTO, 2010, p. 2814). A prática pedagógica na observação participante proporcionou um ambiente no qual se permitia trabalhos em grupos, discussões mais longas sobre determinados conteúdos ou problemas geradores, acesso a dispositivos eletrônicos e à internet e, também, algumas atividades que exigiam a participação ativa dos estudantes. Foi um diferencial no fator motivação, pois, segundo os depoimentos de E1 e E2, *“foi diferente do que estávamos acostumados, as aulas saíram da mesmice”* e *“as atividades foram inovadoras, particularmente me animo com novos métodos”*.

Quando a tecnologia começou a fazer parte do processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, quando parte dos conhecimentos era concebido através de vídeos, respostas de formulários *on-line*, interações no grupo do *WhatsApp*, eles demonstraram maior vontade em aprender. O que antes era proibido, pois os celulares deveriam estar desligados e sempre guardados nas mochilas, agora faziam parte das aulas de Matemática, e eles estavam empolgados com o uso da tecnologia. Uma das respostas do questionário de um aluno, E7, quando perguntado o que mais gostou da ação pedagógica, foi: *“Esta forma de ensinar foi legal porque podíamos mexer no celular pra acessar as videoaulas, responder as perguntas e quando não fazíamos em casa, a professora dava um tempo pra fazer na escola durante a aula”*.

Bergmann e Sams (2012, p. 19) relatam que o trabalho metodológico com a SAI “estimula os alunos a trazerem seus próprios equipamentos eletrônicos, porque são melhores que os recursos tecnológicos da escola” e, ainda, relatam que em vez de combater a cultura vídeo/digital, com a SAI ocorre a exploração para obtenção de melhores resultados.

Outro fator motivador foram os problemas propostos em sala de aula. Segundo Polya (1975 p. 02), “a melhor motivação é o interesse pelo problema, devemos tomar o maior cuidado na escolha de problemas interessantes e em torná-los atraentes”. Por isso, a seleção dos problemas, principalmente dos geradores, foi pensada com muito cuidado, pois estes devem ter um propósito, que é o de gerar interesse, curiosidade e motivação em resolvê-los. Os problemas

devem estar relacionados de modo natural com as coisas que os alunos já viram ou ainda que estejam vivendo, que seja compreensível.

O problema gerador para iniciar o conteúdo de Estatística sobre Média Ponderada, Mediana e Moda foi escolhido por um motivo: os alunos tinham interesse em entender as notas e as classificações finais dos candidatos nas provas de vestibulares. Essa problemática era algo que despertava o interesse e, nada mais sensato, que escolher um problema que aborda esse assunto. Os alunos conseguiram entender o significado de “peso” em uma disciplina específica das provas de vestibulares e concursos e, por isso, sabiam que deveriam se esforçar mais nessas questões, já que tinham um maior valor.

Desse modo, a categoria motivação dos estudantes foi evidenciada, sobretudo na observação participante, visto que as aulas eram contextualizadas, com atividades diferenciadas, com o uso da tecnologia na prática pedagógica e o aumento de trabalhos em equipe.

5.3 Categoria: Papel do Professor

O papel do professor é uma categoria levantada de muita importância e, nesta pesquisa, temos a presença de duas formas diferenciadas de ensinar, as metodologias são diferentes e, conseqüentemente, todo processo de aprendizagem deu-se, também, de forma distinta. Na observação direta, o momento da pesquisa no qual a PP apenas fez observações sem interferir no ambiente, o responsável pelo ensino era o professor regente da turma. O método de ensino era baseado no tradicional, como já mencionado anteriormente, suas aulas eram pautadas em explicações expositivas no quadro de giz, mostrando cálculos através de exemplos prontos, com o auxílio do livro didático e listas de exercícios.

Nessa etapa, os alunos falavam pouco durante as aulas, muitas vezes, as conversas aconteciam mais com seus colegas. Os questionamentos a respeito do conteúdo eram poucos, podem-se considerar alunos quietos e sem muito interesse pelo conteúdo ministrado. Professor e alunos estavam condicionados à metodologia tradicional, o professor estava acostumado a planejar suas aulas neste formato, e os alunos também adaptados a receber sem contestar. Segundo Mizukami (1986, p. 02), “a ênfase é dada às situações de sala de aula, em que os alunos são “instruídos” e “ensinados” pelo professor. Os conteúdos e as informações têm de ser adquiridos, os modelos imitados”.

Na observação participante, a PP saiu do papel de somente observadora para neste momento participar, também, do processo de ensino e aprendizagem. A prática adotada possibilitou o uso pedagógico do celular e da internet, o desenvolvimento de atividades práticas, aulas com discussões, e os estudantes tinham a oportunidade de participar do seu próprio processo de aprendizagem.

Esta categoria revela que a postura do professor mudou, deixando de ser transmissor de conteúdos e assumindo o papel de mediador, orientando os estudantes durante as aulas e até fora do ambiente escolar, no grupo do *WhatsApp*. Esse tipo de postura “[...] favorece o estabelecimento de relações afetivas mais fortes entre os alunos e professor e alunos” (BURAK, 2004, p. 04).

