UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE, UNICENTRO-PR

PRODUÇÃO DE (SIGNOS) INTERPRETANTES MEDIADA PELA TECNOLOGIA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CARINA CHULEK

GUARAPUAVA, PR

2020

CARINA CHULEK

PRODUÇÃO DE (SIGNOS) INTERPRETANTES MEDIADA PELA TECNOLOGIA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Prof(a). Dr(a). Michele Regiane Dias Veronez

Orientador(a)

GUARAPUAVA, PR

2020

Catalogação na Publicação
Rede de Bibliotecas da Unicentro, Campus Cedeteg

Chulek, Carina
C559p Produção de (signos) interpretantes mediada pela tecnologia em atividades de modelagem matemática / Carina Chulek. – – Guarapuava, 2020.
xv, 80 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2019.

Inclui Produto Educacional Aplicado intitulado: Uma prática com modelagem matemática mediada pela tecnologia. 34 f.

Orientadora: Michele Regiane Dias Veronez
Banca examinadora: Adriana Helene Borssoi, Carlos Roberto Ferreira

Bibliografia

1. Ciências Naturais. 2. Modelagem matemática. 3. Semiótica. 4. Tecnologia. 5. Interpretantes. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

CDD 500.7

CARINA CHULEK

"PRODUÇÃO DE (SIGNOS) INTERPRETANTES MEDIADA PELA TECNOLOGIA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA"

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para obtenção do título de Mestre.

Aprovada em 03 de março de 2020.

Prof.ª Dra. Michele Regiane Dias Veronez
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR
Orientadora

Adriana H. Borssoi.
Prof.ª Dra. Adriana Helena Borssoi
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

Prof. Dr. Carlos Roberto Ferreira
Universidade Estadual do Centro-Oeste – Unicentro

Guarapuava, PR.
2020

DEDICO

A memória do meu pai, ao seu exemplo de vida e a todos seus ensinamentos.

À minha mãe, que se tornou meu porto seguro e meu alicerce.

"Vamos lembrar que a ciência é uma
realização de homens viventes, e que sua
característica mais marcante é que quando ela é
genuína, está num incessante estado de
metabolismo e crescimento." PEIRCE
(1931).

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, o dom da vida, da sabedoria e persistência.

À minha família, a duas pessoas mais importantes da minha vida: meus pais. Minha mãe, meu alicerce, minha amiga, meu porto seguro. Meu pai, mesmo não estando mais entre nós, tenho certeza que está presente em minha vida tanto quanto se estivesse ao meu lado.

Minhas irmãs: Juliana, Joeli e Sandra, o incentivo, as correções, os puxões de orelha, as leituras dos meus textos, que mesmo não entendendo sobre o assunto, me ajudaram, e todo o amor compartilhado. Aos meus cunhados Clemente e Marcelo, o incentivo e apoio. As minhas sobrinhas, Sarina, que sempre está ao meu lado, me perguntando, me questionando, me levando para frente sempre; Manueli, que chegou agora mas que já fez toda diferença. E, é claro, aos meus animais de estimação, que toda vez que parei para estudar me fizeram companhia.

À minha orientadora professora Michele, a confiança depositada em mim, o incentivo. Obrigada professora por acreditar em mim, mesmo quando nem eu acreditava. Falando que sempre poderia estar melhor, mesmo eu achando que já estava e que não tinha o que mudar, mas lembrava de suas palavras e a inspiração vinha. Todas as horas destinadas para as correções dos meus textos e por me ajudar. Agradeço imensamente os conhecimentos compartilhados, este trabalho só foi concluído graças a você, meu sincero obrigada.

Aos professores que prontamente aceitaram participar da minha banca, Adriana Helena Borssoi e Carlos Roberto Ferreira, agradeço por suas ponderações, aprendizado e tempo dedicado para as leituras.

Agradeço a todos os professores que me proporcionaram o conhecimento não apenas racional, mas a manifestação do caráter e afetividade da educação no processo de formação profissional, à dedicação a mim, não somente me ensinando, mas também me fazendo aprender. A palavra mestre, nunca fará justiça aos professores dedicados aos quais sem nominar terão os meus eternos agradecimentos.

À minha amiga Silvia, sem você não teria feito nada, pois toda vez que pensava em desistir lá vinha a Silvia brigar comigo para não desistir. Silvia lembre-se sempre: “por isso que você é a minha dupla”. Espero levar essa dupla para vida, você foi um presente em formato de amiga que o mestrado me deu.

Aos meus alunos que participaram da pesquisa, pois sem vocês nada teria sido possível. Minha eterna gratidão! Espero que vocês tenham um futuro esplêndido, e que se tornem pessoas realizadas e felizes.

À minha diretora, Irmã Ângela Cleci Dzula Kovalchuk, a abertura da instituição o tempo necessário. O incentivo que passou aos alunos para participarem da pesquisa. A confiança depositada pela minha coordenadora Fabíola, as boas energias e palavras sempre. E aos demais professores, colegas de instituição e acima de tudo amigos, as conversas nos corredores, o interesse pela pesquisa e o incentivo.

A todas as pessoas que me apoiaram e me incentivaram, de uma maneira ou de outra, emanando energias positivas, me colocando pra frente, e me dizendo que eu conseguiria.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

RESUMO

Carina Chulek. **Produção de (Signos) Interpretantes Mediada pela Tecnologia em Atividades de Modelagem Matemática.**

Nesta investigação assumimos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que proporciona aos alunos abordarem situações-problema de sua realidade ou do seu interesse. Neste contexto, a Modelagem Matemática é uma alternativa que proporciona aos alunos condições para aprender Matemática, bem como, adquirir conhecimentos de outras áreas e utilizar-se de ferramentas do seu ambiente, como os *software*s. É no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática que a busca por soluções para problemas acontece, mesmo que tais problemas tenham sido enunciados pelos alunos, pelo professor, ou por um acordo entre ambos, temos por objetivo analisar os signos produzidos pelos alunos ao longo de atividades de modelagem matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao GeoGebra, e que tiveram seus problemas por eles propostos. Para discutir acerca desses (signos) interpretantes, apresentamos duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos de um 1º ano de Ensino Médio, de uma escola privada, do município de Pitanga – Paraná. A questão que orienta nossa investigação: que signos são produzidos nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao GeoGebra? é, contudo, analisada segundo aportes da metodologia qualitativa, tanto na coleta como na análise, e no tratamento dos dados. Como resultados ponderamos que os interpretantes produzidos pelos alunos no decorrer das atividades de modelagem matemática por eles desenvolvidas revelam (des)conhecimentos matemáticos e extramatemáticos. Além disso, tais interpretantes provocam nos alunos reflexões sobre os conhecimentos emergidos e por eles construídos ou mobilizados e favorecem geração de novos signos. Também, as ações e encaminhamentos tomados pelos alunos no decorrer de cada uma das atividades de modelagem matemática, associadas aos signos por eles produzidos, viabilizam com que eles superem dificuldades relacionadas ao fazer Modelagem Matemática e construam conhecimentos relativos ao GeoGebra, à Matemática e à situação em estudo.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Semiótica. Tecnologia. Interpretantes.

ABSTRACT

Carina Chulek **Interpretant (Sign) Production Mediated by Technology in Mathematical Modeling Activities.**

In this investigation, we assume Mathematical Modeling as a pedagogical alternative that allows students to approach problem situations of their reality or interest. In this context, Mathematical Modeling is an alternative that provides students with conditions to learn mathematics, as well as acquire knowledge from other areas and use tools from their environment, such as software. It is in the development of mathematical modeling activities that the search for solutions to problems occurs, this search that may have been enunciated by the students, by the teacher, or by an agreement between both, we aim to analyze the signs produced by the students during activities of mathematical modeling developed from images and with recurrence to GeoGebra, and which had their problems proposed by them. To discuss these interpretative (signs), we present two activities of mathematical modeling developed by students of a 1st year of High School, from a private school, in the municipality of Pitanga - Paraná. The question that guides our investigation is: which signs are produced and in the activities of mathematical modeling are developed from the images, with the recurrence. As a result we consider that the interpretantes produced by the students during the course of the activities of the mathematical modeling undertaken by it, reveal the (in) knowledge of the mathematical and non-mathematical. In addition to this, these interpretants elicit students ' reflections on the insights which have emerged, and why they are built or deployed and lead to the generation of new signs. Also, the actions and directions taken by the students during the course of each and every one of the activities of the mathematical modeling, are associated with the signs that they have been produced, enable them overcome the difficulties related to the making of Mathematical Modeling and to build up knowledge on the GeoGebra, in the Mathematics, and the situation at hand.

Key words: Mathematical Modeling. Semiotics. Technology. Interpretants.

1. INTRODUÇÃO

Buscamos conhecimento a todo o momento, contudo temos mais entusiasmo quando este conhecimento se relaciona a algo que temos certo interesse, sendo assim, vivo em uma busca constante por aperfeiçoamento na área do ensino e aprendizagem da Matemática. Quando conclui o Ensino Médio sabia que queria ser professora de Matemática, pois havia me apaixonado pela disciplina e também pelos professores que tive até então. Tendo esse intuito iniciei na Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), no ano de 2010, o curso de Licenciatura em Matemática.

Ainda no segundo ano da licenciatura comecei a lecionar, mesmo reconhecendo que não estava preparada. Para minimizar algumas das dificuldades vivenciadas, busquei por alternativas pedagógicas, dentre elas, a Modelagem Matemática[1], que, durante a licenciatura tive uma noção superficial sobre ela.

Simultaneamente, procurei aperfeiçoamento na área do Ensino. Busquei por especializações que proporcionassem conhecimento e formação para sala de aula, cursei três especializações: uma na área de Transtorno do Espectro Autista (TEA) e Transtornos Globais do Desenvolvimento (TGD), uma na área de Ensino Lúdico e outra na área de Interdisciplinaridade e Docência na Educação Básica.

Ainda, na busca por conhecimento, escolhi cursar o Mestrado Profissional[2], visando encontrar nele subsídios para complementar minha formação. Este percurso foi e está sendo marcado por inúmeras superações. Durante o curso tive oportunidade de conhecer sobre Modelagem Matemática com mais profundidade e também sobre Semiótica (sugestão da minha orientadora). Pela Semiótica pude ampliar meu olhar sobre a Matemática, ou seja, compreender a simbologia e os próprios signos que a Matemática carrega consigo. Mal poderia saber que também me apaixonaria pela ciência dos signos.

O enlace entre esses dois campos de pesquisa, Modelagem Matemática e Semiótica, fez emergir também meu interesse em aliar a tecnologia ao meu estudo. Fato importante já que vivemos em tempos em que a tecnologia vem ganhando espaço, muito embora as aulas de matemática continuem as mesmas de tempos atrás, com uma abordagem tradicional. Sendo

[1] O termo "Modelagem Matemática" (em maiúsculo) será utilizado quando se referir à abordagem metodológica e por vezes aparecerá abreviado por MM. Utilizaremos modelagem matemática em minúsculo, quando se referir à atividade decorrente dessa abordagem.

[2] Mestrado Profissional é uma modalidade de Pós-Graduação *stricto sensu* voltada para capacitação de profissionais das variadas áreas do conhecimento.

assim, estavam definidos nossos aportes teóricos: Semiótica e Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática com enfoque na tecnologia.

Nesse sentido, a caracterização de Modelagem Matemática assumida é que ela envolve problematização de situações de cunho real e requer dos alunos atitudes ativa, participativa e investigativa. Nessa caracterização, tem-se que a Modelagem Matemática consiste em uma atividade de busca por uma solução para um problema, que pode ser enunciado pelo professor ou pelos alunos; viabiliza nessa busca que eles se envolvam com um conjunto de procedimentos que são constituídos por estruturas e conceitos matemáticos e requer deles participação ativa e análise crítica da solução obtida. Nessa perspectiva Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 12) explicam que

> [...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser apresentada como uma situação primeira (problemática) e uma situação final (solução para o problema), associados a um conjunto de procedimentos e mobilização de conceitos que permitam a transição da situação inicial para a final.

A busca por uma solução para a situação inicial, viabiliza com que o aluno se depare com uma série de procedimentos matemáticos e não matemáticos e também leva à produção de uma variedade de signos, que são por nós olhados, a partir de lentes da Semiótica, segundo as orientações de Peirce (2005). De modo geral, signo é alguma coisa que expressa, comunica ou representa algo; sem que haja substituição daquilo que o signo se refere (PEIRCE, 2005).

Almeida e Silva (2013) afirmam que em Modelagem Matemática, signos são produzidos a todo o momento e estão relacionados com a situação-problema em estudo, com os procedimentos utilizados na busca por uma solução para tal problema, com os conhecimentos e conceitos acessados nessa busca e com a solução obtida para o referido problema.

Ao considerar o potencial da Modelagem Matemática na produção de signos, principalmente em contexto no qual a tecnologia digital figura, enunciamos nossa questão de investigação: que signos são produzidos nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao GeoGebra? Tendo como objetivo analisar a produção de (signos) interpretantes ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, que consideram o uso de tecnologia. Além desse objetivo geral, temos como objetivos específicos: - Identificar os (signos) interpretantes produzidos pelos alunos, enquanto desenvolvem atividades de modelagem matemática; - Analisar esses interpretantes como imediato, dinâmico ou final, ao longo de cada atividade de modelagem matemática; -

Compreender a influência desses signos no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Assim, esse texto segue organizado em quatro capítulos, além da Introdução e das Considerações Finais.

Na Introdução, apresentamos a problemática de nossa investigação, seguida da questão elegida para estudo. Também enunciamos os objetivos para nos auxiliar ao propósito de nossa investigação.

No Capítulo 2 – Algumas considerações sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, apresentamos a Modelagem Matemática na perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2013), discorremos sobre o papel do professor nas atividades de modelagem matemática e apresentamos os três momentos da familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, proposto por Almeida e Dias (2004). Abordamos também nesse capítulo uma discussão sobre atividades de modelagem matemática aliadas à tecnologia.

No Capítulo 3 – Algumas considerações sobre a Semiótica, discorremos sobre as vertentes da Semiótica e suas respectivas caracterizações. Contudo, damos mais atenção à semiótica peirceana. Dentre as inúmeras tríades de Peirce abordamos a tricotomia do interpretante: interpretantes imediato, interpretante dinâmico e interpretante final.

No Capítulo 4 – Aspectos metodológicos, apresentamos uma discussão sobre como a Semiótica vem sendo abordada no contexto da Modelagem Matemática, a caracterização da nossa investigação, o ambiente investigado, as atividades desenvolvidas em cada um dos momentos de familiarização com atividades de modelagem matemática e nossos procedimentos de coleta e análise dos dados.

No Capítulo 5 – Descrição e análise: identificando os (signos) interpretantes nas atividades de modelagem matemática, descrevemos as atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos alunos da 1ª série do Ensino Médio, evidenciando os interpretantes imediatos, dinâmicos e finais por eles produzidos ao longo de duas atividades, intituladas como: um sobre o Lago e um estudo sobre a Placa de Trânsito.

Por fim, trazemos nossas Considerações Finais sobre a investigação realizada, que antecedem as Referências utilizadas ao longo do texto.

2. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo apresentamos considerações sobre a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, caracterizando-a segundo a perspectiva dos autores adotados nesta investigação. Também discorremos sobre a familiarização dos alunos e o papel do professor nas atividades de modelagem matemática.

2.1. Sobre a Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática teve origem na Matemática Aplicada e com o passar dos anos vem sendo amplamente discutida na Educação Matemática. Segundo Almeida e Vertuan (2011), as primeiras pesquisas relacionadas com a Modelagem Matemática voltada para o ensino foram a partir da década de 1980, e foi neste período que, diversos autores

> [...] começaram a apresentar um considerável número de publicações. Desde então, no entanto, foram se estruturando abordagens diferenciadas e, por meio de múltiplos olhares fundamentados em diferentes pressupostos teóricos, foram produzidos caminhos nem sempre convergente e métodos, por vezes, distintos (ALMEIDA, VERTUAN, 2011, p. 19).

Com estes múltiplos olhares surgiram diversos entendimentos sobre Modelagem Matemática, culminando em diferentes caracterizações no âmbito da Educação Matemática, por diversos autores. Dentre eles destacamos Almeida, Silva e Vertuan (2013), Barbosa (2001, 2003), Bassanezi (2002, 2011), Biembengut (1990), Burak (1992, 2004) e Caldeira (2009).

Embora nas caracterizações desses autores haja divergências na forma de conceber o que é Modelagem Matemática; há um consenso de que ela emerge de um problema a resolver (oriundo de uma situação que se pretende analisar ou investigar) e que é na busca por uma solução para esse problema que a atividade de modelagem matemática se desenvolve. Nesse desenvolvimento, há ações de professor e alunos de formas diversas, assim como também são diversos os problemas que podem emergir das discussões empreendidas em sala de aula.

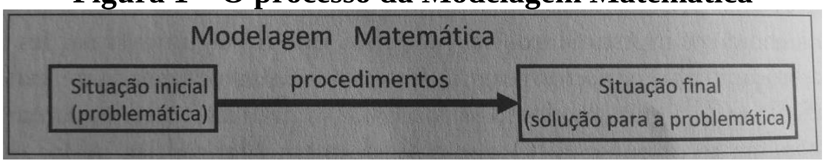
Nesse sentido, Almeida e Vertuan (2011) afirmam que a Modelagem Matemática pode se fazer presente nas salas de aula de qualquer nível de ensino; seja para introduzir um novo conteúdo, para exemplificar aplicações de conceitos, para promover o desenvolvimento da criatividade dos alunos, para analisar situações que sejam do interesse deles.

Dada essa complexidade de possibilidade de trabalho com Modelagem Matemática, aliada às diferentes formas de compreendê-la, nos apoiamos pressupostos Almeida (2010) para o desenvolvimento desta investigação a consideração de que uma atividade de modelagem matemática

> [...] pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a final. Nesse sentido, realidade (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão fundamentados) são domínios diferentes que passam a se integrar, e, em diferentes momentos, conhecimentos matemáticos e não matemáticos são acionados e/ou produzidos e integrados (ALMEIDA, 2010, p. 399).

Assim, para Almeida, Silva e Vertuan (2013) a situação inicial pode ser nomeada de situação-problema e à situação final se relaciona uma representação matemática ou um modelo matemático que considera uma solução para a situação inicial (Figura 1).

Figura 1 – O processo da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan, p. 12, 2013.

São nos procedimentos para transitar da situação inicial para a final que estão as fases da Modelagem Matemática, sendo elas: *inteiração, matematização, resolução, intepretação de resultados e validação.*

Almeida, Silva, Vertuan (2013) conceituam a *inteiração* como a fase que "representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar" (p.4). É nesta fase que a formulação do problema ocorre, bem como, a definição de metas e estratégias para sua resolução. O principal foco desta fase é a escolha do tema e a busca por informações que situem à situação-problema a ser investigada.

Na fase da *matematização* a situação-problema, formulada da inteiração, é apresentada na "linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática e, assim, gera-se a necessidade de transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática)" (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, p. 17, 2013). É através dessa linguagem matemática que o problema matemático a ser resolvido é evidenciado.

A fase da *resolução* é a fase associada à "construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação" (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, p. 17, 2013). Os autores afirmam que é nesta fase que as perguntas formuladas na busca para solução do problema devem ser respondidas.

A fase da *interpretação de resultados e validação* é a fase destinada para análise e interpretação da solução encontrada pelo modelo matemático. Almeida, Silva e Vertuan discorrem que

> a análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quando a adequação da representação para a situação. Essa fase visa, para além da capacidade de construir e aplicar modelos, ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, p. 16, 2013).

É nesta fase que o aluno pode verificar se a solução que encontrou satisfaz a situação-problema que enunciou. Chegar nesta fase não sinaliza, necessariamente, que a atividade de modelagem matemática terminou, mas pode sinalizar, que ela pode ser retomada, de qualquer fase. Isso significa que as fases de uma atividade de modelagem matemática não precisam ser seguidas linearmente ao longo de seu desenvolvimento.

Como o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática pode favorecer diversas possibilidades de encaminhamentos, a transição da situação inicial para uma situação final tem potencial para promover compreensões de conceitos variados, tanto acerca da matemática como em relação à situação em estudo. Nessa transição, "[...] relações entre Matemática e realidade podem aparecer ao longo dos processos de ensino e de aprendizagem" (VERTUAN, 2007, p. 34).

Além disso, como o modo de olhar para a situação inicial pode variar entre os alunos e entre eles e o professor, para se chegar a uma solução para o problema em estudo "diferentes encaminhamentos e procedimentos podem ser assumidos pelos alunos" (VERONEZ, 2013, p. 20) e proporcionar que uma dada situação apresente um conjunto de soluções ao invés de uma única solução. Para essa autora "[...] atividades de modelagem matemática têm, portanto, a característica de ser abertas e privilegiar encaminhamentos diferenciados, de acordo com o interesse daqueles que a desenvolvem" (VERONEZ, 2013, p. 22).

A situação inicial é também chamada situação-problema e a situação final desejada vêm associada à Matemática, podendo ser uma representação simbólica ou um modelo matemático. Este modelo, no entanto, pode ser utilizado como uma alternativa de expor ou de explicar situações que não estão presentes na realidade, mas que se tornam presentes por meio dele. E este, pode ser representado por "[...] uma equação, uma tabela, um gráfico" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 14).

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2013), quando a Modelagem Matemática é utilizada como uma alternativa pedagógica, o foco tem que ser os procedimentos e encaminhamentos que são tomados para transitar da situação inicial para a situação final. Assim, os autores afirmam que uma atividade de modelagem matemática deve levar em conta tanto a resolução do problema quanto as ações e os interesses dos alunos, e que estes dois enfoques são indispensáveis para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Para os autores Almeida, Silva e Vertuan (2013) o ensino e aprendizagem não podem ser pensados e trabalhados separadamente, pois toda ação que o professor toma repercute diretamente na formação do aluno e em como ele aprende.

Outro ponto de grande discussão sobre Modelagem Matemática é como incorporar atividades de modelagem matemática nas aulas de Matemática, dentre esses autores destacamos Blum e Niss (1991), Caldeira (2009), Niss (1992), Almeida e Dias (2004), Burak (2004). Embora a orientação desses autores sejam, de certo modo, distintas, elas apontam para a necessidade de que não se levar em consideração apenas a universalidade da Matemática, mas que a implementação da Modelagem Matemática nas aulas de Matemática precisa considerar também os diversos aspectos sociais e culturais que auxiliam na construção da Matemática. Outro ponto convergente é que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática deve considerar as particularidades de cada grupo, dando importância ao ambiente escolar, aos aspectos externos à escola, ao professor e principalmente aos alunos.

Almeida, Silva e Vertuan (2013), ao discorrer sobre como a Modelagem Matemática deve ser incorporada na Educação Básica, ou seja, para "'fazer' Modelagem Matemática na sala de aula" (p. 21) argumentam que é importante considerar três aspectos:

> i) O espaço e a condução das atividades de Modelagem Matemática no currículo escolar e/ou nas aulas de Matemática;
> ii) A atuação do professor nas aulas com Modelagem Matemática;
> iii) A familiarização dos alunos com atividades de Modelagem Matemática. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 21).

