

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE, UNICENTRO

**MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS PARA AFILAMENTO EM  
FUSTES DE *Tectona grandis* L.f.**

TESE DE DOUTORADO

LUCIANO RODRIGO LANSSANOVA

IRATI – PR

2019

LUCIANO RODRIGO LANSSANOVA

**MODELAGEM DE EFEITO MISTO PARA AFILAMENTO EM FUSTES  
DE *Tectona grandis* L.f.**

Tese de Doutorado apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais, área de concentração em Manejo Sustentável dos Recursos Florestais, para a obtenção do título de Doutor.

Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

Orientador

Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

Coorientador

Prof. Dr. Allan Libânio Pelissari

Coorientador

IRATI-PR

2019

Catálogo na Fonte  
Biblioteca da UNICENTRO

LANSSANOVA, Luciano Rodrigo.

L346m      Modelagem de efeitos mistos para afilamento em fustes de *Tectona grandis* L.f. /  
Luciano Rodrigo Lanssanova. – Irati, PR : [s.n.], 2019.  
145f.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

Coorientador: Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

Coorientador: Prof. Dr. Allan Libânio Pellissari

Tese (doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais. Área de concentração em Manejo Sustentável dos Recursos Florestais. Universidade Estadual do Centro-Oeste, PR.

1. Ciências Florestais. 2. Engenharia – plantio. 3. Efeito aleatório. 4. Autocorrelação residual. I. Machado, Sebastião do Amaral. II. Figueiredo Filho, Afonso. III. Pellissari, Allan Libânio. IV. UNICENTRO. V. Título.

CDD 634.9

## TERMO DE APROVAÇÃO

Defesa de Tese Nº 19

**Luciano Rodrigo Lanssanova**

**“Modelagem de efeitos mistos para afilamento em fustes de *Tectona grandis* L.f.”**

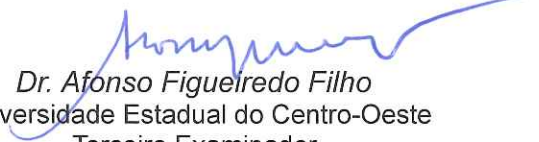
Tese aprovada em 22/08/2019, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor no Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais, área de concentração em Manejo Sustentável de Recursos Florestais, da Universidade Estadual do Centro-Oeste, pela seguinte Banca Examinadora:



*Dr. Edilson Batista de Oliveira*  
Embrapa Florestas  
Primeiro Examinador



*Dr. Thiago Floriani Stepka*  
Universidade do Estado de Santa Catarina  
Segundo Examinador



*Dr. Afonso Figueiredo Filho*  
Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Terceiro Examinador



*Dra. Fabiane Aparecida Retslaff Guimarães*  
Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Quarta Examinadora



*Dr. Sebastião do Amaral Machado*  
Universidade Federal do Paraná / Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Orientador e Presidente da Banca Examinadora

Irati - PR  
2019

A minha mãe Nelci Behling Lanssanvova,  
pelo amor incondicional, dedico.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha mãe, por ter sido meu maior exemplo de bondade e gentileza.

Ao meu pai por ter me apoiado e incentivado durante esse período.

As minhas irmãs por sempre estarem ao meu lado e, principalmente por terem cuidado do meu pai quando eu não estava presente.

Ao professor Sebastião do Amaral Machado, pela orientação da tese e pelo convívio diário.

Ao amigo e coorientador, professor Allan, agradeço pelas inúmeras conversas e sugestões.

Ao professor Afonso, por ter me recebido tão bem em Irati e acreditar no meu trabalho.

Aos doutores Thiago Floriani Stepka, Edilson Batista de Oliveira e Fabiane Aparecida Retslaff, pela disponibilidade em participar da banca.

A minha namorada, por todo apoio e companheirismo.

A Izabel, pelas inúmeras conversas sobre modelos mistos.

A todos os colegas de pós-graduação da UNICENTRO e da UFPR, pelas conversas e risadas na mesa do café.

Ao IFMT por permitir meu afastamento para o doutoramento.

A empresa Berneck S.A, por conceder os dados tão gentilmente.

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	17
1.1. OBJETIVO GERAL .....	19
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	20
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	21
2.1. <i>Tectona grandis</i> .....	21
2.2. FORMA DO TRONCO E FUNÇÕES DE AFILAMENTO .....	22
2.3. MODELAGEM MISTA.....	24
3. MATERIAL E MÉTODOS.....	29
3.1. LOCAL DE ESTUDO E COLETA DE DADOS.....	29
3.2. VALIDAÇÃO DOS MODELOS.....	32
3.3. MODELAGENS PARA O AFILAMENTO POR MEIO DA TÉCNICA DE REGRESSÃO NÃO LINEAR .....	32
3.4. ESTRATÉGIAS DE MODELAGEM MISTA PARA ESTIMATIVA DOS DIÂMETROS E VOLUMES AO LONGO DO TRONCO.....	35
3.5. CALIBRAÇÃO DO MODELO MISTO CONSIDERANDO A ÁRVORE COMO EFEITO ALEATÓRIO.....	38
3.6. ESTRATIFICAÇÃO DO FUSTE.....	40
3.7. ESTRATIFICAÇÃO POR IDADE .....	41
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	42
4.1. ANÁLISE EXPLORATÓRIA DOS DADOS .....	42
4.2. VALIDAÇÃO DOS MODELOS AJUSTADOS .....	44
4.3. AJUSTE DOS MODELOS DE AFILAMENTO PROPOSTOS POR REGRESSÃO NÃO LINEAR .....	47
4.4. APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS PROPOSTAS PARA DESCRIÇÃO DO PERFIL DOS FUSTES DE <i>Tectona grandis</i> .....	53

4.4.1. Estratégia 1: Avaliação das estimativas de diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório ...	53
4.4.1.1. Avaliação das estimativas dos diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório sem estratificação do fuste .....	53
4.4.1.2. Avaliação das estimativas de diâmetros com estratificação do fuste, utilizando a árvore como efeito aleatório.....	61
4.4.1.2.1. Avaliação das estimativas para os diâmetros para porção basal do fuste .....	61
4.4.1.2.2. Avaliação das estimativas de diâmetros para porção mediana do fuste .....	65
4.4.1.2.3. Avaliação das estimativas para os diâmetros para porção apical do fuste .....	68
4.4.1.3. Avaliação das estimativas dos volumes pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório sem estratificação do fuste .....	71
4.4.1.4. Avaliação das estimativas dos volumes com estratificação do fuste, utilizando a árvore como efeito aleatório.....	76
4.4.1.4.1. Avaliação das estimativas de volumes para porção basal do fuste .....	76
4.4.1.4.2. Avaliação das estimativas de volumes para porção mediana do fuste .....	79
4.4.1.4.3. Avaliação das estimativas de volumes para porção apical do fuste .....	82
4.4.1.5. Calibração do modelo misto considerando a árvore como efeito aleatório (Estratégia 1).....	85
4.4.1.6. Estimativas dos diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório com estratificação por classes de idade .....	91



4.4.1.7. Estimativas dos volumes pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório com estratificação por classes de idade .....	94
4.4.2. Estratégia 2: Estimativas de diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório .....	97
4.4.2.1. Estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste, utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório sem estratificação do fuste.....	97
4.4.2.2. Estimativas de diâmetros com estratificação do fuste, utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório .....	102
4.4.2.2.1. Avaliação das estimativas de diâmetros para porção basal do fuste .....	102
4.4.2.2.2. Avaliação das Estimativas de Diâmetros Para Porção Mediana do Fuste .....	105
4.4.2.2.3. Avaliação das Estimativas Para os Diâmetros Para Porção Apical do Fuste .....	108
4.4.2.3. Estimativas dos volumes pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório sem estratificação do fuste .....	111
4.4.2.4. Estimativas dos volumes com estratificação do fuste, utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório .....	116
4.4.2.4.1. Estimativas de volumes para porção basal do fuste .....	116
4.4.2.4.2. Estimativas de volumes para a porção mediana do fuste .....	119
4.4.2.4.3. Avaliação das estimativas de volumes para porção apical do fuste .....	121
4.4.2.5. Estimativas dos diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório com estratificação por classes de idade .....	123

4.4.2.6. Avaliação das Estimativas dos Volumes Pela Técnica de Modelagem de Efeitos Mistos Utilizando a Classe de Forma e Classe Diamétrica em Multiníveis Como Efeito Aleatório com Estratificação por Classes de Idade .....	126
5. CONCLUSÕES .....	128
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	130
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	131

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma demonstrando a implementação da modelagem de efeito misto.....	40
Figura 2 – Boxplot dos diâmetros (cm) nas alturas relativas dos fustes de <i>Tectona grandis</i> .....	43
Figura 3 – Semivariograma ajustado para os diâmetros ao longo do fuste para uma árvore de <i>Tectona grandis</i> .....	43
Figura 4 - Valores observados versus estimados para os sete modelos ajustados para estimativas de diâmetros ao longo do fuste para <i>Tectona grandis</i> . ....	46
Figura 5 - Resíduos (%) em função das alturas relativas para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste para <i>Tectona grandis</i> para os sete modelos avaliados.....	49
Figura 6 – Histogramas dos resíduos para os sete modelos de afilamento avaliados para <i>Tectona grandis</i> , sem estratificação do fuste.....	50
Figura 7 – Autocorrelação residual para as estimativas de diâmetros para os sete modelos de afilamento avaliados para <i>Tectona grandis</i> .....	52
Figura 8 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	57
Figura 9 – Autocorrelação residual para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	59
Figura 10 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção basal do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	64
Figura 11 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção mediana do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	67
Figura 12 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção apical do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	70

Figura 13 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes sem estratificação do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	73
Figura 14 – Autocorrelação residual para estimativas de volumes sem estratificação do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	75
Figura 15 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume na porção basal do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	78
Figura 16 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume na porção mediana do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	81
Figura 17 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume na porção apical do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	84
Figura 18 - RQEM (%) ao longo do fuste pelo processo de calibração, utilizando-se apenas a altura à 1,30 m na calibração dos novos indivíduos. ...	87
Figura 19 - Perfis médios observados e estimados dos diâmetros nas diferentes alturas avaliadas na calibração. ....	88
Figura 20 - Perfis médios observados e estimados dos volumes nas diferentes alturas avaliadas na calibração. ....	89
Figura 21 - Autocorrelação residual para estimativas de diâmetros nas diferentes alturas avaliadas para calibração do modelo misto. ....	90
Figura 22 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de diâmetro por classes de idade do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	93
Figura 23 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume por classes de idade do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	96
Figura 24 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	99

Figura 25 – Autocorrelação residual para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	101
Figura 26 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção basal do fuste (até 25% da altura total) de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	104
Figura 27 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção mediana do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	107
Figura 28 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas para porção apical do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	110
Figura 29 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes sem estratificação do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	114
Figura 30 – Autocorrelação residual para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações, utilizando a Estratégia 2. ....	115
Figura 31 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes para porção basal do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações, utilizando a Estratégia 2. ....	118
Figura 32 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes na porção mediana do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações, utilizando a Estratégia 2. ....	120
Figura 33 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes para porção apical do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações, utilizando a Estratégia 2. ....	122
Figura 34 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de diâmetro por classes de idade do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	125
Figura 35 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume por classes de idade do fuste de <i>Tectona grandis</i> para a equação de Kozak (2004) e suas variações. ....	127

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Análise descritiva para as classes de fator de forma, Diâmetro à altura do peito (d) e altura total (h) estabelecidas para <i>Tectona grandis</i> .....	30
Tabela 2 - Análise descritiva para as classes diamétricas, Diâmetro à altura do peito (d) e altura total (h) estabelecidas para <i>Tectona grandis</i> .....	31
Tabela 3 - Análise descritiva para as classes de idade, diâmetro à altura do peito (d) e altura total (h) estabelecidas para <i>Tectona grandis</i> . ....	31
Tabela 4 - Análise estatística descritiva da altura total, diâmetro a 1,3 metros do solo e do volume para as árvores cubadas de <i>Tectona grandis</i> . ....	42
Tabela 5 - Resultados do teste de validação das equações para <i>Tectona grandis</i> . ....	45
Tabela 6 – Coeficientes de regressão dos modelos de afilamento ajustados para <i>Tectona grandis</i> .....	47
Tabela 7 – Estatísticas de precisão das funções de afilamento ajustadas para <i>Tectona grandis</i> .....	48
Tabela 8 – Estatísticas para estimativas de diâmetros ao longo do fuste para a equação de afilamento de forma variável de Kozak (2004) e suas variações nos três cenários propostos. ....	55
Tabela 9 – Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 1.....	60
Tabela 10 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) para estimativas de diâmetros para porção basal do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3.....	62
Tabela 11 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para porção mediana do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3. ....	66
Tabela 12 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para porção apical do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3.....	69
Tabela 13 – Coeficiente de correlação entre valores observados e estimados e raiz quadrada do erro médio para a estimativa de volumes ao longo do fuste em sua formulação com efeitos fixos e aleatórios nos três cenários propostos. ....	72

Tabela 14 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas dos volumes sem estratificação do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3. ....	76
Tabela 15 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume na porção basal do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3. ....	77
Tabela 16 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume na porção mediana do fuste de <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3. ....	79
Tabela 17 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume na porção apical do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3. ....	82
Tabela 18 - Raiz quadrada do erro médio (RQEM %) para as estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste, nas diferentes alturas avaliadas para calibração do modelo misto. ....	87
Tabela 19 – Avaliação das estimativas de diâmetros por classes de idade, comparando a modelagem tradicional com a modelagem de efeitos mistos. ..	91
Tabela 20 – Avaliação das estimativas de volumes por classes de idade, comparando a modelagem tradicional com a modelagem de efeitos mistos. ..	94
Tabela 21 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3. ....	98
Tabela 22 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2. ....	102
Tabela 23 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para porção basal (até 25% da altura total) do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3. ....	103
Tabela 24 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para a porção mediana do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2. ....	106
Tabela 25 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para a porção apical do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2. ....	109