Durante todo o processo de ensino, a PP desempenhou um papel fundamental na organização dos grupos de alunos, na maneira como seriam apresentados os conteúdos, na escolha de problemas geradores e problemas de listas de atividades, na orientação das etapas da prática pedagógica, tornando-se mediadora e facilitadora, já os estudantes eram o centro tornando-se protagonistas em toda a ação pedagógica.

Em todos os processos, a professora era presente, inclusive na etapa utilizando a Sala de Aula Invertida, pois, conforme relata Valente (2014), o processo de Sala de Aula Invertida não substitui a presença física do professor no ambiente escolar, muito pelo contrário, atribui-lhe uma função de mediador e facilitador da aprendizagem dos estudantes.

Burak e Martins relatam sobre as práticas desejáveis que um professor no processo de ensino deva possuir para o alcance de uma aprendizagem significativa. Este deve ser: “mediador, incentivador, organizador e problematizador” (BURAK; MARTINS, 2015, p. 98).

Nesta categoria, podemos relatar sobre o material virtual que foi escolhido e desenvolvido para compartilhar com os alunos. Independente dos vídeos serem escolhidos ou criados pelo professor, a responsabilidade cabe somente a ele, por isso é importante ter compromisso, organização e cuidado ao fazê-lo. O docente deve ter em mente que os estudantes precisam perceber a relação do material virtual com a aplicação prática (problema gerador), além disso, este deve estabelecer uma base teórica sobre o tópico que proporcione reflexões sobre o aprendido.

Neste trabalho, alguns vídeos foram escolhidos com muito cuidado utilizando a plataforma *YouTube*, outros foram criados pela PP e a elaboração deste material exigiu esforços. Aponta-se o valor de um bom planejamento para definir os tópicos do que vai ser lecionado e

destacado no vídeo para que, deste modo, estabeleça uma relação com o problema gerador e com as atividades mais adequadas para aplicação em sala de aula.

Vale ressaltar a importância de uma boa produção de videoaulas, ou ainda, da grande responsabilidade ao escolher vídeos que estão disponíveis na internet, pois estes são a fundamentação teórica para toda a prática do saber e base para todos os problemas matemáticos executados na escola.

Em síntese, a categoria papel do professor foi fundamental para destacar a importância do docente durante todo o processo de ensino e aprendizagem, independentemente do método adotado.

5.4. Categoria: Abordagem dos conteúdos

A abordagem dos conteúdos também mereceu ser categorizada, visto que é um fator essencial no planejamento das aulas. A escolha dos conteúdos para o período da observação participante seguiu uma sequência linear de estudo, conforme a ordem prevista no plano de trabalho docente do professor regente. Para essa série e período letivo, os estudos foram concentrados nas áreas de Estatística e Números Complexos. Nesses campos da Matemática, decidiu-se pelos tópicos considerados de mais importância, como: média aritmética simples e ponderada, moda, mediana, aumento percentual, desconto percentual e interpretação de gráficos e tabelas para Estatística e os conjuntos numéricos, as características do conjunto dos números complexos, operações com complexos e sua representação gráfica para o Conjuntos dos Números Complexos.

Com os tópicos já determinados, a PP precisou tomar outras escolhas relevantes, que são os problemas geradores que foram apresentados para a turma. Em uma aula no qual o objetivo é introduzir a ideia de média aritmética simples, por exemplo, a PP deveria escolher um problema gerador, e este deve incluir este conteúdo, por isso o cuidado na hora desta escolha. Além de seguir a proposta curricular, os problemas devem ser de interesse dos estudantes, considerando-os como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o “problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula”. (ONUChic; ALLEVATO, 2011, p. 83 e 84).

Logo após, foi realizado o compartilhamento dos materiais aos estudantes, que também devem ser escolhidos de forma bem organizada e planejada, fornecendo todos as explicações essenciais daquele determinado tópico.

Neste processo houve uma inversão na abordagem dos conteúdos. No modelo usual de SAI o primeiro contato dos estudantes é com a parte teórica, ou seja, os conceitos, fórmulas, definições e exemplos resolvidos. Já na MRP aliada com a SAI, primeiramente apresenta-se o assunto de forma prática, através do problema gerador, fornecendo aos alunos uma noção da aplicabilidade do conteúdo, e posteriormente, apresenta-se o conteúdo matemático.

Esta abordagem de ensino mudou a maneira como era transmitido o conteúdo, visto que, antes de tudo o aluno tem acesso a situações reais, da rotina deles. Onuchic e Allevato nos falam sobre um ponto favorável da MRP:

“Nessa visão, a matemática é considerada utilitária de modo no qual pode-se aplicar aquela teoria da disciplina de matemática, embora a aquisição de conhecimento matemático seja de primordial importância, o propósito principal do ensino é ser capaz de utilizá-lo” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 38).

O acesso ao material virtual, pelo grupo do *WhatsApp* utilizando o método SAI, fez com que os estudantes tivessem um conhecimento prévio dos conteúdos, e com isto, enriqueceu as discussões em torno dos tópicos abordados, facilitando a resolução dos problemas e mostrando aplicação dos mesmos em situações diversas. Desse modo, o professor passa a atribuir ao aluno o papel de protagonista do processo de aprendizagem, para que tenha capacidade de se adaptar a novas situações, tenha persistência e criatividade na busca por soluções de vários tipos de problemas, tanto da escola como da vida. (MELO; JUSTULIN, 2019, p. 113).