Um ponto de pauta dos professores de matemática é o espaço proporcionado dentro do currículo escolar para as atividades de modelagem. Blum e Niss (1991, *apud* ALMEIDA; SILVA, 2014, p. 16), há mais de duas décadas já pensavam acerca disso quando afirmaram existir inúmeras possibilidades de implementação de atividades de modelagem matemática em contexto regular de ensino (Quadro 1).

Quadro 1 – Possibilidades de implementação de atividades de modelagem matemática no contexto regular de ensino

Possibilidades		Descrição
(a)	Separação	A Modelagem Matemática é desenvolvida separadamente, por exemplo, em cursos destinados especificamente para ela.
(b)	Combinação	A Modelagem Matemática é utilizada para auxiliar na introdução ou na aplicação de conceitos matemáticos.
(c)	Integração curricular	Sugere que as atividades de matemática ou de sua aplicação sejam trabalhadas a partir de problemas, e que, a matemática venha como uma ferramenta para resolvê-los. E que estes problemas levem a conteúdos curriculares relevantes à matemática.
(d)	Interdisciplinar integrada	Muito similar com a integração curricular, diferenciando-se que nesta ocorre a integração de atividades matemáticas como não matemáticas, dentro de uma estrutura interdisciplinar, na qual a matemática não é trabalhada como um assunto separado.

Fonte: Construído pela autora com base em Blum e Niss (1991)

Nos casos (a) e (b) a Modelagem Matemática é incorporada no currículo escolar superficialmente, ou seja, em algumas atividades ou em alguns conteúdos. E nos casos (c) e (d) a Modelagem Matemática passa a ser orientadora das atividades de Matemática. Nossas atividades de modelagem matemática são desenvolvidas de acordo com a possibilidade (b), ou seja, combinação, visto que foram aplicados conceitos matemáticos preexistentes e auxiliaram na introdução de novos conteúdos. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2013), a integração da Modelagem Matemática nas atividades escolares pode aparecer em três circunstâncias diferentes (Quadro 2).

Quadro 2 - Circunstâncias de integração da Modelagem Matemática nas atividades escolares

Nas aulas de Matemática	É a situação ideal para aplicar a Modelagem Matemática em sala de aula, pois os problemas seriam o ponto de partida e a matemática surgiria de acordo com o desenvolvimento e com a necessidade. A Modelagem é utilizada para auxiliar e introduzir conceitos matemáticos novos, ou para aplicar conteúdos já conhecidos.
Em horário extraclasse	É a situação em que as atividades de modelagem matemática são desenvolvidas em espaços e horários designadas especialmente a

	elas. Nesta circunstância o professor utiliza da Modelagem tanto para aplicar como para introduzir determinado conteúdo.
Na junção das duas	Parte da atividade de modelagem matemática é desenvolvida na aula de Matemática e parte em horário extraclasse. Nesta situação, atividades que não deram certo apenas na primeira ou na segunda situação podem ser resolvidas nesta circunstância. Pois o professor possui maior flexibilidade de conteúdos curriculares e maior disponibilidade de tempo, desta forma a Modelagem passa a interagir com as aulas de Matemática.

Fonte: Construído pela autora com base em Almeida, Silva e Vertuan (2013)

O desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, em quaisquer dessas circunstâncias, sugere que os alunos se depararem com situações que necessitam de conhecimentos que julgam não saber. Daí o papel do professor de fomentar discussões acerca de conceitos matemáticos e/ou ressignificar conhecimentos já existentes. É sobre o professor e o aluno em contexto de Modelagem Matemática que discutimos na próxima seção, bem como o papel professor e a familiarização dos alunos.

2.2. O papel do professor e a familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática

O papel do professor e dos alunos nas atividades de modelagem matemática tem ganhado destaque no âmbito acadêmico (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). Para Vertuan (2013, p. 25), "um professor que se propõe a realizar atividades de modelagem precisa monitorar suas intervenções para não impor resoluções aos alunos". Diante disto, cabe ao professor ser um mediador e orientador, "principalmente, no sentido de promover que eles estabeleçam relações entre seus conhecimentos, seja da situação em estudo, seja da matemática, ou entre ambos" (VERONEZ, 2013, p. 28).

O professor que desenvolve suas aulas com atividades de modelagem matemática deixa de ser um expositor e passa a ser um orientador. Essa orientação possui mais de uma interpretação

> a) Orientar é indicar, caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos;
> b) Orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que "vale tudo";
> c) Orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos;
> d) Orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função;

e) Orientar não é despir-se da autoridade de professor. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 24).

Para que o professor seja um orientador ele precisa conhecer as capacidades e limitações de seus alunos para, a partir disso, indicar caminhos. Além disso, ele necessita considerar cada aluno de maneira individual, ou seja, precisa ouvi-lo. Outro aspecto que tem que ser levado em conta é que atividades de modelagem matemática são “cooperativas, indicando que a modelagem tem nos trabalhos em grupo o seu aporte” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 25).

> As práticas de sala de aula baseadas na realização de atividades investigativas, como é o caso das atividades de Modelagem Matemática, ao mesmo tempo em que requerem um novo comportamento diante dos problemas, envolvem professor e alunos com a própria definição do problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 25).

Neste contexto, atividades de modelagem matemática são desafiadoras tanto para os professores quanto para os alunos, já que nessas atividades o aluno precisa “colocar a mão na massa” (SILVA; ALMEIDA; GERÔLOMO, 2011, p. 30), pois não é possível aprender a desenvolver atividades de modelagem matemática com a experiência do professor, mas com sua experiência. As autoras complementam que,

> [...] o aluno precisa viver experiências com atividades de Modelagem Matemática a fim de “aprender” a desenvolvê-las e fazer com que o desenvolvimento da atividade seja orientado pela busca de uma solução para a situação-problema e seja ele próprio o “resolvedor” principal (SILVIA; ALMEIDA; GERÔLOMO, 2011, p. 30).

Então, qual é o papel do aluno nas atividades de modelagem matemática? O aluno pode ser coparticipe desde a escolha do tema a ser investigado e da definição do problema. Quanto mais o aluno participar do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, mais se familiarizará com essa metodologia e, consequentemente, tornar-se-á mais independente em cada ação que tenha. Daí o fato de o aluno ter papel central em todas as fases da atividade de modelagem matemática.

De acordo com Almeida e Silva (2014) a familiarização “trata-se de um encaminhamento para colocar o aluno em contato com a prática de fazer modelagem de forma gradativa” (p. 10). A familiarização do aluno com atividades de modelagem matemática é discutida por Almeida e Dias (2004, p. 7), a partir do que as autoras denotam por momentos, chamando a atenção para o fato de ela acontecer de maneira gradativa.

> • Em um primeiro momento, são abordadas, com todos os alunos, situações em que estão em estudo a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático, a partir de uma situação problema já estabelecida e apresentada pelo professor; neste momento, a formulação de hipóteses e a investigação do problema, que resulta na dedução do modelo, são realizadas em conjunto com todos os alunos e o professor;
> • Posteriormente, uma situação problema já reconhecida, juntamente com um conjunto de informações, pode ser sugerida pelo professor à classe, e os alunos, divididos em grupos, realizam a formulação das hipóteses simplificadoras e a dedução do modelo durante a investigação e, a seguir, validam o modelo encontrado;
> • Finalmente, os alunos, distribuídos em grupos, são incentivados a conduzirem um processo de Modelagem, a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 7).

Atividades de modelagem matemática de maneira gradativa possibilitam ao aluno desenvolver a “habilidade de fazer modelagem” (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2013, p. 27). Contudo, cabe ao professor ser mais presente nos dois primeiros momentos, contribuindo para o desenvolvimento da confiança, independência e autonomia do aluno para que ele seja capaz de selecionar uma situação (problema) para estudar, no terceiro momento. Vale salientar que o papel do professor é diferente em cada momento, ainda assim “consiste em incentivar o espírito crítico, a reflexão e a procura por argumentos e razões que permitam aos alunos confirmar ou não suas conjecturas” (DIAS, 2005, p. 43). Quando o aluno atua nos três momentos de familiarização, sua compreensão de como acontece o processo de Modelagem, a resolução de problemas e como analisar as resoluções encontradas tende a aumentar.

> Pode ser útil o professor proporcionar um momento de discussão durante a realização da atividade com o objetivo de ajudar os alunos a ultrapassar certas dificuldades, de motivá-los em fases mais críticas da atividade, ou mesmo de enriquecer a investigação sobre o problema em estudo. Esse momento é também uma boa ocasião para promover a reflexão sobre a atividade bem como sobre o papel da Matemática na sociedade (DIAS, 2005, p. 43).

Atividades de modelagem matemática também podem requerer dos alunos conceitos dos quais não possuem conhecimento, e é neste momento que o professor tem oportunidade de introduzir novos conhecimentos ou ainda retomar conceitos já aprendidos. Caldeira (2009) afirma que o professor deve apresentar os conteúdos matemáticos que sejam necessários para que o aluno possa compreender a situação envolvida.

2.3. Modelagem Matemática e o uso de tecnologias

A utilização das Tecnologias de Comunicação e Informação (TICs) aliada à Modelagem Matemática pode ser um caminho para que o professor não desenvolva sua aula apenas no método tradicional. De acordo com Borssoi (2013), as novas tecnologias possibilitam a criação de ambientes de aprendizagem que a lousa, o giz e o livro, não proporcionam, a autora afirma também que a tecnologia está presente em "todos os setores da educação, levando a necessidade de preparar professores que possam tirar proveito dessas ferramentas para melhorar a aprendizagem dos alunos" (p. 41).

Nesta conjuntura, uma prática de sala de aula que usa tecnologia tende a provocar mudanças pedagógicas nos professores e proporcionar o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, lhes mostrando outro lado da matemática, que muitas vezes não lhes foi apresentada. Desta forma, a tecnologia deve ser

> [...] educativa, ou seja, útil para educar. Se concebermos a tecnologia como um conjunto de conhecimento que permite a nossa intervenção no mundo, como um conjunto de ferramentas físicas ou de instrumentos, psíquicas ou simbólicas, e sociais ou organizadoras, estamos nos referindo a um "saber fazer" que bebe da fonte da experiência, da tradição, da reflexão sobre a prática e as contribuições das diferentes áreas do conhecimento. Um saber fazer que, se não quiser ser mecanicista e rotineiro, deve levar em consideração as contribuições dos diferentes âmbitos científicos, constituindo-se por sua vez, em fonte de novo conhecimento (SANCHO, 1998, p. 17).

As Tecnologias de Informação e Comunicação também fazem com que o ser humano mude sua forma de "pensar, sentir e agir" (GUIMARÃES *et al.*, 2012, p. 282). Os professores que utilizam as TICs em suas aulas mostram aos alunos potencialidades que em aulas sem tecnologia não seriam possíveis. Todavia, para desenvolver uma aula com apoio de tecnologias, o professor precisa planejá-la sob uma variedade de aspectos e, principalmente, no sentido de pensar sobre as potencialidades e possibilidades que a tecnologia pode proporcionar (GOMES, BORSSOI, SILVA, 2018).

Almeida, Silva e Vertuan (2013) salientam que o uso das mídias tecnológicas[3] auxilia na aproximação e interação da realidade com os conteúdos curriculares, pois,

> a) possibilita lidar com situações-problema mais complexas e fazer uso de dados reais, ainda que estes sejam em grande quantidade ou assumam valores muito grandes;
> b) permite que a maior parte dos esforços se concentre nas ações cognitivas que a realização de cálculos, aproximações e representações gráficas é mediada pelo uso do computador;
> c) possibilita lidar com as situações-problemas por meio de simulações numéricas ou gráficas, variando a parâmetros nas representações gráficas e (ou) algébricas (p. 32).

Deste modo, a Modelagem Matemática em parceria com as mídias tecnológicas pode influenciar nas ações do aluno, estimulando-o a desenvolver estratégias que entrelacem seus conhecimentos, sobretudo, matemáticos. Segundo Silva, Barone e Basso (2015) as mídias tecnológicas no ensino de Matemática podem contribuir no desenvolvimento da capacidade de lidar com situações-problema de modo que a tecnologia seja um catalisador para os cálculos aritméticos e uma aliada na aprendizagem de conceitos diversos e suas possíveis inter-relações.

É importante o professor possibilitar ao aluno experiências de aprender em um ambiente que favoreça o saber matemático contextualizado tecnologicamente. Porém, para ensinar e/ou aprender, fazendo uso de mídias tecnológicas é preciso conhecimento sobre suas potencialidades e ter claro o que se pretende com seu uso, já que “a Matemática requerida nas aulas com modelagem e computador pode ser diferente daquela usada na ausência desses elementos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 30).

Borssoi (2013) ressalta que a tecnologia deve ser considerada como “ferramenta de aprendizagem com a qual os alunos possam aprender como organizar e resolver problemas, compreender fenômenos novos, construir modelos desses fenômenos, e, dada uma situação nova, definir metas e regular sua própria aprendizagem” (p. 42). Neste contexto, Greefrath (2011) argumenta que “o uso de ferramentas digitais, em particular de sistemas computacionais de álgebras, pode-se alcançar resultados numéricos ou algébricos, que não podem ser alcançados pelos alunos sem o uso dessas ferramentas” (tradução nossa, p. 301).

O fato de poder ‘visualizar’ conceitos matemáticos através de ferramentas digitais, faz com que a aula se torne mais atrativa. Além disso, tal visualização pode auxiliar na

---

[3] Celulares, tablets, computadores, dentre outros aparelhos tecnológicos.

compreensão de tais conceitos, uma vez que favorece com que os alunos analisem e reflitam sobre suas impressões acerca dos conceitos matemáticos em questão. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2013),

> a dinamicidade de inúmeros *software* livre, hoje disponíveis no mercado, pode auxiliar alunos e professor na construção de gráficos e na observação da influência dos parâmetros bem como na realização de cálculos [...] a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, gráficas e tabulares, são vantagens de interação de atividades de modelagem com as mídias informáticas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 31).

É nesta perspectiva que optamos pelo uso do GeoGebra[4] no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática nesta investigação. E também porque esse *software* apresenta recursos para trabalhar, simultaneamente, conteúdos da geometria, da álgebra, do cálculo diferencial e integral, da estatística, de forma integrada. Além de ser um programa de fácil utilização, proporciona aos seus usuários "[...] concretizar estratégias com as características de intervenção poderosa" (BENTO, 2010, p. 29-30).

Aliar esse *software* às atividades de modelagem matemática gera possibilidades de os alunos se envolverem na aula, de forma diferenciada, já que podem decidir, mais rapidamente, sobre aspectos da situação estudada e compreender também de forma mais rápida e eficaz conceitos matemáticos nela emergentes. São essas ações que podem levar à produção de signos, que discutiremos no próximo capítulo.

[4] O *Software* GeoGebra é um *software* livre, desenvolvido pelo Ph.D. Markus Hohenwarter, em 2002, com o intuito de auxiliar as ações dos professores em sala de aula. "O nome GeoGebra reúne GEOmetria, álGEBRA e cálculo" (BENTO, 2010, p. 29).

3. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A SEMIÓTICA

Neste capítulo trazemos aspectos da Semiótica, considerando as três vertentes que desencadearam seu desenvolvimento. Contudo, focalizamos semiótica peirceana, pois ela é que orienta nossa investigação. Ao longo do capítulo ressaltamos os aspectos inerentes a tríade: signo, objeto e interpretante. Por fim, evocamos as particularidades do interpretante, distinguindo-os como interpretante imediato, interpretante dinâmico e interpretante final.

3.1. A Semiótica e suas vertentes

A Semiótica é uma ciência jovem dentro das ciências humanas e uma de suas peculiaridades "reside no fato de ter tido, na realidade, três origens ou sementes lançadas quase simultaneamente no tempo, mas distintas no espaço e na paternidade, uma nos EUA, outra na União Soviética e a terceira na Europa Ocidental" (SANTAELLA, 1999, p. 11), sendo todas elas indispensáveis para o seu desenvolvimento.

Durante o século XX, na União Soviética, os filósofos Viesse-Iovski e Potiebniá foram os responsáveis por estudar e desenvolver o estruturalismo linguístico, com o linguista Nicolai Iakovlevici Marr. Porém, de acordo com Santaella (1999), Marr se desentendeu com Josef Vissaronivitch Stalin, líder soberano da União Soviética, e teve seus trabalhos suspensos. Passados ano, estes trabalhados foram retomados por Sergei Mikhailovich e Lev Semenovitch Vygostky, cineasta e psicólogo, respectivamente.

A Semiótica originada na Europa Ocidental é fundamentada por Ferdinand de Saussure e por seu trabalho "Tratado de Linguística Geral", produto das anotações de seus alunos durante as aulas de um curso que ministrou na Universidade de Genebra na última década do século XX. De acordo com Santaella (1999) a ciência verbal de Saussure

> [...] compõe, em bases precisas, os princípios científicos e metodológicos que fundam as descobertas da economia específica da linguagem articulada, fazendo aparecer, no horizonte de nossas indagações, esse novo objeto por ele identificado, ou seja, a língua como sistema ou estrutura regida por leis e regras específicas e autônomas (p. 47).

A origem da Semiótica nos Estados Unidos, no século XX é atribuída a Charles Sanders Peirce, considerado acima de tudo um cientista. Dentre todos os estudos que realizou, deixou cerca de 80.000 páginas de manuscritos e 12.000 páginas publicadas, em vida. Hoje estes manuscritos estão sendo estudados por um grupo de estudiosos norte-americanos e vagarosamente publicados de forma cronológica, com o intuito de restaurar a integralidade de seu pensamento "devido ao seu alto teor de complexibilidade e originalidade" (SANTAELLA, 1999, p. 15).

De acordo com Santaella (1999), Peirce considera "toda e qualquer produção, realização e expressão humana" (p. 15) como um aspecto da Semiótica. Segundo Almeida e Silva (2014), Peirce "utiliza-se do termo Semiótica com a preocupação de se manter fiel às origens gregas do termo, ao mesmo tempo em que se dedica ao estudo dos modos de se obter e comunicar conhecimento" (p. 83). Desta forma, a Semiótica compõe o conjunto de ciências que deu origem ao seu sistema filosófico e pode ser explicada e definida em função desse conjunto.

> Foi apenas a partir da localização da Semiótica, no conjunto do seu próprio sistema, isto é, a partir da posição da dependência que esta mantém em relação as ciências que devem necessariamente antecede-la, que Peirce passou a pôr em ordem em suas formulações anteriores e a dar prosseguimento em sua própria doutrina formal de todos os tipos possíveis de signos, ou seja, a Lógica ou Semiótica (SANTAELLA, 1999, p. 18).

Para Peirce (2005), a Semiótica tem a função de classificar e descrever os signos, nas suas variadas formas, logicamente, transformando-se essa ciência em uma ciência de linguagens. Na tradição americana o signo tem definição triádica, composto pelo signo, objeto e interpretante. É sobre a semiótica peirceana que discutimos na próxima seção.

3.2. A Semiótica Peirceana

A Semiótica Peirceana, estudada e desenvolvida por Charles Sanders Peirce (1839-1914), por consistir em conceitos sígnicos, torna-se "uma filosofia de linguagem" (ALMEIDA; SILVA; VERONEZ, 2015, p. 4). Nesta Semiótica identificamos duas ramificações interligadas:

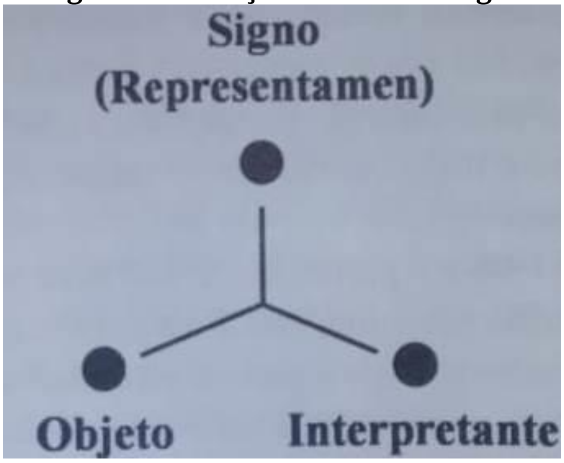
> uma taxonomia, que se ocupa da sistematização e classificação exaustiva dos diferentes tipos de signos possíveis; e uma lógica, que se ocupa de seu modo de funcionamento (como significam os signos) e do papel que estes desempenham na cognição humana e no acesso do homem ao mundo da experiência e do vivido (FIDALGO; GRADIM, 2005, p. 141-142).

Sobre os signos, Peirce apresenta uma quantidade numerosa de definições que tem características gerais, abstratas e formais. Dentre as diversas definições[5] de signo apresentadas por Pierce, destacamos a que denota que

> um signo ou representamen, é tudo aquilo que, sob um certo aspecto ou medida, está para alguém em lugar de algo. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa um signo equivalente ou talvez um signo mais desenvolvido. Chamo este signo que ele cria o interpretante do primeiro signo. O signo está no lugar de algo, seu objeto. Está no lugar desse objeto, porém, não em todos os seus aspectos, mas apenas com referência a uma espécie de ideia. (PEIRCE, 2005, p. 74).

Nessa definição Peirce (2005) nos mostra a relação entre o signo e seus três componentes: signo (representamen), objeto e interpretante. O signo consiste em uma estrutura que apoia o objeto e o interpretante (Figura 1), ou seja, nessa estrutura o signo vem como mediador entre o objeto e o interpretante, formando a tríade do signo. Nela, "o signo é a tríade e parte dela" (ALMEIDA; SILVA, 2012, p. 84).

Figura 2 - Relação triádica do signo

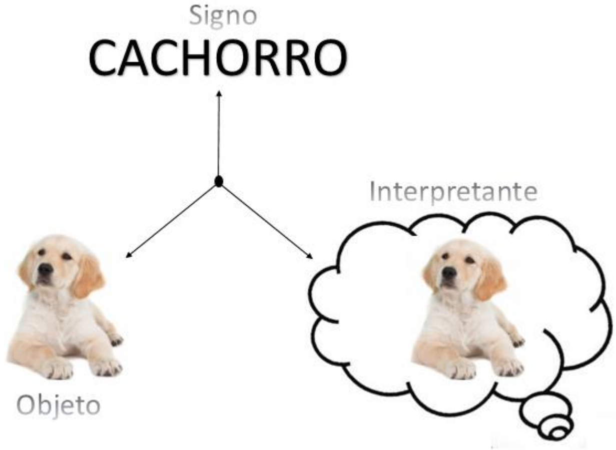


Fonte: ALMEIDA; SILVA, 2012, p.84, adaptado de OTTE, 2006, p.22

---

[5] Nas inúmeras páginas do manuscritos de Peirce há diversas definições de signo; algumas mais detalhadas, outras no entanto mais superficiais. Peirce alegava que quanto mais gerias fossem as suas definições poderia compreender qualquer tipo de fenômeno ou pensamento, de qualquer ciência.

Figura 3 – Exemplo da relação triádica do signo



Fonte: as autoras

Na Figura 3 apresentamos um exemplo de como se dá relação triádica do signo. A palavra cachorro possui conotação de signo, qualquer imagem de um cachorro pode ser um objeto que se relaciona a tal signo, e o interpretante que se dá na mente de um intérprete certamente será algo que ele conhece como cachorro, respeitada as características desse objeto, não em sua complexidade, mas que carrega especificidades do signo em questão.