Tabela 26– Estatística para a estimativa de volumes ao longo do fuste para o modelo de Kozak (2004) e suas variações nos três cenários propostos, utilizando a Estratégia 2. ....	112
Tabela 27 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas dos volumes sem estratificação do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3. ....	113
Tabela 28 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas dos volumes para porção basal do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2. ....	117
Tabela 29 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume na porção mediana do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3. ....	119
Tabela 30 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume para porção apical do fuste para <i>Tectona grandis</i> , referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2. ....	121
Tabela 31 – Avaliação das estimativas de diâmetros por classes de idade, comprando a modelagem tradicional com a modelagem de efeitos mistos. ..	124
Tabela 32– Avaliação das estimativas dos volumes por classes de idade, comparando a modelagem tradicional com a modelagem de efeitos mistos.	126



## RESUMO

Os plantios de teca no Brasil possuem um notório destaque no setor florestal, com perspectivas de retornos financeiros a curto e médio prazo. Contudo, tal espécie carece de estudos sobre a forma e afilamento dos fustes, para servir como subsídio à empresas de base florestal, garantindo o melhor sortimento dos multiprodutos provenientes do povoamento florestal. Assim, a presente pesquisa teve por objetivo avaliar e comparar diferentes estratégias para descrição do perfil de fustes de *Tectona grandis*, com a aplicação da técnica de modelagem mista, em estimativas de diâmetros e volumes ao longo do tronco. A pesquisa foi desenvolvida em plantios de *Tectona grandis* com idades de 5 a 25 anos, localizados em Brasnorte, estado de Mato Grosso. Foram cubadas 509 árvores pelo método da altura relativa, e estas foram estratificadas em três classes de forma e cinco classes de diâmetros. Para avaliar a precisão das estimativas dos diâmetros ao longo do fuste, foram ajustados sete modelos de afilamento pelo método dos mínimos quadrados ordinários, sendo 4 não segmentados, 1 segmentado e 2 de forma variável. Após a seleção do melhor modelo, foi aplicada a modelagem não linear de efeitos mistos para avaliar a precisão das estimativas de diâmetros e volumes, respectivamente. Foram testadas duas estratégias: (1) considerando a árvore como efeito aleatório na aplicação da modelagem mista e; (2) aplicando a modelagem mista em multiníveis, totalizando 18 níveis de variação (3 classes de forma e 6 classes de diâmetro). Além disso, ainda foram avaliados três cenários, testando a combinação de 1, 2 ou 3 coeficientes aleatórios. Os ajustes foram realizados por meio das funções *nls* e *nlme* do *software R*. Para avaliar a performance dos modelos de afilamento foram utilizadas seis estatísticas: erro padrão de estimativa em porcentagem ( $Syx\%$ ), coeficiente de determinação ( $R^2$ ), critério de informação de Akaike ( $AIC$ ), viés ( $V$ ), erro quadrático ( $MSE$ ) e viés absoluto ( $MD$ ), além da análise gráfica de resíduos e autocorrelação. A modelagem de efeitos mistos proporcionou estimativas mais acuradas e precisas dos diâmetros e volumes. A Estratégia 1 propiciou a eliminação da autocorrelação e heterocedasticidade residual. Para as duas estratégias avaliadas, à medida que foram aumentados o número de coeficientes mistos, obteve-se melhorias na acurácia e precisão das estimativas de diâmetros e volumes.

Palavras-chave: Precisão; modelos de afilamento; efeito aleatório; autocorrelação residual.

## ABSTRACT

Teak plantations in Brazil have notorious importance in the forestry sector, with prospects of short- and medium-term financial returns. However, this species lacks studies regarding stem shape and tapering, to serve as a subsidy to forest companies ensuring the best multiproducts use of forest stands. Thus, the present research had the objective to evaluate and compare different strategies to describe the stem shape of *Tectona grandis*, applying the mixed modeling for diameters and volume estimations along the stems of *Tectona grandis*. The research was carried out in plantations of *T. grandis*, of 5- to 25-years old, located in Brasnorte, State of Mato Grosso. The volume of 509 trees was determined by the relative height method, which was stratified into three shape classes and five diameter classes. In order to evaluate the accuracy of the diameter estimations along the stems, seven taper models were adjusted by the ordinary least squares method, of which four were non-segmented, one segmented and two of variable form. After the selection of the best model fitted, non-linear mixed-effects modeling was applied to evaluate the accuracy and precision of the diameters and volumes estimations, respectively. Two strategies were tested: (1) considering the tree as a random effect in the application of the mixed modeling; (2) applying mixed modeling at multilevels, in a total of 18 variation levels (3 shape classes and 6 diameter classes). In addition, three scenarios were evaluated, testing the combination of 1, 2 or 3 random coefficients. The adjustments were performed using the `nls` and `nlme` functions of the R software. Six statistics were used to evaluate the accuracy of the taper models: standard error of estimation in percentage ( $Syx\%$ ), coefficient of determination ( $R^2$ ), Akaike's information criterion (AIC), bias (V), quadratic error (MSE) and absolute bias (MD), as well as residual graph and autocorrelation analysis. Mixed effect modeling improved accuracy and precision of diameters and volumes estimations. Strategy 1 eliminated autocorrelation and residual heteroscedasticity. For the two strategies evaluated, as the number of mixed coefficients increased, the accuracy and precision of diameters and volumes estimations increased as well.

Keywords: Precision; taper models; random effect; residual autocorrelation.

## 1. INTRODUÇÃO

A teca (*Tectona grandis* L. f., família Laminaceae) é uma espécie naturalmente distribuída no Sul e Sudeste da Ásia (KRISHNAPILLAY, 2000; PANDEY e BROWN, 2000; FERMINO JUNIOR et al., 2009; PELISSARI et al., 2014; TEWARI e SING, 2017; ADU-BREDU et al., 2018), sendo também uma das mais cultivadas em países tropicais (TANAKA et al., 1998; BERMEJO et al., 2004; TEWARI et al., 2014). A teca é cultivada sob condições de plantio há mais de 150 anos (TEWARI e SINGH, 2017) e apresenta uma enorme relevância para conversão dos fustes em multiprodutos. Atualmente, a área de plantio no Brasil corresponde a aproximadamente 87 mil hectares (IBÁ, 2017), sendo cultivada, principalmente, nos estados de Mato Grosso e Pará (ABRAF, 2013).

O cultivo da Teca começou em algumas regiões da Índia em 1840, ainda de forma experimental, atingindo escalas comerciais apenas em 1865 (BRISCOE, 1995; ALVARADO, 2006). O primeiro país fora do continente asiático onde se introduziu plantios de teca foi a Nigéria em 1902, ao passo que no Brasil foi introduzida na década de 70 na região de Cáceres em Mato Grosso (ALVARADO, 2006; FLOREZ et al., 2014).

A teca ganhou reconhecimento como uma espécie que cresce bem em plantios comerciais, produzindo madeira de alto valor para mercados internacionais (TEWARI e SINGH, 2017). A madeira da teca destaca-se devido a diversos fatores, entre eles, por sua beleza, força, estabilidade, resistência natural e pela ampla gama de aplicações que variam desde a movelaria de luxo até a construção civil (KOLLERT e KLEINE, 2017). As florestas plantadas de teca são uma importante fonte alternativa de madeira de qualidade para as indústrias de madeira, já que seus padrões de resistência e trabalhabilidade são comparados à de espécies como mogno e cedro. Cerca de 2,0 a 2,5 milhões de metros cúbicos de madeira de teca são colhidos anualmente de florestas naturais e plantadas e, tendo em vista o declínio da oferta a partir de florestas naturais, as perspectivas de mercado para madeira de teca cultivada são promissoras (KOLLERT e KLEINE, 2017).

Ao considerar que o valor referente à madeira da teca é determinado pelos mercados internacionais principalmente pelas dimensões do tronco (diâmetro e

comprimento do fuste) e a proporção de cerne na seção transversal (KOLLERT e KLEINE, 2017), faz-se necessário obter estimativas precisas para diferentes sortimentos nos plantios florestais. Assim, pesquisas relacionadas à modelagem do volume e forma das árvores são essenciais no intuito de se obter informações seguras e precisas do volume dos multiprodutos advindos da floresta (MÔRA, 2015; MACFARLANE e WEISKITTEL, 2016). Nessa perspectiva, faz-se necessário o emprego de técnicas sofisticadas de modelagem como o uso de funções de afilamento (FONWEBAN et al., 2011; CARVALHO et al., 2014).

A diversidade de informações proporcionadas pelas funções de afilamento é uma das principais vantagens em relação aos modelos volumétricos, pois possibilitam: estimar o diâmetro a qualquer ponto ao longo do perfil longitudinal do fuste; estimar a altura comercial para qualquer diâmetro e também permite estimar o volume de seções individuais de qualquer comprimento a qualquer altura do solo (KOZAK, 2004). Devido proporcionar esta multiplicidade de informações, inúmeros pesquisadores procuraram desenvolver, ao longo dos anos, diversos tipos de modelos de afilamento, com a intenção de estimar com precisão os diâmetros, alturas e volumes ao longo do tronco das árvores (SCHOEPFER, 1966; KOZAK, 1988; MAX e BURKHART, 1976; KOZAK, 2004).

Pesquisas demonstram que características de afilamento podem apresentar diferenças de acordo com a espécie e seu estágio de desenvolvimento (SCOLFARO et al., 1998). Dessa forma, pesquisas relacionadas às técnicas de modelagem sobre povoamentos de *T. grandis* são importantes nos processos produtivos, visto que os estudos que têm como foco analisar o perfil do tronco das árvores são voltados, principalmente, para povoamentos implantados com as espécies dos gêneros *Eucalyptus* e *Pinus* (MACHADO et al., 2004; SOUZA et al., 2008; YOSHITANI JUNIOR et al., 2011; MENDONÇA et al., 2014; MÔRA et al., 2014; KOHLER et al., 2016; SOUZA et al., 2018), com destaque para alguns trabalhos desenvolvidos para *T. grandis*, tais como Adu-Bredu et al. (2008), Leite et al. (2011), Favalessa et al. (2012), Warner et al. (2016) e Pelissari et al. (2017).

Para o ajuste de modelos de afilamento, várias medidas de diâmetro são tomadas ao longo do tronco da árvore, de modo que os dados seguem uma estrutura hierárquica natural e correlacionadas (GARBER e MAGUIRE, 2003). Nessa perspectiva, os modelos de efeito misto surgem na mensuração florestal como uma nova abordagem para modelagem do perfil longitudinal dos fustes

(CAO e WANG, 2011; GOMEZ-GARCÍA et al., 2013; MÔRA, 2015; NICOLETTI et al., 2016), pois, além dos parâmetros de efeitos fixos comuns a todos os indivíduos, incluem coeficientes com efeitos aleatórios que são específicos para determinados indivíduos ou grupos existentes no conjunto de dados (CALAMA e MONTERO, 2006; BARBOSA, 2009; CAO e WANG, 2011; FERREIRA, 2012; GOMEZ-GARCÍA et al., 2013; RUSLANDI et al., 2017; FERRAZ FILHO; et al., 2018). Com isso é possível desenvolver modelos mais apropriados e obter estimativas mais precisas da produtividade florestal, contribuindo para a otimização do planejamento das empresas (CARVALHO et al., 2014; MÔRA, 2015; NICOLETTI et al., 2016; NICOLETTI, 2017).

Embora a literatura estatística sobre a análise adequada de dados longitudinais está disponível, o pressuposto da independência entre as observações tem sido frequentemente violado na literatura florestal, e parte disto deve-se ao fato que as estimativas de parâmetros pelos mínimos quadrados e as previsões feitas pelos modelos ajustados, ainda são imparciais na presença da autocorrelação (KOZAK, 2004). A modelagem de efeito misto contribui para melhorar a capacidade preditiva dos modelos e reduzir as tendências residuais (BOURIAUD et al. 2019), provando acarretar em erros de predição menores que os modelos de efeito fixo (CALAMA e MONTERO, 2006; CAO e WANG, 2011), visto que esse tipo de modelagem possibilita que a autocorrelação seja, pelo menos parcialmente, explicada pela inclusão de efeitos aleatórios.

## 1.1. OBJETIVO GERAL

O objetivo geral da presente pesquisa foi avaliar e comparar diferentes estratégias com a aplicação da modelagem mista para estimativas de diâmetros e volumes ao longo do utilizando como exemplo de aplicação *Tectona grandis*.

## 1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Ajustar e avaliar modelos de afilamento não segmentados, segmentados e de forma variável com o ajuste tradicional pelo método dos mínimos quadrados ordinários, para estimativas de diâmetros ao longo do fuste;
- Aplicar e avaliar a modelagem mista para o modelo de melhor ajuste pela regressão não linear tradicional, testando duas estratégias de efeito misto para estimativas dos diâmetros e volumes;
- Avaliar a precisão da modelagem de efeitos mistos em relação a modelagem tradicional, analisando o comportamento do modelo selecionado na estimativa de diâmetros e volumes nas diferentes porções do fuste (base, meio e ápice), e também para diferentes classes de idade, utilizando as duas estratégias propostas;
- Avaliar diferentes diâmetros mensurados ao longo do fuste no processo de calibração na modelagem mista para estimativas individuais de diâmetros e volumes.

## 1.3. HIPÓTESE

Esta pesquisa foi formulada sob as hipóteses:

- A modelagem não linear de efeito misto estima com maior precisão os diâmetros e volumes ao longo do tronco em relação a sua formulação básica com efeitos fixos;
- Visto que, haverá ausência de autocorrelação entre as observações é uma das pressuposições básicas da análise de regressão, a modelagem mista possibilita a redução da autocorrelação residual;
- O uso do diâmetro à altura do peito, como informação prévia sobre o afilamento no processo de calibração, possibilita a redução da autocorrelação residual, bem como proporciona estimativas precisas de diâmetros e volumes.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. *Tectona grandis*

O abastecimento mundial de teca oriundo de florestas nativas e plantadas envolve entre 2 e 2,5 milhões de metros cúbicos por ano, o que corresponde a 2% da produção total de madeira tropical. A área total de florestas de teca plantadas é estimada em 4,33 milhões de hectares, dos quais 83% estão localizados na Ásia tropical, 11% na África, 6% na América do sul e menos de 1% na Oceania. Atualmente, a área de plantio no Brasil corresponde a aproximadamente 87 mil hectares de plantio (IBÁ, 2017), sendo cultivada, principalmente, nos estados de Mato Grosso e Pará (ABRAF, 2013).