Alguns estudantes relataram sua opinião sobre a abordagem dos conteúdos, em depoimento escrito o aluno E10 descreve *“começávamos com um problema que tínhamos que resolver, não sabíamos o conteúdo e esse conteúdo era conhecido depois quando a professora passava as atividades pelo whatsapp, sabendo de tudo aí ficava fácil resolver o problema”*. Outro aluno, E8, relata que *“não era daquela forma que estávamos acostumados, mudou bastante as aulas de matemática”*.

Na observação direta, antes da aplicação da proposta metodológica apresentada nesta pesquisa, o professor regente foi o responsável por todo o trabalho pedagógico com a turma. Desta forma, podemos pontuar algumas características de suas aulas, em específico, a abordagem dos conteúdos. Como nos fala Mizukami, a metodologia tradicional baseia-se em

“aula expositiva e nas demonstrações do professor a classe, tomada quase como auditório”. (1986, p. 4). O professor passava no quadro todos os tópicos e toda parte essencial do conteúdo para que os estudantes realizassem a cópia em seus cadernos, ocorria a explicação do conteúdo situado no quadro com exemplos. O livro didático e listas de exercícios eram as ferramentas básicas e indispensáveis no processo de ensino. “O professor já traz o conteúdo pronto e o aluno se limita exclusivamente a escutá-lo a didática profissional quase que poderia ser resumida em dar a lição e tomar a lição” (MIZUKAMI, 1986, p.4).

Logo, a categoria mostra que a MRP valorizou a abordagem dos conteúdos na SAI, com a aplicação da Matemática em situações familiares aos estudantes. Uma junção que deu certo, pois utilizamos duas principais e atuais ferramentas pedagógicas: problemas geradores e o uso da tecnologia a favor do processo do ensino e aprendizagem, com o método SAI.

5.5. Categoria: Interação entre os alunos

Sobre a categoria interação entre os alunos destacam-se a colaboração entre eles, os trabalhos em grupo e a troca de conhecimentos. A interação iniciou com o desenvolvimento das 1ª e 2ª etapas de Polya da MRP, quando em sala de aula os estudantes realizavam a leitura individual e depois coletiva do problema para saber interpretar e equacionar. Na sequência, com a criação do grupo do *WhatsApp* para compartilhar os materiais de estudo, aqueles que tinham dificuldades em acessar *links* ou falta de ânimo para realizar as atividades em casa eram ajudados e incentivados pelos colegas. Algumas conversas no grupo eram relacionadas aos prazos e às atividades que deveriam ser feitas, uma mensagem enviada no grupo pelo estudante E1 dizia: “*Pessoal, temos até antes da aula para responder o formulário, vamos fazer. A pergunta 4, conseguiram?*”. Era muito interessante acompanhar as conversas no grupo, as mensagens eram mais incisivas, quando estava próximo do prazo de entrega dos formulários. Fatos como estes mostraram o caráter colaborativo dos alunos, que foi valorizado com o uso da MRP aliada com a SAI.

Em sala de aula, o que se observou foram estudantes trabalhando juntos, ora em grupos com três ou quatro alunos, ora em duplas. Estavam concentrados em um único objetivo, resolver o problema gerador ou outros problemas propostos à turma, notando-se, dessa forma, um trabalho interativo entre eles. Conjuntamente, discutiam os conteúdos vistos nas videoaulas e buscavam soluções às situações propostas pela professora.

Notou-se, na observação direta, as conversas com os colegas de turma eram sobre assuntos pessoais, temas aleatórios, os estudantes não tinham interesse pelo conteúdo matemático e, por isso, não fazia parte das suas discussões. No momento da observação participante, com trabalhos em grupos e uma proposta metodológica modificada, existiam conversas sobre tudo, inclusive sobre os conteúdos matemáticos e problemas a serem resolvidos, eles trabalhavam juntos para concluir as quatro etapas da MRP.

A defasagem de conteúdos da matemática básica também pôde ser abordada em equipes, tanto entre os colegas, como no esclarecimento de dúvidas pela professora. Conteúdos estes que, muitas vezes, impediam o desenvolvimento da resolução de um problema e, assim, era amenizado com a interação entre os aprendizes.

Ocorria, também, a troca de integrantes dos grupos e, conseqüentemente, alunos que não tinham muito contato começaram a trabalhar em equipe. A importância de mesclar os grupos, aos poucos, quebrou as barreiras de relacionamento e juntou alunos com facilidades e com dificuldades na disciplina. O papel de todos modificou, agora “enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 84).

Na 4ª etapa da MRP, segundo Polya, chamada de Retrospecto da Resolução, o registro na lousa foi um momento completamente diferente do que estavam acostumados. Os representantes dos grupos são “convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos são apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 84). Era encantador observar o momento em que um aluno estava expondo a resolução do grupo no quadro, pois, neste instante, os outros integrantes do grupo ajudavam-no, quando cometia um equívoco mostravam a resposta correta.

Nesta categoria, destaca-se uma das principais essências da metodologia da Resolução de Problemas: a proposta possibilita desenvolver atividades de interação em grupos na sala de aula. Em suma, a categoria foi marcada pela troca de conhecimentos, interação entre os estudantes, a presença de discussões do conteúdo matemático, e não apenas pelas conversas sobre assuntos aleatórios e, também, a contribuição na defasagem da matemática básica.

