

**MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:
IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO
SABER**

GUARAPUAVA

2021

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE,
UNICENTRO-PR**

**MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA
FORMAÇÃO DO SER E DO SABER**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

MARIA MAZUR

GUARAPUAVA, PR

2021

MARIA MAZUR

**MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA
FORMAÇÃO DO SER E DO SABER**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Dionísio Burak
Orientador

GUARAPUAVA, PR
2021

MARIA MAZUR

**MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA
FORMAÇÃO DO SER E DO SABER**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Aprovada em 17 de junho de 2021.

Profa. Dra. Laynara dos Reis Santos Zontini - Unicentro

Profa. Dra. Ana Lúcia Pereira - UEPG

Prof. Dr. Dionísio Burak

Orientador

GUARAPUAVA, PR

2021

Catálogo na Publicação
Rede de Bibliotecas da Unicentro

M689m Mazur, Maria
Modelagem na Educação Matemática: implicações na formação do ser e do saber / Maria Mazur. -- Guarapuava, 2021.
xvii, 133 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Área de Concentração: Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2021.

Orientador: Dionísio Burak
Banca examinadora: Laynara dos Reis Santos Zontini, Ana Lúcia Pereira

Bibliografia

1. Modelagem Matemática. 2. Educação Matemática. 3. Ensino Médio. 4. Formação do ser e do saber. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

CDD 510.07

Dedico este trabalho a todos que acreditam que “a educação transforma as pessoas e as
pessoas transformam o mundo.”

AGRADECIMENTOS

A DEUS, por me agraciar com a vida e ser meu refúgio e minha fortaleza.

Ao meu amado esposo Emerson pelo amor, apoio e carinho.

Aos nossos queridos filhos, João Miguel e Fernanda, por serem amor, ternura e aconchego em nossas vidas.

Aos meus pais, Ana e Estanislau, por serem exemplo, me fazendo crescer com fé, esperança e confiança.

Aos meus irmãos, Lúcia, Pedro e Márcio, pela confiança e incentivo.

Ao meu orientador, professor Dr. Dionísio Burak, pela honra e alegria que tive em ser sua orientanda. Seu conhecimento e carisma ficarão para sempre marcados em mim.

Aos professores da banca examinadora, professora Ana Lúcia Pereira e professora Laynara dos Santos Zontini, pelo olhar cuidadoso que tiveram com meu trabalho e pelas grandes sugestões e contribuições que fizeram.

Aos meus colegas e amigos de curso, Maricleusa, Edina, Rafaeli, Liane, Adriana e Fabiano, pelo apoio, boas energias e amizade durante todo o curso.

A toda a equipe da coordenação, secretaria e corpo docente do programa, que sempre dispensaram muita atenção, respeito e apoio durante toda a trajetória.

Às minhas amigas que fizeram parte dessa trajetória, sempre me apoiando e incentivando a persistir.

Aos meus alunos que participaram desta pesquisa.

Aos colegas de trabalho e ao diretor da escola que contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	11
LISTA DE QUADROS E TABELAS	12
APRESENTAÇÃO.....	16
Objetivo geral	20
Objetivos específicos.....	20
CAPÍTULO I.....	21
MOVIMENTOS QUE INFLUENCIARAM O ENSINO DA MATEMÁTICA	21
1.1 Movimento da Matemática Moderna – MMM	21
1.2 Movimento Educação Matemática	24
CAPÍTULO II.....	30
Modelagem na Educação Matemática: início e visão de alguns pesquisadores	30
2.1 O Início da Modelagem Matemática no Brasil.....	30
2.2 Concepções de Modelagem Matemática na Educação Matemática	31
2.2.1 A Modelagem na perspectiva de Bassanezi.....	31
2.2.2 A Modelagem na perspectiva de Barbosa	33
2.2.3 A Modelagem na perspectiva de Caldeira	35
2.2.4 A Modelagem na perspectiva de Biembengut	37
2.2.5 A Modelagem na perspectiva de Almeida.....	40
2.2.6 A Modelagem na perspectiva de Burak.....	41
2.3 Comparação entre as concepções de Modelagem Matemática abordadas	43
2.4 A concepção de Modelagem Matemática adotada na pesquisa: a perspectiva de Burak ...	45
CAPÍTULO III	49
A FORMAÇÃO DO SER E DO SABER	49
3.1 Aspectos que evidenciam a compartimentação e o reducionismo na educação	49
3.1.1 Racionalismo técnico e a fragmentação das ciências	49
3.1.2 O sistema econômico como direcionador do processo educacional.....	51
3.2 A formação educacional voltada à formação do ser e do saber.....	54
3.2.1 O desenvolvimento integral proposto pela BNCC	55
3.2.2 A formação do estudante e a relação com o saber.....	58
3.2.3 A formação do estudante através dos quatro pilares da educação em sala de aula	59

3.3 A Modelagem Matemática como metodologia capaz de contribuir para a formação do ser e do saber	60
3.4 O que desejamos como formação do ser e do saber	64
CAPÍTULO IV	66
PERCURSO METODOLÓGICO	66
4.1 Natureza e delineamento da pesquisa	66
4.2 Momentos e procedimentos da investigação	66
4.3 Do local, nível de ensino e duração do desenvolvimento da investigação	67
4.4 Dos participantes da pesquisa	68
4.5 Da coleta de dados	68
4.6 Da metodologia do tratamento de dados	69
4.7 O Produto Educacional	70
CAPÍTULO V	71
DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS E ANÁLISE INICIAL	71
5.1 Considerações iniciais	71
5.2 Formação dos grupos e escolha dos temas	71
5.3 Descrição das atividades de Modelagem com o subtema: Substâncias químicas e plantas medicinais que ajudam a dormir	73
5.3.1 Pesquisa Exploratória	73
5.3.2 Levantamento dos problemas	77
5.3.3 Resolução do (s) problema (s)	77
5.3.4 Análise crítica das soluções	90
5.4 Descrição das atividades de Modelagem com o subtema: as causas e consequências da insônia	92
5.4.1 Pesquisa exploratória	92
5.4.2 Levantamento dos problemas	96
5.4.3 Resolução do (s) problema (s)	97
5.4.4 Análise crítica das soluções	106
5.5 Análise e interpretação dos dados das atividades detalhadas	111
Desenvolvimento do estudante autônomo	112
Desenvolvimento do estudante crítico	113
Desenvolvimento do estudante pesquisador	114

Desenvolvimento do espírito colaborativo	115
Desenvolvimento da capacidade de se comunicar e argumentar.....	115
Desenvolvimento da responsabilidade	116
Desenvolvimento da autoestima.....	117
Desenvolvimento da empatia.....	117
5.6 Considerações gerais sobre as atividades	119
5.7 Análise dos depoimentos espontâneos e da entrevista com os estudantes	119
5.8 Estabelecendo relações com o ser e o saber e os aspectos observados	121
CONSIDERAÇÕES FINAIS	124
Referências	127
ANEXOS	132

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Tetraedro de Higginson	26
Figura 2. Pirâmide de base hexagonal	27
Figura 3. Representação atual da Educação Matemática.....	28
Figura 4. Esquema do processo da Modelagem Matemática.....	38
Figura 5. Dinâmica da Modelagem Matemática de acordo com Biembengut e Hein.....	39
Figura 6. Elementos de uma atividade de Modelagem Matemática	41
Figura 7. Etapas da prática com Modelagem exposta aos estudantes	71
Figura 8. Escolha dos temas	72
Figura 9. Estudantes do grupo A realizando a pesquisa exploratória.....	75
Figura 10. Estudantes elaborando os slides de apresentação.....	76
Figura 11. Cálculos da meia-vida realizada pelos estudantes.....	78
Figura 12. Gráficos elaborados pelos estudantes para tratar da absorção e eliminação do Clonazepam	81
Figura 13. Gráficos realizados pelos estudantes para tratar da absorção e eliminação do Alprazolam	82
Figura 14. Estudante utilizando o Calc na construção de gráficos	83
Figura 15. Gráficos dos gastos com os medicamentos	89
Figura 16: entrevista sobre a insônia	94
Figura 17: Tabelas com os resultados da pesquisa do Grupo B	101
Figura 18: Gráficos elaborados pelo Grupo B.....	102
Figura 19: Cálculos realizados pelo Grupo B.....	104

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Quadro 1. Resumo das concepções de Modelagem dos autores estudados	44
Quadro 2. Trabalhos de Modelagem Matemática analisados.....	60
Quadro 3. Informações importantes encontradas pelo Grupo A	74
Quadro 4. Relações matemáticas obtidas pelos estudantes	85
Quadro 5. Funções que expressam o gasto mensal e anual com os medicamentos	88
Quadro 6: Roteiro de entrevista com o médico realizado pelos estudantes	94
Quadro 7: Principais informações obtidas com a entrevista	95
Quadro 8: Questionário dos estudantes aplicados aos professores	98
Quadro 9: Relações das habilidades e competências com a relação com o saber de Charlot e o ser e saber dos quatro pilares da educação de Antunes	122
Tabela 1. Meia-vida do clonazepam	78
Tabela 2. Absorção do Clonazepam – comprimido de 2 mg.....	79
Tabela 3. Eliminação do Clonazepam - comprimido de 2mg.....	79
Tabela 4. Absorção do Alprazolam – comprimido de 1 mg	79
Tabela 5. Eliminação do Alprazolam - comprimido de 1 mg.....	79
Tabela 6. Gasto anual com o Clonazepam - 2 comprimidos ao dia.....	86
Tabela 7. Gasto anual com o Alprazolam - 2 comprimidos ao dia.....	86

RESUMO

Maria Mazur. **Modelagem na Educação Matemática: implicações na formação do ser e do saber.**

O presente estudo teve como objetivo geral investigar e analisar que contribuições, se mostram em relação ao ser e aos saberes dos estudantes do Ensino Médio a partir das práticas com Modelagem na Educação Matemática. A partir do objetivo geral, desdobraram-se os objetivos específicos, que foram: identificar e analisar, a partir das práticas com Modelagem, as ações e interações dos estudantes participantes; identificar e analisar aspectos do cotidiano dos estudantes participantes da pesquisa quando se propõe temas de seus interesses; elaborar material didático sobre atividades envolvendo práticas com Modelagem na perspectiva da Educação Matemática. Para o cumprimento dos objetivos deste trabalho, a pesquisa é concebida na perspectiva qualitativa/interpretativa, pois apresenta as características aportadas por Bogdan e Biklen (1994). O tratamento dos dados desta pesquisa seguiu os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), com a observação e compreensão do fenômeno de estudo no ambiente onde ele ocorre; descrição das atividades por meio das observações e registros no diário de campo, fotografias, gravações em áudio, depoimentos espontâneos e entrevistas. Teve-se a preocupação com o processo de ensino e aprendizagem de maneira interativa, na qual os dados pesquisados demonstraram as perspectivas do trabalho no ambiente colaborativo e a análise dos dados seguiu um processo indutivo por meio da inter-relação entre professor e estudantes. Os resultados desta pesquisa mostram que as práticas com Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, contribuíram para a aprendizagem de conteúdos matemáticos de forma interdisciplinar com alguns conhecimentos da Química, da Biologia, dos fármacos e da medicina. As contribuições se deram também no âmbito da formação do ser, como a formação do estudante crítico, pesquisador, autônomo, colaborativo, perseverante, entusiasmado, solidário, com empatia, interessado pela aprendizagem, capaz de buscar o conhecimento e de tomar decisões, capaz de atribuir sentido e significado aos conteúdos matemáticos.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática; Educação Matemática; Ensino Médio; formação do ser e do saber.

ABSTRACT

Maria Mazur. **Modeling in Mathematical Education: implications for the formation of the individual and their knowledge.**

The present study had as an overall goal to investigate and analyze which contributions are shown, in relation to the individual and the knowledge of high school students, from the practices with Modeling in Mathematical Education. Starting from the general goal, the following specific objectives unfolded: to identify and analyze the actions and interactions of student participants through the practices with modeling; identify and analyze aspects of the daily lives of students participating in the research when proposing topics of their interests; to develop teaching material containing activities which involve practices with Modeling from the perspective of Mathematical Education. In order to meet the goals of this work, the research was conceived in a qualitative/interpretative perspective, as it presents the characteristics contributed by Bogdan and Biklen (1994). The data treatment of this research followed the assumptions of Bogdan and Biklen (1994), with the observation and understanding of the study phenomenon in the environment where it occurs, description of activities through observations and records in the field diary, photographs, audio recordings, spontaneous testimonies, interviews. There was a concern in conducting the teaching and learning process in an interactive way, in which, the researched data demonstrated the perspectives of work in a collaborative environment and the data analysis followed an inductive process through the inter-relationship between teacher and students. The results of this research demonstrate that the practices with Mathematical Modeling, from the perspective of Mathematical Education, contributed to the learning of mathematical content in an interdisciplinary way which also included some knowledge of Chemistry, Biology, pharmaceuticals and medicine. The contributions were also made in the scope of the formation of the individual as a critical researcher who is also autonomous, collaborative, persevering, enthusiastic, supportive, empathetic, interested in learning, capable of searching for knowledge and making decisions as well as capable of attributing sense and meaning to mathematical content.

Keywords: Mathematical Modeling; Mathematical Education; High school; formation of the individual and their knowledge.

APRESENTAÇÃO

Sou filha de pais trabalhadores e sempre senti a dificuldade e a tristeza de meus pais quando as situações financeiras lhes conferiam obstáculos em nos dar o “necessário”. Desde muito cedo, aprendi a reconhecer a importância da educação no processo de formação humana, vendo-a como um meio de ascensão econômica, social e cultural. Devo essa aprendizagem, primeiramente, a meus pais, que fizeram de seus desafios meus exemplos de superação.

Só a educação pode nos transformar, eu sempre acreditei nisso. Me fazendo sonhar com um futuro melhor, mais digno e menos desigual, meus professores me incentivavam a acreditar no meu potencial e a prosseguir meus estudos.

Tive muitos professores que se preocupavam com os estudantes para além da aprendizagem de conteúdos e que se tornaram inspiração para mim, me motivando a ingressar no curso de Licenciatura em Matemática.

Já como professora, sempre me preocupei com o futuro dos meus estudantes, refletindo em como o conhecimento poderia ultrapassar as paredes da sala de aula, como poderiam agregar sentido e valor aos conteúdos matemáticos, como eu poderia contribuir para a formação de estudantes críticos e atuantes na sociedade, solidários, generosos, com habilidades e competências para enfrentar as adversidades da vida e do trabalho.

Vivenciando alguns problemas do sistema educacional e do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, comecei a refletir sobre a minha prática, sobre a minha formação e como poderia contribuir para a qualidade da educação.

Com esses anseios, ingressei no mestrado, tendo o propósito de ampliar meus conhecimentos e melhorar a minha prática em sala de aula. Vi grande potencial na Modelagem Matemática, enquanto uma metodologia de ensino capaz de promover uma formação mais integral dos estudantes. Dessa forma, este trabalho constitui-se como uma grande realização profissional e pessoal.

INTRODUÇÃO

A situação da educação brasileira vem preocupando todos os sujeitos envolvidos no processo educacional, professores, diretores, pais, alunos, secretarias de Educação e a sociedade como um todo, quando frequentemente somos noticiados sobre o desempenho de estudantes brasileiros em avaliações externas.

Uma das sinalizações sobre a qualidade do ensino ofertado no Brasil, pode ser observado nos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB¹ (2017). O SAEB é uma avaliação em larga escala utilizada pelo governo federal para avaliar o desempenho dos estudantes no final de cada etapa do ensino: 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. As disciplinas avaliadas são Matemáticas e Língua Portuguesa. Destacando a disciplina de matemática na qual a maioria dos alunos avaliados demonstraram estar em um nível abaixo do adequado e esperado.

Outra sinalização se dá por meio do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa²) – Programme for International Student Assessment – da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O Brasil apresentou uma melhora significativa desde que iniciou sua participação no Pisa, porém, ainda está abaixo da média dos países participantes do programa. Na disciplina de Matemática, no ano de 2015 (resultado obtido pelos jovens de 15 anos), a média dos países participantes foi de 490, a média brasileira foi de 377 e o Paraná atingiu 406 pontos, obtendo assim, a nota mais alta dentre os estados brasileiros.

As informações mais relevantes que podemos constatar no relatório do Pisa 2015 do Brasil³ são que:

- O desempenho dos alunos no Brasil está abaixo da média dos alunos em países da OCDE em ciências (401 pontos, comparados à média de 493 pontos), em

¹A Prova SAEB é um Sistema de Avaliação da Educação Básica que através de um conjunto de avaliações externas permite ao INEP realizar um diagnóstico da qualidade da Educação brasileira. Informações observadas no endereço eletrônico: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/educacao-basica/saeb>, acesso em 10/09/2018.

² O sistema de avaliação utilizado pelo Pisa possibilita estudos comparativos internacionais, com resultados interpretados dentro do contexto de cada país, utilizando parâmetros externos para verificar o desempenho educacional brasileiro. A Avaliação do Pisa, avalia as áreas de matemática, ciências e leitura. Informações disponíveis no endereço eletrônico: <http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/33571>, acesso em 20/12/2018.

³ O relatório está disponível no link http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa_2015_brazil prt.pdf, acesso em 03/04/2019.

leitura (407 pontos, comparados à média de 493 points) e em Matemática (377 pontos, comparados à média de 490 pontos);

- O Brasil se manteve estável nas notas de 2012 e 2015 nas áreas de Ciências, leitura e Matemática;
- O PIB per capita do Brasil (USD 15 893) corresponde a menos da metade da média do PIB per capita nos países da OCDE (USD 39 333). O gasto acumulado por aluno entre 6 e 15 anos de idade no Brasil (USD 38 190) equivale a 42% da média do gasto por aluno em países da OCDE (USD 90 294). Essa proporção correspondia a 32% em 2012.

Com a avaliação do Pisa, podemos notar que o acesso ao ensino nos últimos anos melhorou, porém, o Brasil não evoluiu em qualidade, obtendo assim os resultados já mencionados.

Essa situação interessa diretamente os professores e os alunos, os quais interagem nesse difícil processo de ensino e aprendizagem e que, se apresenta resultados insatisfatórios, não está ocorrendo da maneira adequada ou ideal.

Do ponto de vista dos alunos, a disciplina de matemática é considerada muito importante no contexto profissional. Numa pesquisa acerca da aprendizagem da Matemática, realizada na área metropolitana de Sergipe, com alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, verificou-se que a maioria dos estudantes participantes da pesquisa acreditam ser possível aprender Matemática por meio de muitos estudos, pois é uma disciplina difícil e importante; disseram ainda que a aprendizagem independe de classe social, idade e fatores econômicos e que essa disciplina será importante para o futuro profissional deles (SILVA, 2008).

Do ponto de vista dos professores, as grandes preocupações no âmbito educacional são relativas ao cumprimento do que lhe é atribuído num vasto conjunto de normas e leis que norteiam a educação, dentre as quais podemos destacar a Constituição Federal de 1988, em seu artigo 205, que afirma que a educação “[...] deve visar ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.” Observando o insucesso escolar de seus alunos, o professor, por muitas vezes, sente-se impotente de reverter esse quadro. Assim, ele acaba atribuindo a culpa aos alunos, à família e ao próprio sistema, à falta de incentivo do governo em cursos de atualização docente e, por

vezes, deixando de questionar a sua própria prática no âmbito educacional ou a sua formação inicial que impacta diretamente no ensino e aprendizagem dos alunos, como nos ressalta Mizukami (2004) que o comportamento do professor pode ser relacionado ao desempenho do aluno e que a escola pode fazer a diferença na aprendizagem dos alunos.

Frente aos desafios educacionais e dados que vêm sendo divulgados, faz-se necessário repensar o sistema educacional como um todo. Assim, no âmbito da disciplina de Matemática que, por sinal, foi a área com o mais baixo desempenho do Brasil no Pisa 2015, faz-se necessário uma investigação das possíveis falhas no ensino e pensar em possíveis soluções.

Beatriz D'Ambrosio (1989), e outros pesquisadores da área do ensino da Matemática como ela mesma aponta, vem fazendo menção à importância de se discutir a forma com que se aprende matemática, a atual concepção de que é matemática escolar e também como essa matemática pode ser abordada em sala de aula.

A autora ainda menciona que o ensino da matemática hoje se dá, na maioria das vezes, por aulas expositivas com cópias do conteúdo da lousa e, em seguida, a resolução de exercícios de aplicação que, no geral, são repetições de um modelo realizado pelo professor (D'AMBROSIO, 1989).

Através dessa prática educacional, algumas consequências negativas podem ser observadas. Os alunos passam a ver que a aprendizagem da matemática se dá pelo acúmulo de regras e algoritmos e que a matemática é um corpo de conceitos estáticos e imutáveis, os quais não se permite questionamentos e dúvidas. Em contraponto, de acordo com documentos norteadores, “É necessário que o processo pedagógico em Matemática contribua para que o estudante tenha condições de constatar regularidades, generalizações e apropriação de linguagem adequada para descrever e interpretar fenômenos matemáticos e de outras áreas do conhecimento.” (PARANÁ, 2008, p. 49).

Ainda, podemos destacar que

Os conteúdos disciplinares devem ser tratados, na escola, de modo contextualizado, estabelecendo-se, entre eles, relações interdisciplinares e colocando sob suspeita tanto a rigidez com que tradicionalmente se apresentam quanto o estatuto de verdade atemporal dado a eles. Desta perspectiva, propõe-se que tais conhecimentos contribuam para a crítica às contradições sociais, políticas e econômicas presentes nas estruturas da sociedade contemporânea e propiciem compreender a produção científica, a reflexão filosófica, a criação artística, nos contextos em que elas se constituem. (PARANÁ, 2008, p. 14).

Em suma, o modelo tradicional de ensino não é mais viável atualmente. A ele devem ser incorporados novos métodos de ensino da matemática, pois a escola deve incentivar a

prática pedagógica fundamentada em diferentes metodologias, apreciando diferentes concepções de ensino, de aprendizagem (internalização) e de avaliação que permitam aos professores e estudantes estarem cientes da necessidade de uma transformação libertadora (PARANÁ, 2008). Dentre essas metodologias, podemos destacar a História da Matemática, Resolução de Problemas, Mídias Tecnológicas, Investigação Matemática, Etnomatemática e Modelagem Matemática.

Analisando a forma do ensino e da aprendizagem da matemática hoje, os dados estatísticos que são apresentados pelo SAEB e o PISA, juntamente com as preocupações e anseios de professores e alunos, nos fazem refletir que algo pode ser feito, especialmente no que tange as novas propostas de metodologias de ensino da Matemática.

É claro que essa preocupação com a forma do ensino da matemática não é exclusiva desse trabalho. Ela se deu no final do século XIX e início do século XX, quando se discutiu internacionalmente o ensino da matemática e elaboraram-se propostas de ensino que atendessem às exigências advindas das transformações econômicas e sociais da época. Buscou-se fundamentação teórica na psicologia, filosofia e sociologia (PARANÁ, 2008).

Os estudos sobre o ensino e aprendizagem da matemática foram ganhando proporção e o ensino passou a sofrer influências por diversas tendências, pelo Movimento da Matemática Moderna e a Educação Matemática (PARANÁ, 2008).

Nesta pesquisa, buscou-se aprofundar estudos acerca da utilização da Modelagem Matemática enquanto uma alternativa metodológica. Assim, surge a questão dessa nossa investigação: Que contribuições, se mostram em relação ao ser e aos saberes dos estudantes do Ensino Médio, a partir das práticas com Modelagem na Educação Matemática? Buscando a respostas para tal pergunta, a presente pesquisa objetivou desenvolver estudos de como a Modelagem Matemática pode proporcionar/contribuir para uma aprendizagem mais efetiva, significativa e motivadora aos estudantes do Ensino Médio, partindo de situações que os estudantes tenham anseios em conhecer e que vejam utilidade e proximidade ao que esperam de suas vidas, estabelecendo relações com os conteúdos da disciplina de matemática.

Constitui-se como objetivo geral desta pesquisa investigar e analisar que contribuições, se mostram em relação ao ser e aos saberes dos estudantes do Ensino Médio. A partir do objetivo geral, desdobraram-se os seguintes objetivos específicos: identificar e analisar, a partir das práticas com Modelagem, as ações e interações dos estudantes participantes; identificar e analisar aspectos do cotidiano dos estudantes participantes da

pesquisa quando se propõe os temas de seus interesses; elaborar material didático sobre atividades envolvendo práticas com Modelagem na perspectiva da Educação Matemática.

Para o cumprimento dos objetivos deste trabalho, a pesquisa é concebida na perspectiva qualitativa/interpretativa, pois apresenta as características apontadas por Bogdan e Biklen (1994). O tratamento dos dados desta pesquisa seguiu os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), com a observação e compreensão do fenômeno de estudo no ambiente onde ocorre; descrição das atividades por meio das observações e registros no diário de campo, fotografias, gravações em áudio, depoimentos espontâneos, entrevistas. Teve-se a preocupação com o processo de ensino e aprendizagem de maneira interativa, na qual os dados pesquisados devem demonstrar as perspectivas do trabalho no ambiente colaborativo e a análise dos dados seguir um processo indutivo por meio da inter-relação entre professor e estudantes.

Esta dissertação está estruturada em cinco capítulos a partir da introdução. No primeiro deles, apresenta-se algumas considerações sobre o Movimento da Matemática Moderna, bem como alguns apontamentos sobre o seu início. Também, neste capítulo, apresentam-se considerações sobre a Educação Matemática e suas contribuições para o ensino da Matemática.

No segundo capítulo, apresentam-se um breve histórico sobre o início da Modelagem Matemática no Brasil e algumas considerações sobre a Modelagem, com base nas concepções de Bassanezi, Barbosa, Caldeira, Biembengut, Almeida e Burak. Buscou-se explicitar a concepção de Modelagem de cada um dos autores, de modelo (quando há), etapas e/ou procedimentos.

No terceiro capítulo, apresentam-se alguns aspectos que evidenciam a compartimentação e o reducionismo na educação. Também, discute-se a formação educacional voltada ao ser e ao saber dos estudantes, bem como alguns trabalhos do campo da Modelagem Matemática voltadas para a formação mais integral dos estudantes.

No quarto capítulo, apresentam-se os encaminhamentos metodológicos da investigação, apontando considerações sobre o problema e os objetivos da investigação, a sua natureza e delineamento, que se descreve como pesquisa qualitativa e interpretativa. São apresentadas também as etapas e os procedimentos utilizados. Por último, são descritos a forma de coleta e tratamento dos dados, e algumas considerações em relação ao Produto Educacional que complementa esta pesquisa.

No quinto capítulo, apresentam-se as descrições das práticas com Modelagem Matemática realizadas, bem como a análise e interpretações que puderam ser percebidas.

Frente aos desafios educacionais apresentados no início do texto, a fundamentação teórica pautada na Educação Matemática, Modelagem na Educação Matemática e na formação do ser e do saber, assim como a apresentação das práticas realizadas e os resultados alcançados, para que assim, possam contribuir à disseminação de uma possibilidade metodológica diferenciada para o ensino da Matemática.

OBJETIVOS

Objetivo geral

Investigar e analisar que contribuições, a partir das práticas com Modelagem na Educação Matemática, se mostram em relação ao ser e aos saberes dos estudantes do Ensino Médio.

Objetivos específicos

- Identificar e analisar, a partir das práticas com Modelagem, as ações e interações dos estudantes participantes;
- Identificar e analisar aspectos do cotidiano dos estudantes participantes da pesquisa quando se propõe os temas de seus interesses;
- Elaborar material didático sobre atividades envolvendo práticas com Modelagem na perspectiva da Educação Matemática.

CAPÍTULO I

MOVIMENTOS QUE INFLUENCIARAM O ENSINO DA MATEMÁTICA

1.1 Movimento da Matemática Moderna – MMM

Desde a antiguidade, é possível identificar preocupações com o ensino da matemática, mas é na Idade Média, no Renascimento e no início da Idade Moderna, que essas preocupações tomam foco. A partir da Revolução Industrial (1767), Revolução Americana (1776) e Revolução Francesa (1769) a preocupação com o ensino da matemática tornou-se mais profunda (MIGUEL; GARNICA; IGLIORI; D’AMBROSIO, 2004).

No final do século XIX, com as mudanças que ocorriam no campo da economia, decorrentes dos avanços tecnológicos e da indústria e com as discussões sobre mudanças no currículo da escola secundária, em vários países da Europa e nos Estados Unidos, surgiu a ideia de modernizar a Matemática. Se discutia na época, se o ensino da Matemática deveria ser de formação técnica ou humanista; a democratização do ensino; e a preocupação com um ensino da Matemática de forma mais contextualizada (CLARAS; PINTO, 2008).

Nesse mesmo período, os educadores matemáticos, especialmente na Europa e nos Estados Unidos, começaram a se organizar em eventos internacionais, como o I Congresso Internacional de Matemática, realizado em 1897 em Zurique, no qual as discussões sobre o ensino da Matemática trouxeram à tona os problemas enfrentados por diferentes países e as formas para solucioná-los (MIORIM, 1998, p. 71, *apud* CLARAS; PINTO, 2008).

O Movimento da Matemática Moderna - MMM ocorreu em duas fases. A primeira teve início no final do século XIX e meados do século XX na Europa, perdurando até o início da I Guerra Mundial (1914), e a segunda fase iniciou após o término da I Guerra Mundial, culminando com um momento mais intenso da sua discussão, na década de 1960 (CLARAS; PINTO, 2008). Porém, outros estudos, apontados por Alves e Silveira (2016), indicam a origem do MMM nos Estados Unidos, sendo também recorrente a ideia de que o que desencadeou esse movimento foi o lançamento do satélite soviético Sputnik, em 1957.

Foi no IV Congresso Internacional de Matemática, em 1908 em Roma, que foi criada a *Internationale Mathematische Unterrichtskommission* – IMUK, que a partir de 1954 passou a ser denominada por *International Commission on Mathematical Instruction* - ICMI. Com a criação dessa comissão e com a aprovação de uma proposta para que os países que

participavam dessa comissão informassem a situação do ensino de Matemática, em especial na escola secundária, é que se teve o início da primeira fase do movimento pela modernização da Matemática (CLARAS; PINTO, 2008).

Já nos anos 60, se evidenciava em vários países a união de esforços para a renovação do ensino através da articulação por comissões de estudos como a *Comission Internatiennale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* - CIEAEM ou a *Comission Internationale de l'Enseignement Mathématique* - CIEM ou agências como a OCDE e a UNESCO, sendo esse movimento chamado de “Nova Matemática” ou “Matemática Moderna”. Essas expressões que se referiam ao movimento, referiam-se à revolução da própria disciplina de Matemática nos últimos 100 anos e, em especial, pelo trabalho do grupo Bourbaki (BURIGO, 1989).

O que esse movimento pretendia era a modernização do ensino com a aproximação da Matemática trabalhada na escola básica com a matemática produzida pelos pesquisadores da área (ARRUDA, 2008). Mas também “atualizar o ensino adequando-o às exigências de uma sociedade em acelerado processo técnico” (BURIGO, 1989, p. 76) e um ensino de matemática nutrido pelas pesquisas mais recentes do campo da psicologia e da didática.

No entanto, Burigo (1989) afirma que o discurso da importância do ensino da matemática face ao progresso técnico, frequentemente usado, era de um aumento do número de cientistas e técnicos, com uma melhor qualificação e uma formação científica mínima para a população em geral. De ordem econômica, a principal preocupação era satisfazer as necessidades da produção.

As discussões ocorridas da primeira fase do MMM tiveram como seu primeiro reflexo no Brasil a criação de uma proposta, apresentada em 1928 pelo professor Euclides Roxo, que pretendia alterações significativas para o ensino da Matemática. Destaca-se dessa proposta a unificação das matérias, ou seja, tornar a Álgebra, a Geometria e a Aritmética uma só disciplina: a Matemática (CLARAS; PINTO, 2008).

Em meados da década de 1930, houve outra iniciativa de modernização da matemática no Brasil, com o grupo Bourbaki. Esse grupo, composto na maioria por professores franceses, publicou inúmeros trabalhos que apresentavam uma “Matemática avançada, pautada no rigor e na simplicidade. Essa ‘nova matemática’ tinha como eixo norteador de sua proposta a Teoria dos Conjuntos, de George Cantor, publicada em 1874.” (CLARAS; PINTO, 2008, p. 4623).

A proposta do grupo Bourbaki tornou-se referência na construção da proposta do Movimento da Matemática Moderna - MMM a partir do final da década de 1950 na Europa.

As grandes mudanças culturais, econômicas, políticas, sociais, o pós-guerra e outros fatores que ocorriam no mundo fizeram com que se criasse uma proposta de aumento no número de matrículas no ensino básico e superior, aumento dos postos de trabalho, avanços tecnológicos e modernização das ciências, crescimento das indústrias, a necessidade de formação de profissionais qualificados para atender essas demandas e, por consequência, uma nova proposta para a educação (BÚRIGO, 2006).

No Brasil, não era diferente. O país passava por inúmeras transformações, passava de uma economia com base na agropecuária para uma economia de base industrial e com grande abertura ao capital estrangeiro. Sob um regime de ditadura, o que se pensava na época era a modernização e desenvolvimento, mesmo com o país passando por graves problemas sociais. A educação necessitava de uma reestruturação para atender à nova realidade. Mas, com poucos investimentos, a qualidade da educação diminuía e comprometia a formação de novos professores e todo o processo educacional (CLARAS; PINTO, 2008).

Em 1959, durante o III Congresso Nacional de Matemática, aparecem as primeiras discussões sobre a modernização da matemática, ideias essas trazidas pelo professor Osvaldo Sangiorgi de São Paulo. O MMM começa a tomar forma no início da década de 1960 no Brasil e se caracterizou como um movimento que surgiu da base, com características peculiares de organização. Os representantes do movimento discutiam em seus grupos a nova proposta de ensino de matemática e a forma de implementação nas escolas. Paralelamente, vários grupos de professores de matemática se organizaram em diversas regiões do país com o objetivo de conhecer, estudar e colocar em prática a nova proposta. Alguns desses grupos foram o Grupo de Estudo do Ensino de Matemática – GEEM de São Paulo, liderados pelo professor Osvaldo Sangiorgi e o Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática – NEDEM, do Paraná, que ofereciam aulas demonstrativas, dos cursos e treinamentos organizados por eles a outros professores em seus estados ou até em outras regiões do país. Um caso de destaque foi do GEEM que chegaram a publicar coleções de livros didáticos de Matemática Moderna, visando à democratização de ideias modernizadoras oriundas do movimento MMM (CLARA; PINTO, 2008).

A modernização da matemática trazida pelo MMM tinha a consequência de desconsiderar as diferenças entre as necessidades de diferentes países ou regiões e a dimensão

de um currículo mais ligado com a questão cultural, na medida que desconsiderava qualquer conhecimento matemático que não tivesse valor acadêmico (BURIGO, 1989). Sendo assim, muitas críticas eram feitas ao MMM no Brasil, como a falta de compreensão das matérias pelos alunos, causadas pelo despreparo dos professores para ensinar essa nova matemática (KOMAR, 2017).

A partir de 1970, com o declínio do Movimento da Matemática Moderna, a preocupação com o ensino da matemática se tornou mais evidente. O Movimento da Matemática Moderna mexeu no currículo, mas não levava em consideração o sujeito que aprende (BURAK; KLÜBER, 2008).

O Movimento Educação Matemática surge com uma visão diferente do Movimento Matemática Moderna, surge da necessidade de levar em consideração outros aspectos, como a capacidade cognitiva do estudante, sua cultura, fatores sociais e econômicos, a língua materna e outros, buscando dialogar com as outras áreas do conhecimento, não se prendendo à visão das Ciências Naturais e Exatas (BURAK; KLÜBER, 2008).

1.2 Movimento Educação Matemática

O Movimento Matemática Moderna alterou o currículo, com a apresentação da “matemática “simples” do ponto de vista de sua linguagem sintética, a linguagem conjuntista, buscando transferir as ideias gerais e unificadoras a níveis cada vez mais elementares” (BURAK, KLÜBER, 2008, p. 94); porém, não apresentava uma preocupação com o sujeito que aprende.

Assim, o MMM começou a enfrentar duras críticas e, aqui no Brasil, se afirmava que o sistema de ensino estava seguindo modelos estrangeiros que não foram satisfatoriamente aprovados nem em seus locais de origem e ainda, eram prejudiciais pelo exagerado desligamento da realidade e por ser demasiadamente moderno (LIMA, 1973, *apud* BURIGO, 1989).