Dentre os quatro países onde a teca ocorre naturalmente, Myanmar é o único país que fornece teca de florestas naturais para o mercado internacional, e em todos os 4 países de ocorrência natural houve uma redução das florestas nativas, devido principalmente a superexploração (legal e ilegal), expansão agrícola e pressão populacional (KOLLERT e KLEINE, 2017). Além disso, a remoção direcionada das árvores de teca de melhor qualidade das populações naturais, provavelmente, resultou no empobrecimento genético das populações remanescentes (KOLLERT e KLEINE, 2017).

A madeira da teca apresenta excelentes propriedades, fazendo dela uma das mais valiosas do mundo, junto a espécies como mogno e cedro (FLORÉZ, 2014). A Tailândia, China, Indonésia e Índia são os principais países fabricantes de produtos industrializados à base da madeira da teca, os quais são voltados para diversos usos, desde a construção completa de uma casa até postes e peças de marcenaria (ALVARADO, 2006; PELISSARI, 2015).

Os primeiros plantios de teca no Brasil ocorreram em 1968, ainda de forma experimental, contudo, em escala comercial, os plantios iniciaram em 1971, com sementes provenientes de Trinidad e Tobago (CÁCERES FLORESTAL, 2006; MEDEIROS, 2016). Para a cultura da teca ainda há carência de informações sobre o manejo e silvicultura da espécie, apesar dos crescentes níveis de produtividade nas últimas décadas, devido aos avanços nas pesquisas voltadas para esta espécie, como, uso de genótipos adequados ao ambiente, aplicação criteriosa de fertilizantes,

controle integrado de plantas invasoras, pragas e doenças, retenção de resíduos vegetais, minimização do preparo do solo e regimes ótimos de manejo (GONÇALVES et al., 2015; MEDEIROS, 2016).

A teca apresenta grande aceitação no mercado internacional de produtos madeireiros, devido principalmente às suas características de durabilidade e trabalhabilidade de sua madeira (MORA e HERNÁNDEZ, 2007; PELISSARI, 2015). Nos últimos anos, a madeira da teca é uma alternativa às espécies de elevado valor econômico, como *Swietenia macrophylla* King e *Amburana acreana* Ducke, para o abastecimento das indústrias de base florestal aos países consumidores de madeiras tropicais (CALDEIRA et al., 2000; TSUKAMOTO FILHO et al., 2003; PELISSARI, 2015).

Em sua área de ocorrência natural, no sudeste asiático, a rotação da teca varia entre 50 a 90 anos (PANDEY e BROWN, 2000), ao passo que em outras regiões sua rotação tende a menores períodos, como na América do Sul, onde a expectativa da rotação é de 20 a 25 anos (MATA, 1999; VAIDES et al., 2005; PELISSARI, 2015). No Brasil, os povoamentos de teca geralmente são implantados no espaçamento de 3 m x 2 m e desbastes em torno de 5, 10, 15 e 20 anos, proporcionando entre 200 a 250 árvores por hectare no corte final (GARCIA, 2006).

## 2.2. FORMA DO TRONCO E FUNÇÕES DE AFILAMENTO

Diversas teorias foram desenvolvidas para explicar a forma do tronco das árvores, entre elas, a teoria nutricional, de condução da água, hormonal e mecanicista (GRAY, 1956, LARSON, 1963, ASSMANN, 1970; MÔRA, 2015), entretanto, essas teorias consideram a variação do fuste apenas sob a perspectiva biológica. Do ponto de vista da mensuração florestal, de acordo com a seção do fuste que seja considerada, a forma dos troncos pode ser associada a configuração de vários sólidos geométricos (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2006; FAVALESSA, 2011), e na proporção que se afasta de uma característica regular, dificulta a implementação de ferramentas matemáticas para determinar com acurácia o volume dos fustes (BORGES, 1981; MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2006; PEREIRA et al., 2005, FAVALESSA, 2011).

A variação da forma do tronco pode ocorrer de indivíduo para indivíduo, devido a diversos fatores, entre eles, a idade, sítio, espaçamento, comprimento de copa e



posição sociológica (QUEIROZ, 2006; RAMOS, 2012). Nas idades jovens a mudança da forma é bastante rápida, enquanto que nas idades avançadas a forma das árvores muda lentamente tendendo a estabilizar (FRIEDL, 1989). Em sítios de baixa capacidade produtiva, a árvore normalmente tem maior conicidade ou formas indesejáveis (FIGUEIREDO FILHO, 1991). Em povoamentos mais densos, em que a sobrevivência das árvores acontece pela competição de água, luz e nutrientes, seus fustes apresentam uma forma mais cilíndrica com poucas ramificações e uma baixa dimensão de copa (SILVA, 1974). Árvores com maior comprimento de copa tendem a apresentar maior conicidade que as árvores dominadas (de menor comprimento de copa) (SCOLFORO e FIGUEREDO FILHO, 1998). Em geral, quanto maior a densidade da floresta e decréscimo do comprimento da copa, mais o fuste se aproxima de uma forma cilíndrica (FRIEDL, 1989).

Na mensuração florestal, as pesquisas voltadas para descrição do perfil longitudinal dos fustes, foram concentradas em árvores com troncos considerados como regulares, os quais se assemelham à sólidos geométricos definidos (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2006). Dentre as alternativas utilizadas para o estudo da forma dos troncos, destacam-se: fatores e quocientes de forma, modelos de afilamento e as funções spline (SCOLFORO et al., 1998; QUEIROZ et al., 2006; FAVALESSA, 2011; LANSSANOVA, 2012; MÔRA, 2015).

O quociente de forma é conceituado como a razão entre dois diâmetros, ao passo que o fator de forma é a razão entre dois volumes, e ambos são utilizados como fator de redução para o volume do cilindro (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2006). Contudo, as funções de afilamento constituem a principal ferramenta empregada em estudos da forma do fuste, pois possibilitam ao usuário estimar três características básicas das árvores: diâmetro em qualquer ponto do fuste; altura total ou a que se encontra em um determinado diâmetro limite especificado no fuste; e o volume entre pontos quaisquer do fuste (PRODAN, 1997; FAVALESSA, 2011; LANSSANOVA, 2012).

A função de afilamento tem como objetivo realizar uma descrição matemática do perfil longitudinal do fuste das árvores (AHRENS e HOLBERT, 1981). Para isso assume-se que a seção transversal do tronco é circular em qualquer ponto ao longo de seu perfil e, desta maneira, o volume pode ser obtido pela integração da função utilizada (FAVALESSA, 2011; LANSSANOVA et al., 2013; MÔRA, 2015; CERQUEIRA, 2018). Ao comparar os modelos de afilamento com outras formas de

estimação do volume, como, modelos volumétricos de simples e dupla entrada e, fator de forma, nota-se a flexibilidade das equações de afilamento, pois permitem estimar o volume até um diâmetro mínimo ou de qualquer segmento ao longo do tronco, facilitando o sortimento para diversas finalidades (LANSSANOVA et al., 2018).

Do ponto de vista prático, as funções de afilamento possuem grande importância por possibilitar a estimativa de multiprodutos (NEWNHAM, 1988; FONWEBAN et al., 2011; DOYOG et al., 2017). Desta maneira, os resultados obtidos podem ser usados para subsidiar propostas no planejamento e estabelecimento de ações de manejo e práticas silviculturais. Na literatura, diversos modelos foram propostos para representar o perfil do tronco (BEHRE, 1923; BRUCE, 1972; AMIDON, 1984, BI, 2000; BENBRAHIM e GAVALAND, 2003), contudo, de acordo com Campos e Leite (2013) o melhor modelo depende dos objetivos, ou seja, um modelo que apresenta melhor desempenho para estimar os diâmetros ao longo do fuste, pode não ser o melhor para estimar os volumes.

Vários modelos de regressão foram propostos e empregados para representar o perfil dos fustes, contudo, o melhor modelo depende dos objetivos; ou seja, enquanto um modelo tem melhor performance para estimar os diâmetros, ele pode não ser o melhor para estimar as alturas e volumes (CAMPOS e LEITE, 2013; BONETE, 2018). Môra (2015), buscando facilitar a apresentação dos modelos de afilamento, dividiu estes em três grupos: Modelos não segmentados, modelos segmentados e, modelos de forma variável. Os modelos não segmentados, constituem-se de um único modelo explicando toda extensão dos fustes, ao passo que os modelos segmentados se constituem no uso de submodelos justapostos, cada um representando uma porção do fuste (SOUZA, 2007). Os modelos de afilamento de forma variável também denominados de expoente variável ou expoente de forma variável descrevem o afilamento do tronco como uma função contínua utilizando um expoente que varia para compensar as mudanças na forma do tronco nas diferentes seções do tronco (MÔRA, 2015).

### 2.3. MODELAGEM MISTA

Uma das hipóteses básicas da análise de regressão, estabelece que não há autocorrelação entre as observações, contudo é um fenômeno típico em dados provenientes do afilamento das árvores, os quais apresentam uma estrutura

hierárquica, uma vez que várias observações são mensuradas dentro do mesmo indivíduo (árvore). Medições correlacionadas podem causar problemas nos testes de significância dos coeficientes e gerar estimativas inconsistentes (GARBER e MAGUIRE 2003, YANG et al. 2009).

De acordo com Gujarati e Porter (2012), embora na presença da autocorrelação os estimadores do método dos mínimos quadrados ordinários permaneçam não tendenciosos, consistentes e com distribuição normal, eles perdem a eficiência, como consequência, os testes habituais, t, F e  $\chi^2$  não podem ser aplicados legitimamente (WEST et al., 1984).

Para contornar esse problema, a modelagem mista fornece métodos para explicar a correlação entre medições consecutivas de diâmetro ao longo do tronco, através da estimativa de efeitos aleatórios e matriz de covariância, e desta maneira garantir predições consistentes (GARBER e MAGUIRE 2003). Este tipo de modelagem se caracteriza por associar o uso de parâmetros fixos e aleatórios em dados que apresentem uma estrutura hierárquica (SCHABENBERGER e PIERCE, 2002; MÔRA, 2015). Então, devido a incorporação da estrutura hierárquica dos dados, bem como a dependência entre as observações, os modelos mistos são mais flexíveis quanto às suas suposições (ROCHA, 2017).

De maneira geral, os modelos de regressão são empregados com o intuito de relacionar o comportamento de uma variável dependente com uma ou mais independentes, por meio de uma função que pode ser linear ou não em relação aos seus parâmetros (RENCHER e SCHAALIE, 2008; WYZYKOWSKI, 2015). Para descrever variáveis físicas e fenômenos biológicos, os modelos não lineares apresentam como principais vantagens em relação aos lineares, a maior flexibilidade na escolha do modelo e maior parcimônia, resultando numa menor quantidade de parâmetros (PINHEIRO e BATES, 2000; WYZYKOWSKI, 2015).

Os modelos mistos também conhecidos como modelos de efeito mistos ou modelos de efeitos aleatórios, permitem incorporar em seu ajuste estruturas de covariância que são de fundamental importância para dados com medidas repetidas (COSTA, 2014). Desta maneira, é possível realizar estudos avaliando tanto o comportamento médio, quanto o individual da variável de interesse, ao contrário dos modelos ajustados pelo método tradicional que ajustam somente o comportamento médio (FANG e BAILEY, 2001; PINHEIRO e BATES, 2002; COSTA, 2014; WYZYKOWSKI, 2015).

A modelagem mista leva em consideração os efeitos fixos, e um segundo conjunto de covariáveis denominadas de efeitos aleatórios que quando acrescentadas aos coeficientes fixos passam a constituir os modelos mistos (COSTA, 2014; RUSLANDI et al., 2017). Desta forma, a inclusão de uma estrutura de covariância possibilita a análise da correlação entre e intra-grupos (COSTA, 2014; MÔRA, 2015). A estrutura de um modelo misto implementado para dados oriundos de estudos de afilamento podem ser observados nos trabalhos de Carvalho et al. (2014) e Cerqueira (2018).

A decisão sobre considerar um efeito como fixo ou aleatório não é trivial nem única e, depende muito do estudo que está sendo feito, do interesse do pesquisador ou do contexto dos dados (SEARLE e al., 2006). Os efeitos fixos são atribuíveis a um conjunto finito de níveis de um fator que ocorrem nos dados e que estão lá porque já existe interesse neles (SEARLE e al., 2006). Os efeitos aleatórios são atribuíveis a um conjunto infinito de níveis de um fator, dos quais apenas uma amostra aleatória é considerada (SEARLE e al., 2006), conseqüentemente, efeitos aleatórios são diretamente usados na modelagem da variação aleatória na variável dependente (TEIXEIRA, 2009).

Os modelos tradicionais de regressão podem ser classificados como lineares, linearizáveis e não lineares (FERNANDES, 2012). Quando pelo menos uma das derivadas parciais dependem de algum parâmetro e não existe nenhuma transformação capaz de linearizá-lo, então o modelo é considerado não linear, já para os casos que há possibilidade de transformação ele é considerado como um modelo linearizável (ALVES, 2016).

A seguir têm-se a forma geral de um modelo não linear:

$$y_i = f(x; \theta) + e_i, \quad i = 1, \dots, n$$

em que  $y_i$  é a resposta do  $i$ -ésimo indivíduo,  $f$  é uma função não linear do vetor preditor  $x$  e do vetor de parâmetros  $\theta$  e  $e_i$  são os erros associados ao modelo que geralmente são independentes e normalmente distribuídos com média 0 e variância  $\sigma^2$ .

Assim sendo, a diferença entre um modelo tradicional (apenas efeitos fixos) para um modelo misto, é que ao incluir efeitos aleatórios no modelo estima-se uma variabilidade que não é levada em consideração pelos modelos com efeitos fixos, a variação entre indivíduos (ALVES, 2016). Desta maneira, com o

ajuste de modelos não lineares mistos haverá uma curva para cada indivíduo (PINHEIRO e BATES 2000).