Almeida e Silva (2014) argumentam que o signo não é o objeto, mas é determinado por ele, ou seja, o signo não substitui o objeto, mas está no lugar dele. Neste sentido, Santaella (1999), ao comentar sobre a função do signo, afirma que "a ação do signo ou autogeração só se consuma porque ele determina o interpretante que, sendo criado pelo signo, estará mediatamente determinado pelo mesmo objeto que determina o signo" (p. 25).

Para Peirce (2005, p. 74), o signo existe na mente do intérprete e não no mundo exterior; "nada é signo se não é interpretado como signo". Assim, a interpretação do signo é um processo dinâmico que acontece na mente do intérprete. É a este processo que Peirce justificou o termo semiose ao se referir à "ação do signo" (PEIRCE, 1907, *apud* SANTAELLA, 1999, p. 66), "processo no qual o signo tem um efeito cognitivo sobre o intérprete" (PEIRCE, 1907, *apud* SANTAELLA, 1999, p. 66).

Nesse sentido, Peirce (2005) denota que o signo representa alguma coisa para alguém[6]; o signo pode ser qualquer coisa de qualquer pessoa, e ainda, essa coisa pode estar inserida em

---

[6] Segundo Santaella (2012) Peirce utiliza a palavra alguém no lugar de 'mente de uma pessoa', 'intérprete', pois, nestes casos, ele diminuía o nível de abstração lógica da sua definição de signo, para que seus contemporâneos pudessem entender." Numa carta a Jourdain, em 1908, Peirce dizia: "Minha definição de signo foi tão generalizada que, ao fim e ao cabo, desesperei-me, ao tentar fazê-la compreensível às pessoas. Assim, para me fazer entendido, agora a limitei"" (*apud* SANTAELLA, 2012, p. 12).

qualquer lugar, sendo no universo físico ou no pensamento, pode ser uma ação ou reação, um gesto. Assim, "o signo é algo que serve para produzir conhecimentos sobre alguma outra coisa, para o qual o signo está ou representa. Essa outra coisa é chamada de objeto[7] do signo" (PEIRCE, 1998, EP2, p. 13 *apud* BORSSOI; SILVA; ALMEIDA, 2013, p. 4), ou ainda, "o signo pode apenas representar o objeto e falar sobre ele: não pode proporcionar familiaridade ou reconhecimento desse objeto [...]. O objeto do signo pressupõe uma familiaridade a fim de veicular alguma informação ulterior sobre ele" (PEIRCE, 2005, p. 89).

Neste contexto, Peirce afirma que o signo e o objeto são distintos entre si e para que o objeto e o signo sejam representados é necessário um outro elemento, definido como interpretante; "[...] ao signo, assim criado, denomino interpretante do primeiro signo" (PEIRCE, 2005, p. 46). Desta forma, o interpretante é dado como consequência da relação entre o signo e seu objeto (PEIRCE, 2005).

Ferreira (2006) afirma que "o interpretante[8], substitui o objeto real na mente do intérprete de certo modo, num certo contexto" (p. 58). Deste modo, o interpretante substitui o objeto real da mente do intérprete, ou seja, "'o objeto real' é inatingível pela percepção" (SILVA, 2008, p. 37). No contexto matemático, uma equação do segundo grau, o gráfico desta equação, as raízes, o vértice, são os signos do objeto matemático função quadrática. Eles não são a própria função quadrática, são os signos para um intérprete, sendo assim uma característica importante do interpretante é que ele mesmo pode ser o próprio signo, e assim, gerar um novo interpretante.

> [...] o signo cria algo na mente do Intérprete, algo esse que foi também, de maneira relativa e mediada, criado pelo Objeto do Signo, embora o Objeto seja essencialmente diverso do Signo. Ora, esta criatura do Signo chama-se Interpretante. Ele é criado a partir do signo e é também signo (PEIRCE, 2005, p. 74).

Cada geração de interpretante, signos, depende do que acontece na mente do intérprete e ela é dinâmica já que, segundo "um signo dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido, chamo o signo assim criado o interpretante do primeiro signo" (PEIRCE, 2005, p. 46).

---

[7] Para Peirce (2005) o objeto não pode se restringir à noção de um existente. Uma ideia, um conjunto de coisas, um evento ou uma ocorrência pode ser objeto de uma dada relação sígnica.

[8] O interpretante, na verdade, é uma dinâmica sígnica que se cria na mente do intérprete. É o próprio resultado significante, ou seja, o efeito do signo. É, em suma, um outro signo, já que as ideias são signos.

Como cada signo tem a capacidade de gerar um interpretante que, por sua vez é representamen de um novo signo, a semiose, entendida como a ação do signo na mente do intérprete, torna-se uma “série de interpretantes sucessivos, ad infinitum", já que esse processo contínuo somente “pode ser interrompido, mas nunca realmente finalizado” (PEIRCE, 1992, p. 24).

3.3. Uma Tricotomia do Interpretante

O princípio da divisão do interpretante em imediato, dinâmico e final originou-se aproximadamente em 1904, baseado na fenomenologia de Peirce, e diz respeito ao nível em que o interpretante perpassa para tornar-se um novo signo (SANTAELLA, 2012, p. 67). De acordo com Santaella (1999), “o signo é tratado por meio desta tricotomia não dividido em três, mas em níveis ou graus de interpretante, ou melhor, diferentes aspectos ou estágios na geração do interpretante” (SANTAELLA, 2012, p. 67). Deste modo, Santaella considera esta divisão de interpretante uma maneira minuciosa de classificar morfologicamente o interpretante, já que habilita “a compreender o processo de geração de interpretante através de uma análise lógica que penetra pelo mais recôndito meandros da relação entre signo e interpretante” (SANTAELLA, 2012, p. 68).

> Foi em 1866 que Peirce utilizou o termo “interpretante” pela primeira vez, (W1:464-5). No estudo, hoje famoso, “Sobre uma nova lista de categorias” (1867), o termo já era usado com a desenvoltura própria da familiaridade. A divisão dos interpretantes em imediato, dinâmico e final, contudo, foi bastante tardia. Apareceu por volta de 1904. Só depois de ter resenhado o livro de Victoria Lady Welby, *What is meaning*, em 1903, é que ele passou a dedicar especial atenção à tricotomia do interpretante (SANTAELLA, 2012, p. 68-69).

É relevante pensar que interpretantes podem manifestar atos interpretativos particulares que estão associados às particularidades e experiências de cada intérprete, e podem produzir, a partir de suas especificidades, signos de naturezas diversas. Esse pensamento está fundamentado nas indicações de Peirce de que o interpretante decorre do efeito do signo no intérprete. Daí a classificação de Peirce de que os interpretantes se dividem em três classes: interpretante imediato, interpretante dinâmico e interpretante final.

O interpretante imediato corresponde à “qualidade de impressão que um signo é capaz de produzir, sem uma reação atual” (PEIRCE, 2005, p. 168). Assim, o interpretante imediato é uma potencialidade do signo, ou seja, é uma possibilidade de interpretação ainda em abstrato; ainda não realizada, "aquilo que o signo está apto a produzir como efeito numa mente interpretadora qualquer" (SANTAELLA, 2012, p. 72). Nas palavras de Peirce (2005, p. 168), é "o efeito que o signo produz primeiro ou pode produzir sobre uma mente, sem nenhuma reflexão sobre ele mesmo".

A "aquilo que o signo está apto a produzir como efeito numa mente interpretadora qualquer" (SANTAELLA, 2012, p. 72). Segunda divisão do interpretante, o interpretante dinâmico, corresponde ao "efeito direto realmente produzido por um signo sobre um intérprete, aquilo que é experimentado em cada ato de interpretação e é diferente, em cada ato, do efeito que qualquer poderia produzir" (PEIRCE, 2005, p. 168); "é o efeito real que o signo, como Signo, de fato, determina" (PEIRCE, 2005, p. 177). O interpretante dinâmico é o interpretante mais claro desta tricotomia, pois, ele é o efeito que o signo produz em uma interpretação de fato sobre um intérprete.

A terceira divisão do interpretante, Peirce (2005) chama de interpretante final o "que se refere à maneira pela qual o signo tende a se representar como estando relacionado ao seu objeto" (p. 177). O autor considera o interpretante final como

> [...] aquilo que seria finalmente decidido se a interpretação verdadeira e se a consideração do assunto fosse continuada até que uma opinião definitiva resultasse [...] aquele resultado interpretativo ao qual cada intérprete está destinado a chegar se o signo for suficientemente considerado (PEIRCE, 2005, p. 164).

Peirce discorre que o interpretante final "é o efeito que o signo produziria sobre uma mente em circunstância que deveriam permitir que ele estrotejasse seu efeito pleno" (SS, 1977, p. 110, *apud* SANTAELLA, 2012, p. 71). A palavra "final" empregada a este interpretante não deve ser levada ao pé da letra, pois o contexto a qual está inserida, ou seja, dentro da noção ampla de semiose (ação do signo) tem a conotação de crescimento contínuo (SANTAELLA, 2012). Para chegar ao interpretante final é necessário que o processo de interpretação aconteça, processo este que acontece na semiose. Na Matemática esse processo acontece meio que em associação para ser possível falar sobre o objeto matemática. Por exemplo, considerar que reta se associa a uma função afim pode ser um interpretante imediato, se essa for uma primeira impressão, mas, pode ser um objeto dinâmico quando o aluno identifica os pontos que estão relacionados entre si e que a ligação deles é uma reta. Já o esboço do gráfico é considerado um interpretante final.

Como nessa investigação nosso olhar se volta para os interpretantes, explicitamos no capítulo a seguir as nossas opções metodológicas e alguns aspectos que as permeiam.

4. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo além de apresentarmos as ações metodológicas adotadas para o desenvolvimento desta investigação, trazemos alguns trabalhos que articulam os referencias teóricos: Modelagem Matemática e Semiótica, bem como situamos a articulação entre eles, que realizamos em nosso estudo ao colocarmos as mídias tecnológicas, em particular o *software* GeoGebra, como recurso para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Trazemos, também, características do cenário de investigação, aspectos relativos aos sujeitos participantes do estudo, bem como uma breve descrição das atividades de modelagem matemática com eles e, por eles, desenvolvidas.

4.1. Sobre Semiótica nas Atividades de Modelagem Matemática

Nas últimas décadas pesquisas sobre Modelagem Matemática e Semiótica têm ganhando espaço na Educação Matemática e, atualmente, já encontramos algumas pesquisas que trazem interlocuções entre essas duas áreas. Em relação à Modelagem Matemática também é crescente o número de pesquisas que se propõem a discutir sobre o uso de recursos tecnológicos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Há, inclusive, trabalhos que tratam dessa questão em articulação com aspectos da Semiótica.

Santos (2008) destaca que a associação entre a Modelagem Matemática e as Tecnologias de Comunicação e Informação (TICs) favorece a compreensão do aluno em diversas esferas. O autor afirma que o elo entre essas duas temáticas contribui para o desenvolvimento de sua criatividade e pode sugerir diferentes formas de ver, abordar e compreender situações que aparentemente não são matemáticas.

Em sua dissertação de mestrado Silva (2008) apresenta uma relação entre a Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, a Semiótica de Peirce e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. A autora relaciona a Modelagem Matemática e a Semiótica, com base nos conceitos de Peirce, para categorizar os signos identificados nos registros de representação Semiótica, defendidos por Duval, quando discute os fenômenos de congruência e não-congruência das conversões entre esses registros.

Em sua tese de doutorado Silva (2013) aprofunda seus estudos sobre Semiótica e os relaciona com a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, tendo o significado como objeto de estudo. Discute a tríade peirceana signo-objeto-interpretante com enfoque na interpretação Semiótica das atividades de modelagem matemática. Nessa discussão articula a tríade peirceana com as ações que os alunos tomam no desenvolvimento dessas atividades.

Em Borssoi, Silva e Almeida (2013) a modelagem matemática reconhecida como uma prática é discutida com base nos princípios da Semiótica Peirceana. As autoras tratam semioticamente, os signos produzidos pelos alunos em uma atividade de modelagem matemática que faz uso de recurso tecnológico.

Almeida e Silva (2012) discutem a potencialidade que as atividades de modelagem tem quanto aos raciocínios (abdução, indução e dedução) estudados por Peirce e as ações cognitivas dos alunos. As autoras discorrem que esses diferentes raciocínios estão associados às ações cognitivas dos alunos durante as fases das atividades de modelagem.

Almeida, Silva e Veronez (2015) investigam a produção e a ação dos signos para compreender aspectos de uma determinada situação. Pautam-se na semiótica peirceana para analisar como a geração de signos e interpretação dos signos interpretantes acontece. Discorrem que nesta geração de signo evidencia-se a semiose e apontam que os signos emergem ao longo de toda atividade de modelagem matemática.

Veronez e Almeida (2017) discutem sobre o papel dos signos nas atividades de modelagem matemática. Caracterizam o signo de acordo com a semiótica peirceana e com as concepções de Heinz Steinbring, discutindo que o signo está no lugar de algo e as funções do signo, respectivamente nas suas funções epistemológica e semiótica, se complementam.

Em todos esses trabalhos notamos aspectos peculiares tanto em relação à Modelagem Matemática como à Semiótica. Em alguns deles também há presença marcante de tecnologias, mesmo alguns não tendo esse foco. Dada a variedade de possibilidades que esses trabalhos aventam, nossa investigação toma como objeto de estudo a produção de signos em atividades de modelagem matemática, mediada pela tecnologia, visando ampliar o debate sobre essas temáticas e contribuir de algum modo com as práticas de professores que intentam aliar Modelagem Matemática e Tecnologia. A ideia também é fomentar que a articulação entre elas pode favorecer aprendizagem e/ou mobilização de conceitos e conhecimentos diversos, sobretudo, matemáticos.

4.2. Enquadramento metodológico da pesquisa

Para investigar sobre a produção de (signos) interpretantes nas atividades de modelagem matemática mediada pela tecnologia nos remetemos a uma abordagem qualitativa. De acordo com Denzin e Lincoln (2006), a pesquisa qualitativa exige uma postura interpretativa e naturalista do mundo no qual o observador está inserido. Sendo assim, o pesquisador que adota esta abordagem deve buscar entender e/ou interpretar os fenômenos em sua complexidade e sob todos os seus aspectos.

Outra característica da pesquisa qualitativa é que ela tem como fonte de coleta de dados o espaço natural, no qual o pesquisador está inserido, ou seja, o pesquisador está em contato direto com o que está sendo investigado. Desse modo, o pesquisador se torna responsável pelos dados coletados, pela leitura dos mesmos e ainda por sua interpretação e análise (GOLDENBERG, 1999). Segundo esse autor a preocupação do pesquisador não deve estar na representação numérica ou no resultado final.

Na pesquisa qualitativa o pesquisador precisa ter uma compreensão profunda e detalhada dos dados coletados, porém, com uma visão abrangente de todo o processo. Deve também buscar compreender os indivíduos envolvidos. Assim, os dados coletados são maioritariamente descritivos e as análises tem cunho interpretativo. Silva (2008) acrescenta que "na pesquisa qualitativa a produção do conhecimento acontece de forma interativa, intercomunicativa entre investigador e investigado, ocorrendo um processo de conhecimento circular" (p. 30).

Como é nosso interesse analisar a produção de (signos) interpretantes ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, que consideram o uso de tecnologia a fim de elucidar nossa questão de investigação: que signos são produzidos nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao GeoGebra?, a recorrência à essa base metodológica nos parece adequada.

4.3. O ambiente investigado

O estudo foi realizado com alunos regulares de um colégio da rede privada do município de Pitanga – PR, no qual a pesquisadora atua como professora. O Colégio iniciou suas atividades em 10 de dezembro de 1941, neste mesmo município, povoado no período por ucranianos e poloneses. Ele foi fundado por um padre em conjunto com a Associação das Irmãs

Servas de Maria Imaculada, para dar assistência e educação aos imigrantes que habitavam na cidade. A Associação das Irmãs possui, atualmente, onze colégios distribuídos nos estados do Paraná, Santa Catariana e São Paulo. O Colégio São Bento, no qual nossa investigação foi desenvolvida, tem 548 alunos matriculados, distribuídos em 33 turmas, sendo 14 turmas da Educação Infantil, 16 turmas de Ensino Fundamental I e II e 3 turmas de Ensino Médio.

As atividades de modelagem matemática que compõem nossa investigação foram desenvolvidas com 19 alunos, sendo 10 meninas e 9 meninos, de uma turma de 1ª série do Ensino Médio. Como a investigação se deu no contra turno[9] (no período vespertino), nem todos os alunos da turma, que era composta por 25 alunos, participaram do estudo. A escolha da turma participante da investigação deu-se durante uma reunião pedagógica em conversa com os demais professores da instituição, no início do ano letivo, pois a professora/investigadora não conhecia os alunos até então, e teve um primeiro contato com as turmas no início do presente ano. Os professores sugeriram tal turma pela participação e interesse demonstrados pelos alunos em atividades diferenciadas, por eles propostas.

Na seção que trazemos nossos aportes teóricos (seção 1.2) nos reportamos à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática e é nessa familiarização que nos apoiamos para desenvolver nosso estudo dado que os alunos não tinham vivenciado experiências com Modelagem Matemática.

Como os alunos participaram do estudo de forma voluntária e no contra turno, os dez encontros que tivemos foram organizados de forma que alguns grupos de alunos pudessem se ausentar em alguns deles. Esses encontros aconteceram nas terças-feiras de dez semanas consecutivas, no período de 12 de março a 14 de maio de 2019, no primeiro semestre do ano letivo. Todos os encontros foram realizados entre o horário das 13 horas e 17 horas. Assim, no total foram destinadas 40 horas-aulas para o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, com encontros de 4 horas-aula cada. A opção por destinar alguns encontros para trabalhos específicos com alguns grupos de alunos surgiu dos próprios alunos, devido à impossibilidade de alguns deles participarem de todos os encontros. Assim, foi realizado um sorteio para determinar o dia que cada grupo de aluno participaria dos encontros, visando não privilegiar qualquer grupo.

---

[9] Almeida, Silva e Vertuan (2013) discorrem que quando as atividades de modelagem matemática são desenvolvidas em espaço e tempo específicos a elas, o professor pode desenvolver atividades com novos conceitos, independentemente do nível escolar dos alunos, bem como aplicar conceitos já estudados em sala.

Os alunos foram organizados em quatro grupos de quatro alunos e um grupo de três alunos, totalizando cinco grupos. Cada grupo foi constituído livremente pelos alunos. Para auxiliar na análise, os grupos foram denominados como G1 para o grupo 1; G2 para o grupo dois; G3 para o grupo; G4 para o grupo 4; e, G5 para o grupo 5; esta nomeação dos grupos visa presar o anonimato dos alunos. Trataremos os alunos do grupo 1 por A1, A2 e A3; do grupo 2 por B1, B2, B3, e assim, sucessivamente. E a professora/ investigadora trataremos como prof. A Tabela 1 ilustra a organização dos dez encontros.

Tabela 1 – Distribuição dos alunos por encontro e momento de familiarização proposta por Almeida e Dias (2004)

Data	Alunos	Momento da Familiarização
12 de março	Todos os alunos	1° momento
19 de março	Todos os alunos	2° momento
26 de março	Todos os alunos	
02 de abril	Todos os alunos	3° momento
09 de abril	G1	
	G3	
16 de abril	G2	
	G4	
23 de abril	G1	
	G2	
30 de abril	G4	
	G5	
07 de maio	G3	
	G5	
14 de maio	Todos os alunos	

Fonte: as autoras

Vale ressaltar que nos encontros denominados "todos os alunos" as atividades foram desenvolvidas com todos os alunos participantes, estes encontros foram destinados para familiarização dos alunos com as atividades de modelagem matemática, já que eles não tinham conhecimento desta metodologia.

4.4. As atividades de modelagem matemática desenvolvidas

No aporte teórico discutido na seção 1.2 evidenciamos que uma atividade de modelagem matemática pode ter seu tema escolhido pelos alunos, pelo professor ou por um consenso de ambos (VERONEZ, 2013). Ao assumir essa orientação e também a implementação gradativa da Modelagem Matemática, vivenciamos nesta investigação atividades desenvolvidas no 1° e

2° momentos de familiarização dos alunos, as quais tiveram temas sugeridos pela professora/investigadora, e, atividades no 3° momento de familiarização, com temas sugeridos pelos alunos.

A Tabela 2 contém os problemas que originaram as atividades de modelagem matemática desenvolvidas nos dois primeiros momentos, com todos os alunos ao mesmo tempo. Tais atividades foram selecionadas pela professora/investigadora por assumir que elas proporcionariam aos alunos conhecimentos diversificados sobre como desenvolver uma atividade de modelagem matemática, sobre como usar recursos tecnológicos em seu desenvolvimento e também para que eles se familiarizassem com Modelagem Matemática, seguindo as orientações de Almeida e Dias (2004).

Tabela 2 – Atividades desenvolvidas nos momentos 1 e 2

Momento/Data	**Problemas**
1° momento 12/03/19	É possível verificarmos por meio de cálculos matemáticos a veracidade das capacidades expressas nas embalagens? (UMBEZEIRO, SILVA, 2017)
	O volume de ar quente nos balões, encontrado nos sites, é condizente com o resultado obtido por meio de cálculos realizados considerando seu formato (formas geométricas)? (notas de aula)
2° momento 19/03/19	Uma pessoa muito alta consegue passar por esses jatos d'água sem precisar se curvar? (notas de aula)
	Quantas pessoas podem passar, lado a lado, no corredor desses jatos d´água, com a garantia de não se molharem? (notas de aula)
2° momento 26/03/19	Em quanto tempo a bateria do telefone celular carrega, aproximadamente, 50%? (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2013)
	Qual é o percentual de carregamento da bateria do telefone celular após 40 minutos de conexão na tomada de energia elétrica? (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2013)

Fonte: as autoras

As atividades do 1° momento foram desenvolvidas na íntegra, conforme apresentada por seus respectivos autores, já as do 2° momento foram desenvolvidas partindo dos problemas propostos pelos autores, porém com algumas delas tendo seus dados coletados pelos próprios alunos. Para o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática segundo o 3º momento de Almeida e Dias (2004) foi considerado os temas (e problema) sugerido pelos alunos, em seus grupos. Assim, todo o processo de coleta de informações e seleção do problema a investigar foi regido por eles, associado às suas curiosidades.

Nessa investigação optamos por considerar na análise as atividades desenvolvidas no momento três da familiarização, pois reconhecemos que nesse momento os alunos apresentam mais autonomia quanto às ações e estratégias tomadas no decorrer de toda a atividade. A Tabela 3 ilustra a divisão dos grupos, bem como, os temas por eles escolhidos.

Tabela 3 - Atividades desenvolvidas no momento 3[10]

02/04	Todos os alunos	Pesquisas para nortear os problemas
09/04	G1	Lago
	G3	Placa de trânsito
16/04	G2	João de Barro
	G4	Hotel de Dubai
23/04	G1	Lago
	G2	João de Barro
30/04	G4	Hotel de Dubai
	G5	Basquete
07/05	G3	Placa de trânsito
	G5	Basquete
14/05	Todos os alunos	Socialização das atividades desenvolvidas.

Fonte: as autoras

Todos esses temas surgiram do interesse dos alunos, a partir daquilo que eles julgaram lhes chamar a atenção. No primeiro encontro (dia 02 de abril), todos os alunos, com seus respectivos notebooks, realizaram pesquisas sobre seus temas de interesse, ao mesmo tempo em que eram motivados pela professora a elencar tema ou problema para estudo. Porém, nem todos os grupos definiram um tema neste encontro, dois dos grupos tiveram dificuldades em relação à escolha do tema, tendo-o definido apenas no encontro subsequente. Na Tabela 4 apresentamos os problemas enunciados pelos grupos, segundo os temas por eles escolhidos.