As críticas incidiam sobre um processo de ensino da Matemática em deterioração de sua qualidade, refletindo em altos níveis de reprovação. A expansão acelerada e despreparada da educação, que ocorreu nas décadas de 60 e 70, se apoiava em um precário processo de formação de professores e o comprometimento crescente das condições de ensino (BURIGO, 1989).

Com o declínio do MMM na década de 1970, a preocupação com o ensino e aprendizagem da Matemática se tornou mais latente, iniciando, assim, o Movimento Educação Matemática - que emerge da “necessidade de considerar outros aspectos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, aspectos como, por exemplo, a capacidade cognitiva do sujeito que aprende, a sua cultura, os fatores sociais e econômicos, a língua materna e outros” (BURAK, KLÜBER, 2008, p. 94).

O pesquisador Ole Skovsmose, em sua obra Educação Matemática, crítica: a questão da democracia (2001) distingue três alternativas em Educação Matemática que foram dominantes na Educação Matemática na década de 1980: estruturalismo, pragmatismo e orientação-ao-processo.

O estruturalismo é caracterizado pela ideia de que o conhecimento dos estudantes deve ser construído de acordo com estruturas e conteúdos identificados independentemente dos estudantes. Também, a essência da matemática pode ser determinada fixando conceitos fundamentais por meio da análise lógica das teorias matemáticas, nas quais esses conceitos podem ser transmitidos para o estudante por concretizações apropriadas de acordo com o potencial de conhecimento da criança (SKOVSMOSE, 2001)

Na tendência pragmática na Educação Matemática, a essência da matemática encontra-se nas suas aplicações e a matemática pode ser considerada como a ciência das situações hipotéticas. Ela segue uma adaptação da abordagem peirciana, na qual a matemática pode ser vista como uma atividade de construção de modelos, não como um corpo de resultados, dificultando a ocorrência do diálogo professor-estudante. Nessa forma de trabalho, o estudante segue de um exemplo para o outro, que o que ele tem que fazer são cálculos, encontrar soluções e resolver problemas bem definidos (SKOVSMOSE, 2001)

Na tendência da orientação-ao-processo, a preocupação está no processo de pensamento que leva o estudante à aprendizagem, na qual a essência da matemática não está conectada a conceitos particulares e nem à aplicabilidade/utilidade da matemática (SKOVSMOSE, 2001)

Para Kilpatrick (1996, p. 102), “A Educação Matemática necessita de perspectivas múltiplas que diferentes abordagens trazem para o estudo do ensino e da aprendizagem” e não há um ponto de vista único sobre a natureza da Educação Matemática, cada um tem um enfoque diferente e dá ênfase sobre um aspecto particular (RIUS, 1989a). No entanto, nota-se um consenso em considerar a Educação Matemática como uma atividade fundamentada em

uma grande gama de áreas de estudos e cujo objetivo é a análise das comunicações em Matemática (WAIN, 1978, *apud* Rius, 1989a).

A natureza da Educação Matemática pode ser representada por Higginson, na obra de Burak e Klüber (2008), como um tetraedro denominado MAPS, em que as disciplinas Matemática (M), Filosofia (F), Psicologia (P) e Sociologia (S) correspondem às faces do tetraedro, sendo disciplinas necessárias e suficientes para definir a natureza da Educação Matemática. Através do tetraedro, podemos ver as possíveis interações entre a Matemática, Filosofia, Psicologia e Sociologia.

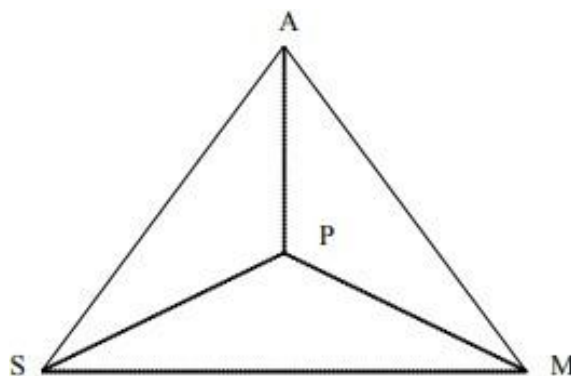


Figura 1. Tetraedro de Higginson

Fonte: BURAK; KLUBER, 2008, p. 95

Burak e Klüber (2008) ressaltam que as interações entre a Matemática, Filosofia, Psicologia e Sociologia só é possível se considerarmos que a Educação Matemática dialoga com as outras áreas do conhecimento e não se prende à visão das Ciências Naturais e Exatas.

Na perspectiva de Burak e Klüber (2008, p. 96), “[...] a Educação Matemática, nas últimas décadas, tem se mostrado extremamente dinâmica e apresenta avanços significativos em relação à sua natureza”. Ainda, vem ocorrendo a incorporação de outras áreas de conhecimento à Educação Matemática, como a Antropologia, Língua Materna, História da Matemática, Epistemologia e outras. Assim, o modelo de tetraedro de Higginson poderia ser ampliado para a forma piramidal, tendo no vértice a Matemática e a base (pentagonal, hexagonal, heptagonal, ...) constituídas pelas áreas incorporadas.

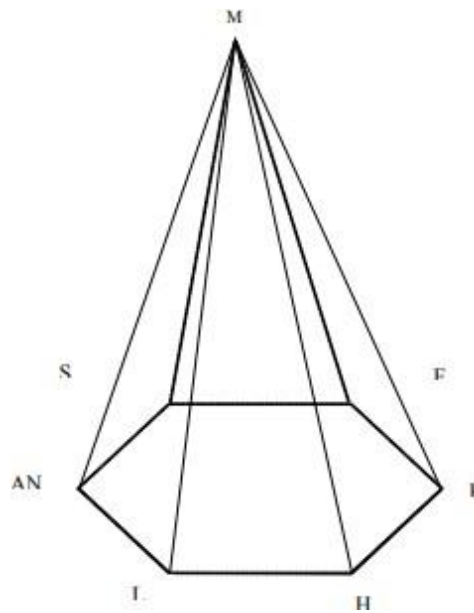


Figura 2. Pirâmide de base hexagonal

Fonte: BURAK; KLÜBER, 2008, p. 97

Podemos dizer que

[...] a nova representação da Educação Matemática reflete uma visão da Matemática como um de seus componentes e não “o componente”. A percepção da Matemática como parte do todo, e não como o todo em si, promove novos enfoques e gera a possibilidade de se estabelecer interações. Confere, sobretudo, a possibilidade de se tratar a Matemática e o seu ensino e a aprendizagem em um contexto em que se favorecem as múltiplas interações entre as áreas que a constituem, as quais, por sua vez, agem e interagem em uma relação de reciprocidade. (BURAK e KLÜBER, 2008, p. 97).

No momento, a configuração que representa a configuração da Educação Matemática, envolvendo as múltiplas interações das diversas áreas do conhecimento, pode ser ilustrada pela Figura 3:

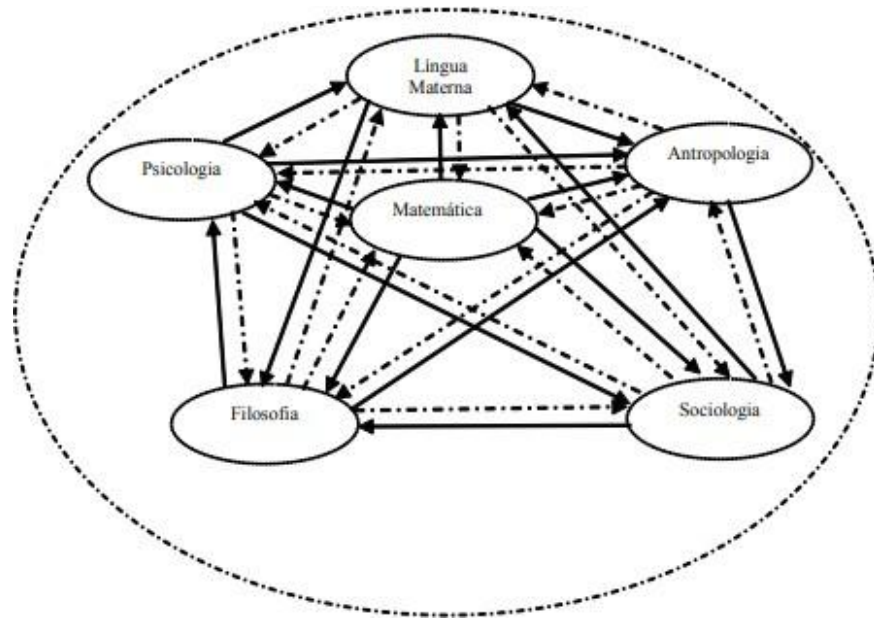


Figura 3. Representação atual da Educação Matemática

Fonte: BURAK; KLÜBER, 2008, p. 98

Nessa representação da Educação Matemática, proposta por Burak e Klüber (2008), observamos a Matemática dialogando e interagindo com as outras áreas do conhecimento num processo dinâmico.

O componente Psicologia (P) estava, inicialmente, centrada na visão comportamentalista ou naquelas promovidas pela taxonomia de Bloom que está dividida em cognitiva, afetiva e psicomotora, como aponta Kilpatrick (1996, p. 102) que “Até os anos 70, muitas pesquisas em Educação Matemática, especialmente as feitas na América do Norte, tentaram especificar o comportamento dos alunos ou professores e analisar aqueles comportamentos através de seus componentes”. Mas o surgimento de teorias cognitivistas como a de Piaget, Vygotsky, Ausubel e Bruner passam a influenciar e reconfigurar o componente Psicologia da Educação Matemática. Elas representam uma mudança de visão sobre o processo de aquisição do conhecimento, reconhecendo aspectos cognitivos como a emoção, a criatividade, a auto realização, entre outros (BURAK; KLÜBER, 2008).

Outro componente de grande importância para a Educação Matemática, apontado por Burak e Klüber (2008, p. 100), é a Sociologia que “pode ser exemplificada pela pressão da sociedade para a modificação do currículo e do ensino de matemática, o que ocorreu em quase todo o mundo, após o lançamento do Sputnik”. Consequentemente, “os educadores

produziram estratégias alternativas, cujos efeitos modificaram de alguma maneira a sociedade.” (BURAK; KLÜBER, 2008, p. 100).

É notável a implicação das escolas filosóficas para a investigação no âmbito da educação, como apontam Burak e Klüber (2008, p. 102):

Por um lado, o Racionalismo Crítico e o Modelo da Agricultura compartilham a noção da unidade do conhecimento, bem como a crença de que o dito conhecimento é o conhecimento científico, e só pode ser alcançado através do Método Científico, este sendo alcançado objetivamente, visando à universalização. Por outro, o enfoque antropológico, tanto quanto a Teoria Crítica, considera o objeto de estudo estruturalmente: quer dizer que, independentemente do que trate o problema, este somente terá sentido se analisado em termos estruturais, buscando as manifestações próprias do objeto, em sua essência.

Conforme aponta Kilpatrick (1996), por mais que alguns pesquisadores em Educação Matemática tentassem uma abordagem positivista, a maioria tem optado por emprestar estruturas e técnicas teóricas, a partir das Ciências Sociais, utilizando-se de abordagens fenomenológica, interpretativa, construtivista social ou etnográfica.

Nesse sentido, não são somente os aspectos epistemológicos ou os resultados de uma investigação que podem consolidar a Educação Matemática (MIGUEL, 2004 *apud* BURAK; KLÜBER, 2008), tampouco a natureza da sua pesquisa: qualitativa ou quantitativa, mas a pluralidade e a ausência de uma padronização da Educação Matemática.

CAPÍTULO II

MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: INÍCIO E VISÃO DE ALGUNS PESQUISADORES

Neste capítulo, apresentamos um breve histórico sobre o início da Modelagem Matemática no Brasil e algumas considerações sobre a Modelagem, com base nas concepções de Bassanezi, Barbosa, Caldeira, Biembengut, Almeida e Burak. Buscamos explicitar a concepção de Modelagem de cada um dos autores, de modelo (quando há), etapas e/ou procedimentos.

Esses autores foram escolhidos pela grande contribuição no atual cenário da Educação, especialmente no ensino básico. Ainda, têm grande representatividade na área da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, assídua participação em eventos de todo o Brasil, como o EPREM, CNMEM, ENEM dentre outros, também, por terem desenvolvido suas dissertações e/ou teses na área.

2.1 O Início da Modelagem Matemática no Brasil

A Modelagem Matemática, segundo Biembengut (2009), surge no cenário internacional por volta da década de 60 e se faz presente nas discussões com um movimento chamado “utilitarista”, impulsionando a formação de grupos de pesquisadores sobre o tema. Esse movimento ficou definido como a “aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade” (BIEMBENGUT, 2009, p. 8).

A autora aponta ainda alguns eventos que contribuíram para o debate, sendo: Lausanne Symposium, em 1968 na Suíça; um grupo na Europa liderado por Hans Freudenthal, denominado IOWO (Holanda); outro evento coordenado por Bernhelm Booss e Mogens Niss (Dinamarca), tal que em 1978, em Roskilde, foi feito um congresso sobre o tema Matemática e Realidade que contribuiu para a consolidação, em 1983, do Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações – ICTMA – filiado ao ICMI (BIEMBENGUT, 2009).

Esses movimentos influenciaram, ao mesmo tempo, movimentos pela Modelagem Matemática na educação brasileira, tendo como pessoas importantes no impulso e consolidação: “Aristides C. Barreto, Ubiratan D’ Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João

Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980” (BIEMBENGUT, 2009, p. 8). Esses precursores conseguiram adeptos da Modelagem Matemática por todo o Brasil.

O que se nota em Burak (2016) e Biembengut (2009) é que inicialmente a Modelagem é abordada e disseminada como uma metodologia de ensino de matemática, principalmente no nível superior, em graduações e cursos de pós-graduação, por meio de produções de livros, artigos, palestras, dissertações e teses sobre o tema.

No Paraná, a Modelagem chega em 1983 em Guarapuava, na então Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras – FAFIG, hoje, UNICENTRO. A sua difusão, enquanto uma alternativa metodológica para o ensino da Matemática, se deu por cursos de especializações para os professores dos três níveis de ensino, tendo como marco para a Educação Básica a Dissertação de Mestrado defendida por Burak, em 1987.

2.2 Concepções de Modelagem Matemática na Educação Matemática

A Modelagem Matemática tem várias concepções e perspectivas. Alguns a consideram uma metodologia para ensinar determinado conteúdo matemático ou para resolver problemas reais. Essas duas visões são oriundas da Matemática Aplicada e não consideram essenciais aspectos como: a interação professor/estudante, interesse dos estudantes, reflexão e criticidade.

Quando dizemos “Modelagem Matemática na Educação Matemática”, queremos dizer que esta é uma metodologia de ensino que leva em consideração o sujeito que aprende, deslocando-se do método tradicional, possibilitando a interação, cooperação, criticidade, construção do conhecimento, interação entre as áreas do conhecimento, entre outros aspectos que a Modelagem pode favorecer.

2.2.1 A Modelagem na perspectiva de Bassanezi

Para Rodney Carlos Bassanezi⁴, um dos precursores da Modelagem Matemática no Brasil, a “modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em

⁴ Rodney Carlos Bassanezi foi um dos precursores da Modelagem Matemática no Brasil. Possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1965), mestrado em pela Universidade

problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p. 16). O autor complementa ainda que

As vantagens do emprego da modelagem em termos de pesquisa podem ser constatadas nos avanços obtidos em vários campos como a Física, a Química, a Biologia e a Astrofísica entre outros. A modelagem pressupõe multidisciplinariedade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa.

Com a Modelagem Matemática, o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica e ainda, facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. A modelagem fomenta resultados significativos num processo de ensino-aprendizagem, em que a Matemática pode ser encarada como um jogo maior em que os perdedores são aqueles que não conseguem se divertir jogando, que ocorre muitas vezes, por falha dos próprios treinadores, que estão mais preocupados com as regras do jogo do que com o prazer de efetivamente jogar (BASSANEZI, 2002, p. 16).

Porém, o autor afirma que a Modelagem não pode ser usada como um mero método descritivo a qualquer situação da realidade e com um exagero de simbolismo matemático; ao contrário, o conteúdo e a linguagem matemática devem ser equilibrados e tangentes à situação e ao objetivo que se deseja alcançar. Transpõe-se o problema de uma realidade para a Matemática, que se usará de técnicas e teorias próprias desta Ciência para se obter o resultado dos estudos na linguagem original do problema (BASSANEZI, 2002).

A seguir, descrevemos as etapas que a Modelagem Matemática de um problema ou situação real deve seguir:

- Experimentação: é uma atividade essencialmente laboratorial na qual se processa a obtenção dos dados.
- Abstração: é o procedimento que deve levar à criação de Modelos Matemáticos (é obtido quando se substitui a linguagem natural por uma linguagem matemática coerente), no qual se procura estabelecer as variáveis, a problematização, a formulação de hipóteses e a simplificação.
- Resolução: é uma atividade exclusiva do matemático, podendo ser completamente desvinculado da realidade modelada.
- Validação: é o processo de aceitação ou não do modelo.

Estadual de Campinas (1971) e doutorado em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1977). Trabalhou no IMECC- Unicamp de 1969 a 2001 quando passou a ser pesquisador voluntário nesta universidade, permanecendo até 2006. A partir de 2007 trabalha na Universidade Federal do ABC onde foi o primeiro coordenador do programa de pós-graduação do CMCC. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Análise, atuando principalmente nos seguintes temas: Teoria Fuzzy;-Sistemas dinâmicos subjetivos; Biomatemática:- epidemiologia, ecologia; Educação Matemática: -Modelagem. Informações obtidas no Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6541957090000783>, acesso em 20/04/2020.

- Modificação: nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser aperfeiçoado, propiciando a formulação de novos modelos.

O autor ressalta que é importante que o tema a ser modelado seja escolhido pelos alunos, para que se sintam corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, mas a escolha final dependerá muito mais do professor. Também, considera importante que o trabalho seja em grupo e que o professor deve atuar como um monitor (BASSANEZI, 2002).

Em suma, o que se pode notar é que Bassanezi tem seu foco da Modelagem Matemática na aplicação com estudantes da graduação e pós graduação, sem direcionamentos para a Educação Básica. Também, sua concepção de Modelagem não está pautada na Educação Matemática, preocupando-se em tornar o educador e o aluno sujeitos com seus olhos voltados para a aplicabilidade (BASSANEZI, 2002).

2.2.2 A Modelagem na perspectiva de Barbosa

A Modelagem Matemática tem sido o foco de estudo, pesquisas e práticas em sala de aula de Jonei Cerqueira Barbosa⁵ nos últimos anos. Para o autor, a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática, a qual o autor defende, deve ser vista de forma diferente das limitações da Modelagem da matemática aplicada

Barbosa defende a utilização da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, fazendo dela seu instrumento de crítica, a fim de nutrir a própria prática, em que ele destaca que a sua intenção é apontar a necessidade de Modelagem se envolver no ciclo permanente da teoria-prática (BARBOSA, 2001).

O autor assume a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem, quando os alunos são convidados a “indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001, p. 6). O termo ambiente refere-se a um convite feito aos alunos pelo professor, ocorrendo o envolvimento na medida

⁵ Jonei Cerqueira Barbosa possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Católica do Salvador (1997), Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2001) e pós-doutoramentos na London South Bank University (2008) e na University of London (2013-2014). Desde 2010, é professor associado, em regime de dedicação exclusiva, do Departamento II da Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia. Atua como professor permanente no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS. Possui experiência na área de Educação Matemática, tendo desenvolvido projetos de pesquisa na área de modelagem matemática, materiais curriculares para professores e formação de professores de matemática. Informações obtidas no Currículo lattes: <http://lattes.cnpq.br/4435435120326646>, acesso em 20/04/2020.

que se encontram os interesses com esse convite. Em sua concepção, a Modelagem Matemática

[...] trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e idéias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade. Porém, alguns casos podem ser mais propícios a alguns conceitos matemáticos – por exemplo, situações que envolvem variação podem levar a idéias do Cálculo ou Pré-cálculo -, mas nada garante que os alunos se inclinem por eles. Esta natureza “aberta” que sustentamos para as atividades de Modelagem nos impossibilita de garantir a presença de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos. Somente a análise dos caminhos seguidos na resolução pode nos falar sobre sua ocorrência; eles podem desenvolver encaminhamentos que não passem pela construção de um modelo matemático. (BARBOSA, 2001, p. 5-6).

Para o autor, “as atividades de Modelagem podem contribuir para desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas sobre as aplicações da matemática” (BARBOSA, 2004, p. 2). Salienta ainda que as discussões, que podem emergir na sala de aula com questões amplas e desafiadoras, podem tratar-se de uma dimensão devotada a discutir a natureza das aplicações, os critérios utilizados e o significado social. Ele acredita que, dessa forma, a Modelagem possa impulsionar a intervenção das pessoas nos debates críticos, em tomadas de decisões sociais que envolvam a matemática, sendo uma contribuição para aumentar as possibilidades de construção e fortalecimento de sociedades democráticas (BARBOSA, 2004).

Barbosa (2004) aponta algumas formas de desenvolver o trabalho com a Modelagem, os quais ele chama de *casos*, a saber:

Caso 1: o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa (p. 4).

Caso 2: os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas (p. 4).

Caso 3: trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’ que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos (p. 5).

Para o autor, esses casos flexibilizam o trabalho com a Modelagem Matemática nos mais diversos contextos escolares, sendo algumas das maneiras de implementá-la no currículo, evitando uma abordagem compartimentada, ressaltando a importância da consonância dela com outras tarefas escolares (BARBOSA, 2004).

O autor reconhece a relativa distância que o ensino tradicional aborda problemas de outras áreas e a Modelagem, fazendo-se necessária uma transição até ela. Essa transição envolve o abandono de posturas e conhecimentos oferecidos pela socialização docente e discente e adoção de outros. Assim, ela pode se materializar através de organizações curriculares diferentes, que levem em consideração as condições de sala de aula, de cada escola, da experiência e da confiança do professor (BARBOSA, 2001).

2.2.3 A Modelagem na perspectiva de Caldeira

Antes de conceituar a Modelagem Matemática na perspectiva de Ademir Donizeti Caldeira⁶, é necessário reconhecer o que se pretende atualmente dentro e fora da escola. Para o autor, o que se pretende “é uma racionalidade sustentada por uma forma não mais sobre os pilares do determinismo e das verdades imutáveis, mas aquela baseada em pressupostos do pensamento sistêmico e da complexidade” (CALDEIRA, 2009, p. 34).

Nesse sentido, o autor pensa a Modelagem Matemática como uma nova concepção de Educação Matemática, se deslocando do determinismo e das verdades imutáveis, com a discussão dos fundamentos epistemológicos que sustentam as concepções do pensamento sistêmico e da complexidade.

O autor defende que a matemática, vista como uma disciplina escolar, deve ultrapassar a concepção mais comum nas salas de aula: a de que ela se trata de um conhecimento isolado, pronto e acabado, alterando-se para uma possível orientadora no processo de formação de ser humano autônomo. Desse modo, seu ensino e aprendizagem devem estar relacionados com o contexto histórico, social, econômico, político e ambiental dos educandos. A partir disso, diz

⁶ Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela UNESP/IBILCE(1987), mestrado em Educação Matemática pela UNESP/RIO CLARO (1992) e doutorado em Educação pela UNICAMP (1998). Professor Associado III do Departamento de Metodologia de Ensino da Universidade Federal de São Carlos. Vice Líder do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Cultura. Credenciado no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFScar. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática na Educação Matemática e Etnomatemática. Informações obtidas no Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8185048034258055>, acesso em 20/04/2020.

que uma das possibilidades é inserir nas atividades escolares elementos vindos do cotidiano dos alunos, a fim de que, em conjunto com o professor, possam desenvolver práticas que reflitam essa cotidianidade, elaborando e buscando soluções para essas demandas, desenvolvendo muito mais que conhecimento matemático, mas criatividade, autonomia e espírito de coletividade. Portanto, uma das formas de desenvolver essa concepção de ensino e aprendizagem de matemática é um trabalho com a Modelagem Matemática na Educação Matemática (CALDEIRA; SILVEIRA; MAGNUS, 2015).

O autor debruça seus estudos sobre a Modelagem Matemática alinhados com a corrente sociocrítica, oferecendo apoio para a Educação Matemática engajada “com a compreensão de situações reais imbricadas com fatores sociais, políticos, econômicos e ambientais” (CALDEIRA; SILVEIRA; MAGNUS, 2015, p. 67). Dessa forma, Caldeira (2009) assume a Modelagem não apenas como um método de ensino e aprendizagem de matemática, mas como uma concepção de Educação Matemática que pode incorporar proposições matemáticas advindas das interações sociais, considerando-a “como um dos possíveis caminhos de uma nova forma de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar as relações dos conhecimentos matemáticos e a sociedade mais participativa e democrática” (p. 33).

Para o autor, “a Modelagem abre a possibilidade de se resgatar outras formas de trabalhar com a Matemática, bem como o surgimento de outros conteúdos” (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012, p. 1023), conferindo ao ensino e aprendizagem de matemática sentido e significado a quem ensina e a quem aprende. Sendo assim, nota-se a recusa do autor dos atuais moldes de reprodução do currículo escolar, de forma compartimentada. Segundo Caldeira (2005), a Modelagem pode superar essa visão fragmentada, pois os conhecimentos não aparecem de forma fragmentada, mas interconectados, podendo favorecer a contextualização.

Levar em conta a realidade do aluno é a base fundamental quando se trata de Modelagem Matemática, não significando ter que aceitá-la, pois

[...] não se trata apenas de aprender, na escola, as regras e convenções estabelecidas pela matemática “universal” e usá-la para conhecer sua realidade, compreendê-la e modificá-la, mas que a escola favoreça que o estudante perceba que possa existir *além daquela que ele já conheceu na escola e usa nas suas práticas sociais*, um outro significado das proposições matemáticas que possa também ser usada no seu dia-a-dia e comparada com aquela dita universal. (CALDEIRA, 2009, p. 37-38).

Ainda, o conhecimento matemático assumido pela cultura escolar incorporado pelos pressupostos da Modelagem

[...] deverá fazer com que o estudante perceba a necessidade do enfrentamento da sua realidade, lutar contra ela se necessário for; romper com determinadas amarras e com as adaptações a que comumente estão acostumados a lidar. Esse enfrentamento vai se dar não somente pela nova racionalidade, mas também e, principalmente, pela sua participação ativa em sala de aula. Problematizar, elaborar suas próprias perguntas, desenvolver por meio da pesquisa, refletir e tirar suas próprias conclusões – pressupostos básicos dessa perspectiva de Modelagem Matemática. (CALDEIRA, 2009, p. 38)

O autor nos fala que essa nova forma de trabalhar com a Modelagem Matemática requer do professor e dos estudantes uma nova habilidade, a da sensibilidade de perceber o diferente, tentar enxergar o “novo” e o “outro”, pois tanto aqueles conhecimentos adotados pela cultura escolar, quanto aqueles convencionados e padronizados pelas diferentes culturas, e os valores associados a eles não possuem autonomia própria, precisam que alguém os produza e reproduza sob o ponto de vista de cada cultura. Portanto, são históricos e sociais, atribuindo a eles, em cada cultura, um significado simbólico. Assim, só ganha sentido em relação a um determinado grupo social, em um determinado tempo histórico e num determinado lugar, fazendo-se necessária uma atenção extremada por parte dos professores e da escola, à compreensão da visão de alteridade (CALDEIRA, 2009).

Ressalta-se ainda, que quando o aluno tenta enxergar o novo/outro conhecimento matemático pode fazer com que esses conhecimentos o conduzam a um lugar diferente de onde ele está.

Complementa-se aqui, que para Caldeira (2009), a epistemologia que sustenta os pressupostos da Modelagem Matemática como concepção de Educação Matemática é aquela em que os conhecimentos estão em construção pelos homens de acordo com seus interesses sociais, políticos, econômicos e culturais, designados aqui de construtivistas, colocando para essa construção algumas regras ou convenções.

2.2.4 A Modelagem na perspectiva de Biembengut

Para Maria Salett Biembengut⁷, a Modelagem Matemática é considerada uma área de pesquisa voltada à elaboração ou criação de um modelo matemático. Pode ser entendida como “um conjunto de procedimentos requeridos na feitura de um modelo, e, modelo é um conjunto de símbolos que interagem entre si representando alguma coisa” (BIEMBENGUT, 2012, p.30). Ainda, pode ser visto como “um processo artístico”, pois para se elaborar um modelo é necessário muito mais que conhecimento matemático, mas intuição e criatividade para interpretar o contexto e reconhecer o conteúdo matemático que melhor se adapta à situação e, também, uma dose de senso lúdico para saber jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2013)

Considera ainda que a Modelagem é um meio de fazer a matemática e a realidade interagirem, permitindo representar uma situação real com um ferramental matemático, denominado de modelo matemático:

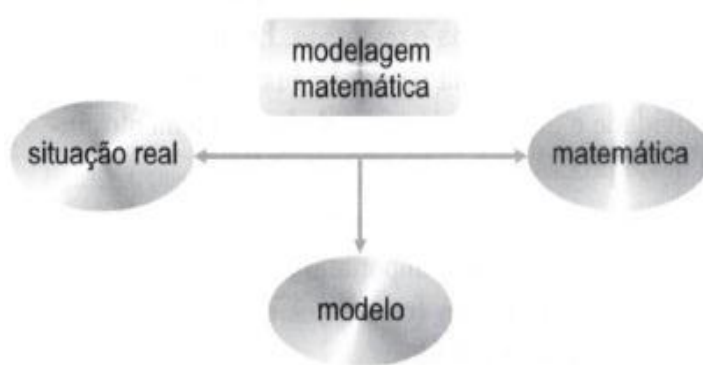


Figura 4. Esquema do processo da Modelagem Matemática

Fonte: BIEMBENGUT; HEIN, 2013, p. 13)

A autora ressalta que a Modelagem requer uma série de procedimentos que transcorrem a observação cuidadosa da situação ou fenômeno a ser modelado, interpretação da experiência realizada e apreensão do significado do que se produz (BIEMBENGUT, 2012). De acordo com Biembengut e Hein (2013), tais procedimentos podem ser divididos em três etapas e seis subetapas, a saber:

Maria Salett Biembengut é matemática com especialização na UNICAMP, pedagoga, mestra em Educação Matemática pela UNESP, doutora em Engenharia de Produção e Sistemas pela UFSC e pós-doutora em Educação pela USP (2003) e pela University of New Mexico USA (2009). Informações obtidas no Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0809444321174546>, acesso em 20/04/2020.

- a) Interação: estudo sobre o assunto de modo indireto (pesquisas em livros, revistas, etc.) ou direto (por meio da experiência no campo).
- Reconhecimento da situação problema;
 - Familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico.
- b) Matematização: neste momento se dá a tradução da situação-problema para a linguagem matemática.
- Formulação do problema → hipótese;
 - Resolução do problema em termos do modelo.
- c) Modelo Matemático: faz-se uma avaliação do quão próximo o modelo está da situação-problema.
- Interpretação da solução;
 - Validação do modelo → avaliação.

Caso o modelo não atenda às necessidades da situação-problema, o processo deve ser retomado na etapa da matematização para as adequações necessárias.



Figura 5. Dinâmica da Modelagem Matemática de acordo com Biembengut e Hein

Fonte: BIEMBENGUT; HEIN, 2013, p. 15

Biembengut e Hein (2013, p. 18) afirmam que a Modelagem Matemática “pode despertar no aluno o interesse do aluno por tópicos da matemática que ele desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente”, pois se oportuniza estudar situações-problema através de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e estimulando seu senso crítico.

2.2.5 A Modelagem na perspectiva de Almeida

Para Lourdes Maria Werle de Almeida⁸, a Modelagem Matemática permite estabelecer uma relação entre a matemática escolar e o que o estudante encontra em sua realidade, portanto ela pode ser concebida como

[...] um estudo matemático acerca de um problema não essencialmente matemático, que envolve a formulação de hipóteses e simplificações adequadas na criação de modelos matemáticos para analisar o problema em estudo, pode ser vista como uma alternativa para inserir aplicações da Matemática no currículo escolar sem, no entanto, alterar as formalidades inerentes ao ensino (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 21).

Vale ressaltar que a autora considera que a Modelagem ultrapassa a ideia utilitarista de aplicar a matemática na resolução de problemas, afirmando que quando se faz o seu uso pode-se chegar ao desenvolvimento do conhecimento reflexivo e à formação de um cidadão crítico (ALMEIDA; DIAS, 2004).

O modelo matemático, nessa concepção, é entendido como “um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema.” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Almeida e Feruzzi (2009) ponderam que a Modelagem se configura como uma atividade que implica em um conjunto de ações como a procura de informações, identificação e seleção de variáveis, elaboração de hipóteses, simplificação, obtenção de um modelo matemático, resolução do problema e a análise da solução que requer uma validação, identificando a sua aceitabilidade ou não. Essas ações mencionadas estão associadas ao envolvimento com:

- a) Formulação de um problema;
- b) Processo investigativo;
- c) Busca por uma representação matemática ou modelo matemático;
- d) Análise de uma resposta para um problema;

⁸ Lourdes Maria Werle de Almeida é professora da Universidade Estadual de Londrina desde 1985. Atua no curso de graduação em Matemática e é docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Tem experiência na área de Matemática com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem matemática, semiótica na Educação Matemática e formação de professores de matemática. Informações obtidas no Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2660354136462141>, acesso em 20/04/2020.

- e) Comunicação de resultados para outros.

Ela entende a Modelagem como uma prática investigativa, levando a considerar que a criatividade e a curiosidade são aspectos que podem possibilitar (ou inviabilizar) a construção do conhecimento pelos alunos. Assim, a “criatividade permite que o aluno defina os procedimentos que regem sua investigação; a curiosidade é uma espécie de energia, de motivação, que assegura o interesse do aluno pelo processo investigativo” (ALMEIDA; FERRUZI, 2009, p. 122). Quando os envolvidos com a prática da Modelagem não conseguem se abastecer de criatividade e de curiosidade, a construção de conhecimento, em geral, é inviabilizada.

A autora não fala em etapas bem definidas, porém, o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrito por “termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a final” (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI, 2012, p. 219). Ainda, “o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são pré-definidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução” (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI 2012, p. 219). Esses elementos podem ser representados pelo esquema a seguir:

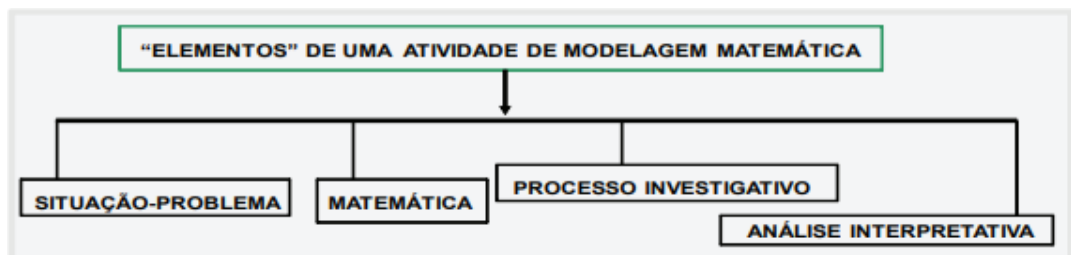


Figura 6. Elementos de uma atividade de Modelagem Matemática

Fonte: Almeida; Silva; Vertuan (2012, p. 17)

2.2.6 A Modelagem na perspectiva de Burak

Dionísio Burak⁹ concebe a Modelagem Matemática em uma perspectiva diferente da oriunda da Matemática Aplicada, e a apresenta como uma metodologia de ensino da Matemática, mais particularmente, para a Educação Básica. Ele demonstra uma grande preocupação com a formação integral dos estudantes e sobre o que se espera desses na sociedade atual, refletindo sobre algumas questões: “Por que ensinar Matemática hoje?” e “Por que ensinar Matemática através da Modelagem?”. Para Burak, essas questões estão diretamente ligadas à visão de que tipo de “homem” que se pretende formar para enfrentar os desafios do século XXI. Essa é uma questão que tem a ver com a forma de se ensinar e com o que se quer com essa a forma de ensinar, provocando e invocando algumas respostas:

[...] desejamos um cidadão que desenvolva a autonomia, que seja: crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão. Essas respostas podem ser alcançadas com a adoção de uma metodologia que leve em consideração uma nova perspectiva que contemple um novo modelo de racionalidade, mais amplo capaz de se alinhar com as mudanças que se impõem. (BURAK, 2010, p. 17).