5.6. Categoria: Tempo de adaptação

A categoria tempo de adaptação tem grande relevância nesta pesquisa, pois os indivíduos envolvidos (alunos, professor regente, pesquisadora) tiveram que se adaptar às mudanças que ocorreram em todo o processo de ensino e aprendizagem. A palavra mudança significa o “efeito de mudar, de se dispor a outro modo, é a aquisição de novos hábitos” (AURÉLIO, 2021). Quando indivíduos estão condicionados a sempre pensar de uma forma, pode-se considerar este processo de adaptação à novidade como um momento difícil.

Na educação as crianças são levadas a observar precisamente aquilo que o professor e os adultos veem, ao mesmo tempo que perdem a aptidão de ver outras formas – o que poderia conduzir a uma esterilização de sua capacidade criativa (PFUETZENREITER, 2003, p. 119).

Durante a vida escolar, os estudantes estão acostumados ao método de ensino tradicional. Na observação direta, pôde-se constatar que estes recebiam a parte teórica única e exclusivamente colocada pelo professor, entendiam a resolução de um exemplo que foi realizado no quadro de giz e, na sequência, resolviam listas e atividades semelhantes àquela apresentada. Não possuíam o hábito de discussão do(s) conteúdo(s) em sala de aula, sabiam a teoria, mas nada sobre a aplicabilidade em situações reais, poucas vezes realizavam trabalhos em equipe e o uso da tecnologia não se fazia presente no âmbito escolar. O mais interessante é que isso mudou, pois com a proposta da MRP aliada com a SAI era necessária a participação contínua dos estudantes em todo o processo, os alunos precisavam mudar a postura frente a esta nova metodologia, os trabalhos eram muitas vezes realizados em grupos, e o uso da tecnologia era frequente tanto em sala de aula quanto fora dela.

Segundo Fleck (2012), grupos de pessoas possuem um estilo de pensamento que se caracteriza pelo conhecimento de uma época, pela organização de um grupo.

O estilo de pensamento é constituído a partir de atividades sociais desenvolvidas por essa comunidade ou coletivo, o conhecimento não avança por meio de grandes rupturas, mas de modo incremental, quando ações e ideias trafegam de diferentes modos entre estilos de pensamento (CONDÉ, 2014, p. 120).

A verdade é que a transformação de um estilo de pensamento ocorre quando há algumas alterações do pensamento tradicional. Surge, aos poucos, um nova atitude, uma nova forma que permite a compreensão dos fatos. Ao compararmos os equipamentos eletrônicos, como os celulares da década de 90 e da atualidade, existem muitas alterações, mudanças drásticas nos sistemas, no formato, na parte interna e externa dos aparelhos, percebe-se uma grande evolução. Uma empresa criadora de celulares da década de 90, por exemplo, jamais seria capaz de

estabelecer tantas mudanças nos seus produtos em tempo curto, conhecimentos não foram concebidos, relações nunca descobertas, tecnologia inatingível para a época.

Fazendo essa comparação, podemos compreender que mudar a percepção das coisas não é um procedimento simples e, segundo Pfuetszenreiter (2003, p. 120), “uma inquietude intelectual específica deve surgir e uma mudança do modo coletivo de pensamento, que é condição necessária para criar simultaneamente a possibilidade e necessidade de ver algo novo e diferente”.

Nos primeiros momentos, quando a observação participante iniciou e, assim, o processo mudou, os estudantes tiveram dificuldades em se adaptar ao novo. Algumas vezes não realizavam o que era proposto pela PP, não entendiam que deveriam estudar a teoria em casa, responder formulários sobre a videoaula, anotar dúvidas no caderno e, dessa maneira, alterar a sua postura como estudante. As dificuldades foram sentidas tanto pela PP quanto pelos alunos, pois o papel de ambos alterou. No entanto, aos poucos foram entendendo todo o procedimento, a nova postura, as novas atividades, os problemas geradores e as etapas da metodologia.

Pode-se afirmar que nas últimas semanas de pesquisa os estudantes estavam habituados à forma de ensinar e aprender, a prática estava se desenvolvendo de acordo com o esperado, alunos tornando-se reflexivos e questionando mais em sala de aula, muito interessante todo o processo de mudança e o quanto é importante ser paciente e ter persistência. O papel do professor em todo este processo de mudança é essencial, pois sempre deve estar buscando novas alternativas, propondo e incentivando seus estudantes e sempre estar disposto a se desenvolver, tanto de forma pessoal quanto profissional. Ferreira (2016, p. 106) aponta que o professor

deve comprometer-se de forma constante, ter um olhar para si, investindo em autoconhecimento, percebendo o que pode ou não ser mudado, abandonando atitude e estilos que não geram resultados, colocando em curso mudanças efetivas.

Portanto, podemos concluir que todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem necessitam de tempo, compreensão e muita paciência para mudar o estilo de pensamento, a forma como estavam condicionados a agir e a pensar. Professor, alunos, equipe pedagógica devem caminhar juntos para ocorrerem as mudanças na metodologia de ensino e, principalmente, precisam querer mudar, pois “após identificar o que precisa ser mudado, é querer mudar, pois já é difícil quando queremos mudar, agora fica impossível tentar mudar alguém que não quer” (FERREIRA, 2016, p. 106).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ideia do desenvolvimento desta pesquisa surgiu a partir de preocupações com o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Existe uma inquietação, como professora desta disciplina, em conseguir promover uma forma de ensinar que seja capaz de superar o método tradicional, visto que essa prática metodológica é baseada em exposições demasiada de conteúdos, utilizando apenas livros didáticos, quadro e giz.