Tabela 4 – Problemas enunciados nas atividades de modelagem matemática

Grupo	**Tema**	**Problema**
G1	O uso de pedalinhos no Lago	Quantos pedalinhos cabem no Lago?
G2	Casa do João de Barro	Qual é a área da superfície e o volume da casa do João de Barro?
G3	As Placas de trânsito	Qual a altura da placa e qual a sua distância até o chão?
G4	Hotel de Dubai	Qual a área da superfície total do Hotel Gevora que foi revestida em ouro?
G5	A quadra de basquete	O garrafão da quadra permaneceu do mesmo tamanho após as novas regras?

Fonte: as autoras

[10] As cinco atividades desenvolvidas nesta investigação estão no Produto Educacional intitulado como “Uma prática com Modelagem Matemática mediada pela Tecnologia”.

Dentre as cinco atividades destacamos as que foram desenvolvidas pelos alunos do Grupo 1 e do Grupo 3, “um estudo sobre o Lago” e “as placas de trânsito”, respectivamente, que serão analisadas na próxima seção. Essas atividades foram escolhidas por proporcionar à professora/investigadora dados necessários para análise.

O Grupo 1 foi o que apresentou maior interesse no desenvolvimento da atividade, dialogando sobre o assunto e fazendo questionamentos relevantes. Já o Grupo 3, foi o que apresentou mais dificuldade ao longo do desenvolvimento da atividade, necessitando sempre da orientação da professora/investigadora. Cabe destacar que esses dois grupo definiram seus temas de investigação nos encontros destinados para tal.

O tema definido pelo Grupo 1 foi o Lago da cidade. Para a coleta de informações sobre tal tema os alunos pesquisaram na internet, principalmente no site da prefeitura da cidade. Nas primeiras pesquisas o grupo percebeu falta de opções de lazer na cidade, decidindo sobre os Pedalinhos. Ao pesquisar sites de venda desse produto, com o intuito de obter mais informações, sentiram necessidade de contato via e-mail para algumas empresas, porém não obtiveram respostas.

O alunos do Grupo 3, por sua vez, demonstraram dificuldades já na definição do tema para estudo; eles não concordavam com nenhum tema sugerido pelos seus respectivos colegas. Assim, observando as discussões no grupo, a professora/investigadora interviu para auxiliar na definição do tema e problema.

A escolha de tais atividades, no entanto, se justifica, por entendermos que nelas o envolvimento dos alunos com a atividade foi maior, produzindo mais material para a análise. Para análise, no próximo capítulo, nos reportamos ao desenvolvimento das atividades 1 e 3, analisando-as individualmente, e ainda a socialização das soluções encontradas com os demais alunos. Não nos prendemos às fases da atividade de modelagem matemática, mencionadas no capítulo1, mas na situação inicial (como a situação-problema foi enunciada), nos procedimentos e encaminhamentos tomados para transitar da situação inicial para a final (como os alunos desenvolveram as atividades) e na situação final (como os alunos analisaram as soluções encontradas, ou seja, a socialização) buscando analisar a produção dos (signos) interpretantes ao longo do desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Destacamos que os (signos) interpretantes produzidos serão analisados de acordo com os pressupostos de Peirce (1992) como interpretante imediato (é a primeira impressão que o signo causa no interprete), interpretante dinâmico (é o efeito que este signo causa no intérprete) e interpretante final (o que foi finalmente decidido, a opinião definida).

4.5. Coleta e tratamento de dados

A coleta de dados se deu durante o desenvolvimento das atividades por meio de gravações em áudios, que posteriormente foram transcritas para análise; diário de campo da professora/investigadora e anotações dos alunos. Após a transcrição dos dados foi selecionado recortes dos diálogos, que chamamos de episódios. Esses episódios foram considerados por conter interpretantes que viabilizem uma possível análise acerca deles. Assim, pudemos identificar a tricotomia do interpretante, que foram analisados de acordo com as definições de interpretante propostas por Peirce (1992) e discutidas no capítulo 3.

As gravações foram realizadas nos aparelhos celulares, da professora/investigadora e dos próprios alunos, pois cada grupo fez suas próprias gravações. As anotações dos alunos deram-se através de registros de seus cálculos e encaminhamentos tomados durante o desenvolvimento da atividade, bem como cálculos, desenhos, pesquisas e resoluções. No início da nossa investigação os alunos apresentaram certa timidez, por conta das gravações realizadas, mas, com o passar do tempo, tais gravações passaram a ficar despercebidas, e os aluno voltaram aos seus comportamentos normais.

Todas as gravações realizadas, tanto pela professora/investigadora quanto pelos alunos, foram transcritos e utilizados para análise. Os materiais produzidos pelos alunos também tornaram-se indispensáveis para a análise dos signos produzidos. Referimo-nos aos materiais produzidos pelos alunos como sendo anotações realizadas em folhas que eles utilizaram no decorrer da atividade, as quais foram consideradas, também, objetos de análise.

Valem ressaltar que a coleta de dados foi realizada após a ciência e consentimento de pais ou responsáveis dos alunos, e todos, alunos e seus respectivos responsáveis assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (ANEXO 1), bem como o Termo de Assentimento para criança e adolescente (ANEXO 2), por envolver adolescentes entre 14 e 16 anos, além da Cartas de Autorização/Anuência, assinada pelo diretor do Colégio (ANEXO 3) para autorização a realização da investigação, e assinada pelo reitor da instituição mantenedora da Universidade (ANEXO 4), conforme instrução do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da UNICENTRO.

5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE: IDENTIFICANDO OS SIGNOS (INTERPRETANTES) NAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Descrevemos e analisamos, nesta seção, as atividades de modelagem matemática desenvolvidas, por alunos de uma 1ª série do Ensino Médio, durante nossa investigação. Essas atividades, cujos temas são: um estudo sobre o Lago (Grupo 1) e Placa de Trânsito (Grupo 3), foram desenvolvidas no 3º momento de familiarização do alunos com Modelagem Matemática, conforme orientações de Almeida e Dias (2004).

Ao longo do capítulo trazemos as conversas dos alunos, em forma de episódios, que contém recortes de seus diálogos. Assim, não apresentamos na íntegra os diálogos que consideram o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática. Porém, na análise consideramos a produção de (signos) interpretantes em todo o desenvolvimento dessas atividades. Analisamos os (signos) interpretantes produzidos nas atividades de modelagem matemática na situação inicial, nos procedimentos e encaminhamentos tomados para transitar da situação inicial para final, e na situação final.

5.1. Atividade 1: um estudo sobre o Lago

O tema "um estudo sobre o Lago" foi proposto pelos alunos do grupo G1, com intuito de investigar uma opção de lazer para à cidade. Esta atividade surgiu durante o terceiro momento da familiarização com as atividades de modelagem matemática, propostos por Almeida e Dias (2004). O grupo (G1) deu início às pesquisas para desenvolver a atividade de modelagem no encontro do dia 02 de abril, definindo o problema neste encontro. Utilizaram dois encontros para o desenvolvimento da atividade em sala, e em casa buscaram por informações que lhes auxiliassem na busca pela solução. O Episódio 1 contém as primeiras ações do grupo, com vistas a desenvolver tal atividade de modelagem.

Episódio 1

A1 *Oi professora, a gente pensou em fazer alguma coisa sobre o lago.*
Prof *É uma ótima ideia, mais o que, por exemplo?*
A2 *Pensamos em ver se dava para coloca pedalinhos lá no lago, vai que conseguimos provar que é uma boa ideia colocar pedalinho no lago.*
A1 *É professora, os pedalinhos como forma de lazer.*
Prof *É uma boa ideia, mas como que vocês vão fazer isso?*
A2 *Simples, primeiro calculando a área do lago.*

Prof *Então vocês terão que analisar esta situação em três etapas. Primeiro, calculando a área do lago; segundo, pesquisando sobre os pedalinhos; e, depois sobre os pedalinhos no lago.*
A2 *Sim prof, vamos agora pesquisar como podemos calcular a área do lago apenas.*
[...]
Prof *E como vocês vão pesquisar sobre ele?*
A3 *Ah, a gente já pesquisou no Google Maps prof, e tiramos um print do lago.*

A fala do aluno **A2**: *"calculando a área do lago"* caracteriza-se um interpretante imediato, por apresentar a primeira intenção do aluno para resolver o problema. Apesar do problema não estar formulado, o aluno manifesta conhecer uma estratégia, em considerar aspectos da coleta de dados, já realizada, para auxiliar na elaboração de uma questão a investigar.

A fala do aluno **A3** *"já pesquisou no Google Maps"* configura-se um interpretante imediato, visto que denota a primeira intenção do mesmo, que logo gera um interpretante dinâmico *"tiramos um print do lago"*. A Figura 4 demonstra este interpretante que passa ele mesmo a se constituir o próprio signo, tornando-se um objeto ao promover aos alunos uma reflexão sobre um problema a investigar.

Figura 4 - Lago do Parque Municipal

Fonte: https://www.google.com.br/maps/@-24.7680571,-51.7684491,220m/data=!3m1!1e3

Este interpretante, relacionados aos conceitos de área e à sua interpretação pelos intérpretes (alunos que desenvolvem a atividade), os fomenta a discussão a respeito do problema a investigar e dos meios possíveis de resolvê-lo. O Episódio 2 ilustra esse fato.

Episódio 2

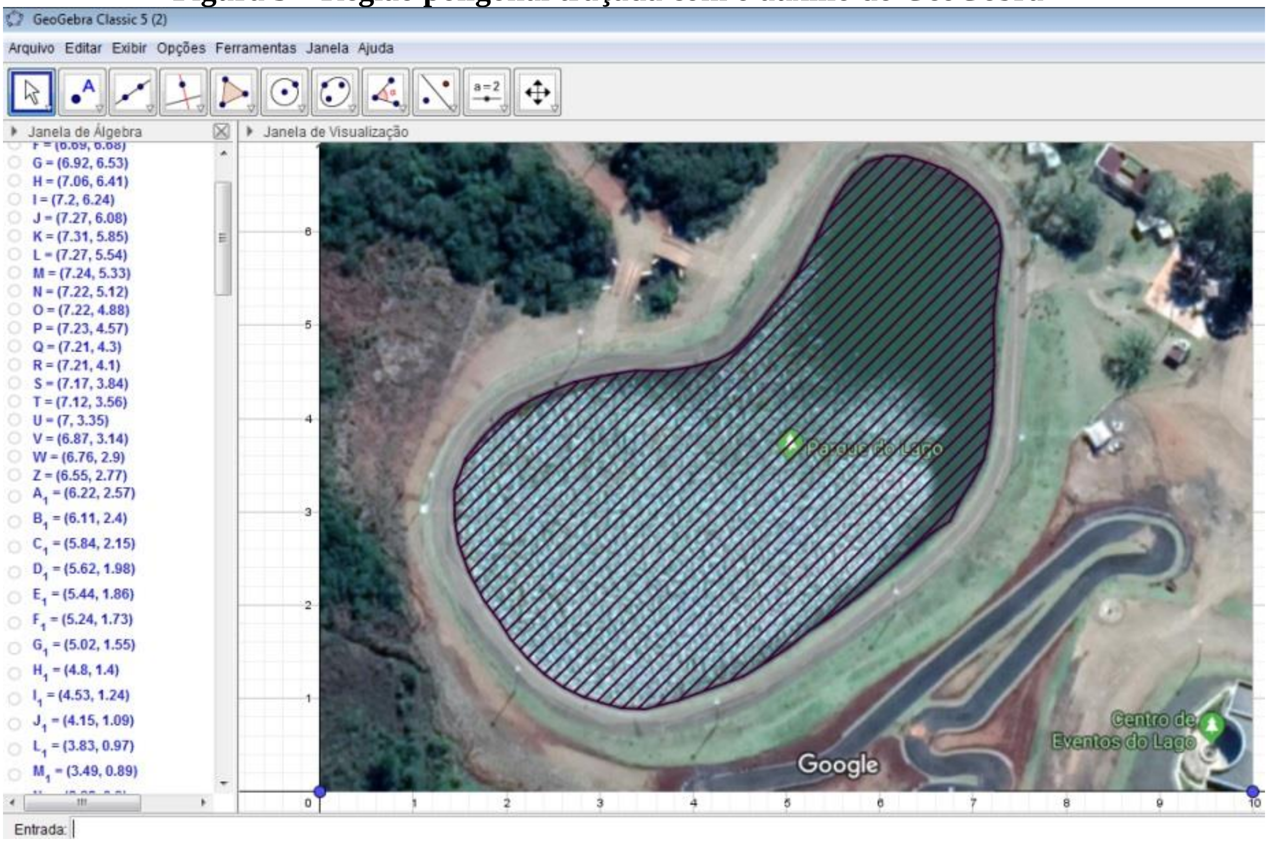
Prof	*Com essa imagem dá para fazer um monte de coisa, mas, o que vocês pretendem?*
A1	*Sei lá prof, será que a gente pode calcular a área?*
Prof	*Mas como que vocês vão calcular a área?*
A2	*Como vamos ter que descobrir, ou você pode nos contar.*
A3	*Ela não vai contar para a gente.*
Prof	*Não mesmo, eu posso ajudar vocês, mas não contando.*
A2	*Se a gente calcula a área do lago, a gente pode ver quantos pedalinhos cabem no lago.*
A1	*Mas só ver quantos pedalinhos dá para por no lago.*
A3	*Tá aí nosso problema.*
[...]	
A1	*Professora a gente conseguiu algumas informações sobre o lago que a gente acha importante.*
Prof	*É? Que informações que vocês coletaram?*
A1	*Professora a gente foi na prefeitura, e explicamos que estamos fazendo uma atividade de matemática. Que a professora deixou a gente pesquisa sobre o que a gente quisesse, e que decidimos pesquisar sobre o lago.*
A3	*É, daí perguntamos se ele podia passar algumas informações sobre o lago.*
A1	*Daí ele disse que podia passar o perímetro do lago, ajuda já né?*
Prof	*Ajuda sim.*
A2	*Então professora, nós viemos com o perímetro do lago, e com a imagem do Google Maps do lago, e agora?*
Prof	*Agora vocês precisam decidir o que vocês querem saber com esses dados.*
A3	*Queremos saber quantos pedalinhos cabem no lago sem se baterem.*
Prof	*Hummmm, é um bom problema.*
A1	*Como que a gente vai fazer isso?*
Prof	*Vocês que precisam me contar.*
A2	*Professora a gente pode colocar a imagem no GeoGebra né.*
Prof	*Claro que sim.*
A2	*Fica assim?*

Com a fala do aluno **A2** “*calcula a área do lago, a gente pode ver quantos pedalinhos cabem no lago” p*ode-se observar a enunciação do problema que em seguida é aceito por todo o grupo. Tal enunciação corresponde a um interpretante imediato. Esse interpretante imediato relacionado à imagem da Figura 2 gera os interpretantes dinâmicos explicitados na assimilação de calcular a área do lago e na sugestão de utilizar o GeoGebra para isto.

A enunciação do grupo de utilizar o GeoGebra mesmo assumindo conotação de interpretante final por parte dos alunos por terminarem o problema de investigação, torna-se um novo interpretante imediato, já que os alunos entendem que precisam familiarizar-se com as ferramentas que o *software* GeoGebra disponibiliza.

Na busca pela solução do problema, que agora aparece formulado, e, associando a informação do Quadro 3 e a imagem do lago, o grupo de alunos registra algumas hipóteses, ilustradas no Quadro 4. Essas hipóteses, no entanto, além de se caracterizarem como interpretantes imediatos, por revelarem a primeira intenção do intérprete; caracterizam-se também como interpretantes dinâmicos, por produziram um efeito no intérprete. Esses interpretantes relacionados aos conceitos preexistentes de área e à interpretação do signo pelo intérprete evoca a produção do signo interpretante imediato, ou seja, o traçado da região poligonal do lago, ilustrado pela Figura 5.

Figura 5 – Região poligonal traçada com o auxílio do GeoGebra



Fonte: registro dos alunos

Quadro 3 - Informações coletadas sobre o Lago

– Perímetro do Lago: $506,54\ m = 50654\ cm$

Fonte: registro dos alunos, transcritos

Quadro 4 – Hipóteses

H1: O lago não possui formato de um polígono regular. H2: É possível calcular a área do lago no GeoGebra utilizando apenas as ferramentas do *software*.

Fonte: registro dos alunos, transcritos

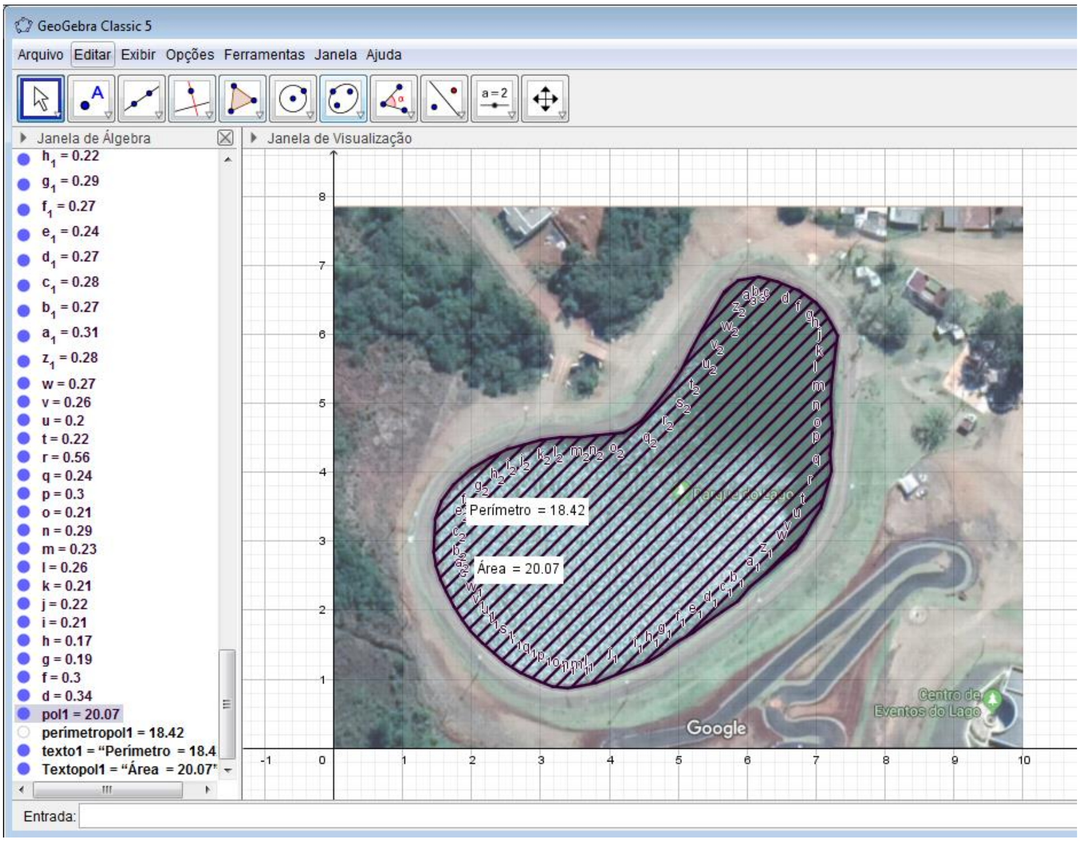
As hipóteses H1 e H2 enunciadas pelos alunos e a região poligonal do lago possuem conotação de interpretantes que revelam intenções dos intérpretes e, mesmo associados às possibilidades de uma possível resposta ao problema enunciado, indicam que o traçado da região poligonal mesmo que indispensável, não é suficiente para solucionar o problema. Observamos no Episódio 3 o diálogo entre os alunos referente a este aspecto.

Episódio 3

A1	*Olha como ficou bonitinha, mais pera aí, não é um polígono regular, como que a gente vai calcular a área?*
A3	*Do mesmo jeito que fosse um polígono regular, pela ferramenta do GeoGebra né.*
[...]	
Prof	*Isso mesmo, assim vocês conseguem demarcar bem o polígono que vocês construíram.*
A1	*Então professora até fica fácil assim né, se a gente conseguir utilizar as ferramentas do programa né.*
Prof	*É sim.*
A2	*Vamos calcular a área então. Com o GeoGebra dá para calcular o perímetro também né prof?*
Prof	*Dá sim.*

A fala de **A1** "*mais pera aí, não é um polígono regular"*, é considerado um interpretante dinâmico por sugerir que o grupo elabore estratégias, utilizando as ferramentas disponível no *software* GeoGebra, para obter a área e o perímetro da região poligonal da superfície do lago. Isso ocorre porque os alunos não possuem conhecimentos suficientes para calcular tal área e perímetro. A Figura 6 ilustra que a estratégia dos alunos para obtenção da área e do perímetro do lago (Quadro 5) foi selecionar os itens, nas ferramentas do *software*, que possibilitam tais medidas.

Figura 6 - Ferramenta do *Software* GeoGebra para calcular a área.



Fonte: registro dos alunos

Quadro 5 – Informações coletadas no GeoGebra

Perímetro do Lago no GeoGebra: $18{,}4\ cm$ Área do Lago no GeoGebra: $20{,}04\ cm^2$

Fonte: registro dos alunos, transcritos

Os valores da área e do perímetro encontrado com o auxílio do GeoGebra, são considerados interpretantes finais, entretanto, esses interpretantes passam a se constituir novos signos. O Episódio 4 ilustra este fato.

Episódio 4

A3 *Então professora, nós temos o perímetro do Lago de verdade que os engenheiros da prefeitura passaram, temos a área do lago e o perímetro do lago aqui no GeoGebra. E agora?*

[...]

Prof *Voltem ao problema que vocês montaram, o que vocês precisam fazer?*

A2 *O lago de verdade e o lago no GeoGebra são o mesmo, mas um é muito maior que o outro, não são semelhantes professora?*
Prof *São sim.*
A1 *É mesmo, podemos usar razão e proporção.*

A fala do aluno **A2** "*O lago de verdade e o lago no GeoGebra são o mesmo, mas um é muito maior que o outro, não são semelhantes professora?"* provoca a produção de um novo ciclo de interpretantes. Esta fala tem conotação de interpretante, ora interpretante imediato, ora de interpretante dinâmico. Caracteriza-se como um interpretante imediato uma vez que essa afirmação nos mostra a primeira impressão de **A2** e, caracteriza-se como um interpretante dinâmico já que revela o efeito que o interpretante imediato produz ao intérprete. O comentário do aluno **A1** *"podemos usar por razão e proporção*" denota tal efeito.

As medidas do perímetro e da área do lago coletados do GeoGebra passam a se construir um objeto e associados aos conceitos de razão e proporção levam os alunos a discutirem as próximas estratégias a serem tomadas. O Episódio 5 expõe esse fato.