Na perspectiva de Burak, a Modelagem Matemática “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p. 62).

Para Burak (2010), a Modelagem vem ao encontro do que se espera que o estudante desenvolva/aprenda, pois “Não sabemos que matemática eles usarão daqui a alguns anos, mas temos a certeza de que deverão tomar decisões, ter autonomia e ser capazes de se tornarem responsáveis por grandes transformações no âmbito da sociedade” (BURAK, 2010, p. 18). Dessa forma, a Modelagem Matemática em sala de aula, enquanto uma alternativa metodológica para o ensino da matemática, deve vir dos seguintes princípios: o interesse do grupo ou dos grupos”, pois “o processo é compartilhado com o grupo de alunos, pois sua

⁹ Dionísio Burak possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual do Centro-Oeste (1973), mestrado em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1987) e doutorado pela Universidade Estadual de Campinas (1992). Atualmente é rt-20 da Universidade Estadual de Ponta Grossa no Programa de Pós - Graduação em Educação e rt 20 do Programa de Pós-Graduação em Ciências Naturais e Matemática. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem matemática na educação matemática, ensino e aprendizagem e ensino de matemática. Pós-Doutorado (2010) - Universidade Federal do Pará- orientadora Profa Dr^a Rosália Maria Ribeiro de Aragão. Atualmente é Pesquisador Sênior da Fundação Araucária. Informações obtidas no Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3096837034284131>, acesso em 20/04/2020.

motivação advém do interesse pelo assunto” (BURAK, 2004, p. 2) e a obtenção de informações e dados do ambiente, onde se encontra o interesse do grupo (BURAK, 1992).

Pode-se destacar alguns aspectos importantes que decorrem do uso da Modelagem segundo suas perspectivas: maior interesse do(s) grupo(s), interação maior no processo de ensino e de aprendizagem e demonstração de uma forma diferenciada de conceber a educação, o que traz por consequência, o uso de uma nova postura do professor (BURAK, 2004).

Burak (2004) sugere cinco etapas para o desenvolvimento do trabalho com a Modelagem em sala de aula: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; análise crítica da(s) solução(es). O autor complementa ainda que nessa perspectiva,

[...] o ensino de Matemática torna-se dinâmico, mais vivo e, em consequência, mais significativo para o aluno e para o grupo, do próprio grupo ou dos grupos, sobre determinado conteúdo, a partir do conhecimento que cada aluno ou o grupo já possui sobre o assunto. Isso confere maior significado ao contexto, permitindo e favorecendo o estabelecimento de relações matemáticas, a compreensão e o significado dessas relações (BURAK, 2004, p. 3).

Para Burak (2010), o processo de ensino e aprendizagem, por meio da Modelagem, sustenta-se nas teorias da cognição, sociointeracionista e de aprendizagem significativa que consideram o estudante como um agente da construção do próprio conhecimento. Nesse sentido, pode-se possibilitar que o estudante se torne um buscador mais do que seguidor, aquele que vive em permanente busca do conhecimento, de novos campos, novas visões, que interroga, discute, reflete e forma suas convicções.

Nas soluções dos problemas modelados, o estudante pode-se deparar com soluções que nem sempre são matemáticas, mas de atitudes, de posturas, de ações solidárias, sobre as quais a matemática isolada não tem controle (BURAK, 2010).

2.3 Comparação entre as concepções de Modelagem Matemática abordadas

A seguir, expõe-se um resumo das concepções de Modelagem Matemática aqui apresentadas, elencando os principais aspectos abordados pelos autores e o nível de ensino onde seus trabalhos são desenvolvidos.

Quadro 1. Resumo das concepções de Modelagem dos autores estudados

Autor	Concepção de Modelagem	Etapas de trabalho	Nível de Ensino
Bassanezi	Assume a Modelagem Matemática como arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.	O autor sugere cinco etapas que a Modelagem Matemática de um problema ou situação real deve seguir: Experimentação; Abstração; Resolução; Validação; Modificação.	Ensino Superior e Pós-graduação.
Barbosa	Assume a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem, em que os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações que se originam em outras áreas da realidade.	O autor não sugere etapas, ocorrendo o envolvimento dos estudantes na medida que se encontram os interesses com esse convite. No entanto, ele apresenta formas de desenvolver o trabalho com a Modelagem: Caso 1: o professor apresenta o problema e os dados; Caso 2: o professor apresenta apenas o problema; Caso 3: trata-se de projetos com temas não-matemáticos escolhidos pelo professor ou pelos alunos.	Ensino Fundamental, Médio e formação de professores.
Caldeira	Entende a Modelagem como uma nova concepção de Educação Matemática, alinhado com uma corrente sociocrítica, que pode incorporar proposições matemáticas advindas das interações sociais.	O autor não sugere etapas.	Ensino Fundamental, Médio e formação de professores.
Biembengut	Considera a Modelagem como um conjunto de procedimentos requeridos na feitura de um modelo, e, modelo é um conjunto de símbolos que interagem entre si representando alguma coisa.	a) Interação: reconhecimento da situação problema e familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico. b) Matematização: formulação do problema → hipótese e resolução do problema em termos do modelo. c) Modelo Matemático: interpretação da solução e validação do modelo → avaliação.	Ensino Fundamental, Médio, Superior e formação de professores.
Almeida	Considera a Modelagem Matemática como um estudo matemático acerca de um problema não essencialmente matemático, que envolve a formulação de hipóteses e simplificações adequadas na criação de modelos matemáticos para analisar o problema em estudo, pode ser vista como uma alternativa para inserir aplicações da Matemática no currículo escolar sem, no entanto, alterar as formalidades inerentes ao ensino.	Formulação de um problema; Processo investigativo; Busca por uma representação matemática ou modelo matemático; Análise de uma resposta para um problema; Comunicação de resultados para outros.	Ensino Fundamental, Médio, Superior e formação de professores.

Burak	A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões.	Escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; análise crítica da(s) solução(es).	Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio e Formação de Professores.
-------	--	---	--

Fonte: a autora

2.4 A concepção de Modelagem Matemática adotada na pesquisa: a perspectiva de Burak

Dionísio Burak é um grande pesquisador da área da Educação Matemática e Modelagem Matemática. Desenvolveu sua dissertação de mestrado e sua tese de doutorado nessas áreas, intituladas respectivamente como “Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série” e “Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem”.

Ao longo de sua carreira como professor e pesquisador, sua trajetória de dedicação ao trabalho com a Modelagem Matemática ultrapassa três décadas. No início dessa trajetória, Burak mantinha uma estreita relação com a Modelagem Matemática oriunda da Matemática Aplicada; no entanto, foram ocorrendo alguns ajustes durante a fase do mestrado, a fase do doutorado e a fase após o doutorado, para que a Modelagem atendesse às necessidades e expectativas da Educação Básica.

A dissertação de mestrado de Burak (1987) foi desenvolvida em etapas. A primeira das etapas foi a realização de cursos com os professores da Educação Básica, da abrangência do Núcleo Regional de Educação de Guarapuava – PR, com duração de aproximadamente 40 horas.

Inicialmente, as ideias ainda não estavam bem claras, porém, ressalta o autor que se desejava “desenvolver um trabalho que buscasse tornar o ensino de Matemática mais significativo, mais dinâmico, com destaque do estudante como construtor do conhecimento” (BUKAK, 2016, p. 20).

Burak (1987, 2016) relata que era nítida a vontade dos professores participantes do curso de mudança em relação às metodologias utilizadas em sala de aula, no entanto, houve uma certa resistência. Algumas das causas da resistência eram por não conseguirem resolver

as atividades propostas, a insegurança em relação à nova forma de trabalho com a Matemática, a pequena ou quase nenhuma experiência e a proposta de um trabalho individual.

Apesar das insatisfações sentidas pelo pesquisador na fase do mestrado, o trabalho realizado durante o curso recebeu diversas manifestações positivas; porém, algumas questões ficaram pendentes, como:

Quais ações e interações entre os envolvidos se estabelecem no trabalho com a Modelagem? Como os alunos reagem diante de um trabalho que busca formas diferentes de se ensinar Matemática? Como encaminhar em sala de aula o trabalho com a Modelagem Matemática? Como tratar o conteúdo matemático? Como essa forma de trabalho impacta o currículo, o livro texto, os professores, os alunos e os pais? Além dessas, outras se fizeram presentes: Como encaminhar um trabalho com a Modelagem em que os professores pudessem escolher temas de seus interesses? O trabalho em grupo apresenta ganhos significativos no processo de discussão e desenvolvimento das atividades propostas? (BURAK, 2016, p. 21-22).

Na fase do doutorado, com a concepção de Modelagem mais amadurecida em relação a algumas questões levantadas no mestrado e com a possibilidade de colocar em prática as ideias iniciais como, por exemplo, partir do interesse do grupo ou dos grupos, Burak buscou conhecer os efeitos dessas ideias para um trabalho diferente com vistas à aprendizagem de Matemática (BURAK, 2016).

A pesquisa de doutorado de Burak envolveu dois momentos: primeiro um trabalho com os professores da Educação Básica e, posteriormente, o acompanhamento desses profissionais em suas escolas no desenvolvimento de trabalhos de Modelagem Matemática com seus alunos.

Nessa fase, o pesquisador sente as angústias dos professores que afirmavam que o ensino de matemática deveria ser voltado à vivência e realidade do aluno e na resolução de problemas (BURAK, 1992).

No primeiro momento da pesquisa, o problema proposto foi: “Verificar se o uso do método da Modelagem Matemática em que o professor, enquanto participante dessa experiência, tem a oportunidade de escolher seu próprio tema, produz ou não alguma diferença no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e na prática pedagógica do professor?” (BURAK, 2016, p. 27).

No segundo momento da pesquisa, ocorreu o desenvolvimento dos temas nas escolas, quando os professores colocaram em prática na sala de aula a experiência vivida no primeiro momento e Burak observou que esse método exigia do professor uma nova postura e rompia com a forma tradicional de se encaminhar o processo de ensino no qual o professor decidia o

conteúdo a ser trabalhado e não possibilitava aos estudantes compartilharem do processo de ensino e, também, não permitia que se sentissem corresponsáveis pela aprendizagem (BURAK, 1992).

Com os relatos dos professores participantes da pesquisa, Burak constatou uma diferença entre a forma usual de ensino e a forma proposta pela Modelagem Matemática, revelando os seguintes aspectos: a insegurança diante do novo e a contribuição da Modelagem para tornar o professor mais reflexivo (BURAK, 1992).

Com os depoimentos dos estudantes envolvidos nas atividades de Modelagem, Burak constatou as seguintes impressões: a satisfação pelo novo, pelo diferente e o contato com a realidade (BURAK, 1992).

Após o doutorado, além das contribuições anteriores, a realização de um trabalho mais intenso nas escolas, nos cursos de professores, as leituras e discussões sobre aspectos da epistemologia sobre a visão de Ciência, as orientações de trabalhos de pós-graduação lato sensu e stricto sensu e as publicações em eventos específicos da área, foram ações que contribuíram para a construção de uma nova forma de conceber a Modelagem Matemática (BURAK, 2016).

Concordamos com Burak e Klüber (2008) que afirmam que ocorreu um grande avanço teórico no âmbito epistemológico da concepção de Burak, na qual o autor se direciona dos moldes usuais para um ensino por construção e, por conseguinte, persegue mais de perto um ensino contextualizado. Esses avanços podem ser atribuídos a um trabalho aliado e orientado por uma concepção de Educação Matemática pautada nas Ciências Humanas e Sociais e das teorias de Piaget, Vygotsky e David Ausubel.

Analisando todas as concepções de Modelagem Matemática vistas nesse capítulo, consideramos que a concepção de Modelagem que mais satisfaz as necessidades de um ensino da Matemática mais dinâmico, revestido de significados, que torna o estudante mais atento, participativo, crítico e que ajuda na sua formação mais integral, é a concepção de Modelagem Matemática de Burak.

Dentre os fatores que nos fizeram optar pela adoção da concepção de Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak, nesta pesquisa, foram os aspectos que o autor considera importante no trabalho e as etapas de desenvolvimento. A seguir, de acordo com Burak e Klüber (2008), apresentamos essas etapas e as ações do (a) professor (a) e estudantes no decorrer do processo.

Escolha do tema – consiste na apresentação de alguns temas aos estudantes pelo professor ou por eles mesmos. Essa escolha é livre, de acordo com os interesses e não precisa ter ligação direta com a Matemática e seus conteúdos. Nessa etapa, o professor assume um papel de mediador, encaminhando o trabalho e respeitando as opções dos estudantes.

Pesquisa exploratória – após a escolha do tema, os estudantes passam a pesquisar sobre ele. Essa pesquisa pode ser bibliográfica ou de campo, sendo essa última, uma rica fonte de informações e estímulos para a realização da atividade.

Levantamento dos problemas – com a mediação e incentivo do professor e de posse dos materiais e informações levantadas na pesquisa, os estudantes conjecturam relações com a Matemática e elaboram problemas que permitam aplicar ou aprender conteúdos matemáticos.

Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema – nessa etapa, os estudantes resolvem os problemas levantados na etapa anterior. Os conteúdos poderão ser ensinados, de forma acessível, caso os estudantes ainda não o tenham conhecido e, depois, esse conteúdo poderá ser sistematizado. Caso o conteúdo já seja do conhecimento dos estudantes, será uma boa oportunidade para retomá-lo, mostrando aplicações reais.

Análise crítica das soluções – esta etapa é marcada pela criticidade, com relação à matemática, e também, a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas. Isso se mostra importante, pois, muitas vezes, os problemas e suas soluções são lógicas e matematicamente coerentes, porém, inviáveis para a situação em estudo.

As etapas de trabalho com a Modelagem, sugeridas por Burak, e Klüber (2008), são flexíveis e permitem que os estudantes retomem, reflitam e reorganizem a atividade, de acordo com as necessidades, sendo esse mais um fator positivo para nós.

Entendemos então, que a Modelagem Matemática na perspectiva de Burak vem ao encontro do nosso objetivo de pesquisa, que serão melhores discutidos nos próximos capítulos do trabalho.

CAPÍTULO III

A FORMAÇÃO DO SER E DO SABER

3.1 Aspectos que evidenciam a compartimentação e o reducionismo na educação

A seguir, apresentamos alguns aspectos que evidenciam a compartimentação e o reducionismo na educação. Tais aspectos podem ser evidenciados por meio do racionalismo técnico, as mudanças na sociedade, o avanço do capitalismo e a globalização, que impactaram diretamente a educação, fazendo com que o subjetivismo e a formação integral do ser fossem deixados em segundo plano.

3.1.1 Racionalismo técnico e a fragmentação das ciências

De acordo com o Dicionário Online de Português¹⁰, racionalismo é “Toda doutrina que se vale da razão para explicar a realidade ou para obter conhecimento; pensamento segundo o qual a razão e o modo de pensar lógico são mais importantes que os demais.” Também, “Reunião das teorias filosóficas de acordo com as quais o conhecimento se baseia no que é fornecido pela razão, não considerando os sentidos e a experiência.”

Como figura principal do racionalismo, temos René Descartes¹¹ (1596 a 1650), que influenciou muitos filósofos posteriores a ele. Ele ficou conhecido como “fundador da filosofia moderna” e como “pai da matemática moderna”. Muitos afirmam que, a partir dele, inaugurou-se o racionalismo da Idade Moderna. Acreditando que os costumes e a cultura de um povo influenciam no que as pessoas enxergam e pensam aquilo que acreditam. Em sua obra, Discurso do Método, ele defende que o modelo matemático é o modelo para se adquirir conhecimento em todos os campos. O seu método consistia em quatro regras básicas: verificar, analisar, sintetizar e enumerar. Em relação à ciência, ele dividia a realidade em *res cogitans* (consciência, mente) e *res extensa* (matéria) e, também, a separação do corpo e da alma.

¹⁰ Informações obtidas no endereço eletrônico: <https://www.dicio.com.br/racionalismo/>, acesso em 02/01/2021.

¹¹ Informações obtidas no endereço eletrônico: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes, acesso em 02/01/2021.

O racionalismo cartesiano, por meio do método de Descartes, trouxe muitas contribuições, positivas e negativas, para a ciência moderna, que passou a descrever o mundo através de números, os fatos de observação em ordem quantitativa ou representação da realidade. Essa concepção cartesiana continua muito presente em nossa cultura e contribuindo negativamente, algumas vezes, para a dificuldade de compreensão da concepção integral do ser.

Notamos esse ponto de vista em todas as áreas do saber, cada vez mais especializadas, como podemos notar nas divisões dos campos das ciências, as mais diversas especificidades de cada área do conhecimento ou especializações. Podemos tomar como exemplo a Medicina, que cada vez mais se encontra especializada. Traumatologia, Pediatria, Oncologia, Geriatria, Psiquiatria, entre outras, são algumas das especialidades da Medicina moderna.

As divisões nos campos das ciências acabam tornando a investigação fragmentada, impossibilitando a observação da relação entre as suas áreas do conhecimento. A crítica a essa divisão e fragmentação nas ciências se nota em Vale (2015, p. 47), que afirma que “a especialização limita a interação com outras ciências e restringe a percepção apenas às partes do todo.”

Vale (2015) continua sua crítica ao método cartesiano, afirmando que “o ser humano não é um corpo abstraído de suas dimensões psíquicas e espirituais, é um todo íntegro” (p. 47). Nesse sentido, a pessoa não pode ser considerada como um objeto específico, mas como uma complexidade de múltiplas dimensões, com interligações das dimensões humanas e das relações socioculturais.

Morin (2007, p. 41) corrobora dizendo que “enquanto a cultura geral comportava a incitação à busca da contextualização de qualquer informação ou idéia, a cultura científica e técnica disciplinar parcela, desune e compartimenta os saberes, tornando cada vez mais difícil sua contextualização”.

A visão fragmentada chegou à educação, dividindo o conhecimento por áreas: Linguagem; Matemática; Ciências da Natureza e Ciências Humanas. Essas áreas ainda se dividem em disciplinas ou componentes curriculares, a fim de organizar o currículo e facilitar o ensino e a aprendizagem. Esse recorte das disciplinas, segundo Morin (2007), impossibilita apreender “o que está tecido junto”, ainda, “a incapacidade de organizar o saber disperso e compartimentado conduz à atrofia da disposição mental natural de contextualizar e de globalizar” (MORIN, 2007, p. 43).

3.1.2 O sistema econômico como direcionador do processo educacional

A progressiva mudança das relações humanas e das práticas cotidianas, resultantes da nova orientação racional, abre espaço para novas tensões que inauguram um novo cenário: “de um lado, a abertura do homem moderno à perspectiva de autonomia e liberdade; de outro, crescente envolvimento e determinação sistêmica do ser humano” (GOERGEN, 2019, p. 4). Se trata, no primeiro, da imagem do homem como fim em si e senhor da história; no segundo, como parte submissa de um sistema. O autor complementa ainda que as pessoas passam a ter seus valores definidos por meio da sua eficácia em prol do aperfeiçoamento sistêmico, na qual os interesses do capital passam por cima dos interesses humanos de dignidade, autonomia e liberdade.

Essa perspectiva chegou no cenário educacional e, atualmente, o que vemos é que o homem já não é mais a referência de seu próprio processo educativo. Reflexões do tipo o que é o ser humano e o que ele espera/almeja já não são mais importantes. Em contrapartida, atender ao que necessita o sistema econômico que domina a sociedade, as pessoas atualmente e o mundo são primordiais. O capitalismo vem determinando às pessoas como devem ser e agir para alcançarem o seu sucesso e o que se tem como referência de realização pessoal; tudo voltado à economia, mercado, produção, lucro e consumo.

O contexto socioeconômico e cultural, que é imposto no contexto educacional, define que a educação deve promover estratégias de capacitação das pessoas para atender às exigências do sistema econômico. Goergen (2019) aponta que as preferências ou escolhas subjetivas cada vez menos importam, e a qualificação para as competições por um lugar no mercado de trabalho tornam-se o objetivo maior. Dessa forma, essas escolhas podem fazer com que as pessoas se entreguem ao sistema, sejam submissas, para beneficiar a economia.

Nesse cenário, cabe às pessoas se adaptarem e serem bem sucedidas em termos de produtividade econômica. Caso contrário, o sujeito estará fadado ao fracasso e à exclusão; fracasso esse, muitas vezes esperado, pois não há lugar para todos neste espaço tão competitivo. Podemos inferir que, no momento em que as pessoas pensam que não há espaço para todos, elas se sujeitam em viver de forma desumana, se permitindo receber baixos salários e com situações precárias de trabalho, obedecendo ao mercado de maneira

conformada e obediente. Ainda, se afastam da escola e dos espaços que lhes permitem reflexão.

Diferentemente desta perspectiva, a Educação Matemática e a Modelagem superam essa visão de formação meramente técnica e conteudista, voltando-se para uma formação mais integral dos estudantes, privilegiando outros aspectos além dos saberes escolares.

Nessa pesquisa, vamos ao encontro da formação mais geral dos estudantes, considerando aspectos subjetivos e buscando superar a formação direcionada apenas ao acesso à universidade, à qualificação para o mercado de trabalho e ao desenvolvimento econômico.

Não queremos afirmar ou defender que o capitalismo, bem como o desenvolvimento econômico, não é importante em uma sociedade. Não queremos dizer que sucesso econômico, lucro e consumo não possam ser considerados como objetivos do homem contemporâneo. No entanto, acreditamos que a educação deva contribuir para a formação de cidadãos para além desses objetivos, considerando os interesses humanos e não somente os do mercado, contribuindo para uma sociedade mais justa e igualitária, com referência à dignidade, autonomia e liberdade dos indivíduos.

Ainda, desenvolvimento econômico e desenvolvimento humano devem andar juntos. Uma pesquisa, apresentada no artigo *Economic Growth and Human Development*, aponta que o crescimento econômico em si não será sustentado a menos que precedido ou acompanhado por melhorias no desenvolvimento humano. Entendemos então que, além de moradia, alimentação, saúde e outros itens essenciais ao desenvolvimento humano, uma educação de qualidade pode contribuir para a evolução social, econômica e humana.

Como enfrentar as evoluções de um mundo do século XXI? Ao encontro do que Goergen (2019) discorre sobre a influência capitalista e neoliberal na educação, Charlot (2007) apresenta alguns fenômenos que impactaram/impactam diretamente no processo educacional, na relação entre educação e globalização, considerando desafios que a escola há de enfrentar devido às evoluções da sociedade contemporânea:

- O primeiro fenômeno ocorre nas décadas de 60 e 70, quando começou a se pensar a escola na lógica econômica e social do desenvolvimento. Nesse período, almejou-se a construção da escola de 9 anos, a escolaridade obrigatória, ensino secundário e acontece uma massificação da escola, com vistas de reprodução social, mas também, democratização.

- O segundo, da década de 80 em diante, o surgimento de novas lógicas econômicas, sociais e educacionais. Essas novas lógicas correspondem à qualidade, eficácia e diversificação.

- O terceiro diz respeito à própria globalização e integração entre as economias. Nesse fenômeno, o autor ressalta o mercado da educação, na qual destacamos: as escolas particulares baseiam suas publicidades em resultados obtidos nos vestibulares; os cursos privados de pré-vestibular que recebem os jovens depois da escola; os meios modernos de se aprender uma língua estrangeira em escolas de idiomas; o ingresso de multinacionais nas escolas (Coca-Cola, Nestlé e Colgate são exemplos dessas empresas); forma de hibridação entre lógicas de serviços públicos e lógicas neoliberais; a influência das organizações internacionais, como a OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), o FMI (Fundo Monetário Internacional), Banco Mundial e a OMC (Organização Mundial do Comércio).

- O quarto diz respeito às diferentes posições sobre a globalização: os que defendem suas vantagens e privilégios, porém, recusam a abertura das fronteiras por não aceitarem os migrantes; os que querem aderir a atual globalização neoliberal, em favor da liberdade, da liberdade de iniciativa, de eficácia, de concorrência, etc.; os altermundialistas que defendem a ideia de solidarização entre a espécie humana e destes com o planeta – trata-se de acabar com a fome no mundo, proteger a saúde de todos, alfabetizar e educar todos e salvar o planeta dos perigos.

Todas essas mudanças, em escala econômica e social, requerem da escola novas exigências, pois o que se privilegia na sociedade contemporânea são as palavras qualidade e eficácia. O que se teme é que o significado dessas palavras, no âmbito educacional, possa estar totalmente desvinculado de um projeto de formação para todos e que a educação seja tratada como mercadoria num mercado livre (CHARLOT, 2007).

A abertura mundial e sua acessibilidade as mais diversas culturas, decorrentes da globalização, faz com que a escola encare novos desafios culturais e educativos. O que Charlot (2007) sugere é uma nova dimensão da educação, com uma combinação de sensibilidade universalista e o respeito à homo diversidade. Ainda, considerando que hoje o horizonte seja o futuro da espécie humana e do planeta Terra, as novas tecnologias da

informação deveriam levar a uma redefinição de conteúdos e das formas de transmissão, de avaliação e de organização da escola.

Não pretendemos aqui considerar que a escola não deva preparar seus estudantes para o ingresso em universidades, para o mercado de trabalho e para sua ascensão econômica e social. No entanto, vemos que a educação pode ir muito além, pois, como corrobora Charlot (2007, p. 136), “a sociedade globalizada trata o saber como um recurso econômico, mas requer homens globalizados instruídos, responsáveis e criativos.” Ainda, podemos refletir sobre o que Goergen (2019) nos coloca, que as exigências, do atual sistema capitalista, não pode fazer com que os jovens coloquem suas vidas e seus ideais em prol desse sistema; e aponta como único caminho possível para superar esse problema “oferecer aos jovens educação de qualidade humana, ou seja, uma educação que, além de prepará-los para o mercado de trabalho, também os conscientize da necessidade de sua formação subjetiva enquanto seres humanos críticos, autônomos e livres” (GEORGEN, 2019, p. 10).

Preparar os estudantes para uma sociedade globalizada, mas sem deixar de lado a formação subjetiva e a educação de qualidade humana, se constitui como grandes desafios da escola para este novo século. Desta forma, vemos na Modelagem Matemática uma alternativa metodológica que vem ao encontro dessas novas exigências da educação.

3.2 A formação educacional voltada à formação do ser e do saber

Nesta seção, apresentamos alguns pressupostos e orientações para uma nova educação, que esteja preocupada com a formação do ser e do saber dos estudantes. Inicialmente, apresentamos as dez competências e habilidades propostas na nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Na sequência, os quatro pilares da educação em sala de aula. Em ambos, assume-se que a educação deve preparar os estudantes para o mundo atual, estimulando ações e valores que contribuam para uma sociedade mais justa, mais humana, democrática e inclusiva.

3.2.1 O desenvolvimento integral proposto pela BNCC

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC é um documento de caráter normativo que estabelece um conjunto de aprendizagens essenciais que todos os estudantes da Educação Básica devem desenvolver.

O início das discussões para a criação da BNCC iniciou no final de 2014, com a 2ª Conferência Nacional pela Educação (CONAE), organizada pelo Fórum Nacional de Educação (FNE). Em 16 de setembro de 2015, foi disponibilizada a primeira versão do documento. De 2 a 15 de dezembro de 2015, houve uma mobilização nas escolas do país para discussão dessa versão preliminar. Em 3 de maio de 2016, é disponibilizada a segunda versão da BNCC. De 23 de junho a 10 de agosto de 2016, ocorreram 27 seminários de discussão pelo país. Em abril de 2017, o Ministério da Educação (MEC) entrega a versão final da BNCC ao Conselho Nacional de Educação (CNE), contemplando as etapas de Educação Infantil e Ensino Fundamental. Em dezembro de 2017, a BNCC foi homologada pelo então ministro da Educação, Mendonça Filho. Posteriormente, seguiram as discussões sobre a sua implantação nessas duas etapas da Educação Básica. Em 2 de abril de 2018, o MEC entregou a 3ª versão da BNCC do Ensino Médio, prosseguindo as discussões e as adequações do documento. Em 14 de dezembro de 2018, a BNCC para a etapa do Ensino Médio foi homologada pelo então ministro da Educação, Rossieli Soares.

Foram quatro anos de discussões e adequações na BNCC até a sua implantação para todas as etapas da Educação Básica. O documento é criticado por educadores e especialistas da área por julgarem não ter havido um amplo debate sobre a sua proposta. Também, ela é criticada por apresentar uma visão fragmentada do conhecimento e do desenvolvimento humano, por inviabilizar as questões de orientação sexual e de gênero e por destacar o ensino religioso.

Concordamos com as críticas acima relatadas e acrescentamos, ainda, a falta de clareza do documento em apontar possíveis caminhos para se promover na Educação o que a BNCC propõe como conhecimentos, habilidades e competências a serem desenvolvidas nos estudantes. Vemos que ela não se deu de forma muito participativa, se mostrando dominada pela lógica das avaliações em larga escala, não aferindo muito significado aos conteúdos nela elencados.

No entanto, ressaltamos a importância da BNCC que, apesar de não se apresentar de forma satisfatória e atender as reais necessidades do sistema de ensino brasileiro, pode ser considerada um marco para a Educação. Vemos que ela integrou e inseriu aspectos que em documentos anteriores não foram contemplados, modernizou o currículo, permitindo que os estudantes de todo o país tenham acesso aos mesmos conhecimentos, demonstrando preocupação com uma formação mais geral e abrangente dos estudantes.

Ela estabelece dez competências gerais que as aprendizagens essenciais, nela definidas, devem promover ao longo da Educação Básica. Na BNCC, o termo competência é definido como “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p. 8).

Ao estabelecer essas competências, ela se mostra alinhada ao que se propõe no Caderno de Educação em Direitos Humanos, onde a educação deve estimular ações e assegurar valores que contribuam para uma sociedade mais humana, mais socialmente justa, e para a preservação da natureza (BRASIL, 2013).

A seguir, apresentamos as 10 competências gerais da Educação Básica propostas na BNCC:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital, bem como, conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

A BNCC afirma seu compromisso com a educação integral, reconhecendo que a educação deve priorizar a formação e o desenvolvimento humano global, o que remete compreender a complexidade desse desenvolvimento, rompendo com visões reducionistas, que privilegiem apenas a dimensão cognitiva ou afetiva. Significa também,

[...] assumir uma visão plural, singular e integral da criança, do adolescente, do jovem e do adulto – considerando-os como sujeitos de aprendizagem – e promover uma educação voltada ao seu acolhimento, reconhecimento e desenvolvimento pleno, nas suas singularidades e diversidades. [...] o conceito de educação integral com o qual a BNCC está comprometida se refere à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea. Isso supõe considerar as diferentes infâncias e

juventudes, as diversas culturas juvenis e seu potencial de criar novas formas de existir. (BRASIL, 2018, p. 14).

Dessa forma, a BNCC propõe a ruptura com formas reducionistas do conhecimento e de aprendizagem, estimulando a aprendizagem com vistas à aplicação no mundo real, a importância do contexto para dar sentido e significado ao que se aprende, colocando o estudante como protagonista da sua aprendizagem e da construção de seu projeto de vida.

3.2.2 A formação do estudante e a relação com o saber

Para Charlot (2003) sucesso ou fracasso escolar não está diretamente ligado à posição social ocupada pelo indivíduo, no entanto, não se pode negar a correlação entre a origem social da criança e sua carreira escolar. Para o autor, “a relação com o saber e com a escola é, ao mesmo tempo e indissociavelmente, uma relação social e uma relação subjetiva” (CHARLOT, 2003, p. 28).

Dessa forma, “o “fracasso” ou “sucesso” escolar está intimamente relacionado com o fato de o discente ter ou não uma atividade intelectual, a qual lhe permite a apropriação de saberes e a construção de competências cognitivas” (PEREIRA, 2016, p. 257). Assim, para que haja aprendizagem e apropriação do saber, é necessário que sujeito se mobilize para a aprendizagem. No entanto, Mendes & Baccon (2016) corroboram que a mobilização existe quando a situação é prazerosa, tem sentido e atende a um desejo do indivíduo.

Complementamos também, segundo Charlot (2000), para que haja a aprendizagem de conteúdos, é preciso acontecer a apropriação de um saber. Ainda, é necessário que quem aprende invista na busca do saber e esteja mobilizado para tal.

A relação com o saber, nas palavras de Charlot (2000, p. 78) é definida como “relação singular de um sujeito com o mundo, consigo mesmo e com os outros”. O autor complementa ainda que a relação com o saber pode ser definida como “o conjunto de imagens, expectativas e de juízos que concernem ao mesmo tempo ao sentido e à função social do saber e da escola, à disciplina ensinada, à situação de aprendizado e a nós mesmos.” (CHARLOT, 2000, p. 80)

Conforme Charlot (2000), só há aprendizado quando o indivíduo deseja e se dispõe a aprender. Assim sendo, para o estudante em formação aprender a ser e aprender os saberes necessários à vida, ele deve considerar e reconhecer a importância do desejar aprender, estabelecendo relações com o mundo, com o outro e consigo mesmo.

Dessa forma, após o relato da prática com Modelagem Matemática desenvolvida nessa pesquisa, estabelecemos ligações entre a relação com o saber e a aprendizagem que pôde ser observada.

3.2.3 A formação do estudante através dos quatro pilares da educação em sala de aula

Com o avanço dos processos de comunicação e a globalização dos conhecimentos, tornou-se necessário algumas mudanças educacionais, que auxiliassem na educação das pessoas em sua plenitude, para viver num mundo globalizado com a grande gama de informações. Celso Antunes, baseado na obra Educação: um tesouro para descobrir de Jacques Delors, fala sobre a prática dos quatro pilares da Educação na sala de aula¹², conhecidos como: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver com os outros e aprender a ser.

A seguir, apresentamos uma síntese desses quatro pilares, bem como, algumas contribuições e intenções que Antunes (2010) sugere para que estes se consolidem em sala de aula.

Aprender a conhecer - esse pilar refere-se à aquisição dos instrumentos de conhecimento; é nele que os estudantes desenvolvem o raciocínio lógico, a capacidade de compreensão, o pensamento dedutivo e intuitivo e a memória. O autor destaca que é importante que se leve em consideração a realidade social, cultural e econômica dos estudantes. Também, apresenta alguns modelos de aulas participativas que o a aprender a conhecer: aula ativa para a solução de problemas, aula semiexpositiva (com protagonismo pleno), um painel de competência (com os participantes divididos em grupos, o professor distribui questões que ajudam a desenvolver diferentes competências, como perguntar, responder, ordenar, aplicar, contextualizar, etc.).

Aprender a fazer – esse pilar refere-se a uma formação técnico-profissional, em que o estudante aplicará na prática seus conhecimentos teóricos. Nesse sentido, o ensino de conteúdos pode se dar de forma aliada ao estímulo às competências e à prática das mais variadas habilidades operatórias.

¹² Celso Antunes trata dos quatro pilares da Educação em sua obra A prática dos quatro pilares da Educação na sala de aula.

Aprender a viver com os outros – esse pilar atua no campo das atitudes e valores, envolvendo uma consciência e ações contra o preconceito e as rivalidades cotidianas que se apresentam no desafio de viver. Se aposta na educação como veículo de tolerância e da compreensão do outro, que são imprescindíveis para a construção da paz.

Aprender a ser – esse pilar depende dos outros três, assim a educação deve promover o desenvolvimento total do indivíduo, espírito e corpo, sensibilidade, sentido estético, responsabilidade pessoal e espiritualidade. É um pensamento constante de se formar seres autônomos e capazes de estabelecer relações interpessoais, de se comunicarem plenamente e de intervirem de forma consciente e proativa na sociedade. É importante desenvolver trabalhos que sejam voltados ao autoconhecimento e autoestima do estudante, encaminhando-o para melhor se descobrir, descobrir a empatia e fortalecer a aspiração de ser mais.

3.3 A Modelagem Matemática como metodologia capaz de contribuir para a formação do ser e do saber

Nesta seção, buscamos mostrar como que a Modelagem Matemática pode contribuir para a formação dos estudantes, por meio da análise de quatro trabalhos desenvolvidos no âmbito da Educação Básica, com a concepção de Modelagem Matemática de Burak assumida como norte da pesquisa. Foram escolhidos estes trabalhos para a análise¹³, por assumirem a Modelagem na concepção da Educação Matemática e na perspectiva de Burak e, por seus objetivos de pesquisa estarem alinhados ao que desejamos neste trabalho.

No quadro a seguir, apresentamos os quatro trabalhos de Modelagem Matemática que se constituíram como objetos de nossa análise.