Em virtude do que foi mencionado, há muito tempo pesquisadores e professores da área de ensino também tem defendido uma nova proposta metodológica. Esta deve fazer com que o estudante apareça mais, tenha presença ativa no seu processo de ensino e aprendizagem, tornando-se agente principal. Além disso, os professores devem obter respaldo em recursos tecnológicos e suas explicações baseadas em situações reais que fazem parte do dia a dia do aluno.

Desse modo, a leitura de vários estudos apresenta a SAI como método de ensino que permite o uso de tecnologias, possibilita que o estudante tenha um contato prévio com a parte teórica e o uso otimizado do tempo em sala de aula, aproveitando momentos no presencial para realização de atividades diversas sobre o conteúdo. Nesse método, os alunos tornam-se protagonistas do seu próprio aprendizado e, por sua vez, o professor é o mediador e organizador durante todo percurso.

A metodologia da Resolução de Problemas também é uma forma de ensino que proporciona a participação ativa do estudante na construção do seu conhecimento. Para iniciar o processo, um problema é o ponto de partida e a construção do saber ocorre durante toda a sua resolução. Nesse formato, professor e toda a sua turma desenvolvem um trabalho de modo colaborativo. Na proposta utilizada, ou seja, na concepção de Polya, conseguimos identificar pontos relevantes, como: maior participação dos alunos, expansão dos debates, criticidade, disposição para aprender e troca de ideias.

Com tais justificativas foi definida a questão norteadora: quais os impactos no ensino e aprendizagem de Matemática quando a Metodologia da Resolução de Problemas é utilizada como ponto de partida para a aplicação da Sala de Aula Invertida? E, também, o objetivo geral da pesquisa, que é o de analisar as possíveis contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática quando os conteúdos são trabalhados utilizando a Metodologia da Resolução de Problema aliada ao método da Sala de Aula Invertida. Para responder à questão e atingir o

objetivo citado, a pesquisa passou por algumas etapas, por coleta de dados e interpretação destes, por junção de informações comuns até constituir em categorias e, assim, realizar a triangulação dos apontamentos da pesquisadora, da coleta de dados e da teoria.

Primeiro, este trabalho começou com a observação direta em uma turma do 3º ano do ensino médio, no qual a PP realizou essa investigação sem interferir no ambiente escolar. O professor regente utilizava o ensino tradicional, com explicações dos conteúdos por meio de quadro e giz, alguns registros no caderno e vários exercícios de fixação parecidos com o que foi exemplificado no quadro. Neste processo, destacaram-se alunos desmotivados, sem interesse pelo conteúdo matemático e passivos. Todos os envolvidos (professor, alunos, equipe pedagógica) estavam acostumados com o processo tradicional de ensino. Era nítido o estabelecimento de uma visão enfileirada, sequencial e silenciosa.

No segundo momento, ocorreu a observação participante que foi desenvolvida na mesma turma. A PP era a responsável pelo ensino e seguiu a proposta metodológica abordada neste trabalho, a metodologia da Resolução de Problemas aliada com a Sala de Aula Invertida. De forma muito sucinta, a abordagem inicia-se de maneira prática, com problema gerador e, assim, realiza-se as primeiras duas etapas de Polya. Na sequência, a utilização da SAI, com o compartilhamento de videoaulas abordando conteúdos matemáticos. Os alunos acessam e tem o contato prévio com a teoria em casa, possibilitando o total controle do seu tempo. De volta à sala, são desenvolvidas as duas últimas etapas propostas por Polya, retornando no problema gerador. Além disso, pode-se realizar diversas atividades, tudo depende do planejamento e organização do professor.

Nesta etapa da pesquisa, com todas as observações realizadas em sala de aula e depoimentos dos alunos, os impactos percebidos no processo de ensino e aprendizagem apontam para a motivação dos estudantes, que aumentou. Agora, eles discutiam sobre tópicos da disciplina em sala de aula, a turma era organizada em grupos para desenvolvimento de atividades e pode-se notar, também, um avanço no quesito interação, visto que antes não existiam trabalhos em grupos e duplas. A partir dessa prática, revelou-se que a criticidade e os debates aumentaram, aos poucos era visível a mudança de postura tanto dos alunos quanto do papel do professor.

Deve-se levar em consideração que existe um tempo de adaptação para qualquer mudança. Todo indivíduo, quando colocado em novas situações que solicitem um posicionamento diferente do que de costume, tende a enfrentar dificuldades. No início, como

já mencionado, foi difícil a aceitação e colaboração total da turma, pois esta proposta desacomoda todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, tornando-os mais refletivos, ativos e expandindo os caminhos do aprendizado.