Define-se um modelo não linear geral para a  $j$ -ésima observação do  $i$ -ésimo indivíduo como:

$$y_{ij} = f(\theta_i, x_{ij}) + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, n \text{ e } j = 1, \dots, r$$

em que  $y_{ij}$  é a  $j$ -ésima resposta do  $i$ -ésimo indivíduo,  $x_{ij}$  é o vetor preditor da  $j$ -ésima resposta, do  $i$ -ésimo indivíduo,  $f$  é a função não linear do vetor preditor e do vetor de parâmetros  $\theta_i$ , e  $\varepsilon_{ij}$  são os erros, os quais são assumidos como independentes e normalmente distribuídos com média 0 e variância constante. O vetor de parâmetros pode variar de indivíduo para indivíduo; isso é incorporado ao modelo escrevendo  $\theta_i$  como:

$$\theta_i = A_i\beta + B_ib_i, \quad b_i \sim N(0, \sigma^2 D)$$

em que  $\beta$  é um vetor de parâmetros populacionais fixos,  $b_i$  é um vetor de efeitos aleatórios associado ao indivíduo  $i$ ,  $A_i$  e  $B_i$  são as matrizes de incidência para efeitos fixos e aleatórios, respectivamente, e  $\sigma^2 D$  é a matriz de covariâncias para os efeitos aleatórios.

Diversos trabalhos na área florestal já avaliaram a modelagem mista para dados com medidas repetidas (GARCIA 1983; BORDERS et al., 1984; BIGING, 1985; LAPPI e BAILEY, 1988; LAPPI, 1991; MCDILL e AMATEIS, 1992; LAPPI e MALINEN, 1994). Com pioneirismo, destaca-se o trabalho de Bailey e Clutter (1974), no qual foi atribuído o efeito aleatório nos locais para o ajuste de curvas de sítio, contudo, Clutter (1961) já verificara que a suposição da independência entre as observações era violada devido à natureza repetida das observações advindas de parcelas permanentes.

Em estudos de modelagem do perfil do fuste, o pesquisador está interessado em estimar com a maior precisão possível a variável de interesse foco do estudo. Nesse sentido, diferentes pesquisas foram desenvolvidas com o intuito de avaliar equações para descrição do afilamento e novas metodologias para esta finalidade (LANSSANOVA et al., 2013; ANDRADE, 2014; SCHIKOWSKI et al., 2015; ANDRADE e SCHIMTT, 2017; MARTINS et al., 2017). Já em relação a abordagem para dados com medidas repetidas voltadas para o estudo do perfil dos fustes, na literatura, diversas equações de afilamento foram desenvolvidas usando

modelagem de efeitos mistos não-lineares (TASSIA e BURKHART, 1998; LEITES e ROBINSON, 2004; TRINCADO e BURKHART, 2006; LEJEUNE et al., 2009; ÖZÇELİK et al., 2012). De acordo com Şenyurt et al. (2017), a vantagem da modelagem mista em relação a modelagem tradicional, está em considerar em sua estrutura de ajuste, a dependência entre as observações para conjunto de dados que seguem uma estrutura hierárquica, como o que ocorre em dados de afilamento, por exemplo.

No Brasil, o ajuste de modelos de afilamento por meio da modelagem por mínimos quadrados ordinários sem efeitos aleatórios é uma das técnicas mais utilizadas para representar, matematicamente, o perfil longitudinal dos fustes (FAVALESSA et al., 2012; LEITE et al., 2013; MENDONÇA et al., 2014), principalmente pela facilidade de ajuste e implementação nos inventários florestais para estimar os sortimentos.

### 3. MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1. LOCAL DE ESTUDO E COLETA DE DADOS

Esta pesquisa foi desenvolvida em plantios seminais homogêneos de *T. grandis* com idades variando entre 5 a 25 anos, localizados em Brasnorte, estado de Mato Grosso, Brasil. A região de Brasnorte possui clima Equatorial quente e úmido, com temperatura variante entre 4°C a 40°C dependendo da época do ano, com chuvas distribuídas entre os meses de novembro a março e precipitação média de 2.250 mm por ano (CAMPELLO JÚNIOR et al., 1991).

Foi efetuada a cubagem rigorosa de 509 árvores cubadas pelo método da altura relativa, tomando-se as medidas dos diâmetros a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total do fuste, com os volumes determinados pelo método de Smalian. A intensidade amostral das árvores cubadas dentro de cada classe de fator de forma e classe diamétrica foi determinada pela variação volumétrica, considerando um limite de erro máximo de 10%, a uma probabilidade de confiança de 95%.

A cubagem realizada pelo método da altura relativa tem como vantagem o mesmo número de observações para todos os indivíduos amostrados, pois, além das medidas dos diâmetros ao longo do fuste estarem correlacionadas, quando as unidades amostrais apresentam números desiguais de observações, a amostra fica desequilibrada (BUENO-LÓPEZ e BEVILACQUA, 2012). Assim, os dados utilizados na construção dos modelos de afilamento proporcionam uma relação desequilibrada de volume, já que o número de observações do volume cumulativo do fuste variará entre as árvores, tendo em vista que as árvores mais curtas terão menos seções do que as árvores maiores (GREGOIRE e SCHABENBERGER, 1996; BUENO-LÓPEZ e BEVILACQUA, 2012).

A determinação das classes de forma das árvores foi feita a partir do fator de forma artificial, dado pela razão entre o volume da cubagem rigorosa ( $v$ ) do fuste e o volume de um cilindro, calculado com base no diâmetro à altura do peito ( $d$ ) e na altura total ( $h$ ) da árvore. A definição das classes de forma seguiu a metodologia adotada por David et al. (2014), em que foram delimitados intervalos equivalentes em amplitude, buscando reduzir a variância das variáveis dentro dos mesmos. O

intervalo das classes foi obtido pela divisão da amplitude total do fator de forma pelo número de três classes (Tabela 1). Os dados também foram estratificados por classes de diâmetro, considerando uma amplitude de 5 cm (Tabela 2) e por classes de idade, sendo estas divididas em quatro classes, com intervalo de 5 anos cada (Tabela 3).

Foi realizada uma análise descritiva dos diâmetros à altura do peito, altura total e volumes para o conjunto total de dados, calculando-se as medidas de tendência central (média e mediana) e medidas de dispersão (desvio padrão e coeficiente de variação). Para detecção dos *outliers* para os diâmetros nas diferentes alturas ao longo do fuste, foi realizada a construção do *boxplot*, para verificar a existência de dados discrepantes, e caso estes indicassem erros de medição ou tabulação, tais observações eram retiradas do conjunto de dados. Com o intuito de caracterizar a dependência espacial entre as observações, foi estruturado um semivariograma, entre os diâmetros ao longo do fuste e as alturas relativas. Em dados longitudinais o semivariograma é utilizado, em geral, como forma de diagnóstico da estrutura de correlação (DIGGLE, 1988; BUDHATHOKI, 2006).

Tabela 1 - Análise descritiva para as classes de fator de forma, Diâmetro à altura do peito (d) e altura total (h) estabelecidas para *Tectona grandis*.

Classe de forma	Variável	Mínimo	Média	Máximo	Nº de indivíduos
I	d (cm)	16,23	28,17	39,79	156
	h (m)	10	18,22	26,3	
II	d (cm)	13,36	23,43	42,04	312
	h (m)	6,7	14,39	27,58	
III	d (cm)	11,49	18,81	30,25	41
	h (m)	5	8,64	12,6	
Total					509

I = 0,33 ± 0,51; II = 0,51 ± 0,69; III = >0,69.



Tabela 2 - Análise descritiva para as classes diamétricas, Diâmetro à altura do peito (d) e altura total (h) estabelecidas para *Tectona grandis*.

Classe de diâmetro	Variável	Mínimo	Média	Máximo	Nº de indivíduos
I	d (cm)	11,49	13,78	14,96	16
	h (m)	5	8,53	10,9	
II	d (cm)	15,02	17,76	19,92	133
	h (m)	5,4	10,99	16,5	
III	d (cm)	20	22,51	24,89	139
	h (m)	6,1	13,3	21,8	
IV	d (cm)	25,05	27,55	29,98	110
	h (m)	9,4	17,67	23	
V	d (cm)	30,05	32,08	34,95	79
	h (m)	12,6	20,31	25,3	
VI	d (cm)	35,01	37,2	42,04	32
	h (m)	14,1	21,57	27,58	
Total					509

I = 10 f 15; II = 15 f 20; III = 20 f 25; IV = 25 f 30; V = 30 f 35; VI = >35.

Tabela 3 - Análise descritiva para as classes de idade, diâmetro à altura do peito (d) e altura total (h) estabelecidas para *Tectona grandis*.

Classe	Variável	Mínimo	Média	Máximo	Nº de indivíduos
I	d (cm)	13,37	19,39	27,25	50
	h (m)	8,40	11,59	16,40	
II	d (cm)	11,49	19,69	30,59	174
	h (m)	5,00	10,92	18,00	
III	d (cm)	13,94	25,06	35,97	90
	h (m)	10,3	15,94	21,9	
IV	d (cm)	16,23	29,86	42,05	195
	h (m)	9,40	19,44	27,58	
Total					509

I = 5 f 10; II = 10 f 15; III = 15 f 20; IV >20.

### 3.2. VALIDAÇÃO DOS MODELOS

Das 509 árvores utilizadas na pesquisa, 20% dos indivíduos foram separados aleatoriamente para validação dos modelos. Foram utilizados o teste *Qui-quadrado* ( $\chi^2$ ) e o Teste *F* entre os valores observados e estimados, para os quais, também foram avaliados os coeficientes lineares e angulares que, quando ideais, são iguais a zero e um, respectivamente (PELLISSARI, 2015).

O resultado do teste *Qui-quadrado* foi comparado com o valor tabelado ao nível de significância de  $p < 0,05$ ; caso seja menor, não se rejeita a hipótese de que o modelo avaliado seja adequado para estimar a variável de interesse. O teste *F* foi realizado para avaliar a hipótese  $H_0 = [\beta_0 \beta_1] = [0 \ 1]$ , segundo o modelo linear simples  $Y_j = \beta_0 + \beta_1 Y_i + \varepsilon$  (REGAZZI e SILVA, 2010, CAMPOS e LEITE, 2013). A não rejeição de  $H_0$  ( $F(H_0) < F_{\alpha}(2, n - 2)$ ) implica que os valores estimados e observados não diferem estatisticamente. Sendo validados os ajustes, os 20% dos indivíduos foram novamente incluídos no banco de dados para o reajuste dos modelos pelo método dos mínimos quadrados ordinários, e para aplicação da modelagem mista.

### 3.3. MODELAGENS PARA O AFILAMENTO POR MEIO DA TÉCNICA DE REGRESSÃO NÃO LINEAR

Inicialmente, foram ajustados sete modelos de afilamento, sendo quatro não segmentados: Demaerschalk (1972) (1), Demaerschalk (1973) (2), Ormerod (3) e Schöepfer (1966) (4); um segmentado: Max e Burkhart (1976) (5); e dois modelos de forma variável: Lee (2003) (6) e Kozak (2004) (7), cujas expressões são apresentadas a seguir:

$$d_i = 10^{\beta_0} d^{\beta_1} (h - h_i)^{\beta_2} h^{\beta_3} \quad (1)$$

$$d_i = d \sqrt{[\beta_1 ((h - h_i)/h)]^{\beta_2}} \quad (2)$$

$$d_i = d \cdot \beta_0 \left[ \frac{(h - h_i)}{(h - 1,30)} \right] \quad (3)$$

$$d_i = d \left[ \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{h} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_i}{h} \right)^2 + \beta_3 \left( \frac{h_i}{h} \right)^3 + \beta_4 \left( \frac{h_i}{h} \right)^4 + \beta_5 \left( \frac{h_i}{h} \right)^5 \right] \quad (4)$$

$$\left( \frac{d_i}{d} \right)^2 = \beta_1 \left( \frac{h_i}{h} - 1 \right) + \beta_2 \left[ \left( \frac{h_i}{h} \right)^2 - 1 \right] + \beta_3 \left( a_1 - \frac{h_i}{h} \right)^2 I_1 + \beta_4 \left( a_2 - \frac{h_i}{h} \right)^2 I_2 \quad (5)$$

$$I_1 = 1 \text{ se } \frac{h_i}{h} \leq a_1; 0 \text{ se } \frac{h_i}{h} > a_1 \quad I_2 = 1 \text{ se } \frac{h_i}{h} \leq a_2; 0 \text{ se } \frac{h_i}{h} > a_2$$

$$d_i = \beta_0 d^{\beta_1} \left( 1 - \frac{h_i}{h} \right)^{\beta_2 \left( \frac{h_i}{h} \right) + \beta_3 \left( \frac{h_i}{h} \right) + \beta_4} \quad (6)$$

$$d_i = \beta_0 d^{\beta_1} h^{\beta_2} \left( \frac{1-X^{1/3}}{1-\left(\frac{1.3}{h}\right)^{1/3}} \right)^{\left( \beta_3 X^4 + \beta_4 \left( \frac{1}{e} d/h \right) + \beta_5 \left( \frac{1-X^{1/3}}{1-\left(\frac{1.3}{h}\right)^{1/3}} \right) + \beta_6 (1/d) + \beta_7 h^{1-X^{1/3}} + \beta_8 \left( \frac{1-X^{1/3}}{1-\left(\frac{1.3}{h}\right)^{1/3}} \right) \right)} \quad (7)$$

Em que:  $\beta_i$  = coeficientes de regressão;  $a_1$  e  $a_2$  = pontos de ligação dos polinômios no modelo segmentado;  $d$  = diâmetro à altura do peito (cm);  $h$  = altura total (m);  $h_i$  = altura a uma seção relativa (m);  $X = h_i/h$ ;  $d_i$  = diâmetro a uma altura  $h_i$  (cm); e  $l_i$  = valor de restrição do modelo segmentado.

Para os ajustes dos modelos não lineares, foi utilizado o *software R* (R CORE TEAM, 2014), por meio de processo iterativo com a função *nls*, a qual é indicada para ajustar modelos não lineares (FERREIRA, 2013). O programa utiliza como *default* o algoritmo Gauss-Newton, contudo caso algum modelo apresente problemas na convergência do ajuste, pode-se utilizar as funções *plinear* e *port*, as quais indicam ao *R* para utilizar os algoritmos Golub-Pereyra e nl2sol, respectivamente (FERREIRA, 2013; MÔRA, 2015). No ajuste para cada modelo foi especificado um número máximo de 500 iterações utilizando a função *maxiter*, pois caso este não seja estabelecido, o *R* adota como padrão 50 iterações, podendo não ocorrer a convergência dos modelos devido ultrapassar o limite do *default* do *software* (FERREIRA, 2013). Todos os parâmetros estimados pelos modelos testados tiveram sua significância avaliada pelo teste *t*, ao nível de significância de 5%.