Quadro 2. Trabalhos de Modelagem Matemática analisados

Autor	Título	Ano	Etapa de Ensino	Tipo de trabalho
Derli Kaczmarek	Práticas curriculares com modelagem numa perspectiva da Educação Matemática: um olhar para suas dimensões.	2019	Ensino Fundamental	Tese de Doutorado.

¹³ Embora, possa haver outros trabalhos que assumam a Modelagem na concepção da Educação Matemática e na perspectiva de Burak, nosso objetivo não foi fazer uma revisão sistemática sobre todas as pesquisas, mas trabalhar com pesquisas desenvolvidas nesse grupo.

Kátia da Costa Leite	Modelagem Matemática na Educação do Campo: tecendo novos caminhos.	2018	Ensino Fundamental	Dissertação de Mestrado.
Daiane Forteski	Um estudo sobre a interdisciplinaridade com práticas com modelagem matemática na educação básica.	2019	Ensino Médio	Dissertação de Mestrado.
Derli Kaczmarek	Modelagem no ensino da matemática: um viés na ação e interação do processo de ensino e aprendizagem.	2014	Ensino Fundamental	Dissertação de Mestrado.

Fonte: a autora

Kaczmarek (2019) desenvolveu sua pesquisa por meio de relatos de práticas curriculares desenvolvidas com a Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, no Ensino Fundamental, pela professora pesquisadora e por outros professores e pesquisadores que também utilizam a concepção de Burak (1992, 2010, 2012).

O objetivo geral da pesquisa foi “conhecer as dimensões envolvidas no processo de ensino e aprendizagem por meio de práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática, no Ensino Fundamental.” (KACZMAREK, 2019, p. 26).

As práticas desenvolvidas pela professora pesquisadora foram realizadas em 2016, com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, e as outras pesquisas analisadas no estudo também foram desenvolvidas com estudantes do Ensino Fundamental. Todos esses trabalhos utilizados para a análise da autora foram realizados por professores pesquisadores que afirmaram fazer uso da mesma concepção de Modelagem Matemática seguindo os pressupostos e as etapas sugeridas por Burak (1992, 2010, 2012) e cujos temas, além de terem relação com as vivências e necessidades dos estudantes participantes, apresentam relevância num contexto amplo.

Kaczmarek (2019) afirma que a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

[...] pode contribuir não apenas em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática, mas com a formação do ser humano em todas as suas dimensões que envolvem o processo educativo: social, filosófica, científica, cognitiva, humana, psicológica e antropológica. Tais dimensões podem proporcionar aos estudantes o desenvolvimento da reflexão, da criatividade, a vivência da ludicidade, a argumentação, a cooperação e o exercício da cidadania. Com isso, a Modelagem se destaca numa dimensão de possibilidades as quais decorrem da necessidade de superação docente no sentido de buscar metodologias diferenciadas que despertem o interesse dos estudantes e, também, superação discente, no sentido de se tornar participante ativo do processo de ensino e aprendizagem. (KACZMAREK, 2019, p.122).

A autora observou em sua pesquisa que, por meio das práticas com Modelagem Matemática, algumas dimensões puderam ser reveladas: da Superação e da Formação Cognitiva, na Dimensão Psicológica; a Dimensão da Formação Estética, na Dimensão Epistemológica, a Formação Político-Social e a Formação Humano-Relacional, na Dimensão Teleo-axiológica; e a Formação Interdisciplinar e a Formação Curricular, na Dimensão Metodológica.

O segundo trabalho analisado foi de Leite (2018), que teve como objetivo geral “conhecer e examinar as múltiplas dimensões que se fazem percebidas nas práticas com Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática” e como objetivos específicos,

[...] identificar que dimensões do conhecimento se revelam a partir dessas práticas, evidenciando quais aspectos culturais dos educandos são trazidos ao contexto escolar por meio das práticas vividas e também disseminar os resultados dessas práticas com Modelagem em eventos científicos e escolas do campo. (LEITE, 2018, p. 18).

A pesquisadora desenvolveu algumas práticas de Modelagem Matemática em duas turmas do Ensino Fundamental de uma escola do campo. Com essas práticas, ela pôde observar algumas dimensões como: a Dimensão da Afetividade, Dimensão Psicológica, Dimensão Social, Dimensão Cultural e a Dimensão Cognitiva.

Também, a configuração da atividade com Modelagem e a formação dos grupos proposta por Burak (1992) propiciou nas duas atividades realizadas o aparecimento das múltiplas dimensões e inter-relações, o trabalho interdisciplinar de conteúdos matemáticos e de outras ciências e facilitou diálogos e reflexões essenciais para a formação crítica dos educandos (LEITE, 2018).

Leite (2018) aponta que as práticas de Modelagem Matemática, desenvolvidas durante a pesquisa, propiciaram e potencializaram a abordagem interdisciplinar de conceitos e conteúdo. Também, foi possível perceber que os educandos enfatizaram nas práticas com Modelagem situações e contextos cotidianos.

A autora aponta ainda para a formação crítica, na qual, foi possível verificar que “os educandos estavam o tempo todo realizando observações, problematizando, analisando as possibilidades, refletindo e se manifestando durante a prática” (LEITE, 2018, p.192).

O terceiro trabalho analisado foi o de Forteski (2019), que teve como objetivo geral apontar correlações potenciais entre a interdisciplinaridade e a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Esse trabalho apontou o envolvimento das disciplinas de Química, Física e Matemática (grupo 1); Biologia, Física, Educação Física e Matemática (grupo 2); Física, Química, Biologia e Matemática (grupo 3).

As ações desenvolvidas no trabalho de Forteski (2019) descrevem que por meio da Modelagem Matemática a Interdisciplinaridade pode ser contemplada no contexto da sala de aula. Ainda, que foi possível perceber que “esta forma de abordagem mobiliza os estudantes para que possam assumir-se enquanto agentes ativos do processo de ensino e aprendizagem” (FORTESKI, 2019, p. 102).

A autora considera ainda que “o tratamento dado ao conhecimento, contemplando dimensões culturais, sociais e cognitivas, reforça o seu papel no contexto educacional, tornando-o mais crítico e reflexivo.” (FORTESKI, 2019, p. 102).

O quarto trabalho analisado foi o de Kaczmarek (2014) que teve como objetivo de pesquisa investigar “as ações e interações decorrentes da utilização da Modelagem Matemática, no contexto da Educação Matemática, como possibilidade de mudança desse quadro” (KACZMAREK, 2014, p. 52). Esse quadro, ao qual a autora se refere, está ligado aos questionamentos apontados em seu trabalho: “O que fazer para que aprender Matemática se torne mais atraente? Como tornar o ensino de Matemática mais interessante para os estudantes?” (p. 52). Outro objetivo da pesquisa foi o de buscar descrever, por meio de reflexões analíticas, as ações e interações dos estudantes proporcionadas pela Modelagem Matemática e estabelecer possíveis relações com a Teoria de Vygotsky.

Após a realização das atividades de Modelagem Matemática com os alunos, a autora evidencia alguns aspectos: o interesse dos estudantes teve grande relevância, do início ao término das atividades (se referindo à escolha dos estudantes pelo tema a ser pesquisado); o tema de interesse e o trabalho em grupo foram pilares das interações entre os estudantes (nos estudos de Vygotsky, é explícita a importância do outro no desenvolvimento do indivíduo); desenvolvimento da autonomia; as aulas se tornaram mais dinâmicas (possibilidade de ampliar as discussões permitindo a participação de todos).

De maneira compacta, a autora sintetiza as categorias, estabelecidas nas ações e interações dos estudantes, no decorrer das atividades realizadas com a Modelagem Matemática, a partir do referencial de Vygotsky:

- 1) Favorecimento do diálogo, reiterando a comunicação como instrumento de mediação entre o social e o individual;

- 2) Favorecimento da troca e da colaboração com o outro mais experiente;
- 3) Internalização de conceitos através do enfrentamento de situações adversas;
- 4) Aprendizagem permitindo o desenvolvimento da sociabilidade;
- 5) Manifestação da emancipação e da autonomia através da escolha do tema, dos grupos, dos problemas e das estratégias de soluções;
- 6) Construção do processo de ensino e aprendizagem a partir dos interesses da criança, neste caso, dos estudantes. (KACZMAREK, 2014, p. 97)

A autora complementa ainda, que “ações como autonomia, criticidade, criatividade, atenção, memória, raciocínio, percepção, diálogo, e afetividade foram evidenciadas, portanto internalizadas” (KACZMAREK, 2014, p. 97).

Notamos nesses quatro trabalhos analisados, que a prática de Modelagem conduzida segue a perspectiva da Educação Matemática, ou seja, todos demonstraram preocupação com os envolvidos no processo de ensino aprendizagem.

Os resultados apresentados nessas quatro pesquisas foram satisfatórios e vêm ao encontro do que buscamos nesse trabalho. Sendo assim, no próximo tópico, apresentaremos o que vislumbramos como formação do ser e do saber.

3.4 O que desejamos como formação do ser e do saber

A educação tem um papel determinante e importante na criação de sensibilidade social necessária para reorientar a humanidade, e o papel da educação é “por um lado, o de possibilitar habilidades e acessos mínimos para construir mundos de significação e, por outro, o de propiciar experiências humanas da capacidade desejante em relação a mundos desejáveis” (ASSMANN; SUNG, 2000, p. 248).

Observamos, anteriormente, que o racionalismo técnico influenciou na educação, trazendo fragmentações e compartimentos dos saberes, separando a parte do todo. Esse recorte impossibilita a aprendizagem “do que está tecido junto”, impossibilitando a contextualização e a globalização (MORIN, 2007).

Também, observamos que a educação, com o avanço do capitalismo, tendeu a ser técnica e formativa e, por muitas vezes, voltada à formação para o mercado de trabalho, privilegiando qualidade e eficácia.

Concordamos com as reflexões e ideais de Charlot (2007) e Goergen (2019) que afirmam que, mesmo em um mundo globalizado, precisamos de pessoas instruídas, responsáveis e criativas. Para tanto, além de formar para o trabalho e para o desenvolvimento social e econômico, a escola deve oferecer uma educação de qualidade humana, que conscientize os estudantes da necessidade de uma formação subjetiva, enquanto seres humanos críticos, autônomos e livres.

A BNCC também reconhece esse compromisso com a formação integral, afirmando que a educação deve promover a formação e o desenvolvimento humano global, num desenvolvimento complexo, o qual, deve romper com visões reducionistas. Também, a educação deve considerar as singularidades e diversidades e estar voltada ao acolhimento, reconhecimento e desenvolvimento dos estudantes. Ainda, ela destaca a importância de aprendizagens voltadas aos interesses dos estudantes, às suas necessidades, possibilidades e desafios da sociedade contemporânea (BRASIL, 2018).

Entendemos que a educação voltada aos quatro pilares, “aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver com os outros e aprender a ser” discutidos por Antunes (2010) e a relação com o saber, desdobrada na relação com o mundo, com o outro e consigo mesmo, apresentadas por Charlot (2000), contemplam de forma satisfatória as reflexões aqui apresentadas por Morin (2007), Charlot (2007), Goergen (2019) e as dez competências elencadas na BNCC.

Através dos trabalhos na área de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, que neste capítulo foram apresentados e discutidos, podemos ver fortes indícios de que a Modelagem pode se constituir como uma metodologia capaz de contribuir para a formação dos estudantes de forma integral, contemplando a formação do ser e do saber, que são objetos de análise deste trabalho.

CAPÍTULO IV

PERCURSO METODOLÓGICO

4.1 Natureza e delineamento da pesquisa

O presente estudo surgiu da reflexão: que contribuições, a partir das práticas com Modelagem na Educação Matemática, se mostram em relação ao ser e aos saberes dos estudantes do Ensino Médio?

Visando a respostas para a pergunta, buscamos, neste trabalho, desenvolver estudos de como a Modelagem Matemática pode proporcionar/contribuir para uma aprendizagem mais efetiva, significativa e motivadora aos estudantes do Ensino Médio, partindo de situações em que os estudantes tenham anseios em conhecer e que vejam utilidade e proximidade ao que esperam de suas vidas, estabelecendo relações com os conteúdos da disciplina de Matemática.

O objetivo geral, constitui-se em investigar e analisar que contribuições, a partir das práticas com Modelagem na Educação Matemática se mostram em relação ao ser e os saberes dos estudantes do Ensino Médio.

Nesse sentido, a questão norteadora desta pesquisa e seu objetivo geral requerem uma pesquisa cuja natureza e delineamento sejam capazes de subsidiar reflexões e interpretações que venham ao seu encontro.

Portanto, a natureza desta pesquisa é qualitativa/interpretativa, pois apresenta as características apontadas por Bogdan e Biklen (1994): a fonte direta de dados é o ambiente natural, estabelecendo o investigador como instrumento principal; ela é descritiva; nos interessamos mais pelo processo do que meramente pelos resultados ou produtos; tendemos a analisar os dados de maneira indutiva; nos atentamos com as perspectivas dos participantes da pesquisa.

4.2 Momentos e procedimentos da investigação

Esta pesquisa desenvolveu-se em cinco momentos, conforme descrito abaixo.

No primeiro momento, no primeiro semestre de 2019, foram cursadas algumas das disciplinas que compõe o Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Unicentro. Durante esse período, foram realizadas algumas leituras

sistemáticas sobre a temática da Modelagem Matemática, Educação Matemática e formação do ser e do saber. Ainda, foi elaborado o projeto de pesquisa que foi submetido ao Comitê de Ética em Pesquisas da Unicentro (COMEP).

No segundo momento, no início do segundo semestre de 2019, foram realizados a leitura sistemática e o fichamento de obras, como livros, artigos, teses e dissertações envolvendo os temas: Modelagem Matemática, Educação Matemática, ensino da Matemática, formação do ser, formação dos saberes. Desta forma, seguindo os preceitos da pesquisa qualitativa/interpretativa, buscou-se aprofundar o conhecimento teórico sobre a temática para que no momento da coleta dos dados, fosse possível investigar as contribuições da Modelagem Matemática na formação do ser e do saber dos estudantes.

O terceiro momento, no final do mês de setembro até meados do mês de dezembro de 2019, com a aprovação do projeto de pesquisa no Comitê de Ética em Pesquisa, iniciou-se o desenvolvimento da pesquisa. Ela ocorreu em uma escola estadual do município de Prudentópolis, tendo como participantes uma turma de estudantes do Ensino Médio. Nessa etapa, coletaram-se os dados, para posterior análise e buscas de respostas à questão da pesquisa.

O quarto momento consistiu na análise dos dados coletados durante a realização da pesquisa em sala de aula. Foram realizadas reflexões, considerações e relações entre as teorias estudadas com a prática em sala de aula.

O quinto momento foi a elaboração do produto educacional, voltado aos professores da Educação Básica, com base na experiência vivenciada. Esse produto consiste numa Web Quest, que visa incentivar os professores a utilizarem a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino em suas aulas. Esse material traz algumas definições de Modelagem, visando à familiarização com o assunto, e o relato de uma prática desenvolvida. O conteúdo do produto educacional é sucinto, com links que direcionam o leitor a um aprofundamento dos estudos.

4.3 Do local, nível de ensino e duração do desenvolvimento da investigação

A presente pesquisa foi desenvolvida em uma turma de 3ª série de um Colégio Estadual, no município de Prudentópolis-PR. As atividades desenvolvidas com os estudantes

ocorreram nos meses de setembro, outubro, novembro e dezembro, totalizando cerca de 30 horas.

4.4 Dos participantes da pesquisa

A professora pesquisadora também era a professora da disciplina de Matemática da turma. Sendo assim, alguns aspectos que influenciariam na pesquisa, puderam ser percebidos durante as aulas anteriores ao início da pesquisa.

Os estudantes participantes da pesquisa totalizavam 16 (dezesesseis), com idade de 16, 17 e 18 anos. Durante as aulas, eles revelaram que nem todos eles pensavam em ingressar no Ensino Superior, no entanto, demonstravam grande preocupação com a formação para o mercado de trabalho e para a vida.

Inicialmente, a proposta de pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisas da Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO. A aprovação da pesquisa ocorreu na data de 24 de setembro de 2019, pelo parecer nº 3.594.783.

Após autorização concedida, foi realizada uma reunião com os pais dos estudantes a fim de explicar os procedimentos da pesquisa, encaminhando aos pais e estudantes os Termos de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE e Termo de Assentimento Livre e Esclarecido – TALE para as assinaturas.

4.5 Da coleta de dados

Os dados utilizados para análise neste trabalho constituíram-se das produções escritas realizadas pelos estudantes, uma entrevista semiestruturada realizada com os participantes da pesquisa no término das práticas, depoimentos espontâneos, gravações em áudio e fotografias. Além desses, as observações registradas no Diário de Campo foram fundamentais para a análise. Os autores Lewgoy e Arruda (2004) apontam que o diário de campo consiste em uma ferramenta que é capaz de possibilitar o exercício acadêmico na busca da identidade profissional, no momento que, por meio de aproximações sucessivas e críticas, é possível fazer uma reflexão da ação profissional cotidiana, revendo seus limites e desafios. Também, é um documento que apresenta um caráter descritivo – analítico, investigativo e de sínteses cada vez mais provisórias e reflexivas. Ainda, consiste em uma fonte inesgotável de

construção e reconstrução do conhecimento profissional e do agir de registros quantitativos e qualitativos.

Quanto às observações, Lüdke e André (1986) nos ressaltam a importância de que sejam controladas e sistemáticas, para que assim, se tornem um instrumento válido e fidedigno de investigação científica. Optou-se neste trabalho por uma observação participativa, na qual, conforme Lüdke e André (1986), a identidade do pesquisador e os objetivos da pesquisa são revelados aos participantes da pesquisa desde o início. Nesta modalidade, o pesquisador pode ter acesso à uma gama variada de informações.

O tipo de entrevista utilizada neste trabalho foi a semiestruturada. A vantagem da entrevista sobre as outras técnicas é que “ela permite a captação imediata e corrente da informação desejada, praticamente com qualquer tipo de informante e sobre os mais variados tópicos” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 34). Segundo os autores, a entrevista semiestruturada parece mais adequado na educação, uma vez que ela se desenrola por meio de um esquema básico, porém, sem muita rigidez, em que o entrevistador pode fazer as adaptações necessárias.

4.6 Da metodologia do tratamento de dados

O tratamento dos dados desta pesquisa seguiu os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), com a observação e compreensão do fenômeno de estudo no ambiente onde ocorre; descrição das atividades por meio das observações e registros no diário de campo, fotografias, gravações em áudio, depoimentos espontâneos, entrevistas; preocupação com o processo de ensino e aprendizagem de maneira interativa; os dados pesquisados devem demonstrar as perspectivas do trabalho no ambiente colaborativo; a análise dos dados devem seguir um processo indutivo através da inter-relação entre professor e estudantes.

Ainda, segundo o mesmo autor e obra, a análise de dados consiste num processo de busca e de organização sistemática dos materiais que foram acumulados durante a coleta de dados, objetivando aumentar a própria compreensão desses materiais e a apresentação aos outros, do que foi encontrado.

Um dos instrumentos de coleta de dados nesta pesquisa foi o registro de falas, depoimentos espontâneos e observações no diário de campo. As anotações ocorreram durante

as aulas e após o término destas. As informações obtidas com esse instrumento foram lidas minuciosamente e, algumas delas, transcritas e analisadas no corpo deste trabalho.

As gravações em áudio foram realizadas no momento do contato da professora, naquele momento como pesquisadora, com os grupos, mediando as atividades desenvolvidas pelos estudantes, em todas as etapas. Posteriormente, as falas foram transcritas e analisadas.

As fotografias ocorreram em diversos momentos, desde o processo de escolha do tema, até o término das atividades. Posteriormente, foram selecionadas e acrescentadas no trabalho, a fim de enriquecer o relato e considerações sobre as práticas realizadas.

Por fim, utilizou-se de uma entrevista semiestruturada com os estudantes participantes da pesquisa, realizada após o término das atividades relativas às práticas. Ela foi gravada e constitui-se de fundamental importância para a análise da prática realizada. Por meio dela, e dos depoimentos instantâneos obtidos ao longo do percurso, foi possível analisar e captar as impressões dos estudantes a respeito da experiência vivida.

4.7 O Produto Educacional

O Produto Educacional desenvolvido tem o formato de uma *Web Quest*. Visa a incentivar os professores, especialmente os da Educação Básica, a utilizarem a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino em suas aulas. Ele traz algumas definições de Modelagem, visando à familiarização com o assunto, e o relato de uma prática desenvolvida. O conteúdo do produto educacional é sucinto, com links que direcionam o leitor a um aprofundamento dos estudos.

CAPÍTULO V

DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS E ANÁLISE INICIAL

5.1 Considerações iniciais

A experiência com Modelagem Matemática, relatada neste trabalho, ocorreu com estudantes do Ensino Médio, de uma escola estadual do município de Prudentópolis-PR. Tal escolha se deu pela importância da aprendizagem dos conteúdos matemáticos para os alunos desse nível de ensino. Também, por vir ao encontro da proposta de Burak (1987, 1992), na qual o autor demonstra significativa importância de voltar atenção especial aos estudantes da Educação Básica, na mediação e construção do conhecimento matemático.

5.2 Formação dos grupos e escolha dos temas

Inicialmente, a professora pesquisadora falou em que consistia a atividade de Modelagem Matemática, apresentando as etapas que envolveriam o trabalho, segundo a perspectiva de Burak (1992):

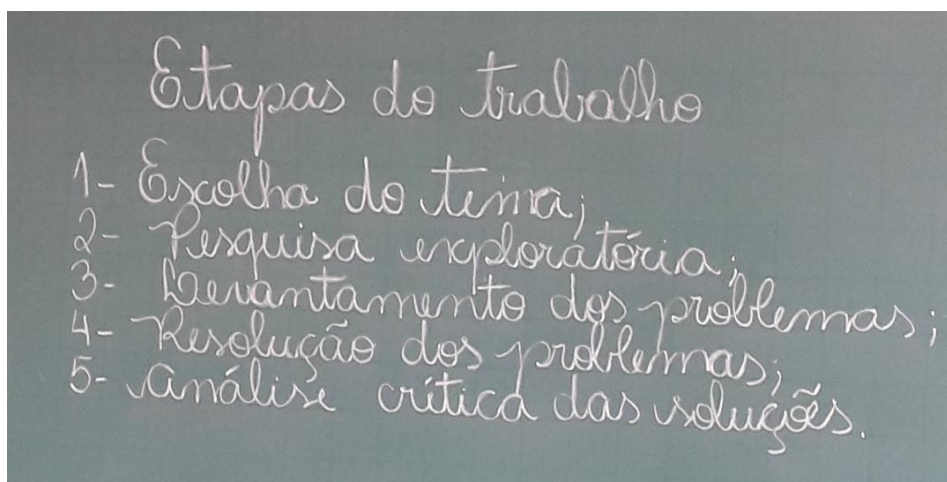


Figura 7. Etapas da prática com Modelagem exposta aos estudantes

Fonte: a autora, 2021

Após a exposição das etapas, os estudantes foram divididos em quatro grupos, denominados de A, B, C e D, com quatro integrantes em cada um deles, sendo livre a escolha

de cada membro. Esses estudantes foram denominados como: A1, A2, A3 e A4 (Grupo A); B1, B2, B3 e B4 (Grupo B); C1, C2, C3 e C4 (Grupo C); D1, D2, D3 e D4 (Grupo D).

Em seguida, deu-se início à primeira etapa do trabalho: a escolha do tema. Para isso, a professora pesquisadora pediu para que os estudantes, reunidos em grupos, discutissem os temas que os interessavam, ressaltando a eles que não, necessariamente, o tema teria que ter relação com a Matemática. Após a discussão, cada grupo apontou um tema que gostariam de explorar.

Os temas foram expostos na lousa e através de uma votação individual, estes foram classificados de acordo com a preferência dos estudantes.

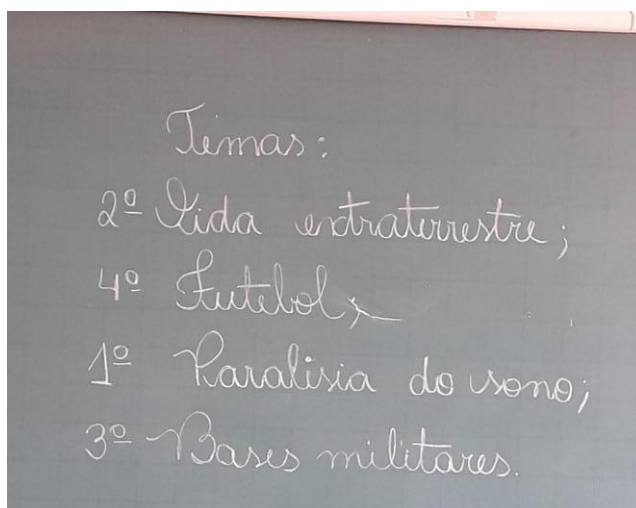


Figura 8. Escolha dos temas

Fonte: a autora, 2021.

Sendo assim, o tema que os estudantes teriam para desenvolver os trabalhos foi a Paralisia do sono. Os estudantes foram orientados a partir para segunda etapa do trabalho, a pesquisa exploratória. Para tal, eles poderiam utilizar o acervo da biblioteca da escola, seus livros didáticos e a internet.

A escola possuía apenas dois computadores com acesso à internet que poderiam ser utilizados por eles. Sendo assim, em conversa com a direção da escola, equipe pedagógica e pais, ficou decidido que eles poderiam trazer seus aparelhos celulares para realizar a pesquisa. Esta decisão de poder usar a internet e seus próprios aparelhos foi muito bem vista pelos participantes, pois afirmavam ter mais liberdade e facilidade na hora da pesquisa, poderiam

coletar e salvar informações que fossem adequadas, tê-las sempre em mãos e compartilhar com os demais colegas de forma prática.

Deixando livre os estudantes para pesquisarem, percebeu-se que eles não usavam termos precisos para a busca na internet, não restringiam os termos quando era necessário, não analisavam se as informações apresentadas eram prestadas por especialistas da área e se havia qualidade nas fontes utilizadas.

Percebendo essa dificuldade dos estudantes, a professora pesquisadora orientou-os sobre como fazer uma boa pesquisa, como usar os operadores lógicos booleanos, comparar diversas fontes, usar sites confiáveis e serem críticos sobre as informações obtidas. Também se falou como os artigos acadêmicos são fontes confiáveis de pesquisa.

Após algumas leituras sobre o assunto da paralisia do sono, os estudantes relataram dificuldades em encontrar informações sobre o tema. Dessa forma, foi necessária uma adequação ao estudo, tratando simplesmente “Sono”.

Os quatro grupos traziam enfoques diferentes para o tema e assim, cada um deles ficou responsável por um subtema relacionado ao tema sono, sendo eles:

- Substâncias químicas e plantas medicinais que ajudam a dormir (Grupo A);
- As causas e consequências da insônia (Grupo B);
- Fatores que contribuem para a qualidade do sono (Grupo C);
- Comportamento do cérebro durante o sono (Grupo D).

Considerando os diferentes enfoques dados pelos estudantes no tema geral escolhido e a diversidade de informações e materiais produzidos durante as atividades, relatamos aqui a descrição, apresentação e considerações sobre três atividades de Modelagem produzida pelos participantes, de acordo com os subtemas: substâncias químicas e plantas medicinais que ajudam a dormir; as causas e consequências da insônia; fatores que contribuem para a qualidade do sono.

5.3 Descrição das atividades de Modelagem com o subtema: Substâncias químicas e plantas medicinais que ajudam a dormir

5.3.1 Pesquisa Exploratória

Os estudantes do grupo A foram os responsáveis por apontar esse subtema. A partir dessa decisão do grupo, eles foram orientados a aprofundar as leituras sobre o tema, utilizando-se de fontes confiáveis e a dialogarem e compartilharem com os integrantes do grupo as informações relevantes obtidas por cada um deles, salvando-as em seus aparelhos.

O grupo encontrou diversas informações curiosas, como: os principais medicamentos utilizados no tratamento da insônia, tanto os produzidos em laboratório, quanto os remédios caseiros à base de plantas; efeitos colaterais dos medicamentos, o perigo da automedicação, entre outros.

Quadro 3. Informações importantes encontradas pelo Grupo A

Substâncias químicas que ajudam a dormir.	Amitriptilina, nortriptilina, clonazepam, diazepam, zolpidem, melatonina, trazodona, remalteona, bromazepam e alprazolam.
Plantas que ajudam a dormir.	Valeriana, camomila, lavanda, passiflora, erva-cidreira, capim-limão e maracujá.
Os problemas que a automedicação pode causar.	A automedicação é muito perigosa, pois os medicamentos podem ter efeitos diferentes de indivíduo para indivíduo, podem gerar dependência e podem desencadear outros problemas de saúde.
Alguns efeitos colaterais dos medicamentos para dormir.	Perda de memória e de algumas funções cognitivas.

Fonte: a autora, 2021.

Os estudantes encontraram muitas informações, e alguns questionamentos foram levantados pela professora pesquisadora para estimular a curiosidade e a busca por conhecimento. Alguns dos questionamentos foram: por que precisamos dormir? O que é insônia? Que tipos de insônia existem? Há alternativas, além dos medicamentos, para melhorar o sono? Quem são os mais afetados pela insônia?

Durante a busca por informações, pode-se perceber a preocupação dos estudantes com o tema, da relação e influência do sono na vida deles e de seus familiares. Tais evidências puderam ser notadas com as falas dos estudantes A3 e A4: *“quando eu jogo no pc até tarde, eu demoro para dormir e minha mãe fica louco de braba!” [sic]* *“Eu também, quando jogo ou assisto filme até tarde da noite, não consigo dormir rápido” [sic]*. A professora pesquisadora, ouvindo essas constatações, propôs pesquisarem o motivo dessa perda do sono, quando assistem ou jogam à noite.

Também, pode ser notado, durante a pesquisa e conversa dos estudantes, os relatos feitos por eles de familiares que não conseguem dormir e que fazem uso de medicamento para

dormir. A estudante A1 relatou: *a minha mãe só dorme se tomar o remédio dela, acho que é Valium o nome e é faixa preta professora! [sic]*. Nesse momento, foi pertinente à professora pesquisadora reforçar aos estudantes a importância de consultar um médico antes de fazer uso de qualquer medicamento e do cuidado que as farmácias têm ao vender esse tipo de medicamento, somente mediante receita médica.

Prosseguindo com as pesquisas e conversas, era constante as interações entre os estudantes dos outros grupos, compartilhando e acrescentando informações que achavam interessantes a eles.



Figura 9. Estudantes do grupo A realizando a pesquisa exploratória

Fonte: a autora, 2021.

Com os materiais colhidos, os integrantes desse grupo, assim como os demais, elaboraram slides para expor aos colegas as informações que julgaram pertinentes. Para a elaboração dos slides, os estudantes utilizaram os computadores da biblioteca durante as aulas de matemática e aulas vagas e no período do contra turno, mediante autorização dos pais e da coordenação escolar.

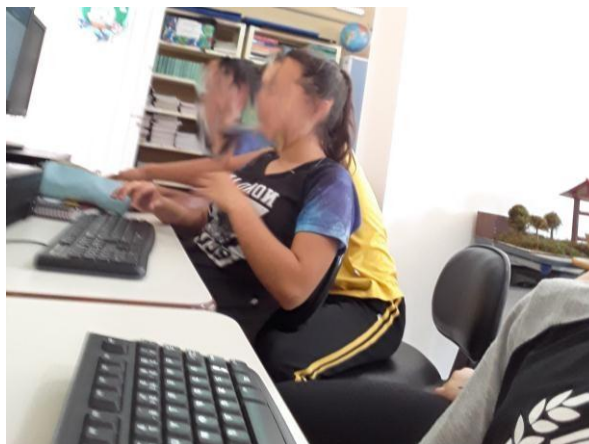


Figura 10. Estudantes elaborando os slides de apresentação

Fonte: a autora, 2021.

A apresentação dos slides com os dados colhidos por meio da pesquisa exploratória ensejou reflexões coletivas entre todos, relatos pessoais sobre o tema, demonstração de preocupação e sensibilidade para com o outro, deixando a atividade mais colaborativa.

Pelos relatos apresentados durante a apresentação, pode-se perceber, ainda, as manifestações culturais típicas da região da escola, conforme aponta a estudante C1: *minha baba só dorme com o remedinho dela. Todo mês ela passa no médico para pegar a receita do remédio, porque ela não vive sem [sic]*. Nessa fala, a palavra baba, que corresponde a avó, é de origem ucraniana, da qual a estudante em questão é descendente.

Durante a apresentação, o grupo expôs, aos demais, o perigo da automedicação e da dependência que alguns medicamentos podem causar, bem como, seus efeitos colaterais. Explicaram aos demais que alguns medicamentos, usados no tratamento da insônia, não foram desenvolvidos para esse fim, mas que acabam ajudando em alguns casos.

Os momentos das falas foram divididos entre todos os integrantes do grupo, cada um falou um pouco sobre o assunto. Os que ouviam complementavam e compartilhavam experiências particulares, demonstrando interesse pela aprendizagem de informações novas.

Após a apresentação dos grupos, os estudantes comentaram com a professora de Biologia deles, sobre a atividade que vinham desenvolvendo. A professora aproveitou sua aula para apresentar mais algumas informações sobre o sono, como por exemplo, a quantidade de horas recomendadas, o ambiente adequado para dormir, os bons hábitos alimentares, a prática de atividade física e os hormônios liberados durante o sono.

5.3.2 Levantamento dos problemas

Em sala de aula, após as apresentações das pesquisas levantadas pelos grupos, os estudantes foram orientados a fazer discussões sobre os conteúdos trabalhados e estabelecerem possíveis relações matemáticas com o tema. Assim, com base nas informações obtidas, o grupo elaborou dois problemas, a saber: “como um medicamento é absorvido e eliminado pelo organismo? Quanto uma pessoa irá gastar para fazer um tratamento, com medicamentos químicos?”. Elaborada as situações problemas, os estudantes foram orientados a resolvê-las e pesquisar mais, caso precisassem.

5.3.3 Resolução do (s) problema (s)

Para resolver o primeiro problema, sobre como um medicamento é absorvido e eliminado pelo organismo, foi necessário instigar os estudantes para desenvolver uma estratégia de resolução; mas antes, foram questionados sobre como isso poderia ser feito. Um dos estudantes do grupo (A3), disse: *Ah, nós vimos isso em química, tem alguma coisa a ver com que o professor falou pra nós. Tipo, cada substância tem um tempo, digamos assim, para ser eliminado [sic]*. Diante do exposto, a professora pesquisadora complementou que poderia ter relação com a meia-vida da substância ingerida.

Os estudantes do grupo foram conversar com o professor de Química que prontamente os ajudou, explicando o que era meia-vida e orientando-os a pesquisar um medicamento específico e sua bula, que as informações necessárias para o cálculo estariam lá.

Eles já haviam baixado em seus aparelhos a bula de vários medicamentos que eram indicados para o tratamento da insônia; dessa forma, os estudantes já poderiam partir para a resolução desse primeiro problema.

Nesse momento, foi imprescindível a mediação da professora pesquisadora, bem como do professor de Química que continuaria a ajudar os estudantes, caso precisassem.

Com algumas bulas em mãos, foi solicitado que os estudantes escolhessem alguns medicamentos para serem realizados os cálculos da meia-vida de cada um deles, e expostos esses dados em tabelas. Foram orientados também a observarem a meia-vida de absorção e de eliminação das substâncias e a trabalharem com períodos, como na Tabela 1:

Tabela 1. Meia-vida do clonazepam

Meia-vida de absorção do clonazepam: 25 minutos	
Período	Tempo (em minutos)
0	0 (momento que se ingere o medicamento)
1	25
2	50
3	75
4	100

Fonte: a autora, 2021.

No caso do clonazepam, o comprimido possui 2 miligramas do medicamento. No período 0 (quando se ingere o medicamento), o organismo está com 2 miligramas do medicamento, mas nada absorvido ainda; passados 25 minutos (período 1), o organismo já conseguiu absorver 1 mg do medicamento; passados mais 25 minutos (período 2), o organismo absorveu mais 0,5 mg do medicamento e assim por diante.

Com as explicações recebidas, especialmente pelo auxílio do professor de Química, os estudantes compreenderam que a meia-vida reduz a massa pela metade, a cada intervalo. Dessa forma, no momento da realização dos cálculos, a professora pesquisadora perguntou aos estudantes se estes compreenderam o que deveriam fazer e a resposta foi que como se tratava de meia-vida, bastava ir “achando a metade”, ou seja, ir “dividindo por dois”.