Ao finalizar este trabalho, diante dos resultados obtidos, admite-se como promissora a abordagem da Resolução de Problemas e Sala de Aula Invertida, como componentes de práticas metodológicas. Dentre os principais aspectos positivos já citados, destaca-se, também, que a abordagem do conteúdo é contextualizada, levando em consideração problemas de interesse dos estudantes e de situações reais. As aulas são atrativas, dinâmicas e evidenciam uma relação colaborativa entre professor e estudantes, estabelecendo o diálogo, trabalhos em equipe e o uso de tecnologia em todo o percurso do aprendizado.

Todavia, a intenção não é a de qualificar a MRP aliada a SAI como a única forma de ensinar, ou seja, aquela que unicamente possui todos os aspectos positivos relatados, mas não podemos negar a sua eficiência como proposta metodológica, tornando-se uma excelente opção para aqueles professores que estão fadigados da docência tradicional.

ANEXOS

ANEXO A. Alguns questionários respondidos pelos estudantes sobre a prática docente

QUESTIONÁRIO SOBRE A PRÁTICA DOCENTE

1) VOCÊ GOSTOU DO MÉTODO DE ENSINO DA PROFESSORA-PESQUISADORA?
Sim, com o professor as aulas tinham bastante teoria. Com a professora as aulas eram mais dinâmicas. Não era daquela forma que estávamos acostumados, mudou bastante as

2) VOCÊ CONSEGUIU APRENDER O CONTEÚDO? EXPLIQUE. AULAS DE MATEMÁTICA.
Sim, gostei do conteúdo de estatística. O de números complexos era mais difícil.

3) SUAS DÚVIDAS FORAM SUPRIDAS QUANDO SOLICITADAS?
Sim, pelos dois professores

4) VOCÊ ASSISTIU AS VIDEOAULAS REFERENTES AOS CONTEÚDOS?
 SIM () NÃO.
EXPLIQUE: Nas primeiras vezes não gostava depois fui me acostumando

5) VOCÊ GOSTOU DAS VIDEOAULAS?
Sim, eram vídeos curtos

6) AS LISTAS DE EXERCÍCIOS FORAM:
 FÁCEIS () MEDIANAS () DIFÍCEIS

7) VOCÊ CONSEGUIU RESOLVER OS PROBLEMAS PROPOSTOS NAS LISTAS E OUTROS PROBLEMAS PROPOSTOS EM SALA, COM O PROBLEMA GERADOR?
Sim

QUESTIONÁRIO SOBRE A PRÁTICA DOCENTE

1) VOCÊ GOSTOU DO MÉTODO DE ENSINO DA PROFESSORA-PESQUISADORA?
Sim, esta forma de ensinar foi legal porque podemos mesmo no celular pra acessar as videoaulas responder os questionários e quando não fazíamos em casa, a professora dava um tempo pra fazer em sala durante a aula

2) VOCÊ CONSEGUIU APRENDER O CONTEÚDO? EXPLIQUE.
Sim, mas no início confuso que não faço as atividades em casa.

3) SUAS DÚVIDAS FORAM SUPRIDAS QUANDO SOLICITADAS?
Sim, sempre.

4) VOCÊ ASSISTIU AS VIDEOAULAS REFERENTES AOS CONTEÚDOS?
 SIM () NÃO.
EXPLIQUE: No início não gostava, mas depois fui realizando as atividades que eram propostas para casa.

5) VOCÊ GOSTOU DAS VIDEOAULAS?
Sim.

6) AS LISTAS DE EXERCÍCIOS FORAM:
() FÁCEIS MEDIANAS () DIFÍCEIS

7) VOCÊ CONSEGUIU RESOLVER OS PROBLEMAS PROPOSTOS NAS LISTAS E OUTROS PROBLEMAS PROPOSTOS EM SALA, COM O PROBLEMA GERADOR?
Sim, com a ajuda da professora e dos amigos

QUESTIONÁRIO SOBRE A PRÁTICA DOCENTE

1) VOCÊ GOSTOU DO MÉTODO DE ENSINO DA PROFESSORA-PESQUISADORA?

Sim, bem diferente de que usávamos habitualmente.

2) VOCÊ CONSEGUIU APRENDER O CONTEÚDO? EXPLIQUE.

Sim, a gente começava com um problema que tinha que resolver, não havia o conteúdo e em seguida era conteúdo depois quando a prof. passava as atividades pelo whats, aí sabendo de tudo, ficou fácil resolver o problema.

3) SUAS DÚVIDAS FORAM SUPRIDAS QUANDO SOLICITADAS?

Sim.

4) VOCÊ ASSISTIU AS VIDEOAULAS REFERENTES AOS CONTEÚDOS?

SIM NÃO.

EXPLIQUE: *a maioria delas.*

5) VOCÊ GOSTOU DAS VIDEOAULAS?

Sim.

6) AS LISTAS DE EXERCÍCIOS FORAM:

FÁCEIS MEDIANAS DIFÍCEIS

7) VOCÊ CONSEGUIU RESOLVER OS PROBLEMAS PROPOSTOS NAS LISTAS E OUTROS PROBLEMAS PROPOSTOS EM SALA, COM O PROBLEMA GERADOR?

Sim.