Para avaliar a precisão e o ajuste dos modelos de afilamento, foram utilizadas as estatísticas erro padrão de estimativa em porcentagem ( $S_{yx}\%$ ) e coeficiente de determinação ( $R^2$ ), respectivamente. Com o intuito de avaliar a qualidade do ajuste e a complexidade dos modelos, foi utilizado o critério de informação de Akaike (AIC) (8) (BURNHAM e ANDERSON, 2002), que visa selecionar as equações com estimativas

mais próximas aos valores medidos, sendo baseado na distância de Kullback – Liebler:

$$AIC = -2\log(\text{likelihood}) + 2p \quad (8)$$

Em que: *likelihood* = estimador da máxima verossimilhança do modelo; e  $p$  = número de coeficientes do modelo.

Quanto menor os valores de *AIC*, melhor e mais aderente é a distribuição amostral dos dados ao modelo. O *AIC* dá um peso maior ao número de parâmetros do modelo (MÔRA, 2015), pois se utiliza do princípio da parcimônia na escolha do melhor modelo, ou seja, de acordo com este critério nem sempre o modelo mais parametrizado é melhor (BURNHAM e ANDERSON, 2004). Adicionalmente, critérios estatísticos obtidos a partir dos resíduos (equações 9, 10 e 11), como viés ( $V$ ), erro quadrático ( $MSE$ ) e viés absoluto ( $MD$ ), conforme Figueiredo Filho et al. (1996), Scolforo et al. (1998), Assis et al. (2002), Favalessa et al. (2012) e Lansanova et al. (2013), permitiram a avaliação do desempenho das funções nas estimativas dos diâmetros ao longo do fuste.

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{y_i - \hat{y}_i}{n} \quad (9)$$

$$MSE = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p} \quad (10)$$

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n} \quad (11)$$

Em que:  $y_i$  e  $\hat{y}_i$  = valores observados e estimados de diâmetro ao longo do tronco, respectivamente;  $n$  = total de observações usadas no ajuste; e  $p$  = número de coeficientes do modelo.

O cálculo destas três estatísticas adicionais (9, 10 e 11) às medidas de ajuste e precisão ( $R^2$ , *AIC*,  $S_{yx}\%$ ) possibilitam maior suporte na decisão da seleção do melhor modelo a ser utilizado (SCHIKOWSKI et al., 2013). O viés (9) aponta a ocorrência de tendências residuais, contudo não indica o quanto estes estão distantes do eixo zero, ao passo que o viés absoluto (11) demonstra a média das diferenças entre os valores observados (valores reais) e valores estimados. O erro quadrático indica a relação entre o tamanho do resíduo e seu valor observado (PARRESOL et al., 1987; MÔRA, 2015). Além disso, procedeu-se à análise gráfica dos resíduos, a

qual possibilita identificar tendências resultantes do uso do modelo ajustado (LANSSANOVA et al., 2018).

As estatísticas  $R^2$ ,  $AIC$ ,  $S_{yx}\%$ ,  $V$ ,  $MSE$  e  $MD$  foram ordenadas de acordo com a eficiência, sendo atribuído peso 1 para a equação mais eficiente, 2 para a segunda e assim sucessivamente. Posteriormente, efetuou-se o somatório da pontuação de cada modelo individualmente, sendo realizada a classificação os melhores modelos avaliados, conforme a metodologia para o ranqueamento dos escores estatísticos aplicada por Thiersch (1997), Hess et al. (2010), Lansanova et al. (2013) e Melo et al. (2013).

### 3.4. ESTRATÉGIAS DE MODELAGEM MISTA PARA ESTIMATIVA DOS DIÂMETROS E VOLUMES AO LONGO DO TRONCO

Após selecionado o modelo de melhor ajuste na formulação básica com o ajuste tradicional pela técnica dos mínimos quadrados, a pesquisa foi conduzida utilizando-se apenas esse modelo ajustado, no qual foi aplicado a modelagem não linear de efeito misto. Foram avaliadas duas estratégias para modelagem mista:

- Estratégia 1: Considerar a árvore como efeito aleatório na aplicação da modelagem mista;
- Estratégia 2: Aplicar a modelagem mista em multiníveis, totalizando 18 níveis de variação (3 classes de forma e 6 classes de diâmetro).

Em relação à estratégia 2, na qual os coeficientes foram aleatorizados nas classes de forma e diamétrica, o intuito não foi conduzir tal metodologia com a pretensão de contradizer a teoria e estrutura hierárquica dos dados, mas sim, com a finalidade de aumentar a aplicabilidade global do modelo. Esta abordagem pressupõe que todas as árvores em determinada classe de forma e diamétrica têm o mesmo comportamento em relação à forma do fuste (SCHRÖDER et al., 2014).

De acordo com Bukoski et al. (2017), os efeitos fixos explicam a variação no conjunto de dados esperado para toda a população, ao passo que os efeitos aleatórios, explicam a variação exclusiva de agrupamentos específicos dos

dados. Este mesmo tipo de abordagem para modelagem mista, usado em funções de afilamento, foi aplicado por Carvalho et al. (2014), Schröder et al. (2014), Nicoletti (2017), Cerqueira (2018) e Bonete (2018). Neste mesmo contexto, Glória (2014) ressalta que, quando os níveis de um fator podem ser considerados como tendo sido amostrados a partir de um espaço de amostra, de tal modo que cada nível específico não é de interesse intrínseco (por exemplo, classes de diâmetro), os efeitos associados com os níveis desses fatores podem ser modelados como efeitos aleatórios de um modelo misto.

Para cada estratégia aplicada, foram testados três cenários, em que, no primeiro, cada um dos coeficientes do modelo foi definido como aleatório em função do fator de variação e todos os outros coeficientes permanecerão fixos. No segundo cenário, combinações de dois parâmetros foram simultaneamente definidos aleatórios em função de cada uma das duas estratégias adotadas, com os demais fixos para todas as combinações possíveis. Posteriormente, no terceiro cenário, três coeficientes foram estabelecidos como aleatórios e os demais como fixos. Ressalta-se que o efeito aleatório pode ser associado a todos os parâmetros do modelo, contudo, tal aplicabilidade pode acarretar problemas na convergência do modelo, principalmente para as equações que apresentam elevado número de parâmetros (SCHABENBERGER e PIERCE, 2002; ZEVIANE et al., 2013; SCHRÖDER et al., 2014).

Para a modelagem não linear mista foi utilizado o pacote *nlme* (PINHEIRO e BATES, 2000) na realização dos ajustes. Para solucionar o problema da autocorrelação entre as observações (várias medidas do diâmetro ao longo do tronco), foi utilizado a estrutura de correlação autoregressiva de primeira ordem (GARBER e MAGUIRE 2003, LI et al., 2010, RODRÍGUEZ et al., 2013, SCHRÖDER et al., 2014; GARCÍA-ESPINOZA et al., 2018) por meio da função *correlation* presente no pacote *nlme*.

Os volumes foram estimados em todas as seções do fuste onde foi realizada a medição na cubagem; para isto foi aplicado a integração numérica, a qual foi escolhida devido os modelos de forma variável não apresentarem integral definida (MÔRA, 2015). Foi utilizada a função *integrate* presente no *software* R, que é indicada para integração numérica em uma dimensão. Esta função realiza a integral entre dois limites, assim como na integração definida, adotando 100 subdivisões entre os dois limites. A integração é definida pela seguinte forma:

$$v = \int_{l_i}^{l_s} \frac{\pi}{40000} w^2 dw \quad (12)$$

Em que:  $v$  = volume parcial estimado;  $l_i$  = limite inferior utilizado no processo de integração;  $l_s$  = limite superior usado no processo de integração;  $w$  = modelo de afilamento em função da variável dependente  $d$  com os coeficientes obtidos no ajuste das equações.

Como o método envolvido neste tipo de aproximação é baseado na quadratura numérica, a função de afilamento foi elevada ao quadrado e, posteriormente, multiplicada por  $\pi/40000$ , possibilitando a obtenção do volume em metros cúbicos, já que a unidade de medida do diâmetro é dada em centímetros (MÔRA, 2015). Com o intuito de automatizar a aplicação da operação desejada (integração numérica), as funções *mapply* e *integrate* foram utilizadas de forma associada, possibilitando desta maneira ganhos na velocidade durante o processo de cálculo, já que necessita ser repetida sobre todos os dados (R CORE TEAM, 2014).

Após aplicada a modelagem de efeito misto, avaliou-se os ganhos de precisão em relação a formulação básica do modelo com efeitos fixos em todos os cenários propostos e para as duas estratégias avaliadas, o qual foi baseado na determinação da diferença relativa da raiz quadrada do erro médio em porcentagem (RQEM%), obtidos com efeitos fixos e mistos. É importante ressaltar que, a raiz quadrada do erro médio ou erro padrão residual é o valor não viesado da estimativa do desvio padrão amostral e fornece uma ideia do desvio do modelo em relação à média (CARVALHO et al., 2014). Os ganhos de precisão foram avaliados para os diâmetros e volumes estimados ao longo do tronco, usando a equação:

$$Diferença(\%) = \left( \frac{RQEM\%_{antes} - RQEM\%_{depois}}{RQEM\%_{antes}} \cdot 100 \right) \quad (13)$$

Em que:  $RQEM\%_{antes}$  = raiz quadrada do erro médio da estimativa em porcentagem sem efeito misto; e  $RQEM\%_{depois}$  = raiz quadrada do erro médio da estimativa em porcentagem com efeito misto.

Assim, variação da taxa do erro médio (RQEM %) em porcentagem (Diferença(%)) foi avaliada para cada cenário, com o intuito de quantificar o quanto em ganho de acurácia e precisão cada cenário adquiriu com a substituição da equação tradicional com efeitos fixos pela equação com efeitos mistos (Gujarati e Porter 2012). Também foi realizada a análise gráfica residual e de autocorrelação, comparando a modelagem mista com a modelagem tradicional.

É importante salientar que, pode-se obter o ganho de precisão para as estimativas de diâmetros e volumes, já que os valores observados foram determinados a partir da cubagem rigorosa e não com o uso do xilômetro, não obtendo-se desta maneira, o valor paramétrico em campo.

### 3.5. CALIBRAÇÃO DO MODELO MISTO CONSIDERANDO A ÁRVORE COMO EFEITO ALEATÓRIO

A modelagem mista pode proporcionar tanto uma resposta média, quanto respostas individuais de acordo com o efeito aleatório considerado. Assim, ao considerar a árvore como efeito aleatório, será obtido uma resposta média caso seja utilizado apenas os coeficientes fixos estimados, ao passo que uma resposta individual pode ser proporcionada com o uso dos coeficientes mistos, obtendo-se desta maneira uma resposta individual para cada árvore mensurada.

De acordo com Lappi (1991), Vonesh e Chinchilli (1997), Trincado e Burkhart (2006), Meng e Huang (2009) e Yang e Huang (2013), a previsão dos efeitos aleatórios para novas árvores pode ser feita a partir de um processo de calibração:

$$\mu_{ij} = \hat{D}Z_i^T(Z_i\hat{D}Z_i^T + \hat{R}_i)^{-1}res_{ij} \quad (14)$$

Em que:

$\mu_{ij}$  = Vetor de parâmetros de efeitos aleatórios;

$\hat{D}$  = Matriz estimada de variância e covariância para os parâmetros de efeitos aleatórios;

$Z_i$  = Matriz de derivadas parciais em relação aos parâmetros de efeitos aleatórios;

$\hat{R}_i$  = Matriz de variância residual;



$res_{ij}$  = Resíduos do ajuste na posição  $i$  para árvore  $j$ , sendo definido pela diferença do diâmetro observado em uma determinada altura do fuste com o diâmetro estimado na mesma altura com os coeficientes fixos da equação.

Desta forma, foi realizada a calibração dos diâmetros para um conjunto de 18 árvores, as quais não foram utilizadas para o ajuste. Como processo de calibração é baseado com a aproximação do estimador de Bayes (14) (LAPPI, 1991; VONESH e CHINCHILLI, 1997), este exige a mensuração de alguns diâmetros em algumas posições do fuste para as árvores nas quais o efeito aleatório será previsto, a fim de compará-lo com os diâmetros estimados pelos coeficientes fixos da equação. Assim, a calibração dos diâmetros para os 18 novos indivíduos foi realizada testando-se nove combinações de alturas ao longo do fuste dos novos indivíduos:

- 0% e 4% da altura total;
- 1% e 4% da altura total;
- 1% e 15% da altura total;
- 1% e 35% da altura total;
- 1% da altura total e 1,30 m;
- 4% e 35% da altura total;
- 4% e 15% da altura total;
- 1,30 m;
- 1,30 m e 35% da altura total.

As estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste para as 18 árvores obtidas a partir do processo de calibração, foram avaliadas pela raiz quadrada do erro médio (RQEM %), bem como também foi feita a análise gráfica de autocorrelação e de perfis médios. Na Figura 1 é possível observar um roteiro, o qual demonstra cada passo utilizado na presente pesquisa.