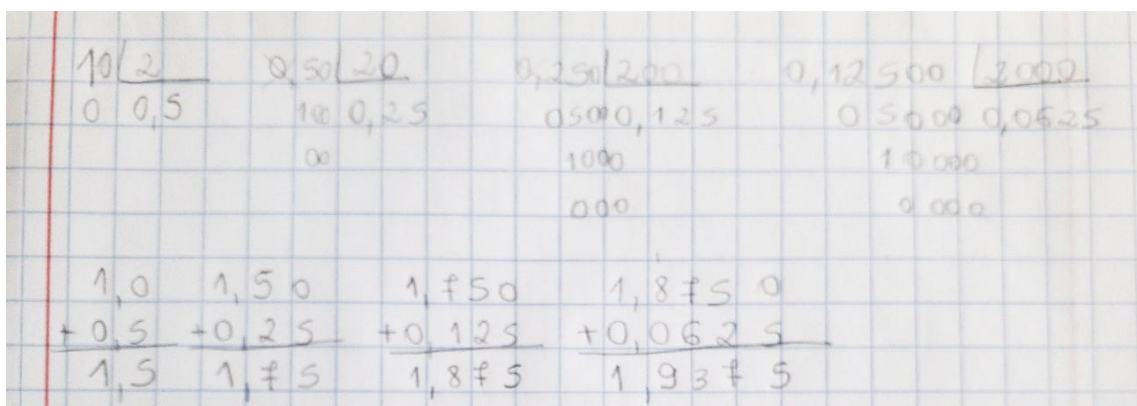


Figura 11. Cálculos da meia-vida realizada pelos estudantes

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Assim, eles realizaram os cálculos para alguns medicamentos, conforme as tabelas a seguir:

Tabela 2. Absorção do Clonazepam – comprimido de 2 mg

Período*	Absorção do medicamento (em mg)	Total absorvido
0	0	0
1	1	1
2	0,5	1,5
3	0,25	1,75
4	0,125	1,875
5	0,0625	1,9375

*Um período corresponde a intervalos de 25 minutos.

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Tabela 3. Eliminação do Clonazepam - comprimido de 2mg

Período*	Eliminação do medicamento (em mg)	Total eliminado (em mg)	Dose restante no organismo (em mg)
0	0	0	2
1	1	1	1
2	0,5	1,5	0,5
3	0,25	1,75	0,25
4	0,125	1,875	0,125
5	0,0625	1,9375	0,0625

Um período corresponde a intervalos de 36,5 horas.

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Tabela 4. Absorção do Alprazolam – comprimido de 1 mg

Período	Mg absorvido do medicamento (em mg)	Total absorvido (em mg)
0	0	0
1	0,5	0,5
2	0,25	0,75
3	0,125	0,875
4	0,0625	0,9375
5	0,03125	0,96875

Um período corresponde a intervalos de 1,5 horas.

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Tabela 5. Eliminação do Alprazolam - comprimido de 1 mg

Período	Eliminação do medicamento (em mg)	Total eliminado (em mg)	Dose restante no organismo (em mg)
0	0	0	1
1	0,5	0,5	0,5
2	0,25	0,75	0,25
3	0,125	0,875	0,125
4	0,0625	0,9375	0,0625
5	0,03125	0,96875	0,03125

Um período corresponde a intervalos de 11,2 horas

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Diante dos cálculos realizados pelos estudantes, surgiu um questionamento da estudante A2: *professora, nós fazemos as continhas, mas nunca dá o peso¹⁴ do remédio, parece que nunca acaba! [sic]*. Nesse momento, a professora pesquisadora interveio dizendo que eles poderiam continuar os cálculos e ir aumentando cada vez mais a tabela e não chegariam ao valor da massa do medicamento. Por exemplo, a massa do comprimido do clonazepam é de 2 mg, os cálculos tenderiam a chegar em 2. Nessa situação, caso o conteúdo de limites de uma função fosse contemplado no Ensino Médio e, se o (a) professor (a) quisesse abordá-lo, seria uma boa hora para explorá-lo.

Após a construção das tabelas, os estudantes foram orientados a construir os gráficos das funções em seus cadernos de folhas quadriculadas, para que assim, percebessem o comportamento do gráfico e percebessem que a situação poderia ser representada por uma função. Nesse momento, a professora pesquisadora os incentivou a lembrar os elementos necessários para a construção de um gráfico, como título, e nomes dos eixos. Não se percebeu dificuldades, quanto aos conteúdos matemáticos, na realização desta etapa da atividade, pois no início do ano foi trabalhado o conteúdo de ponto e reta no plano.

¹⁴ A palavra “peso” utilizada pela estudante, foi para se referir a massa.

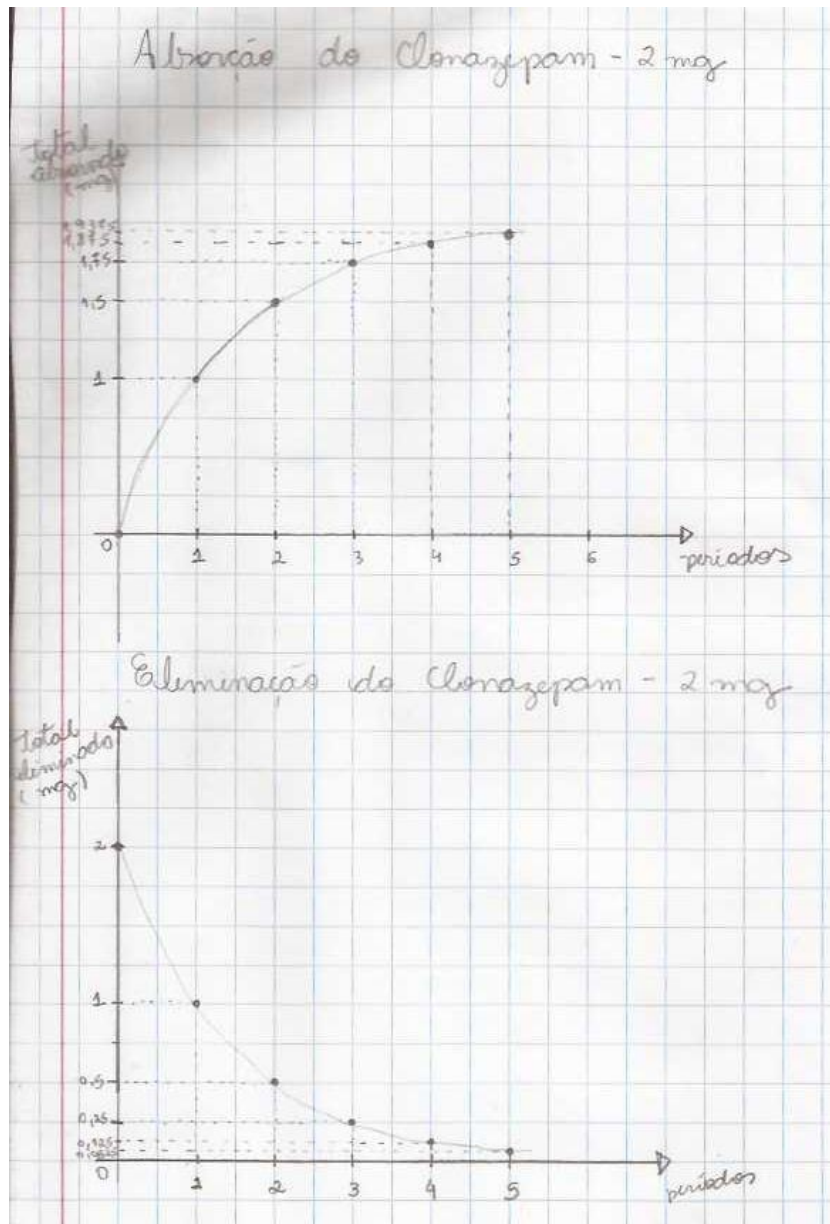


Figura 12. Gráficos elaborados pelos estudantes para tratar da absorção e eliminação do Clonazepam

Fonte: dados da pesquisa, 2021

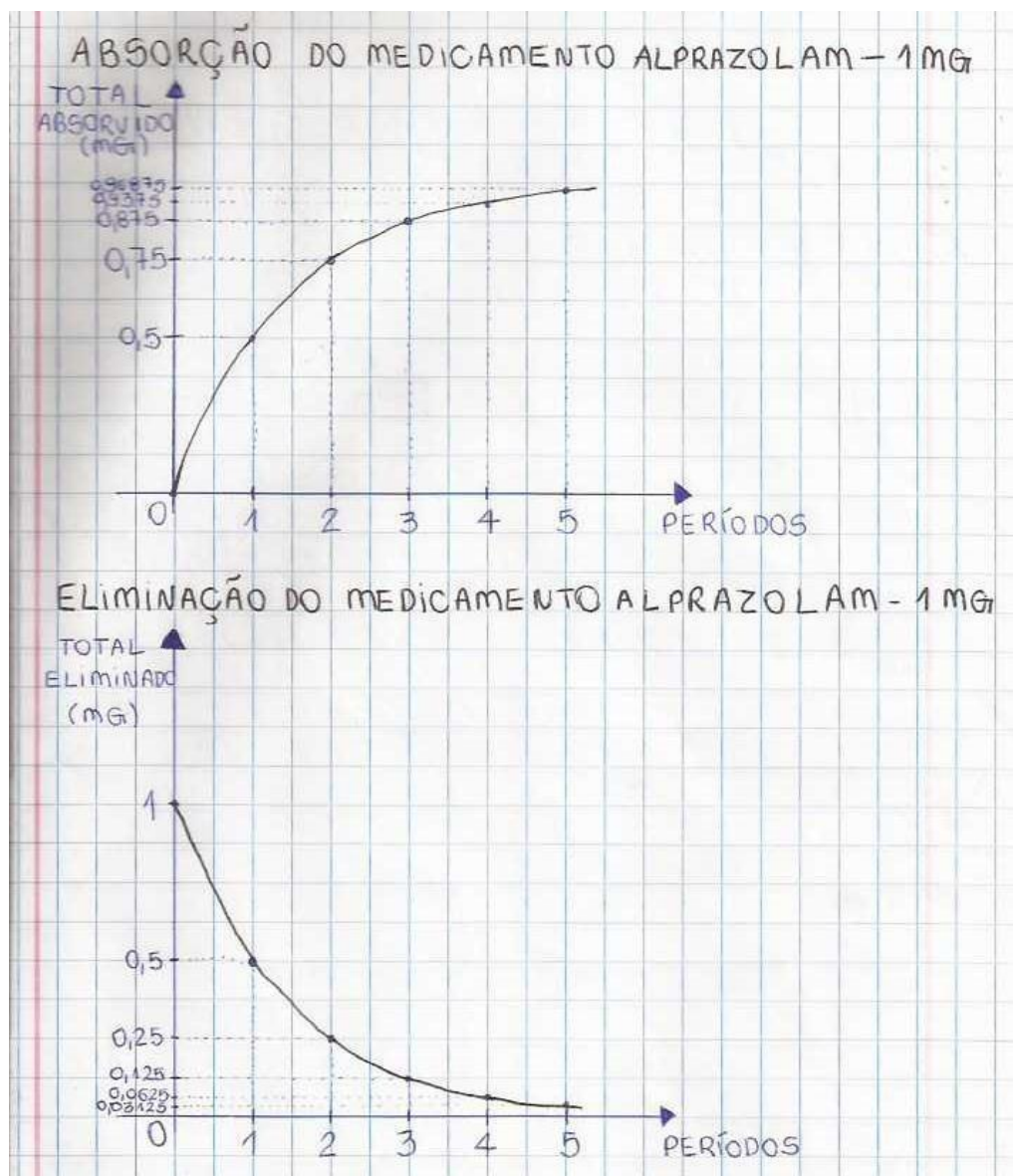


Figura 13. Gráficos realizados pelos estudantes para tratar da absorção e eliminação do Alprazolam

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Partiu do estudante A3 o interesse de elaborar os gráficos também no computador, porém, ele não tinha muita afinidade com informática e perguntou à professora pesquisadora se poderia ajudá-lo. Diante disso, ele foi orientado a utilizar a planilha eletrônica Calc, que já vem instalado nos computadores cedidos pelo estado. Depois, esses gráficos seriam transferidos aos *slides* para apresentação aos demais estudantes da turma.

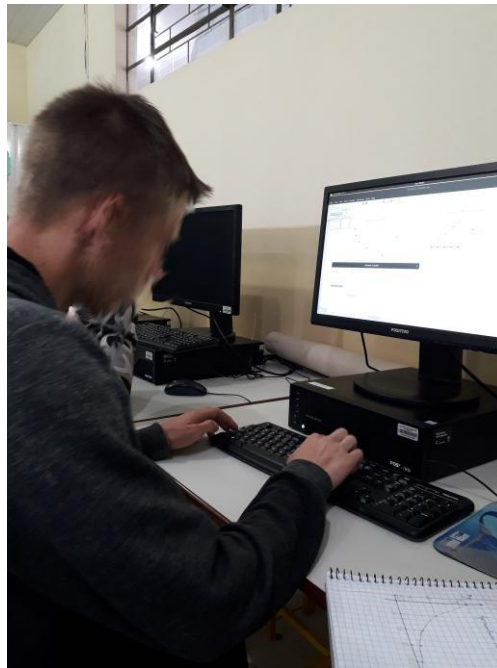


Figura 14. Estudante utilizando o Calc na construção de gráficos

Fonte: a autora, 2021.

Com a construção dos gráficos, foi possível que os estudantes percebessem com mais facilidade o que ocorre durante o processo de absorção e eliminação do medicamento no organismo, como por exemplo, a velocidade com que isso acontece e o longo período que o medicamento permanece no organismo de quem o ingere.

Após a construção dos gráficos, os estudantes foram orientados a prosseguir com a resolução do problema, visando à obtenção de uma expressão matemática que pudesse representar o fenômeno. Nesse momento, houve dúvida sobre o que deveriam fazer, conforme o estudante A4 indagou: *Como assim professora? Como fazer um modelo? O que é isso? [sic]*. A professora pesquisadora interveio respondendo aos questionamentos levantados: *agora, vamos tentar generalizar os cálculos que vocês realizaram, representando a situação do problema levantado através de uma expressão algébrica [sic]*.

Os estudantes se mostravam receosos e ainda com dúvidas e foram necessárias mais explicações: *Vocês perceberam que nos cálculos de absorção e eliminação dos dois medicamentos haviam padrões que se repetiam nos cálculos. A massa do comprimido poderia ser mudada, mas a forma que vocês iriam fazer os cálculos, seria a mesma, certo? [sic]*. Os

estudantes concordaram e a professora pesquisadora complementou: *Vamos tentar escrever com palavras os dados utilizados nos cálculos e depois, transformaremos em variáveis [sic].*

Continuou-se a conversa para que fosse possível aos estudantes apresentar uma relação matemática que pudesse sustentar a atividade desenvolvida por eles.

Professora pesquisadora: Como vocês calcularam os valores das tabelas? [sic]

Os estudantes do grupo A comentaram: Dividimos a massa do comprimido sempre por 2, porque tinha relação com a meia-vida [sic].

Professora pesquisadora: Então vamos tentar generalizar? Como podemos representar o que vocês falaram? [sic]

A3: Podemos chamar a massa de uma letra, tipo x ou outra qualquer [sic].

Professora pesquisadora: Isso mesmo! Mas como podemos representar as sucessivas divisões por 2? [sic]

A3: Podemos fazer através de potência. Isso professora? [sic].

Professora pesquisadora: Certo, podemos sim. Mas quantas potências? O que fazer agora? [sic]

A1: Não sei professora. A gente dividiu várias vezes e poderia continuar. Não tem um valor fixo [sic].

Professora pesquisadora: Mas é isso mesmo, não há um valor exato de divisões que poderiam ser feitas e quando não sabemos o valor, como podemos representar? [sic]

Os estudantes comentaram: com uma letra [sic].

Através das conversas e discussões entre o grupo, os estudantes conseguiram chegar na expressão:

$$m/2^x$$

Professora pesquisadora: Não é usual representar numa expressão a divisão por 2 dessa forma. Como poderíamos representar então? [sic]

A3: Podemos fazer vezes um meio, que dá no mesmo [sic].

Professora pesquisadora: Isso mesmo! A divisão por 2 pode ser representada pela multiplicação da fração 1/2 [sic].

Dessa forma, surgiram as relações matemáticas expostas no Quadro 2 a seguir.

Quadro 4. Relações matemáticas obtidas pelos estudantes

Absorção ou eliminação	Total absorvido	Dose restante no organismo
$m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^p$	$m - \left[m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^p \right]$	$m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^p$

Nessas relações, a variável m se refere à massa do medicamento e a variável p , se refere aos períodos decorridos.

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Os estudantes foram orientados a testar as relações matemáticas obtidas, a fim de verificar se eram válidas.

Após a resolução do primeiro problema levantado pelo grupo, deram início à resolução do segundo: Quanto uma pessoa irá gastar para fazer um tratamento, com medicamentos químicos?

Para a resolução desse segundo problema, os estudantes utilizaram as informações nas bulas dos dois medicamentos utilizados no problema anterior: o clonazepam e o alprazolam. Também, entraram em contato com uma farmácia do município para consultar o valor dos dois medicamentos, para assim, realizar os cálculos.

O valor obtido para o alprazolam de 1 miligrama, na caixa com 30 comprimidos, foi de R\$ 22,91 e, para o clonazepam de 2 miligramas, na caixa com 30 comprimidos, o valor foi de R\$ 16,34.

Com os valores em mãos, os estudantes tinham que decidir qual seria a dose e o tempo estimado para o tratamento. No entanto, de acordo com as informações levantadas pelos estudantes, a insônia pode ser causada por inúmeros problemas, e cada problema e cada organismo reage diferente a um medicamento e exige doses diferenciadas. Nas bulas, a informação, quanto a posologia, era de frações de um comprimido ou até 3 ou 4 comprimidos por dia. Assim, eles ficaram livres para decidir a dose e o tempo do suposto tratamento.

A decisão foi da ingestão de 2 comprimidos ao dia, durante o período de um ano. Mas, iniciando os cálculos, os estudantes ressaltaram que, como as caixas dos medicamentos vinham com 30 comprimidos, e que nem todos meses possuem 30 dias, seria importante considerar a quantidade de dias de cada mês, pois, segundo eles, na região onde moram é comum as pessoas irem apenas uma vez ao mês para o centro da cidade para fazerem suas compras.

Outro questionamento foi quanto ao aumento nos preços dos medicamentos. Como é impossível prever quanto e quando um medicamento terá seu preço alterado, os estudantes optaram por manter esse valor constante.

Considerado os questionamentos, os estudantes realizaram os cálculos e organizaram em tabelas.

Tabela 6. Gasto anual com o Clonazepam - 2 comprimidos ao dia

Mês	Quantidade de dias	Número de caixas necessárias	Comprimidos necessários	Comprimidos que sobram	Valor mensal (R\$)	total
Janeiro	31	3	$2 \times 31 = 62$	$90 - 62 = 28$	$3 \times 16,34 = 49,02$	=
Fevereiro	28	1	$2 \times 28 = 56$	$58 - 56 = 2$	16,34	
Março	31	2	$2 \times 31 = 62$	$62 - 62 = 0$	$2 \times 16,34 = 32,68$	=
Abril	30	2	$2 \times 30 = 60$	$60 - 60 = 0$	$2 \times 16,34 = 32,68$	=
Maio	31	3	$2 \times 31 = 62$	$90 - 62 = 28$	$3 \times 16,34 = 49,02$	=
Junho	30	2	$2 \times 30 = 60$	$88 - 60 = 28$	$2 \times 16,34 = 32,68$	=
Julho	31	2	$2 \times 31 = 62$	$88 - 62 = 26$	$2 \times 16,34 = 32,68$	=
Agosto	31	2	$2 \times 31 = 62$	$86 - 62 = 24$	$2 \times 16,34 = 32,68$	=
Setembro	30	2	$2 \times 30 = 60$	$84 - 60 = 24$	$2 \times 16,34 = 32,68$	=
Outubro	31	2	$2 \times 31 = 62$	$84 - 62 = 22$	$2 \times 16,34 = 32,68$	=
Novembro	30	2	$2 \times 30 = 60$	$82 - 60 = 22$	$2 \times 16,34 = 32,68$	=
Dezembro	31	2	$2 \times 31 = 62$	$82 - 62 = 20$	$2 \times 16,34 = 32,68$	=
Total	365	25	$2 \times 365 = 730$	20	$25 \times 16,34 = 408,50$	=

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Tabela 7. Gasto anual com o Alprazolam - 2 comprimidos ao dia

Mês	Quantidade de dias	Número de caixas necessárias	Comprimidos necessários	Comprimidos que sobram	Valor mensal (R\$)	total
Janeiro	31	3	$2 \times 31 = 62$	$90 - 62 = 28$	$3 \times 22,91 = 68,73$	=
Fevereiro	28	1	$2 \times 28 = 56$	$58 - 56 = 2$	22,91	
Março	31	2	$2 \times 31 = 62$	$62 - 62 = 0$	$2 \times 22,91 = 45,82$	=
Abril	30	2	$2 \times 30 = 60$	$60 - 60 = 0$	$2 \times 22,91 = 45,82$	=
Maio	31	3	$2 \times 31 = 62$	$90 - 62 = 28$	$3 \times 22,91 = 68,73$	=

Junho	30	2	$2 \times 30 = 60$	$88 - 60 = 28$	$2 \times 22,91 = 45,82$	=
Julho	31	2	$2 \times 31 = 62$	$88 - 62 = 26$	$2 \times 22,91 = 45,82$	=
Agosto	31	2	$2 \times 31 = 62$	$86 - 62 = 24$	$2 \times 22,91 = 45,82$	=
Setembro	30	2	$2 \times 30 = 60$	$84 - 60 = 24$	$2 \times 22,91 = 45,82$	=
Outubro	31	2	$2 \times 31 = 62$	$84 - 62 = 22$	$2 \times 22,91 = 45,82$	=
Novembro	30	2	$2 \times 30 = 60$	$82 - 60 = 22$	$2 \times 22,91 = 45,82$	=
Dezembro	31	2	$2 \times 31 = 62$	$82 - 62 = 20$	$2 \times 22,91 = 45,82$	=
Total	365	25	$2 \times 365 = 730$	20	$25 \times 22,91 = 572,75$	=

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Os cálculos realizados permitiram aos estudantes verificar que seriam necessárias 25 caixas do medicamento no período de um ano; alguns meses gastar-se-ia mais que em outros; sobraram comprimidos, portanto, uma das caixas compradas poderia ser com menos comprimidos (caso existisse).

Em seguida, os estudantes foram incentivados a expressar o problema por meio de uma expressão algébrica para o gasto mensal e para o gasto anual. Surgiu o questionamento da estudante A1: *mas professora, como vamos fazer para o gasto mensal se a quantidade é diferente em cada mês?* [sic]. Dessa forma, a professora pesquisadora os incentivou a utilizar o valor modal da quantidade mensal de caixas de medicamento.

C1: Como assim professora? [sic]

Professora pesquisadora: o valor modal, ou moda, é o valor que mais se repete nas frequências [sic].

C1: Ah, então é só ver a quantidade de caixas que mais aparecem na coluna referente aos meses? [sic]

Professora pesquisadora: é isso mesmo! [sic]

A quantidade de caixa mais comprada durante os meses do ano, ou seja, o valor modal, foi 2.

Ainda, os estudantes foram indagados se a expressão que eles criariam poderia ser uma função. Eles hesitaram um pouco e responderam que sim. Ao serem questionados do porquê que seria uma função, eles não souberam responder. Nesse momento, foi imprescindível retomar com os estudantes o conceito de função, para que eles percebessem

que as grandezas matemáticas desse problema têm relação uma com a outra, isto é, o valor a ser pago está diretamente ligado ao preço do medicamento e à quantidade comprada. Também, esse momento nos fez refletir sobre como a escola falha, algumas vezes, na formação de seus estudantes, seja pela falta de tempo, por metodologias de ensino inadequadas, a falta de interesse dos estudantes, ou, algum outro motivo. São por esses e outros fatos, que nos movemos na busca por alternativas pedagógicas diferentes e, neste trabalho, a utilização da Modelagem Matemática.

Após essas discussões, os estudantes iniciaram os trabalhos para determinar as funções matemáticas que representam o gasto mensal e anual com os dois medicamentos: o clonazepam e o alprazolam. Eles sabiam que os valores gastos por mês e por ano seriam fixos, o que iria variar seriam a quantidade de meses e de anos. Sendo assim, as funções ficaram definidas da seguinte forma:

Quadro 5. Funções que expressam o gasto mensal e anual com os medicamentos

	Clonazepam	Alprazolam
Gasto mensal ¹⁵	$f(x) = 32,68 \cdot x$	$h(x) = 45,82 \cdot x$
Gasto anual ¹⁶	$g(x) = 408,5 \cdot x$	$j(x) = 572,75 \cdot x$

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Como pôde ser percebido algumas dúvidas dos estudantes quanto ao conteúdo de funções, aproveitou-se o momento para revisar o conteúdo de função do primeiro grau. Para isso, foi proposto que os estudantes realizassem o gráfico das funções acima.

¹⁵ Nas funções $f(x)$ e $h(x)$, o valor x corresponde ao tempo em meses.

¹⁶ Nas funções $g(x)$ e $j(x)$, o valor x corresponde ao tempo em anos.

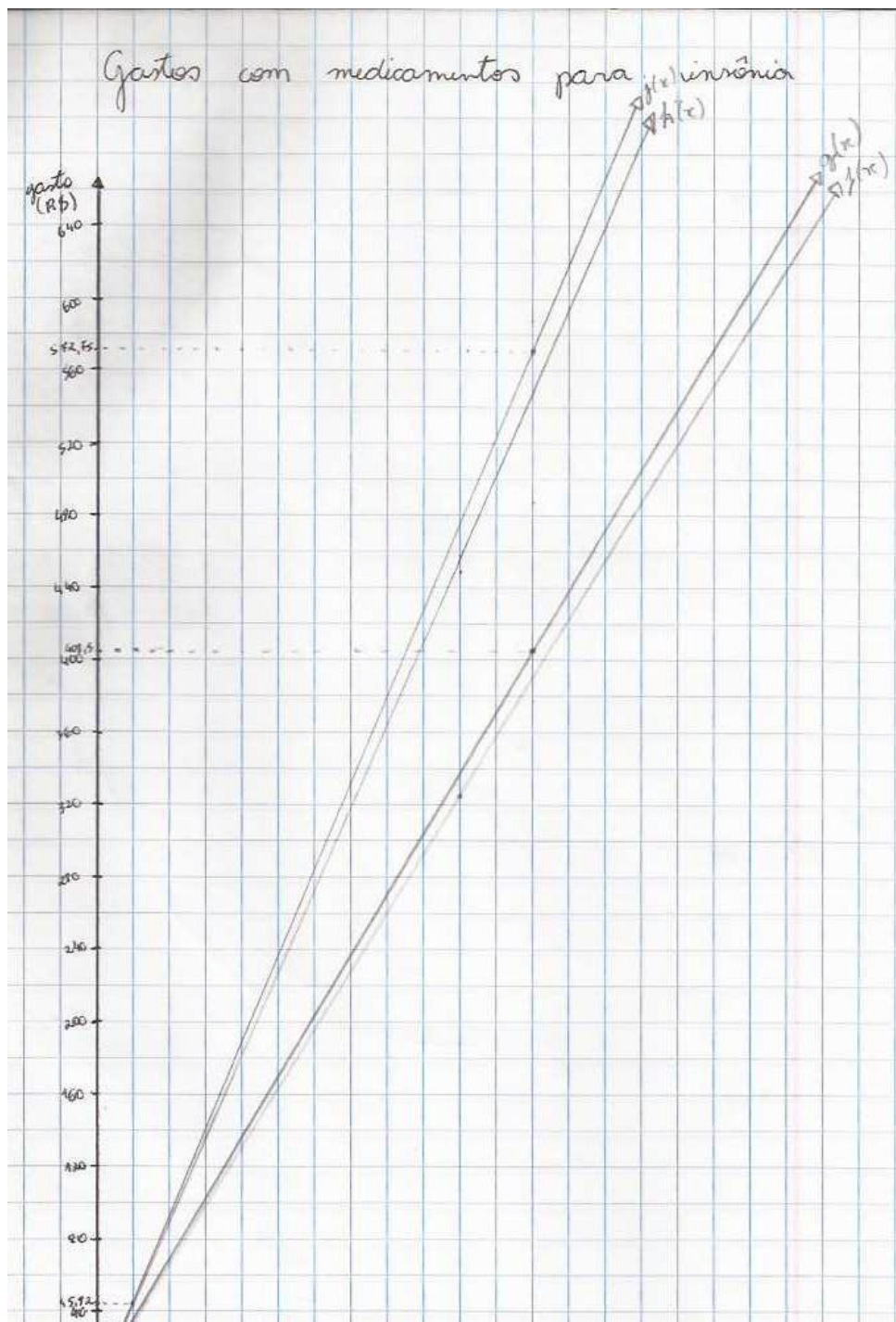


Figura 15. Gráficos dos gastos com os medicamentos

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Com os gráficos construídos, algumas questões puderam ser exploradas: qual medicamento custará menos? É grande a diferença entre o custo anual e o custo mensal para o mesmo período?

Também, foi indagado aos estudantes qual era o domínio das funções. O estudante C3 perguntou: *o que é mesmo domínio professora? [sic]* A professora pesquisadora respondeu que domínio são os valores que x pode assumir em uma função. Então, os estudantes responderam que poderia ser qualquer número. Assim, foram questionados: *qualquer valor real, isso? [sic]* A resposta foi positiva. No entanto, foram orientados que, se considerada somente a lei da função, desconsiderando o contexto, o valor do domínio seria o conjunto dos números reais. Porém, considerando o contexto que as leis dessas funções representam, o domínio não poderia incluir os números negativos, ou seja, Domínio $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ e $j(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0\}$. Os estudantes questionaram o porquê desses valores para o domínio e a resposta foi que como os valores de x correspondem aos meses e anos do tratamento com o medicamento, estes não poderiam ser negativos.

Também, aproveitou-se a oportunidade para verificar o conjunto imagem das funções, a classificação em crescente ou decrescente, os coeficientes lineares e angulares. Após esses estudos, foi iniciada a análise crítica das soluções, descrita no item a seguir.

5.3.4 Análise crítica das soluções

Com base nos diálogos dos estudantes, durante a resolução dos problemas, foram realizadas algumas observações, comentários e discussões, esperando que os estudantes analisassem de forma crítica, as soluções por eles desenvolvidas.

Questionados pela professora pesquisadora sobre as práticas realizadas, os estudantes destacaram a importância delas, reconhecendo a presença da matemática nas diversas áreas do conhecimento, como em Química, na Biologia e na Medicina, como podemos observar no relato a seguir:

A1: Eu gostei de fazer contas assim e deu pra ver como a matemática está em tudo, até onde a gente nem imagina! [sic].

Dando sequência à análise crítica das soluções, os estudantes foram questionados sobre a absorção e a eliminação dos medicamentos pelo organismo, se os resultados encontrados por eles serão iguais para todos indivíduos. A resposta dos estudantes foi não, pois na própria bula, apareciam resultados aproximados e não exatos. Também, ressaltaram alguns dados que obtiveram na pesquisa sobre fatores que podem interferir na absorção e

eliminação, como por exemplo, a ingestão de alimentos ou bebidas, a compatibilidade da dose com a massa do indivíduo, a idade e o sexo.

Os estudantes ainda foram questionados sobre a diferença na absorção, eliminação e massa dos dois comprimidos. Eles ressaltaram a diferente ação dos dois medicamentos demonstraram surpresa quanto à diferença de gramas do fármaco, como elucidado pela estudante A2: *Como pode né professora, um precisa de 2 mg e outro, só 1 mg já ajuda no tratamento! [sic].*

Com base nos dois problemas levantados pelo grupo, a professora pesquisadora perguntou sobre a posologia, se esta seria a correta. Foi unânime a resposta de que não sabiam se aquela era mesma a correta, conforme apontou o estudante A4: *Não dá para saber professora, porque como a gente viu na pesquisa, a insônia pode ser causada por vários problemas e por várias doenças. Então, cada caso é um caso, só um médico para ver e dizer quanto a pessoa deve tomar do remédio e o tipo de remédio [sic].* Nessa fala, ficou clara a compreensão do estudante sobre os riscos da automedicação e a importância do acompanhamento de um profissional de saúde durante o tratamento.

Quanto ao segundo problema, os estudantes foram indagados se os resultados demonstravam os verdadeiros gastos com o tratamento da insônia. Eles responderam que dificilmente aqueles resultados seriam corretos, pois o preço sofre alterações durante os meses e durante os anos, a pessoa poderia comprar em farmácias diferentes – o que também poderia alterar o preço, o medicamento poderia não ser pago à vista e a pessoa poderia comprar várias caixas, o que poderia gerar descontos.

Ainda, nesse questionamento, os estudantes alertaram que não foram contabilizados os gastos com consultas médicas periódicas, as despesas com deslocamento até a farmácia e, algum outro tratamento complementar, como com dietas, por exemplo.

Outro questionamento que surgiu durante a análise, foi se eles achavam barato ou caro o tratamento. As respostas foram variadas, sim, não e depende. Ao estudante C3 que respondeu “depende”, foi perguntado o porquê da sua resposta:

C3: Depende de quanto a pessoa ganha, sabe, de seu salário. Se ela ganha bem, então é barato. Se ela ganha pouco, então é caro [sic].

Professora pesquisadora: qual valor você acha pouco? [sic].

C3: *Olha professora, se a pessoa ganha um salário mínimo, que é em torno de 1000 reais, o valor dos remédios fica caro. Quase metade de um salário, durante um ano, vai para pagar os remédios. E pode piorar [sic].*

Professora pesquisadora: Como pode piorar? [sic].

C3: *Se a família é grande, se tem outras contas para pagar e se tem mais remédio para comprar, a situação dessa pessoa piora [sic].*

Professora pesquisadora: Bem colocadas as suas reflexões! [sic].

Após essas reflexões, a estudante C1 perguntou: *Mas se uma pessoa é pobre, ela não pode pegar esse remédio pela Farmácia Popular¹⁷? [sic].*

Professora pesquisadora: Bem lembrado! É uma pena que nos esquecemos de pesquisar se esses medicamentos fazem parte desse programa do governo. Mas podemos pesquisar [sic].

Com os aparelhos celulares, os estudantes verificaram que o clonazepam e outros medicamentos utilizados para o tratamento da insônia, fazem parte da lista de remédios do Programa Farmácia Popular. Dessa forma, seria possível diminuir o custo do tratamento com esses remédios.

As reflexões trazidas pela análise crítica das soluções foram muito produtivas, permitindo a compreensão para além dos cálculos e ultrapassando a disciplina de Matemática.

5.4 Descrição das atividades de Modelagem com o subtema: as causas e consequências da insônia

As atividades desenvolvidas pelos estudantes seguiram as etapas de Burak (1992, 2004); então, nos próximos itens, apresentamos o que foi realizado em cada uma delas.

5.4.1 Pesquisa exploratória

Os estudantes do grupo B foram os que apontaram este subtema. A partir dessa decisão do grupo, eles foram orientados a aprofundar as leituras sobre o tema, utilizando-se de

¹⁷ O Farmácia Popular do Brasil é um programa do Governo Federal que busca ampliar o acesso da população aos medicamentos considerados essenciais que são disponibilizados a um baixo custo. Informações obtidas no endereço: www.saude.gov.br, acesso em 20/08/2020.

fontes confiáveis, e dialogarem e compartilharem com os integrantes do grupo as informações relevantes obtidas por cada um deles e salvá-las em seus aparelhos.

O grupo encontrou diversas informações curiosas, como: a influência da alimentação e da prática de atividades físicas na qualidade do sono; a paralisia do sono; os profissionais que mais sofrem com a insônia; a sobrecarga feminina e as consequências para o sono; recomendações médicas para tratar a insônia.

As informações obtidas foram vastas, no entanto, os estudantes ainda se sentiam perdidos no meio das informações. Segundo eles, era difícil interpretar, pois era tudo muito amplo e diferente. Nesse momento, o estudante B3 afirmou: *seria bom se tivesse um médico ou outra pessoa que entendesse bem do assunto para nos ajudar e clarear as nossas ideias [sic]*. Assim sendo, a professora pesquisadora disse: *Mas isso é possível, basta entrarmos em contato com um profissional da saúde e pedirmos para que nos ajude. Aqui tem posto de saúde? Quem poderia ver isso? [sic]*. No entanto, os estudantes informaram que na comunidade a qual a escola estava inserida, não havia posto de saúde e nem médico. Diante disso, a professora pesquisadora se prontificou a conversar com algum profissional da saúde, para que disponibilizasse um horário para uma entrevista e assim, ajudar os estudantes.