Episódio 5

A2 *Professora, a razão encontrada quando divide o valor de dois lados proporcionais em dois polígonos semelhantes e do perímetro é a mesma.*
A1 *Eu acho que a gente já tem as informações que a gente precisa.*
[...]
A1 *Mas professora, precisamos colocar tudo na mesma unidade de medida.*
A3 *É mesmo, tem que deixar tudo em cm ou em m. Então agora precisamos calcular a razão dos perímetros né.*
A2 *Daí precisamos só calcular na proporção da área com o perímetro?*
A3 *Eu acho que sim, vamos tentar.*

A fala do aluno **A2** "*a razão encontrada quando divide o valor de dois lados proporcionais em dois polígonos semelhantes e do perímetro é a mesma"* configura-se como um interpretante imediato já que passa a se constituir um objeto e indicar um novo signo. Este novo signo nos leva a observar um novo ciclo de interpretantes, vemos isto no comentário do aluno **A3** *"Então agora precisamos calcular a razão dos perímetros né".* Essa fala possui conotação de interpretante dinâmico, pelo efeito que causou ao intérprete, por evidenciar uma estratégia para solução do problema. Estratégia esta que passa a ser aceita por todo o grupo de alunos.

O comentário do aluno **A2** "*Daí precisamos só calcular na proporção da área com o perímetro?"* possui conotação de interpretante final, por parte dos alunos. Que logo, se torna um novo interpretante imediato por causar um efeito ao intérprete, ou seja, de calcular a razão entre os perímetros. O cálculo dos perímetros possui característica de interpretante dinâmico por corresponder a uma interpretação do signo no intérprete. Estes interpretantes relacionados aos cálculos feitos pelos alunos provocam a produção do signo interpretante final representado no Quadro 6.

Quadro 6 - Cálculo da área do lago

Razão do perímetro do lago:

$$\frac{Perímetro\ do\ Lago\ Real}{Perímetro\ do\ Lago\ no\ GeoGebra} = \frac{50654}{18{,}4} = 2752{,}93$$

$$L^2 = \frac{A_1}{A_2}$$

$$L = razão\ entre\ os\ perímetros$$

$$A_1 = área\ do\ lago\ real$$

$$A_2 = área\ do\ lago\ no\ GeoGebra$$

$$2752{,}93^2 = \frac{A_1}{20{,}04}$$

$$7578649{,}92 = \frac{A_1}{20{,}04}$$

$$A_1 = 7578649{,}92\ .\ 20{,}04$$

$$A_1 = 151876144{,}34\ cm^2$$

Área do Lago Real

$$151876144{,}34\ cm^2 = 15187{,}61\ m^2$$

Fonte: registro dos alunos, transcritos

A resposta obtida pelo grupo de alunos possui conotação de interpretante final por parte dos alunos, já que estes a assumem como resposta satisfatória para a primeira etapa do problema em estudo. Este interpretante apesar de ser um interpretante final perante os alunos passa a constituir-se um novo interpretante imediato quando eles percebem que não encontraram a solução para a situação investigada. O Episódio 6 ilustra as discussões sobre as próximas ações do grupo sobre a segunda etapa da situação-problema.

Episódio 6

A3	*Nossa professora, eu achei que era tão mais difícil.*
Prof	*Mas é porque assim vocês se deparam com situações do cotidiano de vocês, e não só com exercícios prontos.*
A1	*Eu só sei que eu estou gostando de estuda matemática assim.*
A3	*Então temos que ver agora sobre o peladinho, vamos pesquisar sobre isso né?*
A1	*Professora a gente encontrou esse pedalinho*

A fala do aluno **A3** *"Então temos que ver agora sobre o pedalinho, vamos pesquisar sobre isso né?"* gera um novo ciclo de interpretantes. Possui conotação de um interpretante dinâmico associado à imagem das Figuras 7 e 8 e, as informações do Quadro 7, produzem interpretantes finais.

Figura 7 - Visão lateral do Pedalinho escolhido

Fonte: https://www.smartpier.com/images/fotos/Cisne/Miniaturas/PB210-Cisne-02_Pq.jpg

Figura 8 - Visão inferior do Pedalinho escolhido

Fonte: https://www.smartpier.com/images/fotos/Cisne/Miniaturas/PB-210-Pedalinho-Cisne-Fundo-02_Pq.jpg

Quadro 7 - Informações coletadas sobre o Peladinho escolhido

Características
- Suporta motor de popa de até 3hp. - Fabricado na cor Branca - Acessório opcional: Toldo na cor branca. - Comprimento: 2,20 m. - Largura: 1,50 m. - Peso: 55 kg.

Fonte: registro dos alunos, transcritos

As imagens selecionadas, associadas às características do pedalinho, coletadas pelos alunos, caracterizam-se interpretantes dinâmicos, conforme Episódio 7, no qual esses interpretantes passam a se constituir novos signos.

Episódio 7

Prof *Então o que que vocês vão fazer com essas informações?*
A3 *Prof, primeiro a gente precisa saber quanto espaço esse pedalinho ocupa.*
[...]
A1 *Professora, eu estava pensando, temos que calcular a área do pedalinho né?*
Prof *Isso, mas para isso vocês precisam identificar algumas coisas.*
A3 *Sim professora, o formato do pedalinho.*
A2 *Professora, eu acho que não é só o formato do peladinho, se ele gira, a gente precisa calcular todo o espaço para ele girar.*
A1 *Mas então a gente pode utilizar a imagem da parte de baixo do pedalinho que encontramos no site.*

O comentário *"Prof, primeiro a gente precisa saber quanto espaço esse pedalinho ocupa"* do aluno **A3** gera um novo ciclo de interpretantes. Visto que este comentário tem conotação de interpretante imediato e dinâmico. Ora interpretante imediato por mostrar à primeira impressão do **A3**, ora interpretante dinâmico, por revelar o efeito que o interpretante imediato causa ao intérprete. A fala do **A1** *"Professora, eu estava pensando, temos que calcular a área do pedalinho né?"* denota tal efeito.

O comentário *"a gente precisa calcular todo o espaço para ele girar"* do aluno **A2** possui conotação de interpretante dinâmico, por causar um efeito no intérprete. Este interpretante dinâmico passa a se constituir um interpretante final como pode ser observado na afirmação da fala do aluno **A1** *"Mas então a gente pode utilizar a imagem da parte de baixo do pedalinho que encontramos no site"*, que torna-se um objeto e indica um novo signo.

Este novo signo associado à imagem do pedalinho inserida no GeoGebra gera um novo ciclo de interpretantes. O Episódio 8 apresenta este fato.

Episódio 8

Prof	*Porque vocês estão colocando a imagem do pedalinho no GeoGebra?*
A2	*Ah, prof, porque a base do pedalinho é um retângulo, e como a gente precisa fazer a circunferência por fora dela é mais fácil no GeoGebra.*
Prof	*É sim!*
A1	*Professora, a gente precisa calcula a área dessa circunferência né?*
Prof	*Sim.*
A1	*Então, a gente vai utiliza a fórmula da área da circunferência. Mas pra calcula o raio a gente vai ter que calcula a distância entre o centro da circunferência e a circunferência, só que isso eu não sei.*
[...]	
A3	*Prof, os pontos do GeoGebra. A gente fez assim, inserimos a imagem no GeoGebra, dai colocamos os pontos nos extremos do pedalinho e traçamos um retângulo que é a base, dai as diagonais desse retângulo. Porque metade dessa diagonal é o raio da circunferência em que ele está inserido. É isso né?*
Prof	*É sim.*
A1	*Então se é isso a gente precisa das coordenadas dos pontos do centro da circunferência e de um dos vértices do retângulo da base do peladinho.*

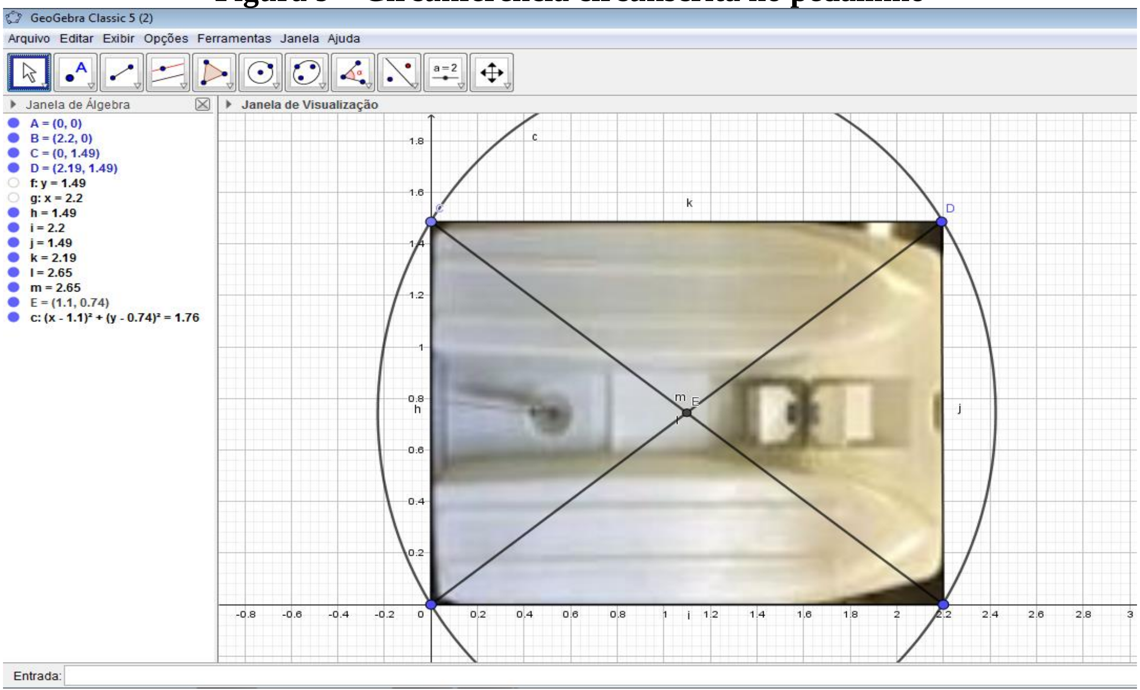
O comentário *"Ah, prof, porque a base do pedalinho é um retângulo, e como a gente precisa fazer a circunferência por fora dela é mais fácil no GeoGebra"* do aluno **A2**, tem característica de interpretante final que passa a se constituir um novo interpretante imediato. Interpretante final por afirmar que a base do pedalinho é um retângulo. E, novo interpretante imediato, por saber que poderá utilizar essa informação para prosseguir na busca pela solução esta segunda etapa.

A fala do aluno **A1** *"Professora, a gente precisa calcular a área dessa circunferência né?"* tem conotação de interpretante dinâmico por demonstrar efeito sobre o intérprete. A fala do aluno **A2** "*a gente vai utiliza a fórmula da área da circunferência"* possui conotação de interpretante final por demonstrar uma estratégia, que é aceita por todo o grupo; "*Mas pra calcula o raio a gente vai ter que calcula a distância entre o centro da circunferência e a circunferência, só que isso eu não sei"* possui conotação de interpretante imediato e dinâmico. Ora interpretante imediato por demonstrar a intenção do aluno, ora interpretante dinâmico por explicitar a indicação da utilização da fórmula da área da circunferência. A enunciação do cálculo do raio embora ganhe conotação de interpretante final por parte do aluno, passa a ser um novo interpretante imediato quando ele percebe que não sabe como.

Quando o aluno **A3** fala: "*A gente fez assim, inserimos a imagem no GeoGebra, daí colocamos os pontos nos extremos do pedalinho e traçamos um retângulo que é a base, daí as diagonais desse retângulo"* possui conotação de interpretante dinâmico por revelar o efeito que causou no intérprete, que logo gera um interpretante final "*Porque metade dessa diagonal é o raio da circunferência em que ele está inserido. É isso né?"* por parte do aluno, contudo, passa a ser um novo interpretante imediato quando percebe que precisa de mais informação, que o próprio *software* pode lhes proporcionar.

Quando o aluno **A1** fala que "*Então se é isso a gente precisa das coordenadas dos pontos do centro da circunferência e de um dos vértices do retângulo da base do peladinho*" possui característica de interpretante final, por parte dos alunos. Contudo, passa a ser um novo interpretante imediato quando produz um efeito no intérprete de calcular a área da circunferência. O cálculo da área da circunferência é considerado um interpretante dinâmico por apresentar uma intepretação do signo no intérprete. Este interpretante associado às informações que os alunos adquiriram quando inseriram à imagem no GeoGebra (Figura 9) produzem um interpretante final. Este interpretante final é representado no Quadro 8, pelos cálculos feitos pelos alunos.

Figura 9 – Circunferência circunscrita no pedalinho



Fonte: registro dos alunos

Quadro 8 - Cálculo da área do peladinho

$$Coordenadas\ do\ Centro\ \rightarrow C(1{,}1; 0{,}74)$$
$$Coordenadas\ do\ Vértice\ \rightarrow A(0; 0)$$

$$R = D_{CA} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$R = D_{CA} = \sqrt{(0 - 1{,}1)^2 + (0 - 0{,}74)^2}$$
$$R = D_{CA} = \sqrt{(-1{,}1)^2 + (-0{,}74)^2}$$
$$R = D_{CA} = \sqrt{1{,}21 + 0{,}5476}$$
$$R = D_{CA} = \sqrt{1{,}7576}$$

$$R = D_{CA} = 1{,}3257cm$$

$$Área_{cir} = \pi . R^2$$
$$Área_{cir} = \pi . 1{,}3257^2$$
$$Área_{cir} = \pi . 1{,}7576$$
$$Área_{cir} = 5{,}5216\ cm^2$$

Fonte: registro dos alunos, transcritos

A resposta obtida pelo grupo de alunos possui característica de interpretante final, já que eles a assumem como resposta satisfatória para a segunda etapa do problema em estudo. O Episódio 9 nos apresenta uma nova geração de intérpretes, com as discussões do grupo para a terceira e última etapa da situação-problema.

Episódio 9

A3 *Professora se a gente calculou a área da circunferência utilizando cada centímetro do GeoGebra como um metro do pedalinho real. Então essa área que a gente encontrou é em metros mesmo né.*

Prof *Sim.*

A1 *Então a área que cada pedalinho ocupa do lado é de* $5{,}52\ m^2$*.*

A2 *Então é só a gente dividir a área do lago pela área do peladinho para saber quantos pedalinhos cabem no lago.*

O comentário do aluno **A3** *"a gente calculou a área da circunferência utilizando cada centímetro do GeoGebra como um metro do pedalinho real"* tem conotação de um interpretante imediato que, brevemente, se constitui em um interpretante dinâmico quando o aluno afirma que *"então essa área que a gente encontrou é em metros mesmo né"*, pois denota a intenção que o signo casou no intérprete, e, que pode ser confirmado com a fala do aluno **A1** *"Então a área que cada pedalinho ocupa do lado é de* $5{,}52\ m^2$*"*. Este interpretante dinâmico, contudo, passa a se constituir um novo signo, conforme a fala do aluno **A2** *"Então é só a gente dividir a área do lago pela área do peladinho para saber quantos pedalinhos cabem no lago".* Este novo signo representa um interpretante dinâmico, por causar um efeito no intérprete, quando evidencia que pode dividir a área do lago pelo pedalinho. Estes interpretantes associados aos cálculos feitos pelos alunos provocam a produção do signo interpretante final representado no Quadro 9.

Quadro 9 - Cálculo da razão entre as áreas do pedalinho e do lago

$$\frac{Área_{lago}}{Área_{pedalinho}} = \frac{15187{,}61m^2}{5{,}5216m^2} = 2750{,}58\ pedalinhos$$

Fonte: Registro dos alunos, transcritos

Os cálculos realizados pelos alunos nas três etapas da situação-problema proposta por eles, além de corresponderem a uma solução final encontrada pelo grupo, também é associado à geração de interpretantes ao longo de todo o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

Com isso, esse interpretante cessa o processo de semiose, processo de geração de interpretantes, nessa atividade de modelagem matemática, por eles assumirem que tal atividade foi finalizada.

5.2. Atividade 2: um estudo sobre a placa de trânsito

O tema "um estudo sobre a Placa de Trânsito" foi proposto pelos alunos do grupo G3. Esta atividade foi desenvolvida durante o terceiro momento de implementação de atividades de modelagem matemática proposto por Almeida e Dias (2004).

O grupo (G3) também deu início às investigações sobre o tema no encontro do dia 02 de abril, utilizaram tal encontro para definir o tema e o problema. O grupo demonstrou dificuldade tanto na escolha do tema e como na enunciação do problema. Desenvolveram a atividade em dois encontros buscando informações também fora com ambiente escolar. Abordamos o Episódio 10 que expõe essas primeiras discussões sobre os temas que o grupo tomou, com vistas a escolher um tema para atividade de modelagem.

Episódio 10

C1 *Gente nós precisamos definir alguma coisa pra pesquisa.*
C4 *Mas nós estamos.*
C3 *Estamos nada, estamos procurando sobre um monte de coisa que não sabemos se vai chegar em algum lugar.*
C1 *Por isso que eu digo que precisamos decidir alguma coisa para pesquisar*
C2 *Mas então diga alguma coisa que a gente começa a pesquisar*
C1 *Mas eu não sei*
C3 *Então?*
C1 *E se cada um desse um tema e a gente escolhesse?*
C2 *Pode ser então*
C1 *Eu pensei em pesquisar sobre a bola de basquete e a bola de pingue-pongue.*
C4 *Eu pensei em pesquisar sobre assistir TV*
C3 *Eu pensei em pesquisar sobre as placas de trânsito*
C2 *Eu pensei em pesquisar sobre macarrão*
C4 *Professora, estamos com um problema, não sabemos sobre o que pesquisar, cada um quer pesquisar sobre alguma coisa.*
C2 *Será que não podemos fazer separados? Cada um o seu?*

Prof *É melhor não, pois a conversa em grupo é importante. Porque vocês não pesquisam um pouco mais sobre o tema que cada um quer, e dai tentam entrar em um consenso?*
C3 *É uma boa ideia.*

Com a fala do aluno **C1** *"e se cada um desse um tema e a gente escolhesse?"*, é possível observar a falta de consenso entre o grupo. A fala do aluno **C2** *"Será que não podemos fazer separados? Cada um o seu?"*, mostra a insegurança em trabalhar em grupo, e ainda, a dificuldades em explanar própria opinião ou ouvir a opinião dos colegas.

Os alunos levam certo tempo estudando sobre os temas que julgavam interessantes, tentando coletar informações, para conquistar o restante do grupo. Com algumas informações em mãos e diálogo, os alunos conseguiram entrar em consenso sobre o tema a ser investigado como pode ser observado no Episódio 11.

Episódio 11

Prof *Certo, que tema ganhou então?*
C3 *O meu tema professora, vamos pesquisar sobre as placas de transito.*
C1 *Professora, eu tinha pensado em pesquisa porque que as placas refletem, e que tipo de luz que o carro precisa ter pra enxergar melhor as placas.*
C4 *Eu quero saber que altura que as placas ficam na Br, aquelas que tem as quilometragens entre as cidades.*
C3 *Essa é uma boa ideia.*
Prof *Mas como vocês farão para pesquisar sobre isso?*
C4 *Sabemos sim prof, e eu já sei como conseguir.*
C2 *Podemos ir na BR e tirar uma foto.*
C4 *Ou podemos entrar no Google Earth, que fica em 3D, e só conseguimos tirar uma foto, sem correr risco.*
Prof *Isso mesmo, então vocês já possuem um caminho, agora é só começar a procurar a imagem que vocês querem.*
C1 *E a minha ideia foi se kkkkkkk*
C2 *Não é que foi se, é que essa também é legal. E outra, nós podemos pesquisar sobre o que você quer depois, como diz a professora.*
Prof *Estão usando as minhas palavras já? Kkkkk*

No comentário do aluno **C4** "*Eu quero saber que altura que as placas ficam na Br, aquelas que tem as quilometragens entre as cidades"* denotamos uma primeira estratégia de enunciação do problema a ser investigado. Tal enunciação é aceita por todo o grupo. A fala do aluno C**4** "o*u podemos entrar no Google Earth, que fica em 3D, e só conseguimos tirar uma foto"* possui conotação tanto de interpretante imediato quanto dinâmico. Interpretante imediato por demonstrar a primeira impressão do aluno, quando o mesmo afirma que "*é só entrar no Google Earth"*. E, interpretante dinâmico, na afirmação *"tirar uma foto"* por demonstrar uma estratégia para solucionar o problema. Este interpretante passa a constituir um objeto (Figura 10) e provoca aos alunos uma reflexão acerca do problema a ser investigado.

Figura 10 - Placa de trânsito escolhida pelos alunos

Fonte: registro dos alunos

Este interpretante, relacionado aos conceitos de grandezas e à sua interpretação pelos intérpretes (alunos do grupo que desenvolveram a atividade), os provoca a discutir mais profundamente sobre o problema a ser investigado e definir estratégias para resolvê-lo. O Episódio 12 ilustra este fato.

Episódio 12

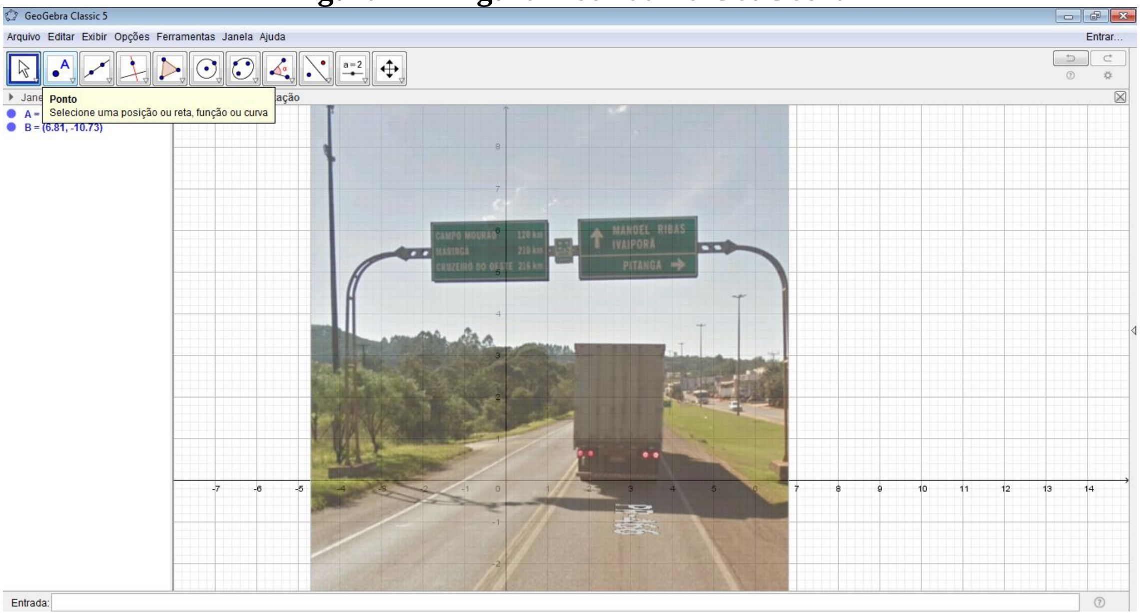
Prof	*Claro que pode, mas o que vocês pretendem saber sobre esta placa?*
C2	*Ah professora, que tamanho será que ela tem?*
C4	*É professora, a altura dela, e a altura que ela fica do chão.*
C3	*Acho esse caminhão pode ajudar a gente, não pode?*
Prof	*Pode sim!*

C1	*Mas como que vamos fazer isso?*
C2	*Vocês sabem que tipo de placa que é esta?*
C3	*Espera eu pesquisar que eu já digo*
[...]	*Tempo para pesquisa.*
C3	*É uma placa de indicação*
C2	*Fazemos sobre o tamanho deste tipo de placa então?*
C4	*Por mim pode ser.*
C1	*Professora, acho que temos nosso problema já.*
[...]	
Prof	*E qual é o problema de vocês então?*
C2	*Queremos saber a altura das placas de indicação.*

A fala do aluno **C2** "*que tamanho será que ela tem"* e com a confirmação do aluno **C4** *"a altura dela, e a altura que ela fica do chão"*, sinaliza definição do problema, que logo é aceita por todo o grupo. Tal definição corresponde um interpretante imediato. Este interpretante está relacionado à imagem da Figura 8, e passa a constituir-se interpretantes dinâmicos explícitos na assimilação que a imagem do caminhão, como pode ser observado na fala do aluno **C3** *"acho que esse caminhão pode ajudar a gente*".