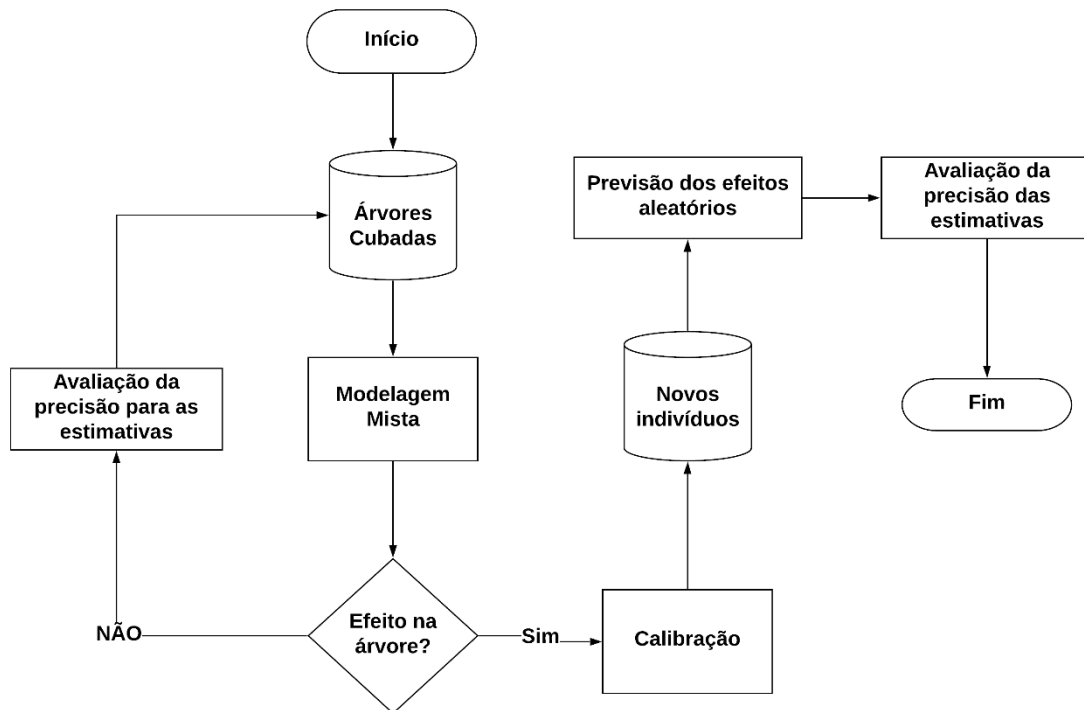


Figura 1 - Fluxograma demonstrando a implementação da modelagem de efeito misto.

### 3.6. ESTRATIFICAÇÃO DO FUSTE

Com o intuito de avaliar o comportamento dos modelos para as estimativas de diâmetros e volumes nas diferentes partes do tronco, estes foram estratificados em três porções: base (até 25% da altura total), mediana (de 25% até 75% da altura total) e ápice (de 75% até 95% da altura total). Para cada porção do tronco foi avaliado o ganho de acuracidade e precisão para as estimativas de diâmetro e volume, respectivamente, comparando a modelagem mista em relação a modelagem tradicional.

Esta estratificação justifica-se, pois, os modelos de afilamento possuem comportamentos diferentes em algumas partes do fuste, ou seja, não apresentam a mesma acurácia nas diferentes porções (base, meio e ápice) (MÔRA, 2015). De acordo com Prodan (1997), para estudos voltados para análise do perfil do fuste, este deve ser dividido em pelo menos três seções, referente a base, centro e ponta, os quais se assemelham às figuras geométricas neilóide, parabolóide e cone, respectivamente.

### 3.7. ESTRATIFICAÇÃO POR IDADE

Com o escopo de avaliar o comportamento dos modelos para as estimativas de diâmetros e volumes nas diferentes fases de idade do povoamento, estes foram estratificados em quatro classes: De 5 a 10 anos (intervalo aberto à direita); 10 a 15 anos (intervalo aberto a direita); 15 a 20 anos (intervalo aberto à direita); 20 a 25 anos (intervalo fechado à direita). Para cada classe foi avaliado o ganho de acuracidade e precisão para as estimativas de diâmetro e volume, respectivamente, comparando a modelagem mista em relação a modelagem tradicional.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1. ANÁLISE EXPLORATÓRIA DOS DADOS

Na Tabela 4 estão presentes os valores mínimos, médios, máximos e os respectivos desvios padrões e coeficientes de variação das variáveis altura total, diâmetro a 1,3 m do solo e volume para as 509 árvores cubadas. As variáveis apresentam alta variabilidade devida principalmente à amplitude de idade, a qual varia de 5 a 25 anos. Dentre as três variáveis avaliadas, foi observada a maior heterogeneidade (CV%) para o volume, uma vez que sua variabilidade está associada à combinação das variáveis diâmetro, altura e forma.

Tabela 4 - Análise estatística descritiva da altura total, diâmetro a 1,3 metros do solo e do volume para as árvores cubadas de *Tectona grandis*.

Variável	Análise Descritiva					
	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Desvio Padrão	CV %
Diâmetro (cm)	11,49	42,05	24,50	23,81	6,30	25,71
Altura (m)	5,00	27,58	15,10	14,60	4,77	31,59
Volume (m <sup>3</sup> )	0,0418	2,02	0,45	0,34	0,32	71,11

É possível verificar ao observar a Figura 2, a distribuição e valores discrepantes (*outliers*) dos diâmetros medidos ao longo do tronco, fornecendo assim um meio complementar à análise descritiva para desenvolver uma perspectiva sobre características dos dados. Os diâmetros mensurados na base do fuste possuem maior amplitude que os diâmetros medidos na porção superior. Os pontos que indicam possíveis valores discrepantes não foram eliminados, pois são medidas que ocorrem naturalmente, não sendo erros de medição.

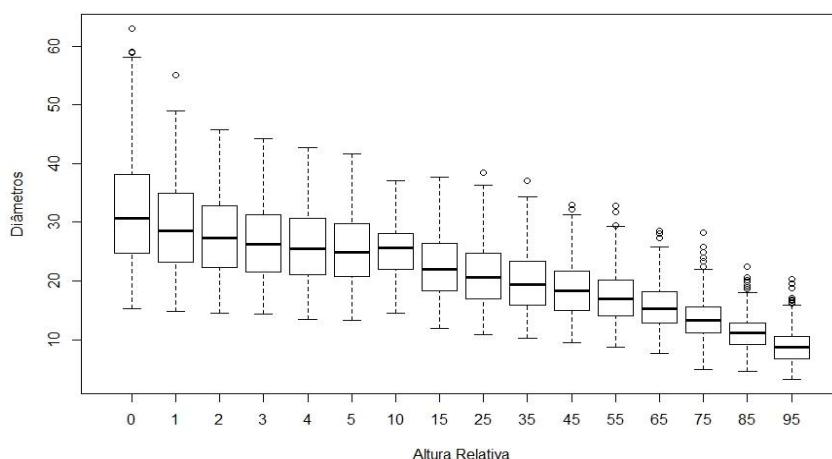


Figura 2 – Boxplot dos diâmetros (cm) nas alturas relativas dos fustes de *Tectona grandis*.

Com o intuito de caracterizar a dependência entre as observações ao longo do fuste, foi construído um semivariograma (Figura 3) para checar a existência ou não de estrutura de correlação entre as medidas observadas. É possível observar por meio do efeito pepita ( $C_0$ ), o qual representa a variância não identificada dos diâmetros ao longo do tronco, um valor próximo a zero. A partir do semivariograma modelado, nota-se que as várias medidas ao longo do fuste demonstram um comportamento estruturado de sua variabilidade, indicando a existência de correlação entre as observações, ocasionada devido à mudança de forma e ao afilamento que ocorre no fuste.

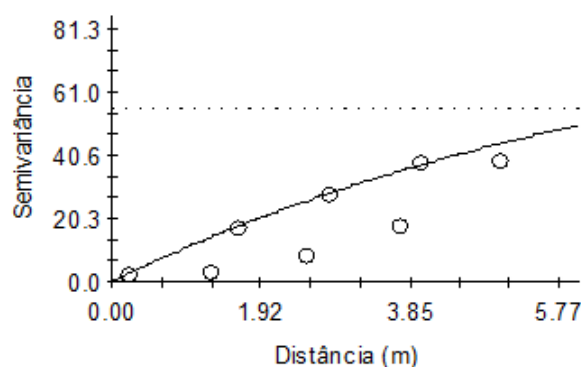


Figura 3 – Semivariograma ajustado para os diâmetros ao longo do fuste para uma árvore de *Tectona grandis*.

## 4.2. VALIDAÇÃO DOS MODELOS AJUSTADOS

Do conjunto de dados foi separado aleatoriamente 20% dos indivíduos para validação dos sete modelos ajustados para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste para *T. grandis*. Na Tabela 5 estão os resultados dos testes de validação, em que a partir dos valores observados *versus* os valores estimados das equações, foram avaliados os testes *Qui-quadrado* e *F*.

Ao comparar o valor calculado do teste *Qui-quadrado* dos sete modelos ajustados (Tabela 5), foi determinada a probabilidade a respeito da casualidade ou não dos desvios entre as proporções observadas e esperadas. Desta maneira, verificou-se que o resultado encontrado foi inferior ao valor tabelado, assim não se rejeita a hipótese de que as equações são acuradas para estimativas da variável em estudo.

A partir do Teste *F* (Tabela 5), verifica-se a não rejeição de  $H_0$ , já que o valor calculado foi maior que o tabelado, assim sendo, implica que os valores estimados e observados são estatisticamente coincidentes. A Figura 4 permite observar uma dispersão pequena dos pontos em torno da reta de regressão, assim, admite-se a existência de estimativas adequadas (ANDRIOTTI, 2003; LEUANGTHONG et al., 2004), em que os diâmetros preditos pelas equações ajustadas foram próximos aos diâmetros observados, sem tendência de superestimativa ou subestimativa.

Com base nas medidas de precisão, as equações apresentaram resultados satisfatórios (*Syx* % entre 8,57 a 14,39), indicando que todas as equações são eficientes para estimar, adequadamente, os diâmetros ao longo do fuste, embora as estatísticas para dados de ajuste tenham apresentado melhores resultados

Posteriormente à validação das equações, os dados dos 20% dos indivíduos selecionados foram inseridos no conjunto total de dados, e os modelos foram reajustados, para os quais foram avaliadas as estatísticas de ajuste e precisão, bem como a avaliação dos resíduos a partir de análises gráficas.

Tabela 5 - Resultados do teste de validação das equações para *Tectona grandis*.

Modelo	Qui-quadrado	Coefficiente Linear	Coefficiente Angular	F	r	Syx %	V	MSE	MD	AIC
Polinômio do 5° grau	96,47 <sup>ns</sup>	-1,05*	1,00*	5835*	0,97	10,17	0,1848	4,5773	1,5917	32370,79
Ormerod	125,66 <sup>ns</sup>	-1,62*	1,08*	2372*	0,94	14,39	1,0778	9,1774	2,1660	37524,46
Demaerschalk (1973)	132,95 <sup>ns</sup>	-0,10*	0,97*	2543*	0,94	13,60	0,2789	8,1999	2,1449	36690,55
Demaerschalk (1972)	125,07 <sup>ns</sup>	-0,68*	1,00*	2562*	0,94	13,22	0,1362	7,7442	2,0589	36270,06
Max e Burkhart	80,42 <sup>ns</sup>	-0,55*	0,98*	6849*	0,97	10,09	0,2441	4,5056	1,5462	32253,67
Lee	96,75 <sup>ns</sup>	-1,62*	1,04*	4735*	0,96	10,74	0,0562	5,1062	1,6430	33180,57
Kozak (2004)	89,28 <sup>ns</sup>	-0,55*	1,00*	6370*	0,97	8,57	0,0064	3,2500	1,3149	29834,76

<sup>ns</sup> : não significativo ao nível de  $p < 0,05$  pelo teste Qui-quadrado; \* Significativo pelo teste t ao nível de  $p < 0,05$ ; r = Coeficiente de correlação linear de Pearson; F = valor calculado do teste F; V = desvio; MD = desvio médio absoluto; MSE = desvio padrão das diferenças; AIC = Critério de Informação de Akaike; Syx % = Erro padrão da estimativa.

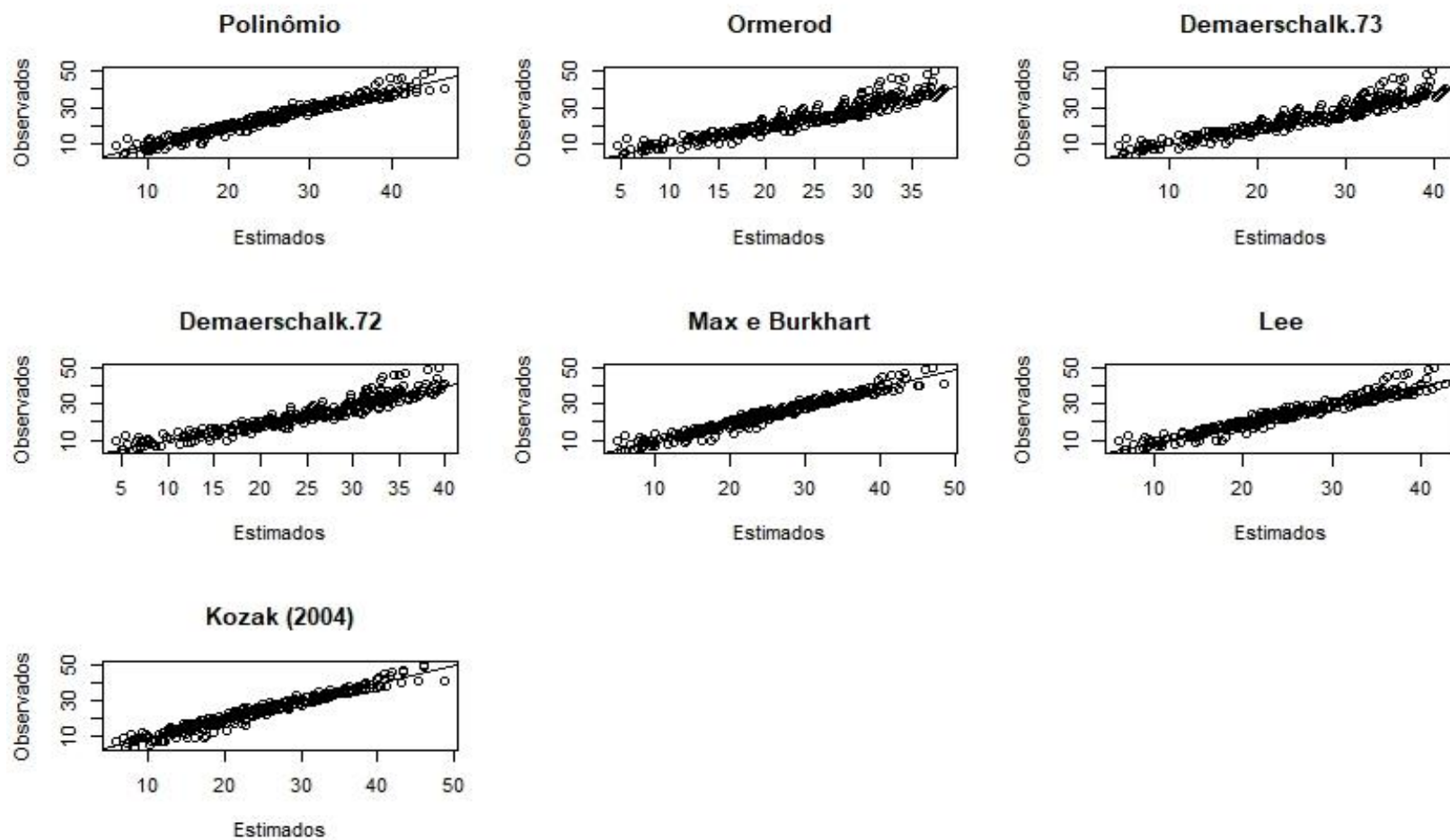


Figura 4 - Valores observados versus estimados para os sete modelos ajustados para estimativas de diâmetros ao longo do fuste para *Tectona grandis*.