A professora pesquisadora entrou em contato com um médico que atendia em um dos hospitais do município e em sua clínica. Ele prontamente aceitou o convite para participar da entrevista. Sua formação é em Clínica geral, Obstetrícia e Psiquiatria.

Tendo o encontro com o médico agendado, o próximo passo foi combinar com os estudantes quem iria realizar a entrevista e obter as informações necessárias para a pesquisa exploratória. No entanto, os quatro integrantes do grupo trabalhavam no período da tarde, fator que se colocou como empecilho para a realização da tarefa. Mas, como um deles trabalhava na empresa de seu pai, facilitou a liberação do trabalho para a realização da atividade. Vale ressaltar, que para que o estudante se deslocasse de sua casa, que ficava no interior do município, até o centro da cidade, foi pedido liberação da equipe pedagógica e direção da escola, bem como, de seus pais.

Antes da realização da entrevista, os estudantes, membros do grupo, realizaram um roteiro de possíveis perguntas, conforme o Quadro 6 a seguir:

Quadro 6: Roteiro de entrevista com o médico realizado pelos estudantes

Roteiro de entrevista: problemas que envolvem o sono

- 1) Nome do entrevistado.
 - 2) Especialidades.
 - 3) Tempo que atua como médico.
 - 4) Quantos pacientes, em média, afirmam ter dificuldades para dormir?
 - 5) Nos últimos anos, tem aumentado o número de pacientes que sofrem com a insônia?
 - 6) A insônia é mais comum em homens ou mulheres?
 - 7) Dentre as diversas profissões, tem alguma que apresenta um número de pessoas com insônia?
 - 8) A que podemos atribuir as causas de insônia nos dias atuais?
 - 9) Qual o melhor tratamento/remédio para a insônia?
 - 10) Quais os bons hábitos que ajudam a dormir bem?
 - 11) Quais as consequências da falta de sono ou da má qualidade do sono?
-

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

De posse do aparelho celular para gravar a conversa e de materiais para anotação, o estudante B2, juntamente com a professora pesquisadora, foi realizar a entrevista com o médico.

O estudante ficou bem à vontade durante a conversa e interagiu bem, citando exemplos de casos de insônia de alguns familiares e amigos.



Figura 16: entrevista sobre a insônia

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

A gravação da entrevista foi compartilhada com os demais membros do grupo e sintetizada, de forma escrita, no caderno dos estudantes, conforme o Quadro 7 a seguir.

Quadro 7: Principais informações obtidas com a entrevista

O médico afirmou atender um grande número de pacientes que apresentam problemas para dormir.
Tem percebido um aumento nas populações com insônia.
A insônia é mais recorrente em mulheres, na proporção 2:1 e, um dos fatores, é a sobrecarga feminina.
Uma das profissões que mais apresentam pessoas com problemas de insônia é a medicina. Isso se deve ao fato do estresse, a sobrecarga de trabalho, o horário irregular para dormir e os grandes impactos psicológicos (como doenças graves e perdas de pacientes). Os professores também estão na lista dos que mais apresentam problemas de insônia. Esses problemas, em grande parte das vezes, estão ligados a Síndrome de Burnout ou Síndrome do esgotamento profissional. Essa síndrome é um distúrbio psíquico caracterizado pelo estresse e pelo estado de tensão emocional causados por condições de trabalho desgastantes.
Geralmente, as causas atuais de insônia estão associadas ao estresse ambiental (causadas pela mídia, na maioria das vezes) e pelo estresse no trabalho.
O tratamento para insônia é único e individual, pois depende da causa. Muitas vezes é necessário tratar uma depressão, vício ou alguma doença psíquica. A medicação indicada para o tratamento da insônia, normalmente são os indutores do sono ou tranquilizantes.
Bons hábitos podem ajudar a melhorar o sono, como a educação do sono (dormir e acordar no mesmo horário), evitar ingerir alimentos pesados e praticar atividades físicas próximo do horário de dormir.
São indicadas cerca de 8 horas diárias de sono.
A falta de sono ou má qualidade dele pode ocasionar depressão, ansiedade, ganho de peso, irritabilidade, dificuldades de concentração, fadiga e outros problemas.

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Com os materiais colhidos, os integrantes do grupo, assim como os demais, criaram *slides* para expor aos colegas as informações que acharam mais importantes. Os estudantes utilizaram os computadores da biblioteca para elaborar os *slides* de apresentação da pesquisa exploratória, durante as aulas de matemática e aulas vagas.

A apresentação dos slides com os dados colhidos com a pesquisa exploratória, oportunizou reflexões coletivas entre todos, relatos pessoais sobre o tema, demonstração de preocupação e sensibilidade para com o outro, deixando a atividade mais colaborativa.

Dentre as informações apresentadas pelo grupo, as que mais chamaram a atenção da turma foi a relação de doenças mentais e problemas psiquiátricos com a insônia e também, sobre as profissões que mais são acometidas pela insônia.

Nesse momento, foi rica a contribuição dos relatos pessoais sobre o tema. O estudante B2 salientou: *lá na olaria do pai, tem um homem que trabalha na maromba e vive tomando pinga. As vezes ele nem vem trabalhar do tanto que bebe. Ele não dorme direito, disse que passa as noites acordado. Eu contei pro médico o caso dele e ele falou que ele deve ser dependente químico do álcool e também, pode ter alguma doença, pode ser até depressão. A insônia dele pode ser causado por essa doença e pelo vício dele. Nesse caso, ele tem que procurar um médico para se tratar. Eu, meu pai e os outros funcionários já tentamos aconselhar ele para ir ao médico, mas ele não quer e não aceita se tratar [sic].* O relato desse estudante possibilitou que outros compartilhassem suas experiências.

Vários estudantes relataram histórias parecidas, na qual, uma doença mental ou um vício acabou trazendo outros problemas de saúde. Através desse momento de apresentação dos dados da pesquisa exploratória, outros estudantes puderam conhecer informações novas e outras puderam ser reforçadas, como por exemplo, a importância de ter sempre o acompanhamento médico no tratamento de doenças.

Destacamos a importância da pesquisa de campo nessa etapa da prática com a Modelagem, pois foi através dela que foi possível que os estudantes descobrissem informações que não estavam na internet, buscaram a informação direto na fonte, tornando o aprendizado escolar mais contextualizado e próximo do cotidiano.

Realizada a apresentação das informações obtidas com a pesquisa exploratória e as discussões entre os grupos, os estudantes foram orientados a propor um problema relacionado ao tema pesquisado, que será apresentado no próximo tópico deste trabalho.

5.4.2 Levantamento dos problemas

Os estudantes, através da pesquisa exploratória, se sentiram sensibilizados pelos problemas de insônia que podem ser causados pelas atividades profissionais. Tendo em mente que os professores estão entre os profissionais que mais sofrem com a insônia, surgiu o interesse do grupo em propor um problema que direcionasse a esse contexto.

Os estudantes manifestaram em suas falas a preocupação com os professores, afirmando que: “*não é fácil a vida de professor*”; “*tem muito aluno bagunceiro, que não respeita, deve ser difícil aguentar tudo isso*”; “*tem que levar um monte de prova para corrigir em casa, não tem descanso em casa*” [sic]. A partir dessa preocupação e em discussão com os membros do grupo, surgiu a ideia de investigar como está a qualidade do sono dos professores da escola, propondo o seguinte problema: “Como está o sono dos professores”.

5.4.3 Resolução do (s) problema (s)

Elaborado o problema, era o momento de planejar a resolução do mesmo. Dessa forma, a professora pesquisadora questionou: *E aí pessoal, já pensaram em como vocês podem resolver este problema?* [sic]. O estudante B4 respondeu: *Ah, a gente poderia perguntar para os professores algumas coisas, tipo como eles dormem, se tem problema para dormir* [sic]. B1: *Bem isso, a gente pode ir entrevistar eles* [sic]. Nessa hora, foi importante a mediação da professora pesquisadora para que eles descobrissem, junto com o grupo, a melhor forma de resolver este problema: *Mas como vocês vão fazer para conversar com cada um dos professores? Não vai atrapalhar as aulas das outras turmas? Não tem outro jeito?* [sic]. Nesse momento, o estudante B2 propôs: *e se a gente fazer um questionário? Daí todos podem responder e não atrapalha as aulas. Pode ser professora?* [sic]. A professora pesquisadora respondeu que sim, pois o questionário facilitaria muito o acesso às informações e alcançaria mais professores.

Definido o modo de responder o problema, os estudantes foram orientados, pela professora, ao próximo passo: *Agora vocês devem elaborar as perguntas que os professores irão responder. Também, vocês têm que definir se as perguntas serão abertas ou fechadas* [sic]. Logo, os estudantes questionaram: *Como assim professora? O que é pergunta aberta ou fechada?* [sic]. Com esse questionamento, foi importante explicar aos estudantes o significado de pergunta aberta e fechada; também esse momento serviu para a reflexão de que nem tudo que é simples e fácil para nós professores, é simples e fácil para nossos estudantes.

Os estudantes optam por perguntas fechadas, pois sabiam que teriam muitas respostas para analisar e também, se fossem perguntas abertas, os participantes da pesquisa não se sentiriam muito entusiasmados para responder. Essa conclusão pode ser percebida pela fala

dos estudantes B2 e B1: *Se tiver que escrever muito os professores não vão querer participar da pesquisa, porque eles vão usar o recreio que já é bem pequeno [sic]. E também, como que a gente vai fazer as contas! [sic].*

Aproveitando a oportunidade do surgimento do assunto, a professora pesquisadora iniciou uma discussão sobre variáveis qualitativas e quantitativas. Com a utilização da situação prática surgida pela atividade, os estudantes compreenderam facilmente os conceitos.

Em seguida, os estudantes iniciaram a elaboração das perguntas a serem realizadas aos professores. Eles acharam melhor que não houvesse a identificação da pessoa que respondesse o questionário, para evitar constrangimentos. Eles prepararam um esboço do questionário no caderno e, em seguida, utilizaram os computadores da escola para digitarem as perguntas.

Pôde ser sentido que os estudantes tinham receio em elaborar as perguntas por conta própria, apesar de terem noção do que buscavam com a pesquisa que iriam realizar. Frequentemente chamavam a professora pesquisadora para conferir e “aprovar” o que haviam feito. Nesse momento, pôde ser notado o quanto os estudantes estão acostumados com o modelo tradicional de ensino, onde eles não são protagonistas e nem o centro do processo de ensino e aprendizagem.

Os estudantes foram até o laboratório de informática, que ficava junto à biblioteca da escola, para digitarem, no editor de texto *BrOffice Writer*, as perguntas, conforme o Quadro 8; para posterior impressão e aplicação aos professores. Os estudantes elaboraram o questionário para investigar sobre quantas horas em média os professores dormem, se sofrem de insônia, se fazem uso de medicamentos para dormir, os problemas que afetam o sono e se possuem bons hábitos que ajudam a dormir bem.

Quadro 8: Questionário dos estudantes aplicados aos professores

Como está o sono dos professores?

Responda esse questionário para ajudar os estudantes da 3ª série a obter essa resposta.

1. Sexo: () Feminino. () Masculino.
2. Idade: () Até 20 anos. () De 21 a 30 anos. () De 31 a 40 anos.
() De 41 a 50 anos. () Mais de 50 anos.
3. Quantas horas, em média, você dorme diariamente? _____
4. Você já teve insônia? () Sim. () Não.
5. Você faz ou já fez uso de algum medicamento para dormir? () Sim. () Não.
6. O que atrapalha teu sono?
() Ruídos. () Problemas afetivos ou familiares.

-
- () Excesso de trabalho. () Estresse no trabalho.
() Problemas de saúde. () Outros. Especifique: _____
7. Você pratica atividade física diariamente? () Sim. () Não.
8. Você tem bons hábitos alimentares? () Sim. () Não.
-

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Com os questionários em mãos, os estudantes do Grupo B foram até a sala dos professores, no momento do recreio, para pedir que estes respondessem às perguntas, de forma anônima, e colocassem a ficha com as respostas em uma caixa.

Ficou combinado que a caixa com os questionários ficaria por uma semana completa na sala dos professores, para que todos pudessem participar e contribuir com a pesquisa.

Após uma semana, os estudantes recolheram os questionários para a análise dos resultados. Nesse momento, eles tiveram de pensar em como traduziriam as respostas. Foi quando a professora pesquisadora os instigou a pensarem sobre como outras pesquisas traduzem os dados, como por exemplo, as que são apresentadas nos telejornais. A resposta do grupo foi imediata, através de gráficos e tabelas. Assim, o grupo iniciou o desenvolvimento da atividade.

No total, 15 professores responderam ao questionário e, com os resultados em mãos, os estudantes foram instigados a pensar em uma forma de transpor esses dados na tabela. Assim, o estudante B3 perguntou: *mas dá para só pôr os resultados na tabela? Não precisa fazer contas, ne professora? [sic]*. A professora pesquisadora respondeu que sim, mas para realizar melhores análises, poderia ser feito mais coisas e, os instigou a refletir sobre como verem as pesquisas sendo apresentadas na mídia. O estudante B1 complementou: *Podemos fazer as tabelas, os gráficos e também, transformar em porcentagem. Isso professora? [sic]*. A professora respondeu: *Exatamente! Os gráficos e porcentagens são ótimos para indicar valores e traduzir os dados de uma pesquisa. Então, mão na massa meninos! [sic]*.

Após essas discussões, os estudantes foram deixados livres para traduzir os dados, enquanto a professora pesquisadora mediava as atividades dos outros grupos. Mas, logo surgiu uma dúvida, expressa pelo estudante B4: *Professora, quinze professores responderam ao questionário, 11 mulheres, 3 homens e uma pessoa não marcou a nenhuma opção. O que fazemos? [sic]*. Os estudantes foram orientados a atribuir uma nova categoria na tabela, além de feminino e masculino, indicando que uma pessoa não informou seu sexo.

Logo surgiu outra dúvida dos estudantes, como eles organizariam a tabela com as médias de horas que dormem os professores, já que a pergunta foi aberta. A professora pesquisadora perguntou: *Vocês têm alguma ideia? O que será que pode ser feito nesse caso? [sic]*. Nesse momento, eles fizeram silêncio por alguns instantes e a professora continuou: *Como foram os resultados? Variaram muito? Qual a quantidade de horas de sono que o médico disse ser a ideal para a maioria das pessoas? [sic]*. O estudante B3 respondeu: *Ah professora, os números não variaram muito não. Deram tipo 6, 7, 8 e 5 horas de sono e o ideal de horas de sono são 8 [sic]*. A professora respondeu: *Então, se os valores não variaram muito, vocês podem estabelecer categorias, como foi feito na segunda pergunta do questionário que vocês fizeram. Entenderam? [sic]*. Os estudantes afirmaram que haviam compreendido.

A próxima dúvida foi em relação a pergunta 6, que se referia ao que atrapalha o sono dos professores, pois vários deles marcaram mais de uma opção. Os estudantes foram questionados sobre o que achavam que deveriam fazer, sobre como achavam certo representar essa questão. Eles afirmaram que deveriam por todas as respostas. A professora pesquisadora afirmou que poderia ser feito assim, como eles achavam correto fazer.

Com as dúvidas esclarecidas, os estudantes finalizaram a elaboração das tabelas que representavam as perguntas do questionário, conforme abaixo:

Sexo	feminino	masculino	não informado
Quantidade	11	3	1

Idade	até 20 anos	de 21 a 30 anos	de 31 a 40 anos	de 41 a 50 anos	mais de 50 anos
Quantidade	0	1	7	6	1

Média de horas de sono diária	até 5 horas	de 6 a 7 horas	8 horas ou mais
Quantidade	1	9	5

Se tem insônia?		Se fez uso de medicamento para dormir?	
Sim	Não	Sim	Não
10	5	2	13

O que atrapalha o teu sono?					
Ruídos	Excesso de trabalho	Problemas de saúde	Problemas afetivos	Estresse no trabalho	Outros
3	5	5	5	5	0

Se pratica atividade física regularmente?	
Sim	Não
9	6

Se tem bons hábitos alimentares?		
Sim	Não	Muitas vezes
8	3	4

Figura 17: Tabelas com os resultados da pesquisa do Grupo B

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Aproveitou-se o momento, após a elaboração das tabelas, para complementar a retomada do conteúdo de Tratamento da Informação, especialmente sobre as tabelas, como seus elementos, formas de elaboração, tratamento dos dados (frequência absoluta e frequência relativa, frequência acumulada, frequência acumulada relativa, intervalo de dados), interpretação e aplicações.

Na sequência, os estudantes prosseguiram com a construção dos gráficos, visando à melhor compreensão dos dados obtidos. Nesse momento, apesar de terem consciência sobre os tipos de gráficos, sentiu-se a dificuldade de eles decidirem qual modelo utilizar. A professora pesquisadora os deixou livres para a escolha, visando a uma melhor discussão após a elaboração dos mesmos.

Os estudantes finalizaram a construção dos gráficos de forma tranquila, sem mais questionamentos. Pôde-se notar que todos os gráficos foram do tipo de barras e quando questionados do porquê dessa escolha, eles responderam que este era o tipo mais fácil de se fazer.

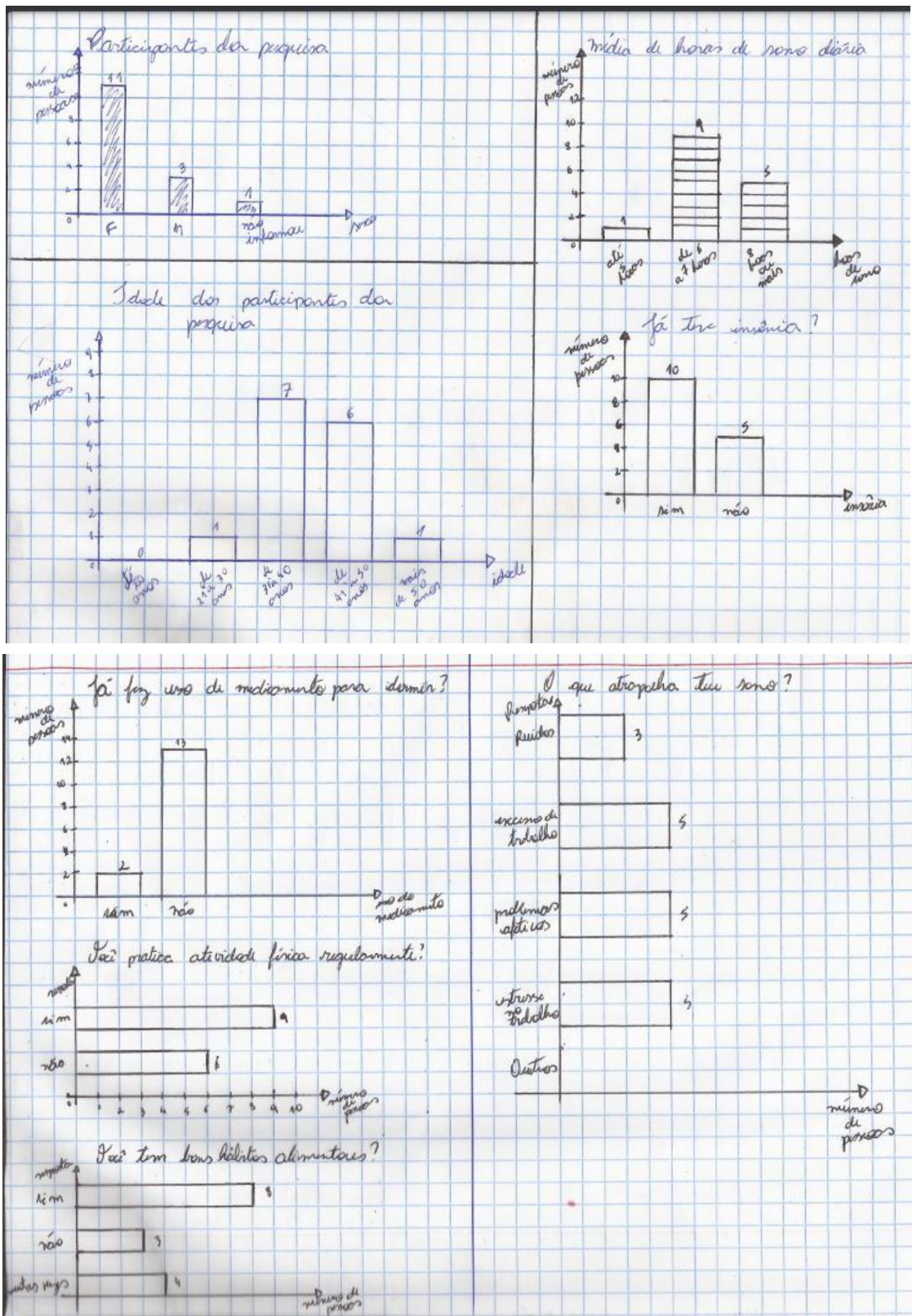


Figura 18: Gráficos elaborados pelo Grupo B

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Após concluírem os gráficos, a professora pesquisadora aproveitou o momento para falar sobre os tipos de gráficos e quais eram mais adequados em cada situação. O objetivo nesse momento foi fazer os estudantes refletirem sobre o que poderiam mudar na atividade e se daquela forma, estava fácil a compreensão e interpretação dos dados pelo leitor. Os estudantes concordaram que o modelo escolhido por eles era bom, mas que alguns deles poderiam utilizar os valores em porcentagem e também, utilizar o gráfico de setores em alguns casos. A professora pesquisadora questionou: *Bom, então se vocês acham que alguns dados ficariam melhor traduzidos em porcentagem e, algumas questões seriam melhor ilustradas por gráficos de setores, vamos fazer isso? O que acham? [sic]*. O estudante B2 logo perguntou: *Podemos usar o computador para fazer esses gráficos? [sic]*. A professora concordou e os incentivou a utilizar a planilha eletrônica do *BrOffice Calc* que já estava instalado nos computadores da escola.

Os estudantes se sentiram motivados a utilizar o computador para fazer os gráficos, pois, segundo o estudante B3: *Quase nunca usamos o computador para as atividades da escola e eu gosto de usar, sabe professora. Quando a gente sair da escola, no nosso trabalho e na faculdade, vamos precisar saber essas coisas também [sic]*.

Então, os estudantes iniciaram a construção dos gráficos na planilha eletrônica. Como todos desse grupo trabalhavam no período da tarde, então, todas as atividades tinham de ser realizadas em horário de aula. Precisaram ainda de acompanhamento constante durante a construção dos gráficos, pois não estavam familiarizados a utilizar as ferramentas, no entanto, o cooperativismo entre eles facilitou essa etapa, pois se ajudavam e compartilhavam o que sabiam uns com os outros.

Pôde-se perceber o entusiasmo dos estudantes na elaboração dos gráficos na planilha, pelas múltiplas opções e formatos de gráficos, os diferentes *designers* e cores. A fala do estudante B4 ilustra bem esse momento: *Nossa professora! Parece aqueles gráficos que aparecem no jornal da televisão! Que massa! [sic]*.

Posteriormente, em sala de aula, os estudantes retornaram aos dados obtidos com os questionários, a fim de tentar responder ao problema proposto por eles. A professora pesquisadora os instigou: *Bom, agora vocês já têm as tabelas e os gráficos, que facilitam bastante a interpretação dos dados. Mas como vocês podem responder o problema? O que pode ser feito? [sic]*. Eles permaneceram em silêncio por instantes e a professora continuou: *Se eu pedisse para vocês me dizerem agora, se os professores estão dormindo bem ou não, se*

estão dormindo a quantidade recomendada por especialistas, se eles têm insônia ou não, enfim, o que vocês me diriam? [sic]. O estudante B2 respondeu: *Sei lá professora, alguns estão, mas deu para ver que a maioria dorme menos no que precisa, também, a maioria disse que já teve insônia [sic]*. Nesse instante, foi preciso instigar os membros do grupo a se colocarem no lugar de um leitor do trabalho deles e a refletirem que as informações precisariam estar sintetizadas e bem organizadas, para que a conclusão do problema pudesse ser feita.

Após reflexões e conversas, os estudantes sugeriram para a professora pesquisadora de fazer um pequeno texto, sintetizando os dados, traduzindo os valores em porcentagens e respondendo o problema de acordo com as informações obtidas.

Dessa forma, eles iniciaram a transformação dos resultados numéricos em porcentagem. O grupo se prontificou a traduzir todas as respostas em porcentagem, pois, segundo eles, ficaria mais fácil de compreender a questão da pesquisa.

Logo no início dos cálculos, o grupo chamou a professora pesquisadora para verificar os cálculos realizados, pois se sentiam inseguros e com medo de errar. O estudante B3 falou: *Olha professora, a gente pega, tipo aqui na questão 1, o 11, que é o total de mulheres e divide por 15, que é o total de todos professores. Daí, multiplica o resultado por 100. Isso? [sic]*. A professora concordou e lembrou-os que poderiam utilizar-se das frações. Assim, os cálculos realizados pelos estudantes ficaram dessa forma:

The image shows handwritten calculations on a grid background. On the left, three fractions are calculated and converted to percentages:

- $\frac{11}{15} \cdot \frac{100}{1} = \frac{1100}{15} = 73,3\%$ (mulheres)
- $\frac{3}{15} \cdot \frac{100}{1} = \frac{300}{15} = 20\%$ (homens)
- $\frac{1}{15} \cdot \frac{100}{1} = \frac{100}{15} = 6,6\%$ (não informaram)

On the right, there are three long division problems:

- $1100 \div 15 = 73,33...$
- $300 \div 15 = 20$
- $100 \div 15 = 6,6...$

Figura 19: Cálculos realizados pelo Grupo B

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

Dessa forma, os estudantes continuaram a realização dos cálculos. No entanto, eles não estavam arredondando os números decimais obtidos. A professora pesquisadora chamou-

os à atenção para este detalhe, o arredondamento facilita a compreensão dos dados. Quando questionados sobre como fazer o arredondamento, um dos estudantes disse saber fazer, e ainda explicou aos demais colegas que logo disseram que já fizeram nas aulas de Matemática e de Física. Durante todo o tempo, eles se mantinham unidos, um ajudando o outro e compartilhando o saber que cada um possuía. Foi um percurso marcado pela cooperação, diálogo e troca de experiências.

Ainda realizando os cálculos, os estudantes começaram a elaborar a solução do problema a partir de cada questão contida no questionário aplicado por eles. Na questão 6: O que atrapalha teu sono? Houve empate nas respostas e alguns participantes assinalaram mais de uma resposta e isso gerou dúvida no grupo. Então, a professora pesquisadora foi ajudar os estudantes a pensar numa maneira de solucionar esse problema, questionando-os: *Para realizar os outros cálculos, vocês construíram a fração da parte pelo todo, ou seja, no numerador foi colocado a quantidade de votos naquela opção e no denominador foi colocado o total de votos. Certo? [sic].* O grupo concordou. Logo a professora pesquisadora complementou: *Agora vocês fazem o mesmo o número de votos na opção, dividido pelo total de votos. Mas não esqueçam de multiplicar por 100, para obter o valor em porcentagem [sic].* O estudante B2 complementou: *Nossa, é mesmo professora! Como pode a gente ter esquecido, é tão fácil! [sic].* Nesse momento, pode-se perceber que o conhecimento pode estar apenas adormecido na mente dos estudantes, seja pela falta de atividades que o exercitem, ou seja pela falta de situações motivadoras que os façam refletir e reconhecer onde o conhecimento adquirido pode ser utilizado.

Na sequência dos cálculos, o grupo prosseguiu bem, finalizando a resolução do problema, apresentando os pontos que julgaram interessante e pertinentes à solução. A seguir, apresentamos essa solução:

- Participaram 15 professores da nossa pesquisa, sendo 73% mulheres, 20% homens e 7% não informaram seu gênero;
- Cerca de 87% dos professores possuem idade de 31 a 50 anos;
- Cerca de 67% dos professores dormem menos que o recomendado pelos médicos e disseram já ter sofrido de insônia, mas apenas 13% declarou já ter usado algum medicamento para ajudar a dormir;
- Entre os problemas que mais atrapalham o sono, os professores destacaram o excesso de trabalho (aproximadamente 22%), problemas de saúde (aproximadamente 22%),

problemas familiares ou afetivos (aproximadamente 22%) e estresse no trabalho (aproximadamente 22%) como as principais causas. Juntos, esses problemas totalizam quase 87% dos fatores que atrapalham o sono;

- Entre os bons hábitos que ajudam a melhorar a qualidade de vida e, conseqüentemente, do sono, 60% diz praticar atividades físicas regularmente e 53% diz ter bons hábitos alimentares.

Os estudantes finalizaram o problema dizendo que a maioria dos professores da escola onde estudam já sofreram de insônia, e o trabalho, para alguns deles, pode ser um dos fatores que contribui para isso ocorrer.

Na seqüência, partimos para a próxima etapa da prática da Modelagem, a análise crítica das soluções que será discutida no próximo item do trabalho.

5.4.4 Análise crítica das soluções

Tendo como base os diálogos dos estudantes, durante a resolução dos problemas, foram realizadas algumas observações, comentários e discussões, esperando que eles analisassem de forma crítica, as soluções por eles desenvolvidas.

Inicialmente, questionados pela professora pesquisadora sobre o tema e o desenvolvimento do trabalho sobre ele, os estudantes relataram gostar da prática realizada, afirmando que puderam ver aplicações da Matemática no campo da saúde, o que achavam difícil de ser possível. Ainda, disseram se sentir capazes de realizar pesquisa, gostar de ver como a Matemática pode ser utilizada em situações do cotidiano, relembrar conteúdos matemáticos já trabalhados, conhecer novos conteúdos e utilizar as tecnologias na escola.

Dando seqüência, os estudantes foram questionados sobre a primeira pergunta do questionário, que se referia ao sexo dos participantes da pesquisa. Teve um (a) participante que não identificou seu sexo e, perguntou-se o porquê disso ter ocorrido. No momento, até surgiram algumas piadas sobre o assunto, mas o estudante B1 apontou: *Professora, deve ter relação com essas questões de gênero. Tem pessoa que nasceu com o sexo masculino, mas não se identifica como homem e tem o contrário também! Tem pessoa que nasce com o sexo feminino, mas não quer ser mulher [sic].* Nesse momento, aproveitou-se para falar sobre a diversidade de gênero e sobre como comentários maldosos podem fazer mal às pessoas que

não se identificam com o sexo que nasceram. Os estudantes complementaram que conversaram sobre isso nas aulas de Biologia e ressaltaram a importância de entender sobre o assunto para não haver preconceito. Foi pertinente a fala do estudante B4: *A gente faz piadinha sobre o assunto, mas o negócio é sério mesmo. Não dá para ficar tirando sarro das pessoas, todo mundo merece respeito [sic].*

Os estudantes dos outros grupos também participaram da discussão, a sala toda ficou envolvida com a questão. A estudante C1 apontou: *Imagine professora que muitas pessoas são agredidas e até mortas por causa da sua opção sexual [sic].* Essas reflexões ilustram bem a necessidade de se discutir a questão da diversidade sexual nas escolas, para que tenhamos uma sociedade menos preconceituosa e menos violenta com esse grupo de pessoas.

Ainda, aproveitou-se o momento para questionar os estudantes de como poderiam ser inseridas as opções de respostas da pergunta 1 ou, como ela poderia ser escrita. O estudante B2 disse: *No questionário da inscrição para o vestibular que fiz, dava um monte de opções para assinalar, tipo transgênero e mais outras opções que não lembro [sic].* A professora corroborou dizendo: *Sim, poderia ser acrescentado as opções de acordo com as identidades de gêneros, como homem, mulher, transgênero, transgênera ou poderia ser colocado a opção “outro” ou “prefiro não responder”. No entanto, é bom ter cuidado quando se elabora um questionário de pesquisa, para que ele não seja excludente e preconceituoso [sic].*

O assunto foi bem polêmico, sendo necessário cessar a discussão para não se prolongar e poder se discutir outros itens. Ainda na pergunta 1, a professora pesquisadora questionou o que mais ela revelava e as respostas foram as mais variadas.

B4: Que temos poucos professores na nossa escola? [sic].

B1: Da para ver que nem todos professores participaram da nossa pesquisa [sic].

B2: Que temos mais professoras que professores homens? [sic].

Professora pesquisadora: Sim, todos esses levantamentos estão certos. Parabéns pessoal! [sic].

Foi conversado com os estudantes sobre os objetivos dos questionários de pesquisa, mas que sempre mais informações, além do objetivo inicial, podem ser descobertas com um mesmo questionário.

Outro apontamento feito foi em relação à informação que o grupo levantou sobre a sobrecarga feminina e por elas serem a maioria dos pacientes que sofrem de insônia, segundo os dados da entrevista realizada com o médico. Questionou-se os estudantes se os mesmos puderam perceber isso com a pesquisa realizada por eles. Eles não haviam prestado atenção nesse ponto, que poderia até ser mais um problema levantado por eles. Recorrendo no momento aos questionários, eles contabilizaram que das 11 mulheres que participaram da pesquisa, 8 delas afirmaram já ter tido insônia, mas disseram não saber se poderia ser pela sobrecarga feminina, pois, como apontou o estudante B2: *Só três homens participaram da pesquisa professora, então não dá para comparar, eu acho [sic]*. Realmente, poucos homens participaram da pesquisa, então era difícil de responder esse questionamento, para isso, seria necessário mais participantes ou estender a pesquisa a mais escolas.

Sobre a segunda pergunta do questionário, os estudantes foram indagados se ela foi bem elaborada e pôde trazer resultados coerentes. Eles disseram que sim, pois todos conseguiram responder. Também, foi ressaltado aos estudantes que pela faixa etária não se poderia afirmar qual idade seria mais acometida por problemas de insônia.

A terceira pergunta foi a mais alarmante, pois apresentou que 67% dos professores dormem menos que o recomendado pelos médicos. Foi questionado os estudantes sobre o que eles achavam disso. Estudantes dos outros grupos também fizeram apontamentos, sendo estas algumas das respostas:

B1: Eles devem dormir menos porque levam muita prova para corrigir em casa e atividades e aulas para preparar [sic].

A3: Tem gente que dorme menos de 8 horas, mas fica bem [sic].

B3: Ser professor deve ser muito estressante, toda essa folia na escola, aluno mal educado que não quer estudar. Eu também não ia conseguir dormir (risos) [sic].

Os estudantes se mostraram preocupados com que os professores encontram nas escolas, demonstraram empatia e respeito para com a classe, o que nos faz refletir sobre a importância de se abordar temas como estes, que ajudem os estudantes a se colocar no lugar do outro e respeitar o próximo.

A quarta pergunta apresentou que 67% dos professores já tiveram insônia. Os estudantes foram questionados sobre esse dado, se ele representaria um valor real e se mudariam ou acrescentariam algo a pergunta. O estudante B4 disse: *Eu acho que a resposta foi verdadeira. O que a gente leu na internet e o que o médico falou diz isso mesmo, que os*

professores estão entre as profissões que mais tem problema para dormir. E tem aquela Síndrome de Burnout também [sic].

O estudante B2 complementou: *Eu acho que dava para a gente colocar mais coisa nessa pergunta, ou colocar mais perguntas sobre isso. Porque assim, não deu para saber se a pessoa teve insônia uma vez, duas, ou se tem todo dia [sic].* O apontamento realizado foi muito pertinente e demonstrou a capacidade crítica e de argumentação do estudante. Então, ele foi questionado como isso poderia ser feito. Foram várias respostas, de todos do grupo, mas a maioria delas se referia à importância de saber se era esporádico ou frequente os episódios de insônia, obtendo dados mais consistentes.

A quinta pergunta revelou que apenas duas pessoas já fizeram uso de remédio para dormir. Questionados sobre esse dado, os estudantes responderam:

B2: Eu acho que eles não estão indo ao médico para se tratar, não querem ajuda ou acham que não precisam de tratamento [sic].

B1: Sei lá, pode ser que eles não dormem bem às vezes só, por isso não tomam remédio [sic].

Foram duas respostas diferentes e coerentes, ambas as visões podem estar corretas. Questionados sobre o que poderiam fazer para saber verdadeiramente o porquê desse dado, os estudantes disseram que era necessário modificar o questionário, mudando a quarta pergunta ou perguntando a quem disse ter insônia se faz ou não uso de medicamento e o porquê da resposta. As soluções apresentadas por eles se mostraram condizentes com a situação e demonstrou sua capacidade de solucionar problemas e de argumentar.