ANEXO B – Perguntas da entrevista com o professor regente



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO OESTE
Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências
Naturais e Matemática



Pesquisadora: Rafaeli Ramos

PERGUNTAS PARA ENTREVISTA (CONVERSA) COM PROFESSOR REGENTE DA TURMA

- 1) Descreva um pouco sobre a metodologia adotada nas suas aulas, a sua forma de ensinar a matemática.
- 2) Descreva seu ponto de vista sobre a metodologia da Resolução de Problemas.
- 3) Descreva seu ponto de vista sobre a Sala de Aula Invertida no ensino da matemática.
- 4) O que você achou de iniciar o ensino de um conteúdo com um problema gerador?
- 5) Comente um pouco sobre as videoaulas.
- 6) Descreva suas considerações (positivas e negativas) sobre a prática adotada pela professora pesquisadora.
- 7) Você considera que o trabalho conjunto da MRP e da SAI contribuíram para a aprendizagem de Matemática?

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência**. 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.
- ALLEVATO, N.S.G.; ONUCHIC, L.R. **Problem Solving as a Methodology of Work for Mathematics Teaching in Classroom**, ICME, 2008. Disponível em: <<http://tsg.icme11.org/document/get/453>>. Acesso em: 03 abril 2021.
- AZEVEDO, E. D. M. **Apresentação do trabalho Montessoriano**. In: Ver. de Educação & Matemática, nº 3, p. 26 - 27, 1979.
- AZEVEDO, E. Q. **O processo de Ensino-Aprendizagem** - Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da formação inicial do Professor de Matemática. 2014. 268 p. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem de Matemática e seus Fundamentos Filosófico Científicos) - Unesp, Rio Claro, SP, 2014.
- BARCELOS, G. T.; BATISTA, S. C. F. Ensino Híbrido: aspectos teóricos e análise de duas experiências pedagógicas com Sala de Aula Invertida. **Novas Tecnologias na Educação**, Rio Grande do Sul, v. 17, n. 2, p. 60 – 75, ago. 2019. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/viewFile/96587/54187>. Acesso em: 15 mar. 2021.
- BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de Aula Invertida: uma metodologia Ativa de Aprendizagem**: 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- BICUDO, I. Peri apodeixeos / de demonstracione. In: BICUDO, VIGGIANI M. A; BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005. p. 58 – 76.
- BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas**. Portugal: Porto Editora, p. 15-80, 1994.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. **Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática** – I EPMEM, 2004, Londrina. Anais. Londrina: UEL, 2004.
- BURAK, D.; MARTINS, M. A. Modelagem Matemática nos anos iniciais da Educação Básica: uma discussão necessária. **Revista Brasileira de Ensino de C&T**. v. 8, n. 1, jan-abr., 2015.
- CHAPOULIE, J. M. (1984). "Everett C. Hughes et le développement d'! travail de terrain en France". Revue Française. de Sociologie:, v. 25, n. 4, p. 582-608.

CONDÉ, M. L. L. **Ludwik Fleck**: estilos de pensamento na ciência. Belo Horizonte: Fino Traço, 2012.

CORREIA, M. C. B. Observação participante enquanto técnica de investigação. **Pensar Enfermagem**, v. 12, n. 2, p. 30-36, 2009. Disponível em: https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/23968/1/2009_13_2_30-36.pdf . Acesso em: 23 abril 2021.

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1998.

DESLAURIES. J. P. **Recherche Qualitative – Guide pratique**. Montreal: McGraw-Hill, 1991.

DZIADZIO, S. J. **Modelagem Matemática**: potencializando a Sala de Aula Invertida. 2019. 126 p. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, 2019.

FERREIRA, C. R. **A Modelagem Matemática na Educação Matemática com eixo metodológico da prática do professor de Matemática**. 2016. 157 p. Tese (Programa de Pós-graduação em Educação – Doutorado em Educação) – UEPG, Ponta Grossa, PR, 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

FONSECA, M.; GOMES, P. **Invertendo a Sala de Aula Invertida**. São Paulo, 14 ago. 2013. Disponível em: < <http://porvir.org/invertendo-sala-de-aula-invertida/>>. Acesso em: 28 maio de 2019.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

HEURÍSTICA. In: AURÉLIO, **Dicionário Online de Português**. Porto: 7 graus, 2021. Disponível em: <<https://www.dicio.com.br/aurelio-2/>>. Acesso em: 25 nov. 2021.

JAIME, M. P.; KOLLER M. R. T.; GRAEML, F. R. Lá aplicación de flipped classroom em ele curso de dirección estratégica. In. Jornadas Internacionais de Innovación Universitária, 12 p., 2015, Madrid. **Actas...** EU, 2015. Aprendizaje experiencial, p. 119-133.

LACERDA, R. **Jon Bergmann explica o conceito de sala de aula invertida**: Metodologia de Ensino. Desafios da Educação, São Paulo, 29 ago. 2018. Disponível em: <<https://desafiosdaeducacao.grupoa.com.br/jonbergmann-e-a-sala-de-aula-invertida> > /. Acesso em: 20 maio 2021.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Metodologia Científica**. São Paulo, SP: Atlas, 1992.

LÜDKE, H. A.; ANDRÉ, M. E. D. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986, 99p.

MATULLE, L. **O Raciocínio de Proporcionalidade sob a luz da Resolução de Problemas com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 177 p. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, 2019.

MAY, T. **Pesquisa social**: questões, métodos e processos. Porto Alegre: Artemed, 2001.