### 4.3. AJUSTE DOS MODELOS DE AFILAMENTO PROPOSTOS POR REGRESSÃO NÃO LINEAR

Os coeficientes dos sete modelos ajustados foram significativos ao nível  $p < 0,01$  pelo teste  $t$  (Tabela 6). Utilizando os coeficientes obtidos em cada equação ajustada, foram estimados os valores dos diâmetros mensurados nas alturas  $h_i$  em todos os fustes. A partir dessas estimativas, definiram-se as equações com melhor desempenho (Tabela 7).

Tabela 6 – Coeficientes de regressão dos modelos de afilamento ajustados para *Tectona grandis*.

Modelo	Parâmetros Estimados										
	$a_1$	$a_2$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	$\beta_8$
Polinômio do 5º grau			1,2473**	-4,9585**	23,534**	-52,64	52,359**	-19,333**			
Ormerod				0,4813**							
Demaerschalk (1973)				1,2303**	1,0616**						
Demaerschalk (1972)			0,1774**	0,9752**	0,528**	-0,6084**					
Max e Burkhart	0,04**	0,72**		0,0419**	-0,7513**	292,012**	4,4499**				
Lee			1,7042**	0,891**	1,521**	-2,8772**	1,8223**				
Kozak (2004)			0,9596**	0,989**	-0,0383**	0,8945**	0,637**	-0,8307**	-3,347**	0,012**	0,1848**

\*\* = \*Significativo pelo teste  $t$  ao nível de 1% de probabilidade de erro;  $\beta_i$  = coeficientes estimados;  $a_i$  = pontos de inflexão do modelo segmentado.

Para a estatística  $R^2$ , obtiveram-se valores iguais ou superiores a 0,89, indicando que as equações conseguem explicar apropriadamente as estimativas de diâmetro ao longo do fuste. Ressalta-se, que apesar do coeficiente de determinação não ser uma medida adequada para avaliar o ajuste dos modelos não lineares (JULIANO et al., 1987; SPIESS e NEUMEYER, 2010), é uma medida comumente utilizada e de fácil interpretação na avaliação de modelos na mensuração florestal (Schröder et al., 2014). Além disso, quase todos os softwares estatísticos comercialmente disponíveis (Origin, Matlab, SPSS, SAS,

PSPP, Statistica) calculam os valores de  $R^2$  para ajustes não lineares, o que confirma involuntariamente seu uso frequente (SPIESS e NEUMEYER, 2010).

Para a estatística  $S_{yx}$  (%), referente ao erro médio das estimativas, apenas o modelo de forma variável de Kozak (2004), apresentou um erro inferior a 10%. Os resultados das estatísticas  $V$ ,  $MSE$  e  $MD$ , complementaram os resultados obtidos com as estatísticas de ajuste e, a partir do *ranking* dessas estatísticas, foi possível indicar que a equação de forma variável de Kozak (2004) apresentou menor tendenciosidade nos resíduos ao apresentar os menores valores médios (Tabela 7).

Tabela 7 – Estatísticas de precisão das funções de afilamento ajustadas para *Tectona grandis*.

Modelo	Estatísticas de ajuste e precisão						
	$R^2$	$S_{yx}$ %	$V$	$MSE$	$MD$	$AIC$	<i>Classif</i>
Polinomio do 5° grau	0,94	10,13	0,186	4,593	1,59	33653,03	3°
Ormerod	0,89	14,36	1,075	9,240	2,17	39032,84	7°
Demaerschalk (1973)	0,89	13,59	0,281	8,272	2,15	38181,33	6°
Demaerschalk (1972)	0,89	13,21	0,136	7,812	2,06	37745,04	5°
Max e Burkhart	0,94	10,02	0,244	4,494	1,54	33485,1	2°
Lee	0,93	10,7	0,056	5,129	1,64	34502,46	4°
Kozak (2004)	0,95	8,55	0,005	3,274	1,32	31050,41	1°

$R^2$ = coeficiente de determinação;  $S_{yx}$  % = erro padrão da estimativa;  $S_{yx}$  % = erro padrão da estimativa em porcentagem;  $V$  = desvio;  $MD$  = desvio médio absoluto;  $MSE$  = desvio padrão das diferenças;  $AIC$  = Critério de Informação de Akaike.

A avaliação geral dos modelos foi realizada considerando não somente as estatísticas de precisão e ajuste, mas também a análise gráfica dos resíduos (Figura 5 e 6), o que possibilitou verificar a magnitude do afastamento dos valores dos diâmetros estimados, em relação aos observados, em todo o fuste (Figura 5), e também permitiu a avaliação da normalidade dos resíduos a partir de sua distribuição (Figura 6).

De modo geral, a dispersão residual para os diâmetros ao longo do fuste apresentaram homogeneidade da variância na porção basal e intermediária do tronco, sendo um aspecto favorável em modelos ajustados para estimativas de

sortimentos florestais, visto que nestas seções se concentram o maior volume dos fustes (NICOLETTI, 2017; BONETE, 2018).

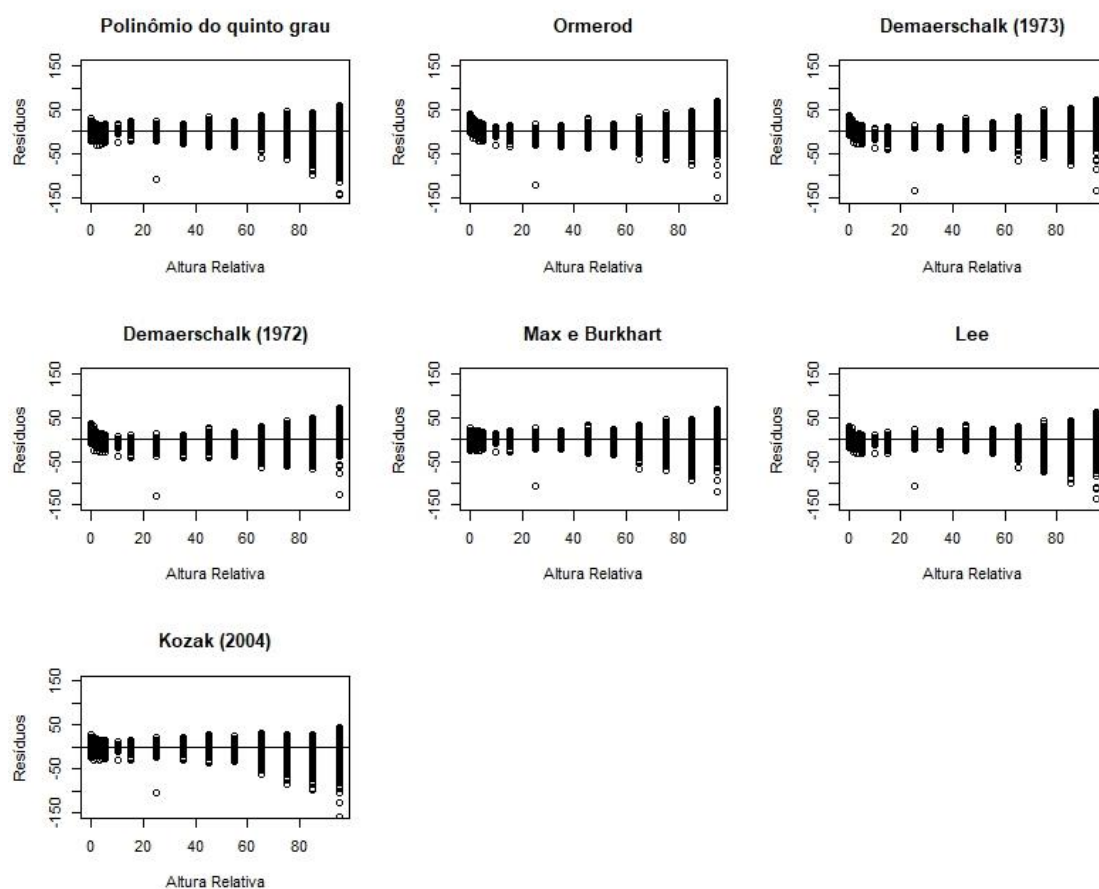


Figura 5 - Resíduos (%) em função das alturas relativas para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste para *Tectona grandis* para os sete modelos avaliados.

Os modelos ajustados de Ormerod, Demaerschalk (1973), Demaerschalk (1972) e Lee apresentam um comportamento semelhante na distribuição dos resíduos (Figura 5), subestimando os diâmetros na porção basal do fuste e com alta amplitude de erros na porção superior. As equações de Kozak (2004) e Max e Burkhart forneceram uma boa dispersão residual, com proporcionalidade entre valores subestimados e superestimados, porém o modelo ajustado de Kozak (2004) apresenta melhor desempenho a partir do *ranking* realizado, com menor pontuação média entre os sete modelos testados.

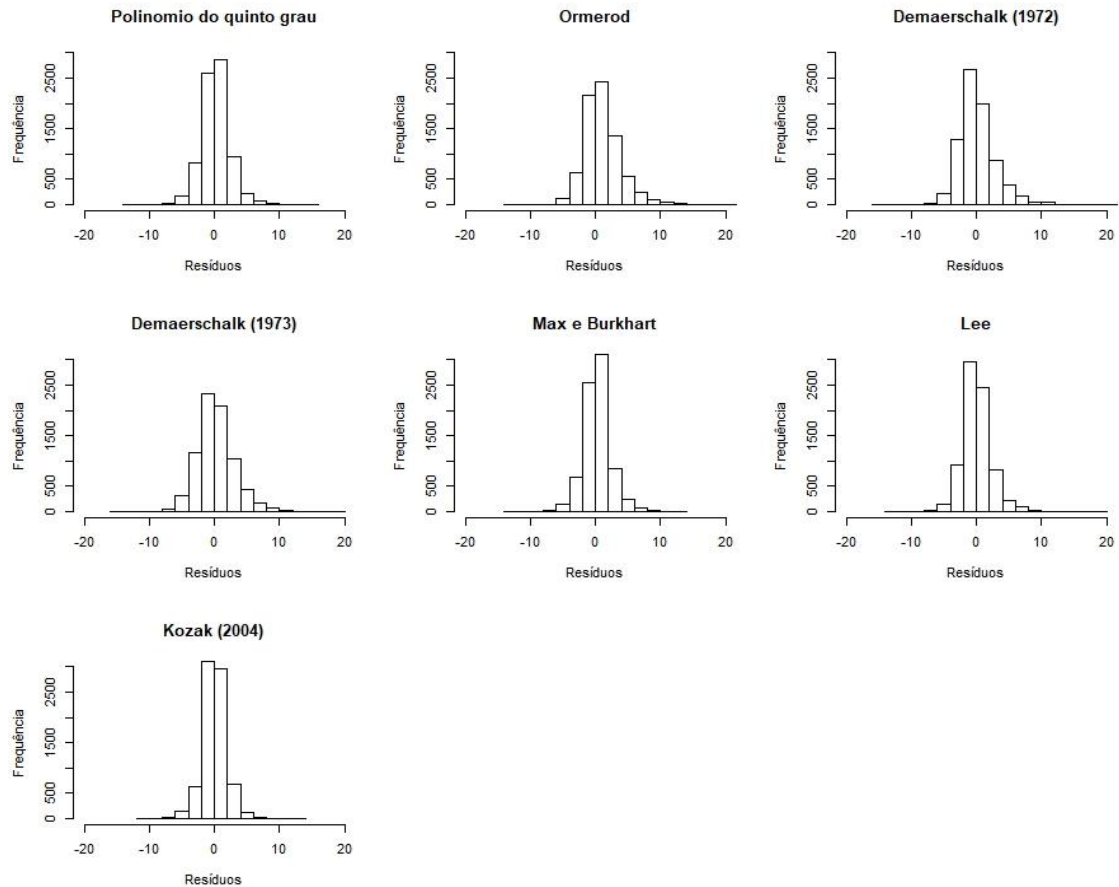


Figura 6 – Histogramas dos resíduos para os sete modelos de afilamento avaliados para *Tectona grandis*, sem estratificação do fuste.

Em relação ao modo de ajuste, o modelo de forma variável de Kozak (2004) possui uma função contínua que descreve a forma do fuste do solo ao topo usando um "expoente variável" para descrever as figuras geométricas neiloide, parabolóide e formas cônicas do caule, sem necessidade do auxílio de pontos de inflexão (KOZAK 1988; MÔRA, 2015; LUMBRES et al., 2016; SOUZA et al., 2018). Desta maneira, este modelo apresenta como vantagem sobre o modelo segmentado de Max e Burkhart, a facilidade de ajuste, além de fornecer melhores estimativas de diâmetro do solo até o topo da árvore com uma única equação (KOZAK, 2004; MÔRA, 2015; BONETE; 2018).

Schröder et al. (2015) obtiveram medidas de ajuste e precisão satisfatórias para o modelo de Kozak (2004) para *Pinus elliottii* no sul do Paraná. Môra (2015) e Bonete (2018) ao avaliarem diferentes modelos de afilamento para *Pinus taeda* também observaram que o modelo de forma variável de Kozak

(2004) foi superior ao modelo segmentado de Max e Burkhart. Li e Weiskittel (2010) avaliando modelos de afilamento para três espécies de coníferas na região norte-americana da Acadian, verificaram que o modelo de forma variável de Kozak (2004) foi mais acurado para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste.