Na sexta pergunta, excesso de trabalho, problemas de saúde, problemas afetivos ou familiares e estresse no trabalho foram apontados como principais fatores que atrapalham o sono dos professores participantes da pesquisa.

Questionados sobre se essa resposta pode revelar que as situações de trabalho, como a sobrecarga e estresse, causam insônia nos professores e se os professores dormem mal por essas causas, os estudantes hesitaram um pouco. O grupo disse que “achavam que sim” e ainda justificaram que outros problemas de saúde podem ser causados por situações desgastantes de trabalho. No entanto, não afirmaram ter certeza disso. Novamente, voltou-se a discutir sobre a quantidade de participantes na pesquisa, quantidade esta, relativamente pequena para se estimar ou dar respostas mais verídicas.

A sétima questão perguntava se os professores praticavam atividades físicas regularmente e 60% dos participantes disseram que sim. Questionados sobre o que achavam desse dado, os estudantes responderam que era um número alto e que demonstra que os professores estão preocupados com a saúde e bem estar. Segundo o estudante B2: *Vai ver é por isso poucos tomam remédio para dormir [sic]*. A justificativa foi bem pertinente e realmente, pode ter relação com outros números obtidos na pesquisa.

A oitava e última pergunta foi sobre os hábitos alimentares, e 53% dos participantes afirmaram se alimentar bem e da forma correta. Os estudantes foram questionados se achavam que a pergunta estava bem elaborada. Inicialmente, disseram que sim, mas, recordaram que colocaram apenas as opções “sim” e “não” e teve professores que não assinalaram nenhuma das duas opções, informando na folha que muitas vezes ou na maioria das vezes, tinham bons hábitos alimentares.

Por fim, foi perguntado aos estudantes o que poderia ser feito para que não houvesse erros no questionário. Através de diálogos e reflexões sobre o que eles perceberam em questionários já respondidos por eles, eles foram unânimes em dizer que poderiam ser colocadas mais perguntas e espaços para justificativas. Nesse momento, a professora pesquisadora sugeriu-lhes a ideia de um questionário teste. Eles não sabiam o que era, mas foi explicado que poderiam aplicar, inicialmente, para uma ou duas pessoas e que estas poderiam ser os colegas de sala, para ver se não captariam falhas antes do início da pesquisa e assim, corrigi-las.

Refletido sobre todas as perguntas do questionário distribuído aos professores, alguns apontamentos puderam ser realizados pelos estudantes e com os estudantes, sendo eles:

- É de extrema importância, para a realização de uma pesquisa, ter informações sobre o tema e realizar um bom planejamento;
- É necessário que as perguntas sejam claras, com múltiplas opções para assinalar e com espaço para justificar, quando necessário;
- É importante ter um número expressivo de participantes para que se tenha estimativas precisas;
- É preciso ter cuidado para que a pesquisa não seja ofensiva ou preconceituosa, e garantir o anonimato do participante;
- Ninguém pode ser obrigado a participar de uma pesquisa;
- Fazer um teste antes da aplicação da pesquisa pode evitar falhas.

A análise crítica das soluções foi muito rica e trouxe muitas contribuições para a formação dos estudantes e para os resultados dessa pesquisa. Foi nessa etapa que pôde-se perceber que a prática com a Modelagem propiciou não só a apropriação de conteúdos matemáticos, como cálculos com Números Racionais, Porcentagem, Pesquisa e Estatística, mas contribuiu para a formação mais integral dos estudantes, como descreveremos no próximo tópico do trabalho.

5.5 Análise e interpretação dos dados das atividades detalhadas

A análise e interpretação dos dados da atividade se expressam pela experiência vivenciada pela professora pesquisadora durante a pesquisa e pelos estudantes. O desenvolvimento das práticas com Modelagem Matemática possibilitou reflexões sobre a prática docente, a nova postura do professor e dos estudantes. As leituras realizadas durante o percurso, as disciplinas cursadas e o apoio e experiência do corpo docente do curso e do orientador da pesquisa, também contribuíram para reflexões e novas perspectivas.

O papel docente, que antes era visto, principalmente, como quem ensina e em plano central nesse processo, não contribuía de forma efetiva a tornar os estudantes pesquisadores, autônomos, críticos, colaborativos, interessados pela aprendizagem, capazes de buscar o conhecimento e de tomar decisões, capazes de atribuir sentido e significado aos conteúdos matemáticos.

É conveniente refletir sobre “Por que ensinar Matemática hoje?” e “Por que ensinar Matemática através da Modelagem?”. Esses questionamentos foram feitos por Burak (2010) e vêm ao encontro da visão do tipo de “homem” que queremos formar para enfrentar os desafios do século XXI. As respostas para esses questionamentos são complexas, no entanto, “Não sabemos que matemática eles usarão daqui a alguns anos, mas temos a certeza de que deverão tomar decisões, ter autonomia e ser capazes de se tornarem responsáveis por grandes transformações no âmbito da sociedade” (BURAK, 2010, p. 18).

Dessa forma, diante dos objetivos definidos para esta pesquisa, buscamos nesse tópico, evidenciar as contribuições que a prática com Modelagem Matemática permitiu emergir.

Desenvolvimento do estudante autônomo

Atualmente, a educação vem se voltando para a formação de estudantes mais autônomos, pois assim, eles serão mais proativos, capazes de resolver problemas, serem críticos quanto ao que pensam e realizam. A autonomia pode ser vista, de acordo com o Dicionário Online de Português¹⁸, como “Aptidão ou competência para gerir sua própria vida, valendo-se de seus próprios meios, vontades e/ou princípios” e, ainda, como “Direito ao livre arbítrio que faz com que qualquer indivíduo esteja apto para tomar suas próprias decisões.”

Nesse sentido, quando é dado aos estudantes voz e a oportunidade de buscarem o conhecimento e participarem do processo de ensino e aprendizagem, eles estarão desenvolvendo a autonomia, não só no espaço escolar, mas, também, na vida em sociedade.

A contribuição para o desenvolvimento de estudantes mais autônomos, pode ser percebida em vários momentos, e em ambos os grupos, sendo eles: no momento da escolha dos integrantes do grupo, na escolha do tema, no direcionamento da pesquisa exploratória, na escolha do problema e no planejamento e resolução do problema.

No momento da escolha dos integrantes do grupo, os estudantes tiveram total autonomia; fatores como amizade e reconhecimento das potencialidades e habilidades de cada um pesaram na decisão.

A escolha do tema também foi livre e de decisão dos estudantes, demonstrando mais uma vez a autonomia deles. Essa escolha influenciou diretamente no rumo que seria dado à atividade desenvolvida por eles e, de acordo com essa escolha, tiveram a responsabilidade de desenvolver o trabalho do início ao fim. As opiniões dos estudantes nem sempre convergiam, coube a cada um defender seus pontos de vista para que o tema de sua preferência fosse o eleito.

A pesquisa exploratória também demandou autonomia dos estudantes. Os sites utilizados para a pesquisa e a realização da entrevista, desde seu planejamento, até sua execução, foram de responsabilidade dos estudantes. No entanto, apesar da livre escolha, foram orientados a utilizar fontes seguras e dados confiáveis da internet. Quanto à entrevista realizada com o médico, a forma como ela foi realizada e os dados coletados refletiriam na condução das próximas etapas da atividade. Além disso, essa autonomia demandou

¹⁸ Informações obtidas no endereço eletrônico: <https://www.dicio.com.br/autonomia/>, acesso em 10/01/2021.

responsabilidade, para que as informações levantadas fossem reais e significativas para o trabalho.

A elaboração do problema e de suas estratégias de resolução partiram dos estudantes também, e foi de grande contribuição para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, por partir deles essas decisões e direcionamentos. Nessas etapas da prática, os estudantes foram apenas instigados e a professora pesquisadora foi a mediadora, favorecendo a procura por estratégias e soluções pertinente ao problema levantado. Dessa forma, os estudantes foram colocados no centro do processo de ensino e aprendizagem.

Desenvolvimento do estudante crítico

A criticidade é essencial no processo da formação humana. Ela é citada como primordial na Educação pelas 10 competências gerais para a Educação Básica na nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), nos quatro pilares da Educação de Celso Antunes (2010) e por Burak (1992).

Vindo ao encontro com a Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak (1992), na nossa concepção assumida, percebemos que em diversas situações, houve contribuições para a formação crítica dos estudantes.

O desenvolvimento do senso crítico pôde ser percebido na pesquisa exploratória. Durante a etapa da pesquisa exploratória, os estudantes puderam compreender o que é pesquisa e como fazê-la, visto que a maioria dos estudantes via como pesquisa a cópia de informações levantadas por determinado autor, a qual não cabia questionar ou duvidar. Assim, ficou evidente a contribuição para a formação crítica que se evidenciou quando os estudantes questionavam se as informações encontradas eram verdadeiras, se o site era confiável, se a pessoa responsável pelas informações tinha algum tipo de formação ou especialidade no assunto, e quando optavam por artigos científicos da área que traziam ótimas e sérias informações. Ainda, na pesquisa exploratória, os estudantes do Grupo B decidiram buscar mais informações através da entrevista com o médico. Essa atitude dos estudantes, mostrou a preocupação em obter informações consistentes e verdadeiras sobre o tema, reforçando o desenvolvimento da criticidade através da prática com Modelagem.

Outro momento em que se pôde observar a criticidade dos estudantes foi na etapa da análise crítica das soluções dos problemas. Nessa etapa, os estudantes contribuíram com suas

opiniões, tendo como base a pesquisa realizada, os cálculos desenvolvidos e as experiências vivenciadas por eles.

Além disso, foi possível perceber que os estudantes estavam durante toda a prática fazendo observações, problematizando, questionando, avaliando as possibilidades, refletindo, se posicionando e propondo soluções.

Desenvolvimento do estudante pesquisador

Consideramos de extrema importância a pesquisa no processo de ensino e aprendizagem, pois, segundo Freire (1996, p. 32), “não há ensino sem pesquisa e nem pesquisa sem ensino [...]”. Sendo assim, estimular os estudantes a pesquisar contribuirá para a sua formação e desenvolvimento.

As práticas de Modelagem Matemática, descritas neste trabalho, colocaram a professora como mediadora no processo de ensino aprendizagem, vindo ao encontro da fala de Freire (1996, p. 25) que diz que “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades ao aluno para sua própria construção”. Sendo assim, a pesquisa se constituiu como fundamental para a realização do trabalho e na mobilização dos estudantes para a busca do conhecimento pela pesquisa.

A pesquisa mostrou-se de fundamental importância na prática com Modelagem, ocorrendo na etapa da pesquisa exploratória e durante as outras etapas também, onde foi necessário levantar novas informações que foram consideradas importantes durante a atividade.

Os estudantes, como mencionado anteriormente, tinham uma visão limitada sobre a pesquisa. Para a maioria deles, fazer uma pesquisa era copiar informações de um livro, de um jornal ou de um site, como relatou o estudante C3 no momento da proposta da atividade: *então nessa etapa vamos copiar o que a gente achar sobre o assunto? [sic]*. Dessa forma, foi primordial a mediação da professora pesquisadora em ressaltar a importância de uma boa leitura, através de discussões e reflexões, que ensejaram na necessidade de estratégias de pesquisa, como a utilização dos operadores booleanos, a seleção de fontes confiáveis e a pesquisa de campo, como a realizada pelo Grupo B.

Notou-se também que pesquisa e senso crítico andaram lado a lado; para uma boa pesquisa é necessário criticidade, o desejo de navegar pelo desconhecido e a compreensão de

que sempre se pode aprender mais, conforme apontou a estudante A1: *Nossa, professora, não sabia que tinha tanta coisa para aprender sobre o sono [sic].*

A fala dessa estudante permitiu refletir e discutir com todos o quanto é vasto e imenso o conhecimento, que sempre podemos aprender mais e que há sempre coisas novas a serem descobertas.

Desenvolvimento do espírito colaborativo

A colaboração permeou todo o processo, pois o trabalho foi desenvolvido por grupos de estudantes. A constituição de grupos, por si só, não constitui colaboração. Mas, por a formação dos grupos, a escolha do tema, dos problemas e das estratégias de resoluções serem feitas pelos próprios estudantes, a colaboração entre eles e com a professora pesquisadora fluiu melhor. Isso porque eles tiveram liberdade de escolha, e junto a isso veio a responsabilidade de desempenhar corretamente a atividade relativa à prática com Modelagem.

As decisões coletivas, o engajamento do grupo, a criatividade em realizar as atividades e os constantes diálogos foram elementos que demonstram a colaboração entre os membros do grupo.

A colaboração também ocorreu no momento em que os estudantes optaram por realizar a entrevista com o médico. Como todos os estudantes do grupo trabalhavam no período da tarde e não tinham tempo para se deslocar até o centro da cidade e realizar a atividade, o estudante B2 se comprometeu a realizar a entrevista, gravar, fazer anotações e repassar as informações aos demais colegas. A decisão do estudante foi porque ele trabalhava na empresa do seu pai e foi mais fácil conseguir a dispensa do trabalho e realizar a pesquisa e ajudar seus colegas.

Também foi possível observar a ajuda que os colegas davam uns aos outros na realização dos cálculos, nas indicações de sites de pesquisa, no compartilhamento de informações e na solicitação de auxílio e de opinião.

Desenvolvimento da capacidade de se comunicar e argumentar

Consideramos como argumentação “[...] uma atividade social e discursiva que se caracteriza pela construção, justificação, negociação e transformação de diferentes pontos de vista.” (RODRIGUES, 2006, p. 51). Sendo assim, propiciar momentos de comunicação e

argumentação no espaço escolar é de fundamental importância para a formação dos estudantes, dentro da escola e para a vida em sociedade.

Nas práticas realizadas, as habilidades de se comunicar e argumentar puderam ser desenvolvidas em vários momentos, durante as discussões entre o grupo, as apresentações das informações levantadas, a resolução dos problemas e a análise crítica das soluções dos problemas.

Nesses momentos, os estudantes tinham que argumentar, com base nas informações levantadas por eles, para convencer seus colegas e a professora, do que afirmavam ser verdadeiro.

As informações obtidas com a pesquisa exploratória, na internet e com a entrevista, permitiram que os estudantes tivessem um bom embasamento para defender seus pontos de vistas, proporcionando o refinamento de suas compreensões sobre o conhecimento, separando o que é relevante do que é irrelevante, fazendo conexões entre os contextos e ampliando o poder explicativo dos conhecimentos adquiridos.

Dar voz aos estudantes contribuiu muito para despertar o interesse na realização das atividades. Mesmo os estudantes considerados tímidos se mostravam interessados e, ora ou outra, manifestavam suas opiniões e conhecimento adquirido.

Desenvolvimento da responsabilidade

O desenvolvimento da responsabilidade nos estudantes é primordial para que se tenha aprendizagem, visto que “só aprende quem quer aprender, e só se “ensina” a quem quer ser ensinado” (FELICETTI; MOROSINI, 2010, p. 02). Dessa forma, concordamos com a afirmação de Macedo (2018, p. 49), que diz que “[...] cada estudante é responsável pelos seus aprenderes, e a consciência dessa responsabilidade passa pelo respeito aos seus desejos em um espaço do aprender que possibilite o fazer, o experienciar e o responsabilizar-se.” Entretanto, para que isso ocorra, o estudante deve ser o protagonista da sua aprendizagem.

Com o desenvolvimento das atividades de Modelagem, nas suas etapas: pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e análise crítica das soluções – a responsabilidade dos estudantes foi essencial, uma vez que suas ações e decisões impactariam diretamente em atingir ou não o que fora proposto.

Nesse sentido, colocando o estudante no centro do processo de ensino e aprendizagem, permitindo-lhe que tome decisões, como na escolha do tema e no direcionamento dado à

pesquisa exploratória; trace estratégias, como na pesquisa exploratória e na resolução dos problemas e a postura do professor de mediar o aprendizado, tudo isso fez com os estudantes participantes dessa pesquisa se tornassem mais responsáveis pela própria aprendizagem.

Desenvolvimento da autoestima

A autoestima é primordial na formação humana e na aprendizagem escolar desde a Educação Infantil. Segundo Baldissera (2010, p. 79), autoestima é “ter a convicção de possuir um valor pessoal que dá condições de atingir suas metas, fazer suas escolhas e em suas relações com os outros poderem crer que há pessoas que gostam de si por aquilo que ela é.”

O fato de, durante as práticas com a Modelagem, os estudantes terem seu papel central no processo da aprendizagem, poderem fazer escolhas, serem encorajados a proporem problemas e buscarem soluções, em que o papel da professora foi de mediadora, constituíram um conjunto de ações que contribuíram para que os estudantes se sentissem capazes e acreditassem em si mesmos.

Frases do tipo “mas será que vai dar certo”, “será que eu consigo?” e “isso é difícil!”, foram substituídas, ao final da prática, por frases mais otimistas: “Que legal aprender assim!”, “a matemática está em toda parte!”. Podemos destacar a fala da estudante A1: *Eu gostei de fazer contas assim e deu pra ver como a matemática está em tudo, até onde a gente nem imagina! [sic]*. Os estudantes puderam perceber seu potencial e se sentirem capazes de aprender Matemática e relacioná-la com as diversas áreas do conhecimento.

Desenvolvimento da empatia

De acordo com o Dicionário online de Português¹⁹, o significado da palavra empatia, no campo da Psicologia, é “Identificação de um sujeito com outro; quando alguém, através de suas próprias especulações ou sensações, se coloca no lugar de outra pessoa, tentando entendê-la.” O exercício da empatia está entre as dez competências gerais da Base Nacional Comum Curricular – BNCC e contribui para fazer-se respeitar e promover o respeito ao outro e aos direitos humanos (BRASIL, 2018).

Em vários momentos da prática realizada com os estudantes, pudemos observar o exercício da empatia entre eles. Destacamos o momento da escolha dos temas, quando as

¹⁹ Pesquisa realizada no endereço eletrônico <https://www.dicio.com.br/empatia/>, acesso em 10/01/2021.

opiniões divergiam, mas demonstraram interesse em ouvir os pontos de vista dos colegas, mesmo não concordando, e ouvindo-os como gostariam de serem ouvidos.

No momento da pesquisa exploratória, elaboração dos problemas e resolução, também foram momentos em que pôde-se observar a empatia dos estudantes. No compartilhar informações, quando convidavam o colega para sentar-se ao lado para compartilhar o aparelho celular para pesquisarem juntos, quando se propunham a explicar ao colega que tinha dúvidas o conteúdo matemático ou o conteúdo referente ao tema da pesquisa.

No momento das apresentações dos dados da pesquisa exploratória também pôde ser observado a empatia dos estudantes uns com os outros. Quando um estudante se sentia desconfortável e tímido na apresentação, os colegas encorajavam e completavam as frases esquecidas.

Na elaboração dos problemas não foi diferente e percebeu-se o sentimento de empatia dos estudantes. Destacamos um momento do Grupo B, quando os estudantes manifestaram sua indignação e descontentamento com algumas ações erradas de alguns estudantes na escola e a sobrecarga de trabalho dos professores. Tais manifestações podem ser evidenciadas pelas falas: *“não é fácil a vida de professor”*; *“tem muito aluno bagunceiro, que não respeita, deve ser difícil aguentar tudo isso”*; *“tem que levar um monte de prova para corrigir em casa, não tem descanso em casa” [sic]*.

Destacamos também a preocupação dos estudantes da turma, em especial os do grupo B, com as questões da diversidade de gênero e com o preconceito e violência que sofrem as pessoas por suas opções sexuais diferentes das ditas “normais”. No momento da análise crítica das soluções do problema, proposto pelo Grupo B, ficaram evidentes esses sentimentos na fala do estudante B4: *A gente faz piadinha sobre o assunto, mas o negócio é sério mesmo. Não dá para ficar tirando sarro das pessoas, todo mundo merece respeito [sic]*. E também, pela fala da estudante C1: *Imagine professora que muitas pessoas são agredidas e até mortas por causa da sua opção sexual [sic]*.

Esses e outros episódios mostram que as práticas de Modelagem Matemática permitiram que os estudantes demonstrassem e exercitassem a habilidade da empatia, tão essencial nas relações humanas na sociedade.

5.6 Considerações gerais sobre as atividades

Por meio das interpretações das práticas realizadas, foi possível observar as contribuições, em muitos aspectos, da Modelagem na Educação Matemática, na formação do ser e dos saberes dos estudantes do Ensino Médio que participaram da pesquisa. Ao permitir que os estudantes investigassem/pesquisassem temas de seu interesse, atribuindo o conhecimento já adquirido, suas experiências, seus anseios, suas impressões, sua bagagem cultural, eles se sentiram mais valorizados no processo de ensino e aprendizagem.

Utilizando a Modelagem Matemática como metodologia de ensino na formação dos saberes dos estudantes, pôde-se promover a aprendizagem e revisar vários conteúdos matemáticos, como função exponencial, função do primeiro grau, construção de gráficos e tabelas e cálculos com números racionais. Vale ressaltar que a aprendizagem desses conteúdos se deu de forma interdisciplinar, em que a Matemática foi relacionada aos conhecimentos da Química, da Biologia, dos fármacos e da Medicina, de forma dinâmica e contextualizada.

Também, as contribuições se deram no âmbito da formação do ser, como a formação do estudante crítico, pesquisador, autônomo, colaborativo, perseverante, entusiasmado, solidário, com empatia, interessado pela aprendizagem, capaz de buscar o conhecimento e de tomar decisões, capaz de atribuir sentido e significado aos conteúdos matemáticos.

5.7 Análise dos depoimentos espontâneos e da entrevista com os estudantes

Após a realização das práticas de Modelagem, foi realizada, com os estudantes participantes da pesquisa, uma entrevista semiestruturada e a coleta de depoimentos espontâneos que desejassem proferir no momento.

Ao serem questionados se gostam de Matemática, apenas dez dos dezesseis estudantes afirmaram gostar. O restante não sabia dizer ou não gostava. No entanto, todos reconheceram a importância da disciplina dentro do espaço escolar, pois, segundo eles, ela “ajuda a desenvolver a mente”, “é importante porque usa em outras matérias”. Fora do espaço escolar, os estudantes reconheceram a importância da Matemática principalmente no contexto das profissões.

A Matemática foi considerada complicada e difícil para a maioria dos estudantes, citando como conteúdos mais difíceis os que estão ligados a álgebra, números negativos, frações, números irracionais e trigonometria.

Quando questionados sobre como queriam que fossem as aulas de Matemática, os estudantes afirmaram que poderia “haver mais atividades de Modelagem”, “usar mais tecnologias”, “mais aulas práticas”, “fazer experimentos nas aulas para aprender”, “realizar situações práticas”, “fazer coisas diferentes, tipo viagens”.

Os estudantes disseram gostar das práticas de Modelagem desenvolvidas e se mostraram bem receptivos à maioria delas, considerando que “foi legal”, “diferente do normal, do corriqueiro”. No entanto, um dos estudantes afirmou ter sentido dificuldade nessa proposta pois, segundo ele, “estamos acostumados com o professor passar tudo no quadro, dar o conteúdo. A gente não está acostumado com esse novo jeito de aprender”.

O que mais chamou a atenção dos estudantes quanto à adoção da Modelagem para ensinar e aprender a Matemática foi o fato dela proporcionar “ver a Matemática onde parece não ter nada a ver”, “poder ver a Matemática em qualquer coisa”, “poder conhecer tantas outras coisas sobre o sono, sobre remédios”, “a gente saiu da sala, usou o celular, o computador, foi bem legal!”, “foi legal, a gente pesquisou, não ficamos copiando as coisas do quadro e resolvendo exercícios”, “eu achei legal a gente trabalhar em grupo, um ajudando o outro”.

Todos estudantes afirmaram que gostariam que a prática com Modelagem Matemática fosse mais frequente nas aulas, pois consideraram uma forma diferente, interessante, dinâmica, que considera os estudantes como pessoas importantes na aprendizagem. Um dos estudantes afirmou que gostou da prática com Modelagem e acha importante esse jeito diferente de aprender Matemática; no entanto, ressaltou que gosta do jeito tradicional, de copiar o conteúdo, usar o livro didático, realizar exercícios e fazer provas.

Através da entrevista e das falas dos estudantes durante a realização das práticas de Modelagem, e possível fazer alguns levantamentos: 1) os estudantes demonstraram satisfação em realizar as práticas de Modelagem Matemática; 2) os estudantes se interessam por aulas que exijam mais ação e participação; 3) a Modelagem deveria estar mais presente nas aulas de Matemática.

As respostas obtidas com a entrevista nos fizeram acreditar ainda mais no potencial da Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino, vindo ao encontro do que foi proposto como objetivo dessa pesquisa.

5.8 Estabelecendo relações com o ser e o saber e os aspectos observados

A análise e interpretação das duas práticas relatadas neste trabalho foram escolhidas dentre quatro propostas realizadas com os estudantes. Os relatos, as interpretações e as considerações se manifestam pelo envolvimento e experiência da professora pesquisadora e dos dezesseis estudantes participantes da pesquisa.

As atividades começaram a partir de um diagnóstico inicial, realizado por meio da observação do comportamento dos estudantes e de diálogos, permitindo conhecer o perfil deles e o que esperam de seu futuro, como por exemplo, qual profissão seguir, se pretendem ingressar no ensino superior ou técnico.

Com os diálogos e observações dos estudantes, anteriormente ao desenvolvimento das práticas, pôde-se constatar que nem todos pretendiam ingressar no Ensino Superior, mas todos revelaram grande preocupação com a formação para a vida e para o mercado de trabalho.

Ainda, antes do início das práticas de Modelagem, foi possível perceber que os estudantes não conheciam a Modelagem Matemática, mesmo sendo um dos encaminhamentos metodológicos sugeridos pelas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná. Esse fator contribuiu para a motivação dos estudantes em conhecer a metodologia e também motivou a professora pesquisadora para o desenvolvimento do trabalho.

A escolha livre do tema pelos grupos contribuiu para romper com o ensino reducionista e compartimentado. Evidenciando que as diferentes áreas do conhecimento se dialogam entre si e que o ensino tradicional, nos dias atuais, não é mais viável. Dessa forma, foi possível evidenciar, com as duas práticas descritas e analisadas neste trabalho, que Matemática, Biologia, Química e Medicina têm conhecimentos afins.

Durante todas as etapas das práticas desenvolvidas, mais especialmente na pesquisa exploratória e na resolução dos problemas, foi possível notar a curiosidade, o empenho e o compromisso dos estudantes que assumiram um papel ativo na busca pelo conhecimento, tornando-se os protagonistas da aprendizagem.

Foi possível notar também que os estudantes apresentam algumas falhas na aprendizagem e que a Modelagem pode oportunizar momentos de rever conteúdos que não estão contemplados na série/ano que se encontram.

Com base nas práticas de Modelagem desenvolvidas com os estudantes, percebeu-se o desenvolvimento de algumas habilidades e competências, já elencadas no item 5.5 deste trabalho, a saber: autonomia, criticidade, pesquisa, colaboração, argumentação e comunicação, responsabilidade, autoestima e empatia. Dessa forma, no quadro abaixo, estabelecemos relações entre essas habilidades e competências com o ser e o saber.

Quadro 9: Relações das habilidades e competências com a relação com o saber de Charlot e o ser e saber dos quatro pilares da educação de Antunes

Relações Habilidades e competências	Relação com o saber de Charlot			Relação com o ser e o saber através dos quatro pilares da educação de Antunes			
	Relação com o mundo	Relação consigo mesmo	Relação com o outro	Aprender a conhecer	Aprender a fazer	Aprender a viver com os outros	Aprender a ser
Desenvolvimento do estudante autônomo		X		X	X		X
Desenvolvimento do estudante crítico		X		X			X
Desenvolvimento do estudante pesquisador		X		X	X		X
Desenvolvimento do espírito colaborativo	X		X	X		X	
Desenvolvimento da capacidade de se comunicar e argumentar	X		X			X	
Desenvolvimento da responsabilidade		X					X
Desenvolvimento da autoestima		X					X
Desenvolvimento da empatia		X	X			X	X

Fonte: a autora, 2021.

Percebemos o desenvolvimento da autonomia como uma relação consigo mesmo, que contribui para o aprender a conhecer, a fazer e a ser, pois a autonomia mobiliza o estudante na busca pelo conhecimento, a tomar decisões e a ser o agente de mudança e transformação dentro e fora da escola.

O desenvolvimento do estudante crítico é uma relação consigo mesmo, que contribui para o aprender a conhecer, questionando a realidade que o cerca, entendendo aprendendo a ser livre e a se opor e enfrentar as situações adversas que venham a surgir na sua vida.

O desenvolvimento do estudante pesquisador é uma relação consigo mesmo, contribui para o aprender a conhecer, a fazer e a ser. A habilidade de pesquisar colabora para que o estudante se mobilize na busca por informações e conhecimento, tornando-se um cidadão consciente e conhecedor de seus direitos e deveres.

O desenvolvimento do espírito colaborativo é uma relação com o outro e com o mundo que contribui para o aprender a conhecer e aprender a viver com o outro. Atitudes de colaboração auxiliam na aprendizagem dentro e fora da escola, nas relações, no trabalho e na sociedade, ajudando na construção de um mundo mais solidário.

O desenvolvimento da capacidade de se comunicar e argumentar é uma relação com o mundo e com o outro, que contribui para o aprender a viver com os outros. Essa competência favorece as relações entre as pessoas, o desenvolvimento profissional, pois permite que o indivíduo se expresse seja compreendido.

O desenvolvimento da responsabilidade é uma relação consigo mesmo que implica no aprender a ser. Esta competência é primordial para a aprendizagem no âmbito escolar, profissional e social.

O desenvolvimento da autoestima é a relação consigo mesmo que contribui para o aprender a ser. Essa competência é fundamental no atual mundo em que vivemos, onde a competitividade e as outras consequências do capitalismo e da globalização imperam, que, por muitas vezes, desconsideram o sujeito, priorizando lucro, qualidade e eficácia.

O desenvolvimento da empatia é a relação consigo mesmo e com o outro, contribuindo para o aprender a viver com os outros e o aprender a ser. A empatia também se faz necessária no mundo capitalista em que vivemos, que, por muitas vezes, é esquecida e dominada por ações individualistas que não levam em consideração o coletivo.

Além das competências e habilidades elencadas no quadro acima, temos também, como contribuições observadas durante a pesquisa, a aprendizagem de conteúdos matemáticos, como função do 1º grau, função exponencial, operações com números racionais e gráficos e tabelas. Ainda, a aprendizagem de conteúdos da área da Biologia, da Química, da Medicina e dos fármacos. Esses conhecimentos compreendem a relação com o mundo, o aprender a conhecer e o aprender a fazer.

Também, pode-se observar as ações e interações dos estudantes durante a realização da prática com a Modelagem, o interesse pelas atividades, a motivação e a receptividade à

aprendizagem dos conteúdos matemáticos, contemplam a relação consigo mesmo e no aprender a ser.

Na relação com o mundo, aprender a conhecer e aprender a fazer, evidenciamos as experiências pessoais dos estudantes e o desejo de aprender que demonstraram ter durante as práticas de Modelagem Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste momento de finalização do trabalho é importante retomar aos problemas iniciais que culminaram nesta pesquisa.

O baixo desempenho dos estudantes da Educação Básica nas avaliações de larga escala, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) na disciplina de Matemática, nos trouxe inquietação.

De um lado, temos famílias e estudantes preocupados com a aprendizagem, reconhecendo a importância da Matemática para a vida e para o futuro profissional. De outro, temos os professores que se sentem impotentes e acabam atribuindo a culpa do fracasso escolar ao desinteresse dos estudantes, às famílias, ao sistema educacional e à falta de incentivo do governo em cursos de formação e atualização docente.

Esses dados nos fizeram refletir que o atual modelo de ensino da Matemática, pautado na repetição e memorização, não é mais viável nos dias atuais. As próprias Diretrizes Curriculares Estaduais para a disciplina (PARANÁ, 2008) ressaltam que os conteúdos matemáticos devem ser trabalhados de forma contextualizada, para que contribuam para a crítica às contradições sociais, políticas e econômicas presentes na sociedade atual.

Dessa forma, o documento aponta algumas metodologias para o ensino da Matemática que podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. Dentre essas metodologias sugeridas está a Modelagem Matemática, que fundamentou esta pesquisa.

Esta pesquisa partiu da seguinte questão: Que contribuições, a partir das práticas com Modelagem na Educação Matemática, se mostram em relação ao ser e aos saberes dos estudantes do Ensino Médio? Diante dessa questão, desdobraram-se os objetivos, sendo eles: identificar e analisar, a partir das práticas com Modelagem, as ações e interações dos

estudantes participantes; identificar e analisar aspectos do cotidiano dos estudantes participantes da pesquisa quando se propõe os temas de seus interesses; elaborar material didático sobre atividades envolvendo práticas com Modelagem na perspectiva da Educação Matemática.

Respondendo à questão motivadora desta pesquisa, pudemos observar o desenvolvimento de algumas capacidades e habilidades: desenvolvimento do estudante autônomo, desenvolvimento do estudante crítico, desenvolvimento do estudante pesquisador, desenvolvimento do espírito colaborativo, desenvolvimento da capacidade de argumentar e se comunicar, desenvolvimento da responsabilidade, desenvolvimento da autoestima e o desenvolvimento da empatia.

Na relação consigo mesmo e no aprender a ser, observamos as ações e interações dos estudantes participantes da pesquisa mostraram que, quando se propõe questões do seu interesse, neste caso aqui, quando a Matemática se abre para acolher seus interesses, os estudantes se mostram mais motivados e receptivos à aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Na relação com o mundo, o aprender a conhecer e aprender a fazer, outro aspecto evidenciado foi que situações cotidianas e pertencentes ao mundo real, ilustrado aqui por experiências pessoais dos estudantes, e a relação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, como a Biologia, Química, Medicina e fármacos, contribuem para a aprendizagem da disciplina e contribuem para a motivação, o desejo de aprender e a percepção da presença da Matemática nos mais diversos campos do conhecimento, bem como, revela a sua utilidade no dia a dia.

Sendo assim, no campo dos saberes, na relação com o mundo e com o aprender a conhecer e aprender a fazer, pudemos observar, com esta pesquisa, que os estudantes foram capazes de aprender e/ou relembrar os conteúdos de Pesquisa e Estatística, levantando e interpretando informações, dispendo dados em tabelas e gráficos. Também, operaram com números racionais na forma inteira, decimal e fracionária. Outro conteúdo matemático trabalhado foi o de função polinomial do 1º grau e função exponencial.

Na relação consigo mesmo e com o mundo, observamos que os estudantes demonstraram empatia, responsabilidade, criticidade, respeito pelo outro e pelas diversidades. Se mostraram mais comunicativos, mais interessados pela aprendizagem e mais colaborativos com seus colegas, contribuições essas com a relação consigo mesmo e com o outro

O terceiro objetivo consistiu na elaboração de um produto educacional. O resultado foi uma *Web Quest* que poderá subsidiar a busca do conhecimento do professor de Matemática da Educação Básica na compreensão do que é a Modelagem Matemática e como utilizá-la em suas práticas.

Por fim, deixamos como desejo de uma futura pesquisa, a aplicação da *Web Quest* produzida neste trabalho a alguns professores da Educação Básica, com vistas a análise das relações da Modelagem Matemática com o saber dos estudantes.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W. de; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem Matemática – com o que estamos lidando: modelos diferentes ou linguagens diferentes? **Rev. Acta Scientiae**, v.14, n.2, p. 215-239, maio/ago. 2012.
- ALMEIDA, L. M. W. de; FERUZZI, E. C. Uma Aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática. ALEXANDRIA **Rev. de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.117-134, jul. 2009 ISSN 1982-5153.
- ALMEIDA, L. M. W. de; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**. Bolema, Rio Claro – SP, v. 17, n. 22, set. 2004.
- ANTUNES, Celso. **A prática dos quatro pilares da Educação na sala de aula**. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 3. ed., 2010.
- ARRUDA, J. P. de. **A Moderna Matemática no Ensino Primário e o Colégio de Aplicação da UFSC**: primeiras impressões. Educere-PUC, 2008.
- ASSMANN, Hugo; SUNG, Jung Mo. **Competência e sensibilidade solidária: educar para a esperança**. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2. ed., 2000.
- BALDISSERA, Deolino Pedro. **Navegando em reflexões sobre a vida**. 1. Ed. São Paulo: Brasil, 2010.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais. Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: O que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R.C. **Ensino – aprendizagem com Modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Rev. de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL. **Constituição Federal de 1988**.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Secretaria de Direitos Humanos da Presidência da República. **Caderno de Educação em Direitos Humanos. Educação em Direitos Humanos: Diretrizes Nacionais**. Brasília: Coordenação Geral de Educação em SDH/PR, Direitos Humanos, Secretaria Nacional de Promoção e Defesa dos Direitos Humanos, 2013.