A enunciação da utilização do caminhão mesmo apresentando conotação de interpretante final, por parte do aluno **C3**, logo se torna um novo interpretante imediato quando os alunos percebem que necessitam pesquisar mais sobre os tipos de placas. A afirmação do aluno **C2** *"placas de indicação"* possui conotação de interpretante dinâmico e final. Interpretante dinâmico, pois o aluno demonstra elaborar uma estratégia para o problema, e interpretante final quando determina o tipo de placa. Uma das estratégias tomadas pelo grupo é a utilização do GeoGebra (Figura 11).

Figura 11 - Figura inserida no GeoGebra



Fonte: registro dos alunos

Na busca pela solução do problema, e, associando à informação do Quadro 10 e a imagem da placa de trânsito, o grupo apresenta uma hipótese, ilustrada no Quadro 11.

Quadro 10 - Informações coletadas sobre o caminhão

Altura do caminhão: $4{,}4m = 440cm$

Fonte: registro dos alunos, transcritos

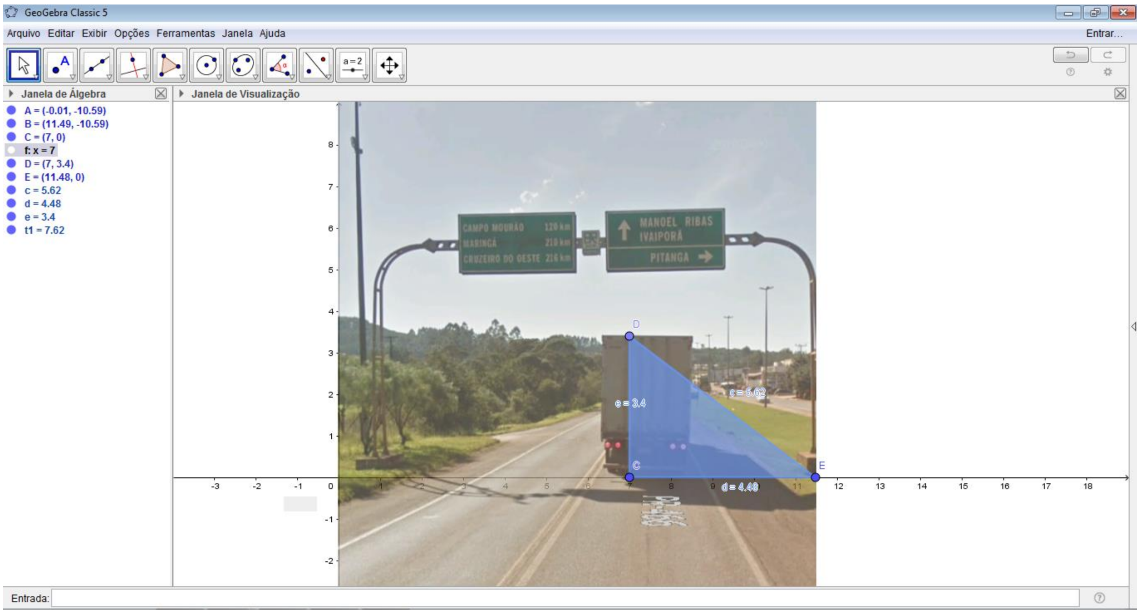
Quadro 11 – Hipótese

H1: O caminhão é um caminhão baú.

Fonte: registro dos alunos, transcritos

Essa hipótese possui caracterização de interpretante imediato e dinâmico. Interpretante imediato, pois revela a primeira intenção do intérprete, e, interpretante dinâmico por produzir um efeito no intérprete. Tais interpretantes associados aos conceitos preexistentes de grandezas de medidas e à intepretação do signo pelo intérprete, os faz produzir um novo interpretante imediato, ou seja, o triângulo com cateto correspondendo à altura da imagem do caminhão inserida no GeoGebra (Figura 12).

Figura 12 - Triângulo traçado com auxílio do GeoGebra, correspondendo à altura do caminhão



Fonte: registro dos alunos.

A hipótese H1 enunciada pelos alunos e o triângulo com cateto correspondente à altura do caminhão possuem conotação de interpretantes que induzem as intenções dos intérpretes, ainda que, relacionados a uma possível estratégia e possível resposta ao problema, os alunos percebem que necessitam de mais informações e dados. Dados estes encontrados com o auxílio das ferramentas do *software* GeoGebra. O Episódio 13 apresenta o diálogo entre os alunos que ilustra tal situação.

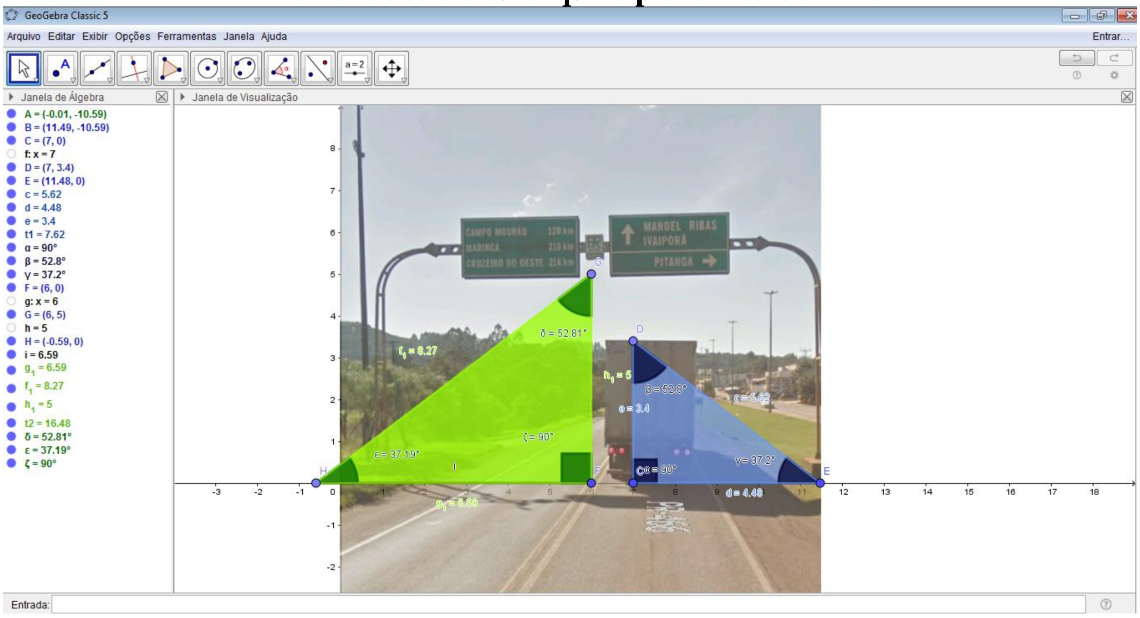
Episódio 13

C2 *Professora, a altura do caminhão aqui no GeoGebra é* $3{,}3cm$*, certo?*
Prof *Certo, e agora?*
C2 *Agora nós desenhamos um triângulo maior né?*
C4 *Mas precisam ser triângulos semelhantes, para ser proporcionais, se não, não vai adiantar desenhar.*
C1 *Por isso que temos que verificar os ângulos, mas como que vamos fazer isso?*
C3 *Já não estamos usando o GeoGebra? Então por lá também.*
C2 *Mas precisamos mesmo desenhar os triângulos?*
C1 *Por semelhança é mais fácil.*

A fala do aluno **C2** *"a altura do caminhão aqui no GeoGebra* $3{,}3cm$*"* possui conotação de interpretante dinâmico, pois os dados coletados no GeoGebra, ou seja, a medida do cateto do triângulo retângulo, causou um efeito no intérprete. Este interpretante dinâmico logo transforma-se em um interpretante final, que pode ser observado na fala do mesmo aluno *"nós precisamos desenhar um triângulo maior"*. Este constitui-se um interpretante final pois faz com que o intérprete observe que a informação que tem não é suficiente para resolver o problema. Tal fato é ilustrado com a fala do aluno **C4** "*mas precisam ser triângulos semelhantes, para ser proporcionais, se não, não vai adiantar desenhar*". Este comentário possui conotação tanto de interpretante imediato quanto de interpretante dinâmico. Interpretante imediato, por revelar a primeira impressão do aluno, quando afirma que os triângulos precisam ser semelhantes. E, interpretante dinâmico por causar um efeito no aluno, quando afirma que se os triângulos não forem semelhantes não irão adiantar.

O comentário do aluno **C1** *"por isso que temos que verificar os ângulos"*, possui característica de interpretante dinâmico, por revelar um efeito ao aluno. O comentário do aluno **C3** "*Já não estamos usando o GeoGebra? Então por lá também*" possui conotação de interpretante final, visto que, demonstra uma estratégia tomada pelo aluno. Estratégia é associada a enunciação de que o GeoGebra pode possibilitar aos mesmos a construírem o segundo triângulo com cateto correspondente à altura da placa do chão, e encontrar a razão entre a altura do caminhão no GeoGebra e a altura do caminhão já conhecida. O comentário do aluno **C2** *"mas precisamos mesmo desenhar os triângulos"* não foi nem considerado pelos demais alunos do grupo. Tais dados podemos ser observados na Figura 13 e no Quadro 12.

Figura 13 - Utilização do GeoGebra para construção de triângulos semelhantes relacionados à altura que a placa está do chão



Fonte: registro dos alunos

Quadro 12 - Razão entre o par de triângulos no GeoGebra

$$\frac{cateto\ do\ triangulo_{azul}}{cateto\ \ do\ triangulo_{verde}} = \frac{3{,}4}{5} = 0{,}68$$

Fonte: registro dos alunos, transcritos

A razão entre o par de triângulos construídos no GeoGebra (Figura 13), é considerada um interpretante final, mesmo que, esse interpretante passe a se constituir um novo signo, que darão início a um novo ciclo de interpretantes. O Episódio 14 ilustra este fato.

Episódio 14

C1	*Professora, podemos fazer uma regra de três né, para calcular a altura que a placa fica do chão.*
Prof	*Podem sim.*

A fala do aluno **C1** "*podemos fazer uma regra de três né*" configura-se como um interpretante imediato, por demonstrar a intenção o aluno, que logo gera um interpretante dinâmico "*para calcular a altura que a placa fica do chão*", por causar um efeito no intérprete. O Quadro 13 demonstra como este interpretante passa a se constituir um novo objeto e acarretando a distância da placa ao chão.

Quadro 13 - Cálculo da altura da placa

$$\frac{3{,}4cm}{5cm} = \frac{440cm}{x}$$
$$3{,}4x = 440.5$$
$$3{,}4x = 2200$$
$$x = \frac{2200}{3{,}4}$$
$$x = 647cm$$

Fonte: registro dos alunos, transcritos

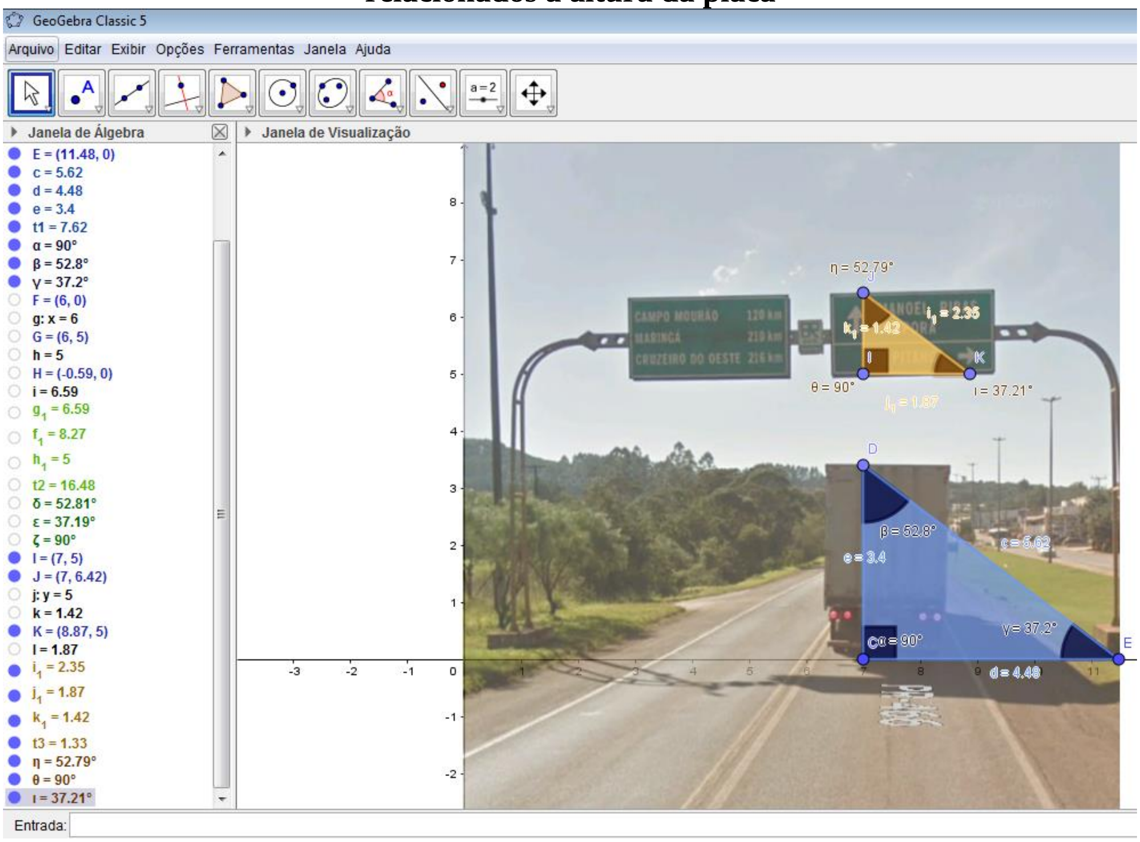
A resposta para a altura que a placa está do chão possui característica de interpretante final por parte dos alunos, já que estes a assumem como satisfatória para tal etapa da atividade. Tal interpretante mesmo possuindo conotação de interpretante final, passa a se constituir um novo interpretante imediato quando os alunos percebem que o problema não está solucionado por completo, pois os alunos haviam elencando duas questões para investigar: qual a altura da placa e qual a sua distância até o chão. Assim os alunos deram continuidade ao desenvolvimento da atividade. O Episódio 15 ilustra tal fato.

Episódio 15

C3	*É nós temos que desenhar o outro triângulo com o cateto na placa.*
C1	*É, e dai temos que encontrar a razão como fizemos no outro.*
C2	*Vamos desenhar o segmento de reta na placa.*
C3	*Que tem* 1,42*cm*.
C4	*E temos que calcular a razão agora né?*

A fala do aluno **C3** *"é nós temos que desenhar o outro triângulo com o cateto na placa"* denota um interpretante imediato por demonstrar a primeira impressão do intérprete. Já o comentário do aluno C**1** *"É, e daí temos que encontrar a razão com fizemos no outro"* possui conotação tanto de interpretante dinâmico, quanto de interpretante final. Interpretante dinâmico por demonstrar o efeito que causou no aluno, e, interpretante final, por revelar uma estratégia para prosseguir na resolução do problema. Tal interpretante é representado na figura 14.

Figura 14 - Utilização do GeoGebra para construção de triângulos semelhantes relacionados à altura da placa



Fonte: registro dos alunos

Os dados encontrados pelos alunos com o auxílio das ferramentas do *software* GeoGebra constituem-se como objetos, que dão subsídios à construção de novo signos. Tais signos podem ser denotados na fala do aluno C**4** *"E temos que calcular a razão agora né?"*

que possui característica de interpretante final, por demonstrar a estratégia do aluno e passa a constituir um novo signo, que está apresentado no Quadro 14.

Quadro 14 – Cálculo da razão entre a placa e o caminhão

$$\frac{triângulo_{placa}}{triângulo_{caminhão}} = \frac{1{,}42}{3{,}4} \cong 0{,}418$$

Fonte: registro dos alunos, transcritos

O valor da razão entre a placa e o caminhão encontrado pelos alunos mesmo possuindo conotação de interpretante final, logo se transformam em interpretantes imediatos. Interpretantes finais por encontrarem a razão, e, interpretantes imediatos por demonstrarem a impressão dos mesmos em dar prosseguimento a atividade. O Episódio 16 denota tal efeito.

Episódio 16

C3 *Agora que temos a razão entre os catetos dos triângulos podemos fazer uma regra de três para encontrar a altura da placa.*

C2 *Isso, do mesmo jeito.*

A fala do aluno **C3** *"agora que temos a razão entre os catetos dos triângulos podemos fazer uma regra de três para encontrar a altura da placa"* conota um interpretante dinâmico, por demonstrar a intenção do intérprete. E é nesta intenção de solucionar o problema, os alunos calcularam a altura da placa. O Quadro 15 apresenta tais cálculos.

Quadro 15 – Cálculo da altura da placa

$$\frac{altura\ do\ caminhão_{GeoGebra}}{altura\ do\ caminhão_{real}} = \frac{altura\ da\ placa_{GeoGebra}}{altura\ da\ placa_{real}}$$

$$\frac{3{,}4}{440} = \frac{1{,}42}{x}$$

$$3{,}4\,x = 440.1{,}42$$

$$3{,}4x = 624{,}8$$

$$x = \frac{624{,}8}{3{,}4}$$

$$x = 183{,}76$$

$$x \cong 184cm$$

Fonte: registro dos alunos, transcritos

Os cálculos apresentados no Quadro 15, realizados pelos alunos do grupo 3, correspondem a uma solução ao problema enunciado pelo grupo. Esta solução está também associada à geração de interpretantes produzidos no decorrer do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. A resposta encontrada, dada como satisfatória pelos alunos, possui conotação de interpretante final. Tendo isto em vista, este interpretante interrompe o processo de semiose, ou seja, a produção de interpretantes nesta atividade de modelagem matemática, pelos alunos terem assumindo-a como finalizada.

5.3. Socialização das atividades desenvolvidas

O encontro do dia 14 de maio foi destinado para socialização de todos os grupos participantes de nossa investigação. Neste encontro cada grupo apresentou a sua atividade para os demais, desenvolvendo novamente cada atividade, destacando as construções no *software* GeoGebra e os cálculos. Após a socialização, cada grupo abriu um espaço para perguntas.

O tempo destinado para a discussão das soluções dos problemas enunciados pelos alunos foi diferente. Alguns problemas despertaram maior interesse aos demais alunos do que outros. Apresentamos aqui as discussões acerca das atividades que descrevemos na seção anterior, Lago (G1) e Placa de Trânsito (G3). Visando o anonimato dos alunos das atividades que não foram analisados, os trataremos como B1, B2, B3, B4 (para os alunos integrantes do Grupo 2); D1, D2, D3 e D4 (para os alunos integrantes do Grupo 4); e, E1, E2, E3 e E4 (para os alunos integrantes do Grupo 5).

Quando os alunos do G1 apresentaram a atividade que desenvolveram ao restante dos alunos, comentaram que já sabiam desde o início o tema da atividade que pretendiam investigar, porém não tinham clareza sobre qual aspecto iriam pesquisar. No decorrer da apresentação alguns alunos dos demais grupos anotaram alguns questionamentos sobre o problema. Estes questionamentos deram início a discussão sobre a atividade desenvolvida. O Episódio 17 ilustra esta discussão.

Episódio 17

D1	*Porque vocês resolveram pesquisar sobre os pedalinhos, sendo que na nossa cidade isso não funcionaria?*
A1	*Porque não funcionaria?*
D1	*Pense bem, tem pedalinhos lá em Guarapuava né? Veja o tamanho da cidade, e sempre que a gente passa lá, nunca tem gente andando.*
A3	*Nós pensamos que poderia ser um lazer a mais para nossa cidade.*
D4	*Mas será que as pessoas daqui teriam dinheiro para ir?*
[...]	
B2	*É, aí a pessoa que instalasse não conseguiria se manter.*

No comentário do aluno **D1** *“porque vocês resolveram pesquisa sobre os pedalinhos, sendo que a nossa cidade isso não funcionaria?”* é possível observar o senso crítico que mesmo possui. Visto que este denota que em uma cidade com uma população maior, a procura por este tipo de lazer não é grande. Mesmo com a afirmação do aluno **A3** *“nós pensamos que poderia ser um laser a mais para nossa cidade”* sobre a forma de lazer pensando no bem-estar da população, o aluno **D4** *“mas será que as pessoas daqui teriam dinheiro para ir?”* lhe questiona a situação financeira da população O questionamento do aluno **D4** faz os alunos refletiram sobre este aspecto. A exclamação do aluno **B2** *“é, aí a pessoa que instalasse não conseguiria se manter”* sobre o custeio do pedalinho, trouxe à tona uma discussão se seria viável a instalação, visto que o investimento é alto, e o retorno é a longo prazo. Outro questionamento que surgiu foi sobre o volume de água do lago, o qual pode ser observado no Episódio 18.

Episódio 18

C2	*Por que vocês não calcularam o volume de água do lago?*
[...]	
A2	*Porque a gente ia precisar de mais informações.*
A3	*É, e o engenheiro da prefeitura não tinha esses dados para nos fornecer.*
E4	*Será que não?*
A1	*Isso nunca vamos saber.*
B2	*Pois é, mais seria legal saber quanto de água que tem lá.*
[...]	
E1	*Mas para que vocês pudessem calcular o volume de água vocês teriam que saber o formato do lago, certo?*
A2	*Sim*
E1	*E isso seria nem difícil né, porque duvido que ele chegue perto de alguma forma que de pra calcula.*

O questionamento do aluno **C2** *“por que você não calcularam o volume de água do lago?”* chamou a atenção dos alunos para um problema que haviam sido cogitado. A fala do aluno **A2** *“porque a gente ia precisar de mais informações”* comentou que este foi um problema pensado mas não teriam informações suficientes para prosseguir. Visto que, o engenheiro da prefeitura que os recebeu não possuía as informações necessárias para o grupo. O questionamento do aluno **E1** *“mas para que vocês pudessem calcular o volume de água vocês teriam que saber o formato do lago, certo?”* os fez refletir sobre o formato que o lago que possui em três dimensões, e relacionaram com os conhecimentos prévios que já possuíam sobre cálculos de sólidos geométricos de anos anteriores, e os fez perceber que o lago não se assemelha a nenhum sólido já conhecido. Outra indagação importante ressaltada foi vazão de água como pode ser observada no Episódio 19.