MELO, C. P. D.; JUSTILIN, A. M. **Resolução de Problemas**: um caminho para o ensino da matemática, ETR, 2019. Disponível em: < file:///C:/Users/user/Downloads/10052-36978-1-PB%20(1).pdf >. Acesso em: 20 out. 2021.

MIRANDA, L. A. V. **Educação online**: interações e estilos de aprendizagem de alunos do ensino superior numa plataforma web. 2005. 382 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade do Minho, Braga, 2005.

MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino**: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986

MOREIRA, R. C. **Ensino da Matemática na perspectiva das metodologias ativas**: um estudo sobre a Sala de Aula Invertida. 2018. 60 p. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Federal do Amazonas, 2018.

MUDANÇA. In: AURÉLIO, **Dicionário Online de Português**. Porto: 7 graus, 2021. Disponível em: <<https://www.dicio.com.br/aurelio-2/>>. Acesso em: 20 out. 2021.

MURRAY, E. J. **Motivação e emoção**. Rio de Janeiro: Guanabara-Koogan, 1986.

ONUCHIC, L. De L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org). **Educação Matemática** - pesquisa em movimento. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2005. p. 213-231.

ONUCHIC, L. L. R.; MORAIS, R. S. Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.15, n.3, p. 671-691, 2014.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: < <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf> >. Acesso em: 20 maio 2019.

PARANÁ. Secretaria de Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba, 2008.

PAWLOWSKI, C. S., ANDERSEN, H. B., TROELSEN, J., & SCHIPPERIJN, J. **Children's physical activity behavior during school recess**: a pilot study using GPS, accelerometer, participant observation, and go-along interview. Plos One, 11(2), p. 1-17, 2016. Disponível em: <https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0148786> Acesso em: 20 maio 2019.

PFUETZENREITER, M. R. Epistemologia de Ludwik Fleck como referencial para a pesquisa nas ciências aplicadas. **Episteme**, v. 16, p. 111-135, 2003.

POLYA. G. **A Arte de resolver problema**. 2 reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1975.

POLYA. G. O ensino por meio de problemas. **Revista do Professor**. Rio de Janeiro, v. 07, p. 1 – 3. 1985. Disponível em: <https://www.rpm.org.br/cdrpm/7/3.htm> . Acesso em: 25 ago. 2020.

POLYA, G. **Mathematical discovery**: on understanding, learning and teaching problem solving. USA: Library of Congress Catalog, vol.1, 1962 e v.2, 1965.

PONTES. E. A. S. **Método de Polya para Resolução de Problemas Matemáticos**: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na Educação Básica, Rio Grande no Norte, v. 3, p. 1 – 9, junho, 2019. Disponível em: <file:///C:/Users/user/Downloads/6703-22826-1-PB.pdf> . Acesso em: 20 jun. 2021.

POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. D. P. P. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

REIS, A. M. **A Matemática Egípcia** – Solução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind. 2018. 58 p. Monografia. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. São Paulo, SP, 2018.

REIS, L. R. **Rejeição à matemática**: causas e formas de intervenção. 2005. 12 p. Monografia (Graduação) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

SANTOS, R. A. **A heurística de George Polya e a Resolução de Problemas**: uma aplicação em sala de aula. 2018. 146 p. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade do Estado do Mato Grosso, Sinop, 2018.

SANTOS, R.V. Abordagem do processo de ensino e aprendizagem. In: **Integração**. Ano XI, nº. 40, p. 19-31, jan/ fev /maio 2005.

SCHMITZ, E. X. S. **Sala de aula invertida**: uma abordagem para combinar metodologias ativas e engajar alunos no processo de ensino-aprendizagem. 2016. 185 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Tecnologias Educacionais em Rede) -Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2016.

SCHNEIDER, B. et al. **Preparing for Future Learning with a Tangible User Interface: The Case of Neuroscience**. IEEE Transactions on Learning Technologies, v. 6, n. 2, p. 117-129, abr./-jun. de 2013. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6477032> Acesso em: 13 out. 2020.

SOARES, M. T. C., PINTO, N. B. Metodologia da resolução de problemas. In: **24ª Reunião ANPEd**, 2001, Caxambu. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/24/tp1.htm#gt19> . Acesso em: 04 maio 2021.

SOTA, M. S. Flipped learning as a path to personalization. In: MURPHY, M.; REDDING, S.; TWYMAN, J. **Handbook on personalized learning for states, districts, and schools**. Philadelphia: Center on Innovations in Learning, 2016. p. 73-87.

SOUSA, T., MONTEIRO, V., MATA, L.; PEIXOTO, F. Motivação para a matemática em alunos do ensino secundário. **Actas**, Universidade de Minho, 2805-2819 p., 2010. Disponível em:

<https://cie.ispa.pt/ficheiros/areas_utilizador/user23/sousa_t._monteiro_v._matal_l._peixoto_f._2010_motivacao_apra_a_matematica.pdf> . Acesso em: 20 out 2021.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.) **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Reston: NCTM, 1989, p. 1-22.

TATTO, F.; SCAPIN, I. J. Matemática: Por que o nível elevado de rejeição? **Revista de Ciências Humanas – Educação**, v. 5, n. 5, p. 65-79, 2004.

VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. **Educar em Revista**, Curitiba, Edição Especial n. 4/2014, p. 79-97, 2014.