BURAK, D. (1987). **Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. Dissertação de Mestrado. Rio Claro, Unesp.

BURAK, D. (1992). **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BURAK, D. (2004). **A Modelagem Matemática e a sala de aula – I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática I EPMEM**. Anais. Londrina.

BURAK, D. (2010). **Modelagem Matemática sob um olhar da educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula**. *Revista de Modelagem na Educação Matemática*, v. 1 n. 1, p.10 – 26.

BURAK, D.; KLUBER, T. E. (2008). Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. **Acta Scientiae ULBRA**, Canoas. v.10, p. 93-106, jul/dez.

BURAK, D.; KLÜBER. T. E. Educação Matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza. *Acta Scientiae – Rev. de Ensino de Ciências e Matemática* Vol. 10 - Nº 2 - Jul./Dez. 2008- Canoas –RS.

BÚRIGO, E. Z. **Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60**. Dissertação de Mestrado em Educação – UFRS, Porto Alegre, 1989.

BÚRIGO, E. Z. O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Encontro de Certezas e Ambigüidades. Curitiba, PR. In: **Rev. Diálogo Educacional/PUCPR**, v. 6 n. 18, 2006, p 35-47.

CALDEIRA, A. D. (2004). Modelagem matemática na formação do professor de matemática: desafios e possibilidades. In: **ANPED SUL**. Anais. Curitiba: UFPR. 1CD-ROM.

CALDEIRA, A. D. (2005). A modelagem matemática e suas relações com o currículo. In: **IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática – CNMEM**. Anais... Feira de Santana: UEFS – 1CD-ROM.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. Modelagem Matemática: alunos em ação. In. **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.;BISOGNIN, E. (Org). Londrina: Eduel, 2015.

CALDEIRA, A.D. Modelagem Matemática: um outro olhar. Alexandria. **Rev. de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009. Disponível em: Acesso em: 07 dez. 2019.

CHARLOT, B. Da relação com o saber: elementos para uma teoria. São Paulo: Artmed, 2000.

CHARLOT, B. O sujeito e a relação com o saber. In: BARBOSA, R. L. L. (Org.). Formação de educadores: desafios e perspectivas. São Paulo: UNESP, 2003. p. 23-33.

CHARLOT, Bernard (2007). Educação e Globalização: uma tentativa de colocar ordem no debate. *Sísifo*: **Rev. de Ciências da Educação da Universidade de Lisboa**, n. 04, p. 129-136, set/dez 2007. Consultado em junho de 2021 em <http://sisifo.fpce.ul.pt>

CHARLOT, Bernard. O professor na sociedade contemporânea: um trabalhador na contradição, In: D'ÁVILA, Cristina Maria (org.) *Ser professor na contemporaneidade: desafios, ludicidade e protagonismo*. Curitiba: Editora CRV, 2013, p.15-39.

CLARAS, A. F.; PINTO, N. B. **O Movimento da Matemática Moderna e as Iniciativas de Formação Docente**. Educere-PUC, 2008.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

FELICETTI, Vera Lucia. **Comprometimento do estudante: um elo entre aprendizagem e inclusão social na qualidade da Educação Superior**. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, PUCRS. Porto Alegre, 2011.

FORTESKI, Daiane. **Um estudo sobre a interdisciplinaridade com práticas de modelagem matemática**. 2019 Dissertação (Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Estadual do Centro – Oeste.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Editora Paz e Terra; 1996. (Col. Leitura).

GOERGEN, Pedro L. **Cultura e formação**: a ideia de formação humana na sociedade contemporânea. Pro-Posições: Campinas – SP, v. 30, 2019.

KACZMAREK, Derli. **Práticas curriculares com modelagem matemática numa perspectiva de educação matemática**: um olhar sobre suas dimensões. 2019. Tese (Educação) -Universidade Estadual de Ponta Grossa.

KACZMAREK, Derli. **Modelagem no ensino de matemática**: um viés na ação e interação do processo de ensino e aprendizagem. 2014. Dissertação (Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa.

KILPATRICK, J. (1996). **Ficando estacas**: uma tentativa de demarcar a EM como campo profissional e científico. Zetetiké, Campinas: CEMPEM- FE - Unicamp, v.4, n.5, p. 99-120.

KOMAR, M. F. C., **A Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental**: Ações e Interações. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Unicentro, Guarapuava, 2017.

LEITE, Kátia da Costa. **Modelagem Matemática na Educação do Campo**: tecendo novos caminhos. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Unicentro, Guarapuava, 2018.

LEWGOY, A. M. B; ARRUDA, Maria P. **Novas tecnologias na prática profissional do professor universitário**: a experimentação do diário digital. In: Revista Texto & Contextos. EDIPUCRS. Porto Alegre: 2004.

LÜDKE, M e ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACEDO, Aline Cardoso de Oliveira. **Co-responsabilidade do aprender**: o dar-se conta do estudante e o agir pedagógico. Tese (doutorado) Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande/RS, 2018.

MENDES, Thamiris Chistine; BACCON, Ana Lúcia Pereira. Refletindo o cotidiano escolar: do ser professor à relação com o saber. **Rev. Transmutare**, Curitiba, v . 1, n. 2, p. 256-274, jul./dez. 2016.

MIGUEL, N., GARNICA, A.V. M., IGLIORI, S. B. C., D'AMBRÓSIO, U. **A educação matemática**: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. Revista Brasileira de Educação. São Paulo, n.27, p. 70 – 93, 2004.

MIZUKAMI, M. da G. N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L.S. Shulman. **Rev. Educação**, Santa Maria, v.29, n. 02, p.33-49, 2004.

MIZUKAMI, M. da G. N. **Ensino**: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

MORIN, Edgar. **A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento.** Tradução de Eloá Jacobina. 9. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2004.

MORIN, Edgar. **Os sete saberes necessários à educação do futuro.** Tradução: Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya. 12. ed. – São Paulo: Cortez - Brasília, DF: UNESCO, 2007.

PARANÁ, **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**, 2008.

RODRIGUES, Sylvia Regina de Chiaro Ribeiro. **Argumentação em sala de aula: um caminho para o desenvolvimento da autorregulação do pensamento.** Tese (doutorado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife – PE, 2006.

SILVA, V. A. da. Relação com o saber na aprendizagem matemática: uma contribuição para a reflexão didática sobre as práticas educativas. **Rev. Brasileira de Educação**, v. 13 n. 37 jan./abr., p. 150-190, 2008.

SILVEIRA, E; CALDEIRA, A. D. **Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos.** Bolema, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 1021-1047, ago. 2012.

ANEXOS

ANEXO 1: Autorização da Instituição Coparticipante

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED


PARANÁ
UNIVERSIDADE DO OESTE
Secretaria da Educação

ANEXO V da RESOLUÇÃO N.º 406/2018 – GS/SEED

CONCORDÂNCIA DA INSTITUIÇÃO COPARTICIPANTE

Declaramos para os devidos fins que a realização da pesquisa intitulada Modelagem na Educação Matemática: implicações na formação do ser e do saber, realizada por Maria Mazur, sob o RG 10.210.359-9, nas dependências do Colégio Estadual do Campo Capitão Domingos Vieira Lopes do Núcleo de Irati, está autorizada mediante entrega de Parecer do Comitê de Ética da Universidade Estadual do Centro-Oeste.

Prudentópolis, 07 de maio de 2019.

COL. EST. CAPITÃO DOMINGOS VIEIRA LOPES
ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO
RIO D'AREIA
1400-000 - PRUDENTÓPOLIS - PR

ADRIANO ALVES DA CRUZ NETO
RES-6012/2011 DOE 09/01/2012
DIRETOR RG: 8.629.486-6


Adriano Alves da Cruz Neto – Diretor do Col. Est. Do Campo Cap. Domingos
Vieira Lopes

Obs: a declaração deverá estar em papel timbrado ou carimbado pelo declarante.

ANEXO 2: Termo de Concordância do NRE para a Unidade Cedente

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED



ANEXO VI da RESOLUÇÃO N.º 406/2018 – GS/SEED

TERMO DE CONCORDÂNCIA DO NRE PARA A UNIDADE CEDENTE

Irati, 17 de junho de 2019.

Senhor (a) Coordenador (a),

Declaramos que este Núcleo Regional de Educação de Irati está de acordo com a condução do projeto de pesquisa **MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO SABER**, a ser realizado pela pesquisadora **Maria Mazur** na Unidade, Colégio Estadual do Campo Capitão Domingos Vieira Lopes, tão logo o projeto seja aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa, com Seres Humanos, da UNICENTRO.

Estamos cientes que os participantes da pesquisa serão estudantes da 3ª série do Ensino Médio, pertencentes à Rede Pública de Ensino do Estado do Paraná, bem como de que o presente trabalho deverá seguir a Resolução 468/2012 (CNS) e o Decreto nº 7037, de 2009.

Da mesma forma, temos ciência que o (a) pesquisador (a) somente poderá iniciar a pesquisa pretendida após encaminhar, a esta Instituição, uma via do parecer de aprovação do estudo emitido pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Unicentro.

Irati, 17 de junho de 2019.



Representante da OAR do NRE
PRO. S. 000.483-1
Assessoria Pedagógica - CITE
Coordenação PDE
NRE, Irati


Chefe do NRE

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
NÚCLEO REGIONAL DE EDUCAÇÃO
Rua Coronel Emílio Corrêa, 111
Fone/Fax: (41) 3421-3200
84.500-000 - Irati - Paraná

ANEXO 3: Check list documental



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE –
UNICENTRO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO –
PROPEP
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – COMEP

CHECK-LIST

Título da pesquisa:			
MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO SABER			
Identificação dos Pesquisadores			
. Pesquisador responsável: Maria Mazur, mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Unicentro e professora contratada da Secretaria Estadual de Educação do Paraná.			
. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/7272273242452904			
. Telefone fixo e celular: (42) 99949 1857			
. Email: mariamazur12@gmail.com			
. Equipe de pesquisa (se houver):			
. Instituição proponente: Unicentro (X) Campo Real () Guairacá () Outro ()			


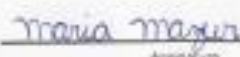
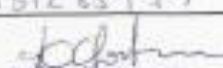
Tipo de Pesquisa			
TCC () Especialização () Mestrado (X) Doutorado () PQI () PQE () PQC () IC () Extensão () Outro () Especificar: _____			
. Instituição Coparticipante: Colégio Estadual do Campo Capitão Domingos Vieira Lopes, instituição ligada ao Núcleo Regional de Educação de Irati.			
. Local, unidade ou serviço onde o estudo será realizado: Colégio Estadual do Campo Capitão Domingos Vieira Lopes, localizado na localidade de Rio de Areia, município de Prudentópolis, PR.			
Considerações para Apresentação do Projeto			
	SIM	NÃO	N/A
Inseriu o nome dos colaboradores na equipe de pesquisa, se houver?			X
Inseriu O nome da Instituição Coparticipante, se houver?	X		
Todos os documentos obrigatórios estão preenchidos e assinados?	X		
Apresenta justificativa de dispensa do TCLE (no projeto postado na plataforma), se houver?			X
O Cronograma apresentado na Plataforma Brasil é o mesmo do projeto completo (arquivo do pesquisador)?	X		
A coleta de dados está prevista para, no mínimo 40 dias após a submissão do projeto?	X		



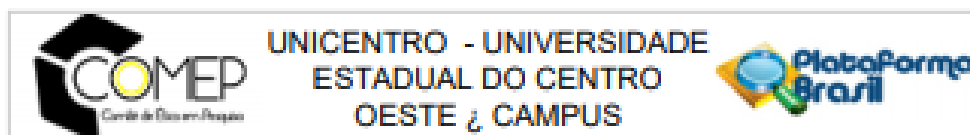
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE –
 UNICENTRO
 PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO –
 PROPESP
 COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – COMEP

Documentos Obrigatórios			
	SIM	NÃO	N/A
Carta de anuência da Instituição Coparticipante (redigida em papel timbrado, se houver), contendo assinatura do responsável, com especificação clara do cargo/função de quem assina a carta.	X		
Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE	X		
Termo de Assentimento – TALE (para menores de idade (6 a 18 anos))	X		
Projeto completo (arquivo do pesquisador)	X		
Instrumento(s) de coleta de dados foram anexado(s) separadamente na Plataforma?	X		
Folha de rosto com todos os campos preenchidos, com assinatura e carimbo do responsável da Instituição Proponente (chefe de Departamento/colegiado, Diretor da Instituição, Coordenador, etc...)	X		
Orçamento detalhado (no projeto postado na Plataforma Brasil)	X		
Cronograma com delimitação clara de cada etapa da pesquisa	X		
Descrição dos critérios de inclusão e de exclusão dos participantes.	X		
Descrição clara dos riscos , bem como as formas de assistência , no projeto postado na Plataforma Brasil e no TCLE.	X		
Na metodologia/método do estudo, descrição clara de: tipo de estudo, do local e participantes do estudo, do número de participantes na pesquisa e da técnica de coleta dos dados e da análise dos dados.	X		

ANEXO 4: Folha de rosto documental

 MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa - CONEP FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS			
1. Projeto de Pesquisa: MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO SABER			
2. Número de Participantes da Pesquisa: 32			
3. Ano Tercina:			
4. Área do Conhecimento: Grande Área 1, Ciências Exatas e da Terra, Grande Área 7, Ciências Humanas			
PESQUISADOR RESPONSÁVEL			
5. Nome: MARIA MAZUR			
6. CPF: 305.305.109-82		7. Endereço (Rua, n.º): Rua Côcoão Francisco Durão Silva Jardim Brasil casa PRUDENTOPOLIS PARANA 84400000	
8. Nacionalidade: BRASILEIRO		9. Telefone: 4299401857	10. Outro Telefone: 11. E-mail: marianam12@gmail.com
<p>Termo de Compromisso: Declaro que cumpri e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Assumo as responsabilidades pela condução científica do presente projeto acima. Tenho ciência que esta folha será anexada ao presente Projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.</p>			
Data: <u>04</u> / <u>07</u> / <u>2019</u>		 _____ Assinatura	
INSTITUIÇÃO PROPONENTE			
12. Nome: Universidade Estadual do Centro Oeste - UNICENTRO		13. CNPJ: 77.932.914/0001-12	14. Unidade/Orgão:
15. Telefone: (42) 3623-6177		16. Outro Telefone:	
<p>Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que cumpri e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.</p>			
Responsável: <u>Anelisa Cristiane</u>		CPF: <u>47151285949</u>	
Cargo/Função: <u>Coordenadora de Plano</u>		 Prof. Ana Lúcia Cristiane COORDENADORA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA FORT. LEOPOLDINA/PR PARANÁ	
Data: <u>04</u> / <u>07</u> / <u>2019</u>			
PATROCINADOR PRINCIPAL			
Não se aplica.			

ANEXO 5: Parecer do Comitê de Ética em Pesquisa



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO SABER

Pesquisador: MARIA MAZUR

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 19230919.7.0000.0108

Instituição Proponente: Universidade Estadual do Centro Oeste - UNICENTRO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.594.783

Apresentação do Projeto:

Trata-se da apreciação do projeto de pesquisa intitulado **MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO SABER**, de interesse e responsabilidade da proponente MARIA MAZUR.

É uma pesquisa de cunho qualitativo a ser desenvolvida com estudantes do Ensino Médio, num colégio estadual do município de Prudentópolis. A pesquisadora, e também professora da disciplina de matemática da turma, proporá atividades utilizando-se da Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak (1992) como metodologia de ensino. a hipótese levantada é de que Quando estudantes são expostos à atividades de seu interesse, desafiadoras e motivadoras, estes apresentam maior interesse em aprender e conseqüentemente, outros aspectos, competências e habilidades podem ser desenvolvidas nesses estudantes, como a cooperação, o diálogo, o respeito, o saber ouvir e repetir a opinião do outro.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Investigar e analisar que contribuições, a partir das práticas com Modelagem na Educação Matemática se mostram em relação ao ser e os saberes dos estudantes do Ensino Médio.

Objetivo Secundário:

Identificar e analisar a partir das práticas com Modelagem, as ações e interações dos estudantes

Endereço: Alameda Élio Antonio Dalla Vecchia, nº 808 - Campus CEDETEG - (ao lado dos laboratórios do curso de
Balno: Via Carl **CEP:** 85.040-167
UF: PR **Município:** GUARAPUAVA
Telefone: (42)3629-8177 **Fax:** (42)3629-8100 **E-mail:** comep@unicentro.br



UNICENTRO - UNIVERSIDADE
ESTADUAL DO CENTRO
OESTE & CAMPUS



Continuação do Parecer: 3.584.713

participantes;• Identificar e analisar aspectos do cotidiano dos estudantes participantes da pesquisa quando propõe os temas de seus interesses;• Elaborar material didático sobre atividades envolvendo práticas com Modelagem na perspectiva da Educação Matemática

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Segundo a pesquisadora:

Riscos:

Os riscos que os sujeitos envolvidos com a pesquisa podem sofrer é com algum constrangimento, pois ao final da pesquisa, será realizada uma entrevista, na qual, se o indivíduo for tímido, pode se sentir envergonhado. Excluído esse risco, nada mais pode ser encontrado.

Benefícios:

Os benefícios aos participantes da pesquisa são de grande valia na aprendizagem, uma vez que a metodologia Modelagem Matemática que será abordada durante a pesquisa nunca ou quase nunca é trabalhada no Ensino Básico. Ainda, as atuais pesquisas mostram que ela pode contribuir significativamente para a aprendizagem de matemática e de outras áreas do conhecimento, pois ela faz a interligação da matemática e as demais áreas do conhecimento. O foco nesta pesquisa é observar se, além da contribuição para a aprendizagem da matemática e outras áreas do conhecimento, se ela pode contribuir para o desenvolvimento de outras habilidades e competências que não estão diretamente ligadas aos objetivos da escola, mas que são essenciais a formação de todas as pessoas.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A presente pesquisa apresenta relevância científica com método adequado para atingir aos objetivos propostos.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

1) Check List inteiramente preenchido; está presente, e completo;

2) Folha de rosto com campos preenchidos e com carimbo identificador e assinada por; Ana Lúcia Crisostimo, coordenadora do programa de pós graduação em ciencias naturais e estudo da matemática UNICENTRO;

3) Carta de anuência presente em papel timbrado do núcleo estadual de educação e assinada por Gislaíne Gomes da Silva Bine, representante do Núcleo regional de educação. No entanto a

Endereço: Alameda Élio Antonio Dalla Vecchia, nº 838 - Campus CEDETEG - (ao lado dos laboratórios do curso de
Bairro: Vila Carl **CEP:** 85.040-167
UF: PR **Município:** GUARAPUAVA
Telefone: (41)3629-8177 **Fax:** (41)3629-8100 **E-mail:** comep@unicentro.br

Página 02 de 03



UNICENTRO - UNIVERSIDADE
ESTADUAL DO CENTRO
OESTE & CAMPUS



Continuação do Parecer: 3.584.763

pesquisa ocorrerá em Prudentópolis e a pesquisa tem parecer favorável do núcleo regional de Itaiti;

4) TCLE (termo de consentimento livre e esclarecido) está presente direcionado aos pais, onde os riscos estão bem delimitados e há a presença dos dizeres padrão em relação à assessorias (Integral, imediata e gratuita);

4.1) TALE (Termo de Assentimento para menores de idade ou incapazes); está presente e completo;

5) Projeto de pesquisa completo anexado pela pesquisadora;

6) Instrumento para coleta dos dados (questionário/roteiro/questões norteadora) presente;

7) Cronograma do projeto com vigência da pesquisa de jan/2019 a dez/2020, estando a coleta de dados agendada para set/2019;

8)- Orçamento presente.

Recomendações:

(1)- Ressalta-se que segundo a Resolução 466/2012, item XI – DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL, parágrafo f), é de responsabilidade do pesquisador “manter os dados da pesquisa em arquivo, físico ou digital, sob sua guarda e responsabilidade, por um período de 5 anos após o término da pesquisa.”

(2)- O TCLE, Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, deve ser emitido em duas vias de igual teor. Todas as vias devem ser assinadas pelo pesquisador responsável e pelo participante. Uma via deverá ser entregue ao participante e a outra fará parte dos documentos do projeto, a serem mantidos sob a guarda do pesquisador.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

A presente pesquisa está em conformidade com a Resolução 466/2012. Este CEP considera que todos os esclarecimentos necessários foram devidamente prestados, estando este projeto de pesquisa apto a ser realizado, devendo-se observar as informações presentes no item “Recomendações”.

Endereço: Alameda Élio Antonio Della Vecchia, nº 838 - Campus CEDETEG - (ao lado dos laboratórios do curso de
Bairros: Vila Carl
UF: PR Município: GUARAPUAVA CEP: 85.040-167
Telefone: (42)3629-8177 Fax: (42)3629-8100 E-mail: comep@unicentro.br

Página 03 de 05



Continuação do Parecer: 3.594.783

Considerações Finais a critério do CEP:

Em atendimento à Resolução CNS/MS- 466/2012, deverá ser encaminhado ao CEP o relatório parcial assim que tenha transcorrido um ano da pesquisa e relatório final em até trinta dias após o término da pesquisa.

Qualquer alteração no projeto deverá ser encaminhada para análise deste comitê.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB INFORMACOES BÁSICAS DO PROJETO_1382073.pdf	11/09/2019 17:55:24		Aceito
Outros	carta_resposta_pendencias.docx	11/09/2019 17:54:08	MARIA MAZUR	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	tale_maria_modificado.pdf	11/09/2019 17:46:39	MARIA MAZUR	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	check_list_maria_modificado.pdf	11/09/2019 17:42:16	MARIA MAZUR	Aceito
Parecer Anterior	PB_PARECER_CONSUBSTANCIADO_CEP_3527835.pdf	11/09/2019 16:13:53	MARIA MAZUR	Aceito
Outros	anuencia_escola_participante.pdf	11/09/2019 16:11:36	MARIA MAZUR	Aceito
Cronograma	Cronograma_pesquisa_maria.pdf	10/09/2019 18:26:27	MARIA MAZUR	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	tcle_maria.pdf	10/09/2019 18:25:22	MARIA MAZUR	Aceito
Orçamento	orcamento_financieiro.pdf	11/07/2019 14:14:04	MARIA MAZUR	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projeto_pesquisa_maria.pdf	11/07/2019 14:13:42	MARIA MAZUR	Aceito
Outros	questoes_pesquisa_maria.pdf	09/07/2019 15:14:41	MARIA MAZUR	Aceito
Outros	termo_concordancia_nucleo.pdf	09/07/2019 15:13:06	MARIA MAZUR	Aceito
Folha de Rosto	folhaderosto_maria.pdf	08/07/2019 16:42:39	MARIA MAZUR	Aceito

Endereço: Alameda Élio Antonio Dalla Vecchia, nº 838 - Campus CEDETEG - (ao lado dos laboratórios do curso de
Bairro: Vila Carlí CEP: 85.040-167
UF: PR Município: GUARAPUAVA
Telefone: (42)3629-8177 Fax: (42)3629-8100 E-mail: comep@unicentro.br



UNICENTRO - UNIVERSIDADE
ESTADUAL DO CENTRO
OESTE & CAMPUS



Continuação do Parecer: 3.584.763

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

GUARAPUAVA, 24 de Setembro de 2019

Assinado por:

Gonzalo Ogliari Dal Forno
(Coordenador(a))

Endereço: Alameda Élio Antonio Dalla Vecchia, nº 838 - Campus CEDETEG - (ao lado dos laboratórios do curso de
Balno: Vila Carl **CEP:** 85.040-167
UF: PR **Município:** GUARAPUAVA
Telefone: (42)3629-8177 **Fax:** (42)3629-8100 **E-mail:** comep@unicentro.br

Página 02 de 05

ANEXO 6: Termo de concordancia do NRE

ANEXO VI da RESOLUÇÃO N.º 406/2018 – GS/SEED

TERMO DE CONCORDÂNCIA DO NRE PARA A UNIDADE CEDENTE

Irati, 17 de junho de 2019.

Senhor (a) Coordenador (a),

Declaramos que este Núcleo Regional de Educação de Irati está de acordo com a condução do projeto de pesquisa **MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO SABER**, a ser realizado pela pesquisadora **Maria Mazur** na Unidade, Colégio Estadual do Campo Capitão Domingos Vieira Lopes, tão logo o projeto seja aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa, com Seres Humanos, da UNICENTRO.

Estamos cientes que os participantes da pesquisa serão estudantes da 3ª série do Ensino Médio, pertencentes à Rede Pública de Ensino do Estado do Paraná, bem como de que o presente trabalho deverá seguir a Resolução 466/2012 (CNS) e o Decreto nº 7037, de 2009.

Da mesma forma, temos ciência que o (a) pesquisador (a) somente poderá iniciar a pesquisa pretendida após encaminhar, a esta Instituição, uma via do parecer de aprovação do estudo emitido pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Unicentro.

Irati, 17 de junho de 2019.


Representante da UNICENTRO no NRE
CNPJ nº 06.965.462-2
Assessoria Pedagógica CRTE
Coordenação PDE
NRE Irati

Chefia do NRE

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
NÚCLEO REGIONAL DE EDUCAÇÃO
Rua Coronel Emílio Gomes, 111
Fone/Fax: (42) 3421-2200
84.500-000 - Irati - Paraná

ANEXO 7: Termo para autorizacao de uso da pesquisa

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED



ANEXO VII da RESOLUÇÃO N.º 406/2018 – GS/SEED

TERMO PARA AUTORIZAÇÃO DE USO DA PESQUISA

1. Identificação do autor

Nome completo: Maria Mazur

CPF: 068.366.169-82

E-mail: mariamazur12@gmail.com

Titulação: Licenciatura em Matemática e Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática

2. Identificação da Obra

Projeto de Pesquisa outros: _____

Título da Obra: Modelagem na Educação Matemática: implicações na formação do ser e do saber

Programa/Curso de Pós-Graduação: Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática

Orientador: Professor Dr Dionisio Burak

Data de conclusão: fevereiro de 2021

IES vinculada à pesquisa: UNICENTRO

Área do conhecimento: Ensino de Matemática

Previsão de data para conclusão do produto final: fevereiro de 2021

3. Termo de autorização

Autorizo a Secretaria de Estado da Educação (SEED) publicar o documento de minha autoria, acima identificado, no Portal Dia a Dia Educação, para fins específicos, educativos, técnicos e culturais, nos termos da Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998 e da Constituição Federal de 1988.

Essa autorização é uma licença não exclusiva, concedida à SEED a título gratuito, por prazo indeterminado, válida para a obra em seu formato original.

Declaro possuir a titularidade dos direitos autorais sobre a obra e

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED



assumo total responsabilidade civil e penal quanto ao conteúdo, citação, referências e outros elementos que fazem parte da (s) OBRA (s). Estou ciente de que todos os que de alguma forma colaboraram com a elaboração das partes ou da obra como um todo tiveram seus nomes devidamente citados e/ou referenciados, e que não há qualquer impedimento, restrição ou limitação para a plena validade, vigência e eficácia da autorização concedida.

Prudentópolis, 07 de maio de 2019.

Maria Mazur

Nome e assinatura do autor

ANEXO 8: Termo de consentimento livre esclarecido

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE –
UNICENTRO PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-
GRADUAÇÃO – PROPESP COMITÊ DE ÉTICA EM
PESQUISA – COMEP**

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)
DIRECIONADO AOS PAIS OU RESPONSÁVEIS**

Prezados pais ou responsáveis

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa **MODELAGEM NA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO
SABER,**

sob a responsabilidade de Maria Mazur, que irá investigar as implicações que decorrem da adoção da Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, em relação ao ensino da Matemática para estudantes do Ensino Médio. Sua participação consiste em autorizar seu(a) filho(a) a participar do processo de coleta de dados. A atividade de Modelagem Matemática na perspectiva adotada nessa pesquisa, parte do interesse dos alunos, podendo

contribuir para uma aprendizagem significativa não só da matemática, mas de outras disciplinas e áreas do conhecimento.

O presente projeto de pesquisa foi aprovado pelo COMEP/UNICENTRO.

DADOS DO PARECER DE APROVAÇÃO

emitido Pelo Comitê de Ética em Pesquisa, COMEP-UNICENTRO

Número do parecer: (inserir após aprovação do projeto pelo COMEP, para entregar ao participante)

- 1. PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA:** Ao participar desta pesquisa seu filho (a) estará adquirindo conhecimento de como ocorre a utilização da Modelagem Matemática enquanto uma metodologia de ensino da matemática. As etapas para o desenvolvimento da atividade proposta para esta pesquisa são: Escolha do Tema; Pesquisa Exploratória; Levantamento do(s) Problema(s); Resolução do(s) Problema(s) e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos (ou não matemáticos) no contexto do tema e Análise crítica da(s) solução(ões). Os estudantes serão divididos em pequenos grupos e seguirão, sob orientação da pesquisadora, as etapas acima mencionadas. Para tanto, os estudantes poderão realizar pesquisas em livros, revistas e sites da internet, realizar entrevista e/ou visita à pessoas ou órgãos. As etapas de Resolução do(s) Problema(s) e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos (ou não matemáticos) no contexto do tema e Análise crítica da(s) solução(ões) serão realizadas em sala de aula, durante as aulas da disciplina de Matemática. Para poder coletar dados e informações, a pesquisadora fará gravações de áudio de conversas e considerações relevantes durante a realização das atividades pelos alunos. Também, a pesquisadora fará anotações dos acontecimentos e falas que julgar importantes para a pesquisa, bem como, registro de fotos e entrevista semiestruturada aos estudantes.

Lembramos que a participação de seu(a) filho(a) é voluntária, você tem a liberdade de permitir ou não que ele(a) participe, e ele(a) pode desistir, em

qualquer momento, mesmo após ter iniciado as atividades, sem nenhum prejuízo para você ou a seu(a) filho(a).

- 2. RISCOS E DESCONFORTOS:** Os procedimentos utilizados nesta pesquisa, como a entrevista, a gravação em áudio e as fotos, poderão trazer algum desconforto como constrangimento e insegurança. A pesquisa exploratória poderá apresentar desconforto, uma vez que o(a) aluno(a) poderá se ausentar de casa para a realização da mesma. Ainda, ela pode apresentar um risco, uma vez que se ausentará de sua casa e/ou da sua escola para a realização desta pesquisa exploratória, que será reduzido pela presença da professora que não se ausentará durante a realização das atividades. Também, a entrevista, a gravação de áudio e as fotos podem gerar algum tipo de constrangimento por inibição, vergonha ou timidez para seu(a) filho(a). Mas seu(a) filho(a) terá o direito de não participar desta etapa da pesquisa. Ainda, os nomes não serão citados na pesquisa e as gravações e fotos não serão divulgados fora do contexto da análise, discussão e escrita dos dados obtidos. Também, os rostos, de forma alguma, serão exibidos e/ou divulgados. Fica resguardado o direito dos pais ou responsáveis, de acompanhar as entrevistas se assim desejarem. Se seu(a) filho(a) precisar de algum tratamento, orientação, encaminhamento etc. por se sentir prejudicado por causa da pesquisa, ou sofrer algum dano decorrente da mesma, o pesquisador se responsabiliza por prestar assistência integral, imediata e gratuita.

- 3. BENEFÍCIOS:** Os benefícios esperados com o estudo são no sentido de que a Modelagem Matemática pode contribuir de maneira significativa à formação do ser e do saber dos estudantes. Utilizando a Modelagem Matemática como metodologia de ensino, o estudante se coloca no centro do processo de ensino e aprendizagem. Também, pode haver uma significativa contribuição na aprendizagem da matemática, de outras disciplinas e de outras áreas do conhecimento, uma vez que a atividade estabelecerá relações com temas que poderão ou não ser de natureza matemática. As atividades desenvolvidas constarão na dissertação de mestrado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste.
- 4. CONFIDENCIALIDADE:** Todas as informações que o(a) Sr.(a) e seu(a) filho(a) nos fornecerem ou que sejam conseguidas por entrevista, gravação, observações ou fotos serão utilizadas somente para esta pesquisa. Seus (Suas) respostas, dados pessoais, de imagem, arquivos de áudio e anotações da pesquisadora ficarão em segredo e o seu nome não aparecerá em lugar nenhum dos questionários, anotações, arquivos de gravações e fotos nem quando os resultados forem apresentados. O estudante não terá sua identidade revelada, utilizaremos de pseudônimos para nomearmos os participantes. Os resultados da pesquisa serão publicados, mas sem identificar os adolescentes que dela participaram.
- 5. ESCLARECIMENTOS:** Se tiver alguma dúvida a respeito da pesquisa e/ou dos métodos utilizados na mesma, pode procurar a qualquer momento o pesquisador responsável.

Nome do pesquisador responsável: Maria Mazur

Endereço: Rua Capitão Francisco Durski Silva, 311, Prudentópolis – Pr.

Telefone para contato: (42) 99949 1857

Horário de atendimento: das 08:00 às 18:00 horas.

E-mail: mariamazur12@gmail.com

- 6. RESSARCIMENTO DAS DESPESAS:** Caso o(a) Sr.(a) aceite que seu(a) filho(a) participe da pesquisa, não receberão nenhuma compensação financeira.
- 7. CONCORDÂNCIA NA PARTICIPAÇÃO:** Se o(a) Sr.(a) estiver de acordo que seu(a) filho(a) participe da pesquisa deverá preencher e assinar o Termo de Consentimento Pós-esclarecido que se segue, em **duas vias**, sendo que uma via ficará com você.

CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Pelo presente instrumento que atende às exigências legais, o (a) Sr.(a) _____, portador(a) da cédula de identidade _____, declara que, após leitura minuciosa do TCLE, teve oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas que foram devidamente explicadas pela pesquisadora, ciente dos serviços e procedimentos aos quais será submetido e, não restando quaisquer dúvidas a respeito do lido e explicado, firma seu **CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO** que seu(a) filho(a) participe voluntariamente desta pesquisa.

E, por estar de acordo, assina o presente termo.

Prudentópolis, _____ de _____ de _____

Assinatura do pai ou mãe ou responsável

Assinatura da Pesquisadora

ANEXO 9: Termo de Assentimento para criança e adolescente

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO
CENTRO-OESTE – UNICENTROPRÓ-
REITORIA DE PESQUISA E PÓS-
GRADUAÇÃO – PROPESPCOMITÊ DE ÉTICA
EM PESQUISA – COMEP**

**Termo de assentimento para criança e adolescente (maiores de 6 anos e
menores de 18anos)**

Você está sendo convidado para participar da pesquisa **MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO SABER**. Seus pais permitiram que você participe.

Queremos saber de que forma que a Modelagem Matemática pode contribuir na formação do ser e do saber de estudantes do Ensino Médio

Os adolescentes que irão participar desta pesquisa têm de 16 a 17 anos de idade.

Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir.

A pesquisa será feita no próprio colégio que você frequenta, Colégio Estadual Capitão Domingo Vieira Lopes, onde os adolescentes desenvolverão atividades de Modelagem Matemática na disciplina de Matemática. Para isso, será usado o seu material escolar e equipamentos com acesso à internet para a realização de pesquisas. O uso desses materiais é considerado seguro, mas é possível ocorrer algum constrangimento na sua utilização. Caso aconteça algo errado, você pode nos procurar pelo telefone (42) 99949 1857 da pesquisadora Maria Mazur.

Mas há coisas boas que podem acontecer como a contribuição para uma melhor compreensão de conteúdos matemáticos e de outras disciplinas e áreas.

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os

resultados da pesquisa serão publicados, mas sem identificar os adolescentes que participaram.

Quando terminarmos a pesquisa os resultados serão sintetizados e divulgados na dissertação de Mestrado e estará disponível em sítios eletrônicos (site da Unicentro) para a sua livreconsulta.

Se você tiver alguma dúvida, você pode me perguntar. Eu escrevi o telefone na parte de cima deste texto.

CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Eu _____ aceito participar da pesquisa MODELAGEM MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA FORMAÇÃO DO SER E DO SABER. Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer. Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar furioso.

Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Prudentópolis, _____ de _____ de _____.

Assinatura do menor

Assinatura da pesquisadora