Episódio 19

E2	*Vocês poderiam ter calculado sobre a vazão de água também ne?*
A2	*Sobre isso nós não tínhamos pensado.*
E2	*É, seria um problema bem interessante.*
A1	*Na verdade, quando fomos conversar com o engenheiro, ele nos perguntou se íamos calcular sobre isso. Mas acho que não saberíamos calcular.*

O questionamento do aluno **E2** *"vocês poderiam ter calculado sobre a vazão de água também né?"* sobre a vazão de água ressaltou uma situação-problema não pensada, e como a fala do **A2** *"sobre isso nós não tínhamos pensado"* denota. Este problema foi enunciado pelo engenheiro consultado, mas fez o grupo achar que não conseguiria pesquisar a respeito. O grupo de alunos afirmou que este problema não foi investigado por parecer difícil, mesmo sem pesquisa alguma. O Episódio 20 apresenta outro ponto de questionamento feito pelos alunos foi o número de pedalinho.

Episódio 20

B3	*Mas esse número não é muito grande?*
C4	*Eu também pensei nisso, será que vocês não erraram nas contas?*
A2	*Nas contas não, temos certeza.*
D3	*Mas esse número não quer disser que vai caber todos esses pedalinhos né?*
A1	*Como assim?*
D3	*É vocês calcularam a razão, certo?*
A3	*Sim.*
D3	*Então, quando calcula a razão, pode ter pedalinho pela metade.*
[...]	
B1	*Mas porque vocês não calcularam quantos peladinhos cabem no lago em funcionamento?*
A2	*Nós até tentamos, mas não conseguimos informações sobre o espaço que o pedalinho necessita.*

Este episódio apresenta o questionamento que gerou mais discussão, pois gerou dúvidas nos alunos quanto ao número de pedalinhos a ser colocados lago. O comentário do aluno **B3** *"mas esse número não é mito grande?"* causou desconforto aos integrantes do grupo, fazendo com que o aluno A2 respondesse que as contas estavam certas. Quando o aluno **D3** afirma *"então, quando calcula a razão, pode ter pedalinho pela metade"* induz que os alunos do grupo não levaram em consideração se os pedalinhos estão inteiro ou não.

A pergunta do aluno **B1** *"mas porque vocês não calcularam quantos pedalinhos cabem no lago em funcionamento?"* fez com que o grupo explanasse um pouco da sua frustração quanto a esta pergunta. Pois o mesmo entrou em contato com diversas empresas prestadoras deste tipo de serviço e nenhuma tinha a informação da metragem que um pedalinho necessita para funcionamento. Os alunos chegaram a relatar que este seria o problema inicial, mas que não conseguiram resolver por falta de informações. Os demais alunos acabaram compartilhando a frustração com o grupo, e a indignação com as empresas.

Os alunos do grupo 3 explanaram sobre a dificuldade em entrar em consenso sobre o que pesquisar. Comentaram que cada integrante do grupo gostaria de pesquisar sobre um assunto diferente. Relataram que cada aluno chegou a pesquisar e a tentar conquistar os demais sobre seu tema. Relataram ainda, que a falta de consenso também surgiu ao elaborar o problema a ser investigado. Por fim, com o problema enunciado, os alunos, apresentaram sua atividade ao restante dos alunos. Utilizaram as construções realizadas no GeoGebra para explanação à turma e ainda os cálculos realizados. As discussões sobre os cálculos e sobre a solução encontrada pode ser observada no Episódio 21.

Episódio 21

C2 *Nós chegamos a placa está a 6,46 m do chão.*
B2 *É alta né.*
C1 *É sim.*
A1 *Mas vocês pesquisaram se é essa altura mesmo?*
C3 *Pesquisamos, e na lei é mais baixo.*
D3 *Porque será que deu diferença?*
C4 *Estamos procurando o porquê.*
A2 *Será que não é a altura do caminhão?*
B2 *É, será que se o caminhão estiver carregado ou vazio não influencia também?*
C2 *Sim, por isso calculamos a média.*

O questionamento do aluno **A1** *"Mas vocês pesquisaram se é essa altura mesmo?"* possui conotação de interpretante dinâmico pois causou um efeito no intérprete. O comentário do aluno **C3** *"pesquisamos, e na lei é mais baixo"* possui conotação de interpretante dinâmico, por ter causado um efeito no aluno, neste caso, um efeito de frustração pelo valor encontrado não ser próximo ao valor da legislação. A fala do aluno **A2** *"será que não é a altura do caminhão?"* possui conotação de interpretante final, pois revela uma estratégia para justificar a altura encontrada. Neste episódio, podemos notar ainda que o aluno **B2** comentou sobre o fato do caminhão estar ou não carregado, o que influenciaria na resposta encontrada.

Quanto ao desenvolvimento da atividade os demais alunos não tiveram muitas perguntas. Que questionaram sobre as respostas encontradas pelo grupo, e recordaram reportagens que haviam visto como denota o Episódio 22.

Episódio 22

E3 *Nossa a placa fica alta mesmo!*
C1 *Fica sim.*
B3 *Por isso que não podem ter caminhões muito altos, porque se não eles levam tudo.*
A1 *É como aconteceu com aquele viaduto em São Paulo, que desabou por que um caminhão muito alto imprensou.*
B2 *Nunca ia imaginar que essa continha ia fazer a gente pensar nisso.*
[...]
D2 *Mas tem leis para isso né.*
C4 *Tem sim, mas mesmo assim, tem pessoas que não respeitam.*

Denotamos nesse episódio que os alunos, mesmo que implicitamente, observam o que acontecem ao seu redor e possuem opinião própria, demonstrando a seu senso crítico. Quando o aluno **B3** *"por isso não podem ter caminhões muito altos, porque se não eles levam tudo"* denota a preocupação com a altura dos caminhões. O comentário do aluno **A1** *"é como aconteceu com aquele viaduto em São Paulo"* demonstra que este aluno compartilha com a preocupação do aluno **B3**, trazendo à tona mais comentários a respeito.

A fala do aluno **D2** *"mas tem leis para isso né."* dá início à uma nova discussão sobre a irresponsabilidade, e o descumprimento da legislação e que muitos acidentes que acontece poderiam ser evitados, como comentado pelo aluno **C4**. Desse fato ponderamos a noção de responsabilidade enquanto cidadão que os alunos demonstraram.

O Episódio 23 demonstra outro aspecto relevante à discussão dos alunos.

Episódio 23

A3 *D2 você falou sobre as leis né, os caminhões possuem uma altura máxima também porque se não eles tombariam muito fácil.*
C2 *É mesmo.*
B4 *Nas curvas né, lembra que a professora de física comentou sobre isso. Por causa da força ....*
C3 *Força centrípeta.*
B4 *É essa mesmo, nossa a gente poderia estudar física aqui também?*

Temos dois aspectos relevantes que podem ser observados neste episódio, primeiro sobre a preocupação dos alunos quanto ao fato dos caminhões percorrem uma curva e não tombarem, e, a segunda, sobre os conteúdos de física. Esses dois aspectos são importantes, visto que, os alunos preocuparam-se com a segurança dos caminheiros, uma vez que alguns alunos possuem parentes que são caminhoneiros.

Quanto aos conteúdos da Física, ressaltados pelo aluno **C3** sobre *"força centrípeta"*, possui conotação de interpretante final, pois apresenta uma opinião concreta, à qual faz com que o restante dos alunos observem uma aplicação destes conteúdos em uma atividade de matemática. Fazendo ainda, que os alunos observassem que podem desenvolver atividades de modelagem matemática em outras disciplinas e ainda que um mesmo tema/problema podem conduzir diferentes soluções, dependendo do enfoque que é dado.

5.4. Análise das atividades descritas

Nesta seção, orientados pelo referencial teórico e pelas descrições das seções 5.1, 5.2. e 5.3., analisamos e tecemos nossas considerações referentes às duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas e descritas nesse estudo, para tanto voltamos ao nosso objetivo: analisar a produção de (signos) interpretantes ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, que consideram o uso de tecnologia., pelos alunos da 1ª série do ensino médio, bem como, a nossa questão de investigação: Que signos são produzidos nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao GeoGebra? Ao analisar a questão de investigação, buscamos compreender a influência desses signos no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

Ressaltamos que nosso objeto de estudo principal é a Modelagem Matemática no âmbito da sala de aula, que a Semiótica são as lentes que utilizamos para a análise das atividades da modelagem matemática desenvolvidas.

Desde modo, notamos que o primeiro contato que os alunos tiveram com a Modelagem foi durante a presente investigação o que resultou em uma série de sentimentos, dentre os quais destacamos a apreensão e a insegurança, visto que, estes alunos estavam habituados a uma abordagem tradicional durante as aulas de matemática, assim quando entenderam que participariam ativamente das atividades desenvolvidas ficaram inseguros. Estes sentimentos pairaram tanto na situação inicial, nos procedimentos e encaminhamentos tomados, como na situação final.

Nessa perspectiva, observamos que durante o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática os alunos foram ganhando confiança e independência quanto as discussões que acarretaram a enunciação dos problemas. Veronez (2013) argumenta que o aluno adquire confiança, independência e autoridade em relação ao desenvolvimento da atividade no decorrer dos três momentos. Constatamos nas atitudes nos alunos ao analisar as atividades desenvolvidas no decorrer do momento três. Salientamos ainda, que estas atitudes tiveram como acarretaram no crescimento acadêmico dos alunos na construção e aplicação de conhecimento matemático.

Voltamos nosso olhar para a definição de Almeida (2010), a qual descreve a atividade de modelagem matemática em uma situação inicial, uma situação final desejada e um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a final. Buscamos evidenciar a partir dos dados coletados, qual a influência dos (signos) interpretantes produzidos e manifestados pelos alunos ao longo das atividades de modelagem matemática desenvolvidas.

- *Em relação à situação inicial da atividade de modelagem matemática tecemos as seguintes reflexões:*

De acordo com Almeida (2010) é na situação inicial que o problema deve ser enunciado, desta forma, a escolha do tema também pertence a esta situação, e, é de extrema importância a sua escolha. Sob este aspecto os grupos analisados tiveram comportamentos diferentes, o grupo 1 havia definido deste o princípio sobre o que gostaria de pesquisar, apesar de ter de aprofundando seus conhecimentos sobre o tema durante o desenvolvimento da atividade, necessitaram de uma pequena intervenção da professora/investigadora para enunciar o problema, mas mesmo assim, não apresentaram dificuldades.

O grupo 3 apresentou dificuldade tanto na escolha do tema quanto na enunciação do problema. Não havia consenso em relação a escolha do tema, os integrantes do grupo tentavam impor o tema que cada um tinha interesse, assim, da intervenção da professora/investigadora. Quando finalmente escolheram o tema, a falta de consenso se repetiu na enunciação do problema. O que nos mostra a dependência na professora/investigadora.

Mesmo que em níveis diferentes, os dois grupos apresentaram dependência, necessidade de aprovação da professora nas ações tomadas, tal fato ocorreu durante a situação inicial de cada atividade. Sobre este aspecto, Veronez (2013) argumenta que as intervenções do professor e a independência dos alunos precisam ser equilibradas, para que o alunos permaneçam autônomos frente ao problema investigado.

- *Em relação aos procedimentos e encaminhamentos da atividade de modelagem matemática tecemos as seguintes reflexões:*

Este foi o momento de extrema importância para a atividade, visto que, foi aqui que os alunos demonstraram maior desempenho. Como já comentados, este foi o primeiro contato dos alunos com a modelagem matemática o possibilitou observar o crescimento que tiveram no desenvolvido atividades de modo especial nos encaminhamentos e estratégias que definiram em cada atividade.

Mesmo que de maneiras distintas os dois grupos desenvolveram a atividade quase sem a intervenção da professora/investigadora. Desta forma, é notório a autonomia que os mesmos criaram para desenvolver as atividades.

Os dois grupos desenvolveram suas atividades utilizando conteúdos matemáticos já aprendidos por eles. O G1 apoiou-se nos conteúdos que tinham conhecimento, por vezes buscou pesquisar sobre conteúdos diversificados que de alguma maneira pudessem ser aplicados na atividade, conteúdos estes matemáticos e/ou extramatemáticos, que lhes auxiliaram na transição da situação inicial para final. Outra constatação que pudemos evidenciar, foi que os alunos tinham conhecimentos dos conteúdos de áreas e perímetros, razão e proporção entre as áreas e o perímetro, porém o conteúdo de razão e proporção nunca haviam aplicado em situações do seu cotidiano. O grupo ainda dividiu a atividade em três etapas para melhor compreensão do que necessitavam para resolução. A partir da divisão realizada pelo grupo, observar quais eram os conteúdos que necessitavam, bem como, a necessidade de familiarização com o *software* GeoGebra. Após a familiarização do *software*, os alunos tiveram melhor aproveitamento das suas ferramentas, evoluindo na atividade.

O G3 tentou ao máximo desenvolver a atividade dentro dos conteúdos que já tinham conhecimento. Tiveram dificuldade em identificar o conteúdo que necessitavam para resolução, fixando-se mais na semelhança de triângulos e em razão e proporção. Observamos que o grupo poderia ter utilizado outros conteúdos para resolução da atividade ou até mesmo apenas as ferramentas do GeoGebra, visto que para calcular a razão, o grupo poderia apenas ter construído segmentos de reta. Esse fato que foi até mesmo comentado por um dos alunos do grupo, porém não foi levado em consideração pelos demais. Os outros integrantes do grupo alegaram ser "mais fácil" ater-se a semelhança de triângulos e razão e proporção. Possivelmente por insegurança, visto que, os alunos haviam estudado sobre este conteúdo a pouco tempo, e viram na necessidade de utilizá-lo. A Modelagem Matemática pode ir modificando este pensamento impregnado nos alunos, pois nem sempre que aprendemos algo somos obrigados a utilizá-los.

É notório que os dois grupos necessitaram da intervenção da professora/investigadora. Tal necessidade foi identificada a partir da indicações nas conversas com os alunos, facilitando ou limitando os procedimentos dos alunos. Vale ressaltar que em atividades de modelagem matemática, o professor deve repensar suas ações para não influenciar nas ações dos alunos, pois, são eles que precisam tomar frente à atividade.

Sobre os conteúdos matemáticos e extramatemáticos utilizados, o G1 buscou por informações fora da sala de aula, com as pessoas especializadas, tanto referente ao lago quanto aos pedalinho. Apesar de afirmarem que não calcularam a vazão do lago por ser muito difícil, os alunos buscaram por novos conteúdos. O G3 não buscou por novos conteúdos, aplicando conteúdos já conhecimentos, o que não impediu até mesmo de explorar o próprio *software.*

Os alunos observaram que conteúdos de outras disciplinas podem ser trabalhados nas atividades de modelagem matemática, evidenciando o que Blum e Niss (1991) abordam, que a Modelagem Matemática pode ser desenvolvida de maneira integrada com o currículo e de maneira interdisciplinar integrada.

Outro ponto a destacar nos procedimentos e encaminhamentos tomados pelos alunos é a utilização do *software* GeoGebra. Na medida que as atividades foram sendo desenvolvidas o *software* foi tornando-se indispensável, até mesmo pela visão dos próprios alunos. Eles perceberam que se utilizassem as ferramentas disponibilizadas no programa, poderiam coletar mais dados para desenvolver as atividades. Isso nos faz ressaltar que atividades que utilizam *softwares* são mais prazerosas aos alunos, visto que, são desenvolvidas no mundo que eles pertencem, o mundo tecnológico.

- *Em relação à situação final das atividades de modelagem matemática tecemos as seguintes reflexões:*

O G1 buscou aplicabilidade de conteúdos e já conhecidos, bem como conceitos novos, e aplicou-os sem dificuldade. Contudo não conseguiu identificar se as respostas encontradas estavam certas ou não recorrendo a ajuda da professora nesse momento. O grupo observou a importância de determinados conteúdos, que são trabalhados em sala de aula bem como tais conteúdos podem ser utilizados em seu cotidiano. Todos os alunos do grupo apresentaram interesse nas três etapas, por eles determinadas, envolvendo-se em todas as etapas. Afirmaram ainda, que sem a utilização do *software*, a atividade não teria sido desenvolvida, pois dados indispensáveis para a atividade foram coletados do mesmo. Alguns dos alunos do grupo observaram que o *software* poderia ajuda-los em sala de aula em diversos conteúdos.

O G3, mesmo aplicando conteúdos matemáticos já aprendidos por eles, teve autonomia na busca por conteúdos extramatemáticos, utilizando diversos meios de pesquisa, englobando pessoas de suas casas. Quando o grupo encontrou a resposta, rapidamente identificaram-na como certa, dando-se como satisfeitos. Os alunos comentaram a importância da legislação para este tipo de placa ou viadutos, comentando os diversos acidentes que ocorreram em nosso país há pouco tempo atrás.

Observamos que os alunos produziram e manifestaram (signos) interpretantes na situação inicial e na situação final, bem como na transição da situação inicial para final, tomando diferentes procedimentos e encaminhamentos para tal. Dentre os procedimentos e encaminhamentos analisados destacamos: a seleção dos problemas, a interpretação dos dados tanto matemáticos quanto extramatemáticos referentes à situação investigada, discussão sobre os encaminhamentos a serem tomado, pesquisa sobre os temas, cálculos utilizando a calculadora, a utilização das ferramentas do GeoGebra, a análise dos resultados obtidos nas diferentes etapas das atividades, a possibilidades de problemas e a obtenção das soluções satisfatórias.

Destacamos que, apesar das atividades serem distintas e cada uma tenha sua própria característica, os (signos) interpretantes foram produzidos pelos alunos nas discussões sobre os temas a serem investigados, procedimentos e encaminhamentos a serem tomados para solucionar a situação-problema enunciada.

Ao olharmos para os (signos) interpretantes evidenciamos a produção e manifestação de interpretantes imediatos, dinâmicos e finais nas ações tomadas pelos intérpretes, ou seja, pelos alunos. Cada ação tomada pelo aluno pode ser considera como um signo, Peirce (2005) afirma que o signo pode ser considerado até mesmo como um dedo apontado, uma memória, um conceito ou uma indicação de entendimento, uma palavra, um sinal.

Observamos, ainda, que os signos identificados no decorrer das atividades de modelagem matemática acarretam à auto geração de signos denominada por Peirce (2005), o autor afirma que o signo só pode ser criado quando interpretado por uma mente, ou seja, os alunos só produziram signos depois de analisarem e interpretarem os dados que tinham em mãos. No desenvolvimento das atividades de modelagem matemática os alunos não tinham conhecimento dos signos que estavam produzindo, pois este processo é dinâmico na mente do intérprete, e muitas vezes inconsciente.

E é neste processo de geração de signos, que temos a geração de interpretantes, que somente acontece na mente do intérprete, Peirce (2005) afirma que as interpretações que os alunos constroem durante determinada atividade gera um processo de semiose. Esse processo pode continuar assim que um novo questionamento é feito, como aconteceu na socialização. Assim que os alunos deram as atividades por encerradas, eles interromperam o processo de semiose, quando apresentaram suas respectivas atividades aos demais alunos, o processo de semiose foi retomado. Uma vez que o processo de semiose nunca termina na mente do intérprete, mesmo que a atividade seja encerrada (PEIRCE, 2005).

Peirce (2005) também atribui a este processo a semiose. Para o autor, a semiose é o processo da ação do signo na mente, e este processo possui um efeito cognitivo, como temos na aquisição de conhecimento durante o desenvolvimento das atividades. Este processo é um ciclo vicioso, pois cada signo gera um objeto, que gera um interpretante, acarretando nos interpretantes imediato, dinâmico e final, gerando um novo signo. O autor alerta que no processo da semiose podemos identificar o primeiro signo, mas não o último, e que este processo pode ser apenas interrompido e não acabado. Ressaltamos que em atividades de modelagem matemática (signos) interpretantes podem ser produzidos a todo momento, e a semiose está totalmente presente neste tipo de atividades.

Salientamos que ao analisar a produção de (signos) interpretantes e evidenciar o processo de semiose, notamos que os (signos) interpretantes produzidos nas atividades de modelagem desenvolvidas, revelam os conhecimentos que os alunos utilizaram e/ou adquiram, as estratégias que tomaram para transitar da situação inicial para final. Partindo da nossa análise, discorremos na próxima seção as nossas considerações finais.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A semiótica é uma lente da qual utilizamos para olhar no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, pois nosso objeto de estudo é a modelagem, destacamos que os signos foram produzidos no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Desenvolver atividades de modelagem matemática com os alunos do Ensino Médio foi uma proposta pensada para que os alunos pudessem desenvolver atividades de matemática diferentes das quais estão habituados, e assim aprender a olhar para a matemática de maneira diversificada, e encantar-se com ela. Os alunos participaram ativamente em todo o desenvolvimento, otimizando o seu processo de ensino e aprendizagem, tornando-se autônomos nas ações tomadas, na escolha dos temas, na enunciação dos problemas e nas decisões tomadas na busca para solução com e sem a intervenção da professora.

Visto isto, pensamos na nossa proposta de investigação, que nos propusemos analisar a produção de (signos) interpretantes no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, com recorrência ao GeoGebra, cuja a análise nos trouxe os diversos signos produzidos na situação inicial, nos procedimentos tomados na transição da situação inicial para final e, também na situação final, quando se faz a análise da solução obtida.

Para identificação dos signos nos respaldamos a Semiótica desenvolvida por Peirce. Os (signos) interpretantes produzidos a partir da coleta de dados que foi realizada no primeiro semestre do ano letivo de 2019, em encontros no contra turno, com alunos de uma 1ª série do Ensino Médio de uma escola particular de Pitanga – PR, na qual a pesquisadora atuava como professora regente. Os dados foram coletados por meio de gravações de áudios, diário de campo e anotações dos alunos e da pesquisadora.

Com os dados coletados e posteriormente analisados nas atividades de modelagem matemática foi possível refletir aspectos além da nossa questão norteadora. Evidenciamos que nas atividades desenvolvidas os alunos utilizaram conhecimento tanto matemáticos como extramatemáticos simultaneamente, o que auxiliou e abriu a possibilidade de aplicar a matemática em situações do seu cotidiano. Foram utilizados conteúdos e conceitos matemáticos na busca da solução para o problema elencado, fazendo com que todos os alunos trabalhassem juntos, contribuindo para a construção de conhecimento uns dos outros, e tendo a possibilidade de notar a aplicabilidade da Matemática fora dos exercícios que estavam acostumados.

Analisando nossos aspectos metodológicos, seção 4, e, os (signos) interpretantes identificados e analisados na seção 5 notaram que a geração dos (signos) interpretantes está relacionada à definição do problema de investigação, enunciados pelos alunos, na busca pela solução deste problema bem como na interpretação a análise desta solução. Na transição da situação inicial, para final, observamos que o ciclo da geração dos signos é contínuo, e que é apenas interrompido.

A análise da atividade de modelagem matemática referente ao problema "Quantos pedalinhos cabem no lago?", originou-se de um tema por proposto dos alunos, mostra a autonomia que o grupo teve na busca por solução para o problema que foi por eles formulado. Tal análise também proporciona inferir que ao longo da atividade os alunos tiveram oportunidade de construir e mobilizar conceitos matemáticos diversos, tais como: razão entre áreas e perímetros, circunferência, e outros , como: viabilidade da instalação do pedalinho (mesmo que superficialmente) que foram manifestos por meio de (signos) interpretantes no decorrer de toda a atividade.

Ao longo do desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática os alunos mostraram-se interessados e motivados a avançar na investigação do problema e obter uma solução para o mesmo. Essa motivação fica ainda mais evidente quando os alunos recorrem ao *software* GeoGebra para elucidar ou compreender aspectos da situação que por vezes desconheciam e que seriam úteis para dar continuidade à investigação e, consequentemente, na busca pela solução do problema em estudo. Deste modo, é notório que o *software* teve papel fundamental nessa atividade, principalmente para facilitar o tratamento das informações, para levantar as hipóteses e formular as estratégias para resolver o problema em questão, além de, auxiliar na compreensão e visualização do conceito matemático, razão e proporção de figuras semelhantes, possibilitando aos alunos maior independência na sua aprendizagem.

A análise da atividade de modelagem matemática referente ao problema "Qual a altura da placa de trânsito?", enunciado pelos alunos, mostra a dificuldade dos alunos quando colocados à frente de uma situação que era necessária a tomada de atitude. Até o momento da enunciação do problema os alunos mostraram-se inseguros, mas no decorrer da atividade foram ganhando confiança e demonstrando independência, tendo certeza na resposta final.

Ao longo do desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática os alunos demonstraram interesse e autonomia. Eles perceberam no decorrer da atividade que conseguiam desenvolvê-la sozinhos, evidenciando a independência dos mesmos. Percebemos a necessidade do *software* GeoGebra a todo momento, afirmando que sem ele a atividade não poderia ser desenvolvida, utilizaram o mesmo para aplicar o conteúdo que já conheciam, e assim, compreender a importância do conteúdo em seu cotidiano.

No trânsito da situação inicial para a situação final os alunos dialogaram acerca de conhecimentos matemáticos e não matemáticos e manifestaram seus pensamentos e conhecimentos por meio de signos. Esses signos foram produzidos, por vezes, em correspondência com o uso do GeoGebra, com base nas reações imediatas dos alunos, nos conhecimentos que eles mobilizaram e nas reflexões por eles realizadas. Esses signos, que representam ações e estratégias tomadas pelos alunos ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, têm conotações distintas como interpretante (imediato, dinâmico e final) dependendo do que significam e evocam nos (ou para os) intérpretes. Isso porque se outra pessoa tivesse analisado os (signos) interpretantes produzidos poderia apresentar outra leitura, ou ainda, se outra pessoa tivesse se envolvido com esse problema poderia produzir outros interpretantes.

Tais signos interpretantes, independente da conotação que tem, expressam reações imediatas, sugerem encaminhamentos ou favorecem reflexões que culminam na resolução da atividade de modelagem matemática e fazem emergir o processo de geração de signos denotado por Peirce (2005) por semiose. Reforçamos a importância do professor conhecer a Semiótica para auxiliá-lo no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, mesmo que a aprendizagem não tenha sido o foco deste estudo. A Semiótica pode proporcionar ao professor mecanismos para compreender situações que ocorrem no processo de ensino e aprendizagem que muitas vezes podem ficar implícitas.

Quanto à utilização do GeoGebra, reiteramos que o mesmo pode e deve ser utilizado nas aulas de matemática, já que proporciona ao aluno compreensão de determinados conceitos matemáticos, que com o lápis e papel não seria possível ou ter a eficácia que com o *software* se consegue. Foi notório, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, que os alunos demonstraram interesse em utilizar e conhecer mais sobre o GeoGebra. Da mesma forma, foi notória a associação que os alunos fizeram do uso do GeoGebra com os conceitos matemáticos que recorreram para responder aos problemas em estudo. Nesse sentido, o *software* auxiliou na aprendizagem de conceitos matemáticos aliando a situação à busca por uma solução para o problema que gerou a atividade de modelagem matemática.

Analisando as atividades depois de desenvolvidas e também o potencial delas para o ensino e aprendizagem da Matemática, ponderamos que elas poderiam apresentar outros encaminhamentos se tivessem sido desenvolvidas no horário regular das aulas de matemática, ao invés do contra turno. Essa observação se pauta no desinteresse dos alunos em aprofundar em algumas investigações propostas pelos colegas de grupo ou pelo simples fato de não acatarem sugestões de colegas que poderiam viabilizar outro olhar para a situação ou possibilitar olhá-la mais profundamente.

De modo geral, concluímos que atividades de modelagem matemática podem auxiliar na ruptura do pensamento de que todo conteúdo matemático deve ser utilizado na mesma ordem em que foi ensinado.

Em relação ao professor, o trabalho com atividades de modelagem matemática contribuem para a percepção da dimensão que a Matemática tem e pode ser associada às situações mais diversas da realidade. De maneira particular ressalto que o aprendizado pessoal ao desenvolver esta pesquisa foi imenso e que muito do que aprendi já tem sido implementado em minhas aulas. Ainda, acrescento que a Semiótica pode ser uma aliada do professor na sala de aula, visto que ela permite ao professor compreender aspectos do processo de ensino e aprendizagem do aluno, ou até mesmo a ausência da aprendizagem em determinadas situações.

Muito embora o processo de ensino e aprendizagem não foi foco desta investigação, este estudo sinaliza que isso pode ser abordado em investigações futuras.

7. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetikè.** FE – Unicamp. Campinas, V. 18, número temático, p. 387-414, 2010.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema,** v. 17, n. 22, p. 19-36, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. (org.). **Modelagem Matemática em Foco.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2014. 200 p.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática: algumas relações. **Ciência & Educação**. V.18, n.3, App. 623-642, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. Sobre a geração e a interpretação de signos em atividades de modelagem matemática. In: VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – GO, Pirenópolis: 2015. **Anais**... Pirenópolis: SBEM, p. 1-13.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2013. 158 p.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre "como fazer" modelagem matemática na sala de aula. **In:** ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Londrina: Eduel, 2011.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **Reunião Anual Da ANPED**, 2001. Caxambu. Anais eletrônicos do ANPED. Caxambu, 2001, 1 CD.

BARBOSA, J. C. Uma perspectiva de modelagem matemática. **In:** III Conferência Nacional Sobre Modelagem Matemática, Piracicaba, 2003.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. 3. ed. 3. reimpr. São Paulo, Editora Contexto 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BENTO, H. A. O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o *software*: GeoGebra. **Dissertação de Mestrado** do Programa de Mestrado de Ensino de Ciências e Matemática da Pontíficia Universidade Católica de Minas Gerais. 2010.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino aprendizagem de matemática**. Blumenau: Editora da FURB, 1999. 134p.

BLUM, W., NISS, M. Apllied mathematical problem solving, modelling, apllications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educations Studies in Mathematics,** Dordrecht v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BORSSOI, A. H., Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias: articulações em diferentes contextos educacionais. **Tese de Doutorado** (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BORSSOI, A. H., SILVA, K. A. P., ALMEIDA, L. M. W. **Atividades de Modelagem Matemática e uso da Tecnologia:** uma análise Semiótica. VII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. 5 a 7 de junho de 2013. Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul.

BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. *In:* I EPMEM: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática. **Anais**. Londrina, PR, 2004. (p. 1-8).

BURAK, D. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. (**Tese de Doutorado**). Campinas: FE/UNICAMP, 1992.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, 2009. (p.33-54).

DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, N. K. e LINCOLN, Y. S. (Orgs.). **O planejamento da pesquisa qualitativa**: teorias e abordagens. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.

DIAS, M. R. Uma experiência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de Professores. **Dissertação de Mestrado** – Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

FERREIRA, E. P. Semiótica Visual na Educação Tecnológica: significações da imagem e discurso visual. **Dissertação de Mestrado** (Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

FIDALGO, A; GRADIM, A. **Manual de Semiótica**. UBI – PORTUGAL: UBI – PORTUGAL. Disponível em: www.ubi.pt. 2005, acesso em 25/07/2019.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. Rio de Janeiro: Editora Record, 1999.

GOMES, J. C. S. P, BORSSOI, A. H., SILVA, K. A. P. Tecnologia e Modelagem Matemática: algumas considerações nos anos iniciais no Ensino Fundamental. **EPTEM**. Apucarana, 22 a 24 de novembro de 2018.

GREEFRATH, G. Using Techenologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling – Overview. In: G. Kaiser et al. (eds.), **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling.** Springer Science Business Media B.V., 2011, p.301-314.

GUIMARÃES, S. U., et al. **As potencialidades do GeoGebra para a construção de material didático para o ensino de funções.** 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra. ISSN 2237-9657, 2012.

NISS, M. O papel das aplicações e da modelação na Matemática escolar. **Educação e Matemática,** n° 23, p.1-2, 1992.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 2. reimpr. da 3. ed. de 2000. v. 46. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PEIRCE, C. S. The essential Peirce: selected philosophical works. Ed. de N. Houser et al. Bloomington, Indiana University Press, 1992. 2 v.

SANCHO, J. M. (Org.) **Para uma tecnologia educacional.** Porto Alegra: Artmed, 1998, 327p.

SANTAELLA, L. **O que é Semiótica**. 2. ed. v. 103. São Paulo: Brasiliense, 1999. (Coleção Primeiros Passos).

SANTAELLA, L. **Teoria geral dos signos: como as linguagens significam as coisas.** São Paulo: Cengage Learning, 2012.

SANTOS, F. V. Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: o uso que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem. **Dissertação de Mestrado** (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, A. C. R. de. **Metodologia da pesquisa aplicada a contabilidade**: orientações de estudos, projetos, artigos, relatórios, monografias, dissertações e teses. 2. ed. 2. Reimpr. São Paulo: Atlas, 2008.

SILVA, K. A. P. Modelagem matemática e Semiótica: algumas relações. **Dissertação de Mestrado** (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, K. A. P. Uma interpretação Semiótica de atividades de Modelagem Matemática e Semiótica: implicações para a atribuição de significado. **Tese de Doutorado** (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GERÔLOMO, A. M. L. “Aprendendo” a fazer Modelagem Matemática: a vez do aluno. **Educação Matemática.** p. 28-36, 2011.

SILVA, R. S.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. A. Modelagem Matemática e TICs: Possibilidades Para Uma Abordagem Interdisciplinar De Conceitos Através da Tecnologia Informática**. In:** IX CLIOA, 2015, Porto Alegre. Congresso Latino-americano Interdisciplinar Orientado ao Adolescente (CLIOA). v. 1. p. 1-12.

UMBEZEIRO, D. A; SILVA, K. A. P. Atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação de Jovens e Adultos: analisando embalagens. In: ALMEIDA, L. M. W.; BORSSOI, A. H.; TORTOLA, E.; SILVA, K. A. P. (Eds.). Modelagem **Matemática em debate: diálogos, reflexões e desafios**. EPMEM 7. Londrina: UEL, UTFPR, 2016. p. 632-642.

VERONEZ, M. R. D. As funções dos signos em atividades de modelagem matemática. 2013. 176p. **Tese de Doutorado** (Pós-Graduação em Ensino de ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina 2013.

VERONEZ, M. R. D.; ALMEIDA, L. M. W. de. Sobre o papel dos signos em atividades de Modelagem Matemática. **REnCiMa,** V.8, n.3, p.142-157. 2017.

VERTUAN, R. E. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. 2013. 247p. **Tese de Doutorado** (Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.

VERTUAN, R. E. Um olhar sobre a Modelagem Matemática à luz da Teoria dos registros de representações Semiótica. 2007, 54p. **Dissertação de Mestrado** (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina 2007.

ANEXO 1

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Prezado(a) Colaborador(a),

Seu filho (a) está sendo convidado (a) a participar da pesquisa Produção de (signos) interpretantes mediada pela Tecnologia em Atividades de Modelagem Matemática, sob a responsabilidade de Carina Chulek, que irá investigar e analisar a produção de signos nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao GeoGebra, atividades, com temas propostos pelos alunos, nesta proposta os alunos produzirão signos relevantes ao processo de ensino e aprendizagem da aluno, estes que podem ser matemáticos ou não. Em Modelagem Matemática, signos são produzidos a todo o momento e estão relacionados com a situação-problema em estudo, com os procedimentos utilizados na busca por uma solução para tal problema, com os conhecimentos e conceitos acessados nessa busca e com a solução obtida para o referido problema. Ao considerar o potencial da Modelagem Matemática na produção de signos, principalmente em contexto no qual a tecnologia figura, enunciamos nossa questão de investigação: que signos são produzidos nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao GeoGebra? Nesse sentido justificamos a pesquisa em questão.

O presente projeto de pesquisa foi aprovado pelo COMEP/UNICENTRO.

DADOS DO PARECER DE APROVAÇÃO

emitido Pelo Comitê de Ética em Pesquisa, COMEP-UNICENTRO

Número do parecer: 2.984.098 e 3.206.296
Data da relatoria: 28 / 10 / 2018 e 18 / 03 / 2019

1. PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA: Ao participar desta pesquisa seu filho (a) estará participando do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, que será divididas em três etapas. Na primeira etapa, as atividades desenvolvidas serão retiradas de artigos científicos, e serão realizadas pela pesquisadora para familiarização dos alunos quanto aos procedimentos tomados. Na segunda etapa, as atividades propostas também irão ser retiradas de artigos científicos, mas serão realizadas pelos alunos e orientadas pela pesquisadora, este momento será destinado para as dúvidas quanto aos procedimentos, que serão solucionadas no desenvolvimento das atividades. Na terceira etapa, as atividades de modelagem matemática serão desenvolvidas pelos próprios alunos, e com a minha orientação buscaremos solucionar o problema proposto pelo tema que eles escolherem. Toda atividade de modelagem matemática é realizada em três momentos, o primeiro momento refere-se a investigação e coleta de dados, no qual os alunos irão propor e contextualizar o problema a ser investigado. No segundo momento é enunciado o problema a ser resolvido e no terceiro momento dá-se autonomia aos estudantes para os procedimentos que serão tomados para resolver o problema enunciado. A investigadora atuará como mediadora orientando os estudantes na construção do conhecimento.

Lembramos que a sua participação seu filho (a) é voluntária, sendo assim, ele (a) tem a liberdade de não querer participar, e pode desistir, em qualquer momento, mesmo após ter iniciado o(a) os(as) o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática sem nenhum prejuízo para você.

2. RISCOS E DESCONFORTOS: O(s) procedimento(s) utilizado(s) no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática poderá(ão) trazer algum desconforto como gravações de áudio durante a pesquisa, distribuição aleatória dos alunos em grupos, a própria pesquisadora tomará todos os cuidados para não constranger os participantes nesta etapa, dando a eles o direito de escolha para formação dos grupos. O tipo de procedimento apresenta um risco mínimo, pois a pesquisa será realizada na sala de aula, pois é o próprio ambiente que os alunos estão acostumados. Se você precisar de algum tratamento, orientação, encaminhamento etc., por se sentir prejudicado por causa da pesquisa, ou sofrer algum dano decorrente da mesma, o pesquisador se responsabiliza por prestar assistência integral, imediata e gratuita.

3. BENEFÍCIOS: Os benefícios esperados com o estudo são no sentido de proveito direto ou indireto, imediato auferido pelo participante da pesquisa, pois no decorrer do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, o aluno irá e deparar com a matemática de uma maneira diferente, pois ele mesmo será autor do contexto que irá estudar, ou seja, é o aluno terá autonomia de estudar um assunto de seu interesse. A partir do tema escolhido, é também o aluno que irá escolher os procedimentos que pretende tomar, sendo matemáticos ou não. Quando o aluno é autônomo na escolha do conteúdo que pretende estudar, seu interesse aumenta, e, quando ele encontra a solução para o seu problema, percebe que é capaz de tomar decisões que lhe levem a solução.

4. CONFIDENCIALIDADE: Todas as informações que o(a) Sr.(a) nos fornecer ou que sejam conseguidas por áudios, gravações, diário de campo ou relatórios serão utilizadas somente para esta pesquisa. Seus(Suas) respostas, relatos, imagens e áudios ficarão em segredo e o seu nome não aparecerá em lugar nenhum dos(as) diário de campo e relatório nem quando os resultados forem apresentados.

5. ESCLARECIMENTOS: Se tiver alguma dúvida a respeito da pesquisa e/ou dos métodos utilizados na mesma, pode procurar a qualquer momento o pesquisador responsável.

Nome do pesquisador responsável: Carina Chulek
Endereço: Santos Dumont, 150, Centro, Pitanga - PR
Telefone para contato: (42) 3646 2387 / (42) 9 9980 9518
Horário de atendimento: Das 8:00 às 12:00 horas.

6. RESSARCIMENTO DAS DESPESAS: Caso o(a) Sr.(a) aceite participar da pesquisa, não receberá nenhuma compensação financeira.

7. CONCORDÂNCIA NA PARTICIPAÇÃO: Se o(a) Sr.(a) estiver de acordo em participar deverá preencher e assinar o Termo de Consentimento Pós-esclarecido que se segue, em duas vias, sendo que uma via ficará com você.

===

CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Pelo presente instrumento que atende às exigências legais, o Sr.(a)___________________________, portador(a) da cédula de identidade___________________________, declara que, após leitura minuciosa do TCLE, teve oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas que foram devidamente explicadas pelos pesquisadores, ciente dos serviços e procedimentos aos quais será submetido e, não restando quaisquer dúvidas a respeito do lido e explicado, firma seu CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO em participar voluntariamente desta pesquisa.

E, por estar de acordo, assina o presente termo.

Guarapuava, _______ de ________________ de _____.

____
Assinatura do participante / Ou Representante legal

____
Assinatura do Pesquisador

ANEXO 2

<u>Termo de assentimento para criança e adolescente (maiores de 6 anos e menores de 18 anos)</u>

O termo de assentimento não elimina a necessidade de fazer o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) que deve ser assinado pelo responsável ou representante legal do menor de 18 anos ou legalmente incapaz.

Você está sendo convidado para participar da pesquisa Produção de (signos) interpretantes mediada pela Tecnologia em Atividades de Modelagem Matemática. Seus pais permitiram que você participe.

Queremos saber como objetivo: analisar a produção de signo nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao GeoGebra.

As crianças que irão participar desta pesquisa têm de 14 a 15 anos de idade.

Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir.

A pesquisa será feita no/a Colégio São Bento, onde as crianças desenvolver as atividades de Modelagem Matemática. Para isso, será usado/a caderno, lápis e borracha, réguas, notebook (do *software* GeoGebra). O uso do (a) dos materiais descritos é considerado(a) seguro (a), pois será desenvolvida na própria sala de aula, ambiente que já estão acostumado. Caso aconteça algo errado, você pode nos procurar pelos telefones (42) 3646 2387 / (42) 9 9980 8518 do/a pesquisador/a Carina Chulek.

Mas há coisas boas que podem acontecer como produzirem signos significativos no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, signos, estes abordam conceitos matemáticos e não matemáticos. Se você morar longe do Colégio São Bento, nós daremos a seus pais dinheiro suficiente para transporte, paratambém acompanhar a pesquisa.

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as crianças que participaram.

Quando terminarmos a pesquisa, será publicada pela Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO.

Se você tiver alguma dúvida, você pode me perguntar. Eu escrevi os telefones na parte de cima deste texto.

==

<u>CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO</u>

Eu ____________________________________ aceito participar da pesquisa Produção de (signo) interpretantes mediada pela Tecnologia em Atividades de Modelagem Matemática.

Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer.

Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar furioso.

Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis.

Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Guarapuava, ____de _________de __________.

___________________________________ _______	____________________________________ _______
Assinatura do menor	Assinatura do(a) pesquisador(a)

ANEXO 3

São Bento

IMACULADA REDE DE EDUCAÇÃO

CARTA DE AUTORIZAÇÃO/ANUÊNCIA

Eu, Ir. Angela Cleci Dzula Kovalchuk, diretora do Colégio São Bento, Imaculada Rede de Educação, tenho ciência e autorizo a realização da pesquisa intitulada como Produção de (signos) interpretantes mediada pela Tecnologia em Atividades de Modelagem Matemática sob responsabilidade da pesquisadora Carina Chulek no Colégio São Bento. Para isto, serão disponibilizados ao pesquisador o espaço físico da instituição.

Pitanga, 01 de março de 2019.

Angela C. D. Kovalchuk

Ir. Angela Cleci Dzula Kovalchuk
Diretora

Angela Cleci Dzula Kovalchuk
Diretora
RG 7.807.513-9 - ATO 01/2019

80.637.838/0004-72
ISENTO
Associação IM. V Maria
Colégio São Bento
Educação Infantil, Ensino
Fundamental e Médio
Rua Conselheiro Zacarias 855
Cep 85.200-000 • Pitanga • Paraná

ANEXO 4

Plataforma Brasil MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP

FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

1. Projeto de Pesquisa:
Produção de (signos) interpretantes mediada pela Tecnologia em Atividades de Modelagem Matemática

2. Número de Participantes da Pesquisa: 20

3. Área Temática:

4. Área do Conhecimento:
Grande Área 1. Ciências Exatas e da Terra

PESQUISADOR RESPONSÁVEL

5. Nome:
CARINA CHULEK

6. CPF:	7. Endereço (Rua, n.º):		
075.438.359-83	Rua Santos Dumont Centro PITANGA PARANA 85200000		
8. Nacionalidade: BRASILEIRO	9. Telefone: 42999809518	10. Outro Telefone:	11. Email: carina.chulek@gmail.com

Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.

Data: 29 / 08 / 18

Carina Chulek
Assinatura

INSTITUIÇÃO PROPONENTE

12. Nome:	13. CNPJ:	14. Unidade/Órgão:
Universidade Estadual do Centro Oeste - UNICENTRO	77.902.914/0001-72	
15. Telefone: (42) 3629-8177	16. Outro Telefone:	

Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.

Responsável: FÁBIO HERNANDES CPF: 250.206.138-51

Cargo/Função: DIRETOR DO CAMPUS CEDETEG

Data: 29 / 08 / 2018

Prof. Fábio Hernandes
DIRETOR GERAL DO CAMPUS CEDETEG - UNICENTRO
PORT. [illegible]/UNICENTRO
Assinatura

PATROCINADOR PRINCIPAL

Não se aplica.

Plataforma Brasil MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP

FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

1. Projeto de Pesquisa:
Produção de (signos) interpretantes mediada pela Tecnologia em Atividades de Modelagem Matemática

2. Número de Participantes da Pesquisa: 20

3. Área Temática:

4. Área do Conhecimento:
Grande Área 1. Ciências Exatas e da Terra

PESQUISADOR RESPONSÁVEL

5. Nome:
CARINA CHULEK

6. CPF:	7. Endereço (Rua, n.º):		
075 438 359-83	Rua Santos Dumont Centro PITANGA PARANA 85200000		
8. Nacionalidade:	9. Telefone:	10. Outro Telefone:	11. Email:
BRASILEIRO	42999809518		carina.chulek@gmail.com

Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do paramProjeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao paramProjeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.

Data: 01 / 03 / 19

Carina Chulek
Assinatura

INSTITUIÇÃO PROPONENTE

12. Nome:	13. CNPJ:	14. Unidade/Órgão:
Universidade Estadual do Centro Oeste - UNICENTRO	77.902.914/0001-72	
15. Telefone:	16. Outro Telefone:	
(42) 3629-8177		

Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.

Responsável: FÁBIO HERNANDES CPF: 25020613851

Cargo/Função: DIRETOR DO CAMPUS CEDETEG

Data: 01 / 03 / 2019

Prof. Fábio Hernandes
DIRETOR GERAL DO CAMPUS CEDETEG - UNICENTRO
PORT. 288/2016-GR/UNICENTRO

Assinatura

PATROCINADOR PRINCIPAL

Não se aplica.