Diversos estudos que tiveram como foco a análise do perfil longitudinal do fuste, avaliando diferentes modelos de afilamento para estimativa dos diâmetros, também observaram a superioridade dos modelos de forma variável quando comparados aos modelos não segmentados e segmentados para diferentes espécies e regiões (Bi, 2000; ROJO et al., 2005; YANG et al., 2009; GOMEZ-GARCIA et al. 2013; SCHRÖDER et al., 2014; CIARNOSCHI, 2016; CERQUEIRA, 2017; DOYOG et al., 2017; BONETE, 2018; SOUZA et al., 2018).

A partir da Figura 6, a qual possibilita uma análise unidimensional dos resíduos, observa-se que estes possuem uma distribuição normal, para os sete modelos avaliados. Ao avaliar os histogramas, verifica-se que os resíduos para todas equações apresentam uma distribuição simétrica, não apresentando valores muitos afastados. Como os histogramas não demonstram inconsistências com a distribuição normal, não foi realizada a avaliação de estimadores de assimetria e curtose. É importante ressaltar, que a falha na suposição de normalidade não invalida as estimativas dos parâmetros, entretanto, pode invalidar os testes usuais e os intervalos de confiança que são baseados na teoria da distribuição normal (MATSUSHIDA, 1994).

A autocorrelação entre os resíduos para os sete modelos avaliados pode ser observada na Figura 7, na qual têm-se a dispersão entre  $\varepsilon_i$  e  $\varepsilon_{i-1}$ ,  $\varepsilon_{i-2}$ ,  $\varepsilon_{i-3}$ ,  $\varepsilon_{i-n}$ , e também se constata que todas as equações resultantes dos ajustes demonstram um padrão de autocorrelação residual, em que o ideal seria que todos os pares de resíduos formassem uma nuvem de pontos centrada na origem (GUJARATTI e POTTER, 2011). As autocorrelações mais fortes dos resíduos foram identificadas nos casos com estimativas tendenciosas, como nos modelos ajustados de Ormerod e Polinômio do Quinto Grau. Visto que os dados em estudo são provenientes de medidas repetidas, existe a possibilidade dos erros serem correlacionados pelo fato de as próprias medidas repetidas serem correlacionadas (TEIXEIRA, 2009).

Gujarati e Porter (2012) elucidaram que, apesar dos estimadores do método dos mínimos quadrados ordinários permanecerem não viesados e com distribuição normal, na presença de autocorrelação dos erros eles perdem a eficiência. Desta forma, embora os coeficientes estimados do modelo sejam significativos, os erros padrão estimados podem ser inadequados, e caso seja viesado, as estimativas da variável dependente podem ser tendenciosas (GREGOIRE e SCHABENBERGER, 1996; DRAPER e SMITH, 1998; CALAMA e MONTERO, 2006; TANG et al., 2016).

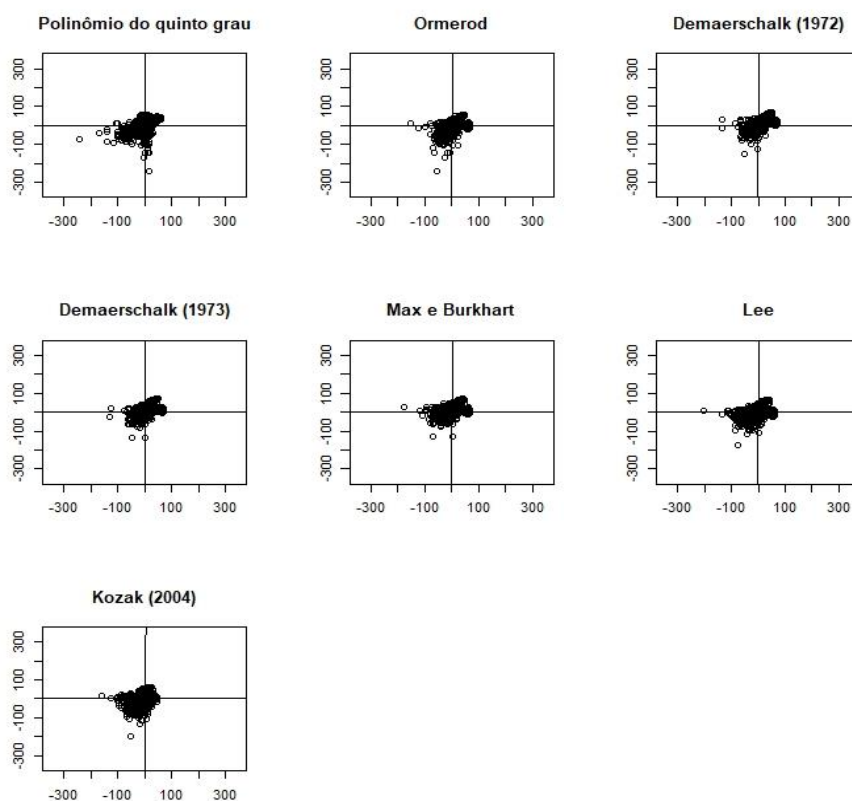


Figura 7 – Autocorrelação residual para as estimativas de diâmetros para os sete modelos de afilamento avaliados para *Tectona grandis*.

Ressalta-se, que na análise de regressão, assume-se que os termos de erro são variáveis aleatórias independentes, aleatoriamente distribuídas e normais (DRAPER e SMITH, 1998). Contudo, a construção de funções de afilamento requer a mensuração de múltiplas observações para cada árvore (isto é, dados longitudinais). Assim, é razoável esperar que as observações dentro de

cada árvore estejam espacialmente correlacionadas e que a suposição de termos de erro independentes seja violada (ROJO et al., 2005).

#### 4.4. APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS PROPOSTAS PARA DESCRIÇÃO DO PERFIL DOS FUSTES DE *Tectona grandis*

4.4.1. Estratégia 1: Avaliação das estimativas de diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório

4.4.1.1. Avaliação das estimativas dos diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório sem estratificação do fuste

Para avaliar as estimativas de diâmetro e volume utilizando a técnica de modelagem de efeitos mistos em relação à modelagem não linear tradicional, foi utilizada a função mais acurada nas avaliações dentre os modelos na sua formulação básica com efeitos fixos. Como o modelo de Kozak (2004) foi o mais acurado, esse foi selecionado para ser avaliado nos três cenários propostos na presente pesquisa. Rojo et al. (2005), avaliando 31 modelos de afilamento para estimativas de diâmetros para *Pinus pinaster*, também obtiveram melhores estimativas com o modelo de forma variável de Kozak (2004).

Ressalta-se, que é possível associar o efeito aleatório com todos os coeficientes do modelo, contudo, o modelo ajustado acaba tendo coeficientes demais, e pode-se não alcançar convergência quando se declara efeito aleatório sobre todos os coeficientes (ZEVIANI et al., 2013; BONETE, 2018). Sun et al. (2017) simulando o perfil de copa para *Pinus sylvestris*, introduziram no máximo até dois coeficientes aleatórios, visando a convergência do modelo. Devido problemas computacionais para estimar efeitos aleatórios para todos os parâmetros, Bouriaud et al (2019) ao comparar três métodos para calibração de um modelo misto, introduziram o efeito aleatório em apenas 3 parâmetros em um modelo de afilamento para *Picea abies* na Romênia.

Na Tabela 8 são apresentados os três melhores ajustes para os três cenários propostos utilizando a árvore como efeito aleatório. No cenário 1, colocando efeito aleatório em apenas um coeficiente, verificou-se que os coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_3$  foram os que mais influenciaram na melhoria dos valores das estimativas, representando uma variação na taxa do erro médio de 16,37% (1,4 pontos percentuais); 16,37% (1,4 pontos percentuais) e 16,26% (1,39 pontos percentuais), respectivamente. No cenário 2, a combinação dos coeficientes  $\beta_4$  e  $\beta_8$  com efeitos aleatórios em função da árvore foi a variação do modelo de Kozak (2004) com menor RQEM (%) para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste para *T. grandis*, representado uma diferença de aproximadamente três pontos percentuais em relação a formulação básica do modelo com efeitos fixos, seguido das combinações  $\beta_5\beta_8$  e  $\beta_6\beta_8$ , com ganhos de precisão de 36,26% e 36,61%, respectivamente.

Para o terceiro cenário proposto, os ganhos de precisão foram maiores em relação aos demais cenários avaliados. As combinações dos coeficientes  $\beta_0\beta_4\beta_8$ ,  $\beta_0\beta_5\beta_8$  e  $\beta_0\beta_6\beta_7$  proporcionaram diferenças de 45,03% (3,85 pontos percentuais); 45,03% (3,85 pontos percentuais) e 41,87% (3,58 pontos percentuais) na taxa de variação do erro médio em relação ao modelo de Kozak (2004) em sua formulação fixa. Bonete (2018) também obteve maiores ganhos utilizando três coeficientes aleatórios para equações de afilamento modeladas para *P. taeda*, assim como Môra (2015) para *E. saligna* e *P. taeda*. Fonweban et al., (2011) ao avaliar o uso da abordagem da modelagem de efeitos mistos para modelar o perfil longitudinal de *Picea sitchensis* e *P. sylvestris*, verificou que a precisão das funções de afilamento melhorou entre 45 e 63 por cento em relação ao método tradicional, com o uso de três coeficientes aleatórios.

Schröder et al. (2014), avaliando a modelagem mista em funções de afilamento para *P. elliotii* e utilizando o modelo de forma variável de Kozak, ressaltaram que, apesar da praticidade das equações de afilamento modelada pelo método dos mínimos quadrados empregando apenas efeitos fixos, sua capacidade preditiva é superada pelos modelos mistos. Na presente pesquisa, a superioridade da capacidade preditiva da modelagem mista pode ser constatada com os resultados que estão na Tabela 8, ao observar uma considerável redução da raiz quadrada do erro médio, a qual propicia um valor



não viesado da estimativa do desvio padrão amostral e fornece uma ideia do desvio do modelo em relação à média (CARVALHO et al., 2014).

Tabela 8 – Estatísticas para estimativas de diâmetros ao longo do fuste para a equação de afilamento de forma variável de Kozak (2004) e suas variações nos três cenários propostos.

Modelo misto	Efeito aleatório	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	7,15	16,37
	$\beta_1$	7,15	16,37
	$\beta_2$	7,16	16,26
cenário 2	$\beta_4\beta_8$	5,48	35,91
	$\beta_5\beta_8$	5,45	36,26
	$\beta_6\beta_8$	5,42	36,61
cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	4,70	45,03
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	4,70	45,03
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	4,97	41,87
Modelo Fixo		8,55	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

O modelo misto pode proporcionar tanto uma curva média estimada, quanto curvas individuais, para os grupos ou indivíduos ao qual está sendo considerado como aleatório (SCHABENBERGER e PIERCE, 2002; WESTFALL, 2016). Contudo, mesmo para uma curva média estimada pelo modelo misto utilizando apenas os coeficientes fixos, esta é condicional aos efeitos aleatórios, assim, o modelo consegue absorver parte da autocorrelação entre as observações, devido considerar em sua estrutura de covariância a autocorrelação dentro de cada indivíduo (MATSUSHITA, 1994; VERBEKE et al., 2015), como por exemplo, a árvore na presente pesquisa. Desta maneira, previsões para novas árvores serão mais adequadas com o uso da modelagem mista em relação à modelagem tradicional.

De acordo com Urias et al. (2017) o uso da modelagem de efeitos mistos melhora a qualidade dos coeficientes fixos, tornando-os mais eficientes, já que possuem menor variância, pois seus erros são baixos e, portanto, os

estimadores são mais eficientes, precisos e confiáveis; isto permite fazer estimativas médias das variáveis de interesse com um alto nível de certeza (DE LOS SANTOS-POSADAS et al., 2006).

Para a estimativa de curvas individuais para novas observações, pode ser realizada a predição do efeito de cada árvore usando seus valores de diâmetro e/ou altura (TRASOBARES e PUKKALA, 2004), ou ainda, poder ser feito a calibração do modelo, a partir da determinação dos coeficientes aleatórios, utilizando a aproximação do estimador de Bayes (VONESCH e CHINCHILLI, 1997; LYNCH, 2005; TRINCADO et al., 2007; TEMESGEN et al., 2008).

A variação residual (Figura 8) para os três cenários propostos na modelagem mista foi menor em relação ao modelo de Kozak (2004) em sua formulação com efeitos fixos. Em comparação com a modelagem tradicional o terceiro cenário com três coeficientes aleatórios, proporcionou uma redução da heterocedasticidade residual, com redução na amplitude dos erros tanto para porção basal do fuste, quanto para a porção mediana e ápice deste.

Em todas as composições para os três cenários propostos na modelagem mista, houve proporcionalidade entre sub e superestimativas (Figura 8). Contudo, a maior amplitude de erros, assim como na modelagem tradicional, continua sendo no ápice do fuste. Para o modelo considerando apenas efeitos fixos, a variação residual foi de -160,30% a 45,43%, sem considerar a estratificação do tronco. Ao considerar as três variações do modelo de Kozak (2004) com o uso da modelagem mista no cenário 3, a variação residual foi de -91,15% ( $Kozak.\beta_0\beta_4\beta_8$ ) a +33,17% ( $Kozak.\beta_0\beta_4\beta_8$ ) no ajuste, -94,45% ( $Kozak.\beta_0\beta_5\beta_8$ ) a +30,58% ( $Kozak.\beta_0\beta_5\beta_8$ ) e de -95,62% ( $Kozak.\beta_0\beta_6\beta_7$ ) a 32,10% ( $Kozak.\beta_0\beta_6\beta_7$ ).

Westfall (2016) avaliando diferentes estratégias para o uso de modelos de efeitos mistos em inventários florestais contínuos, que assim como na presente pesquisa apresenta medidas repetidas, verificou que a variância residual demonstrou reduções substanciais quando comparado com o método tradicional. Desta maneira, percebe-se que a modelagem mista pode ser aplicada em diferentes áreas da mensuração florestal com o intuito de proporcionar estimativas mais adequadas para dados longitudinais.

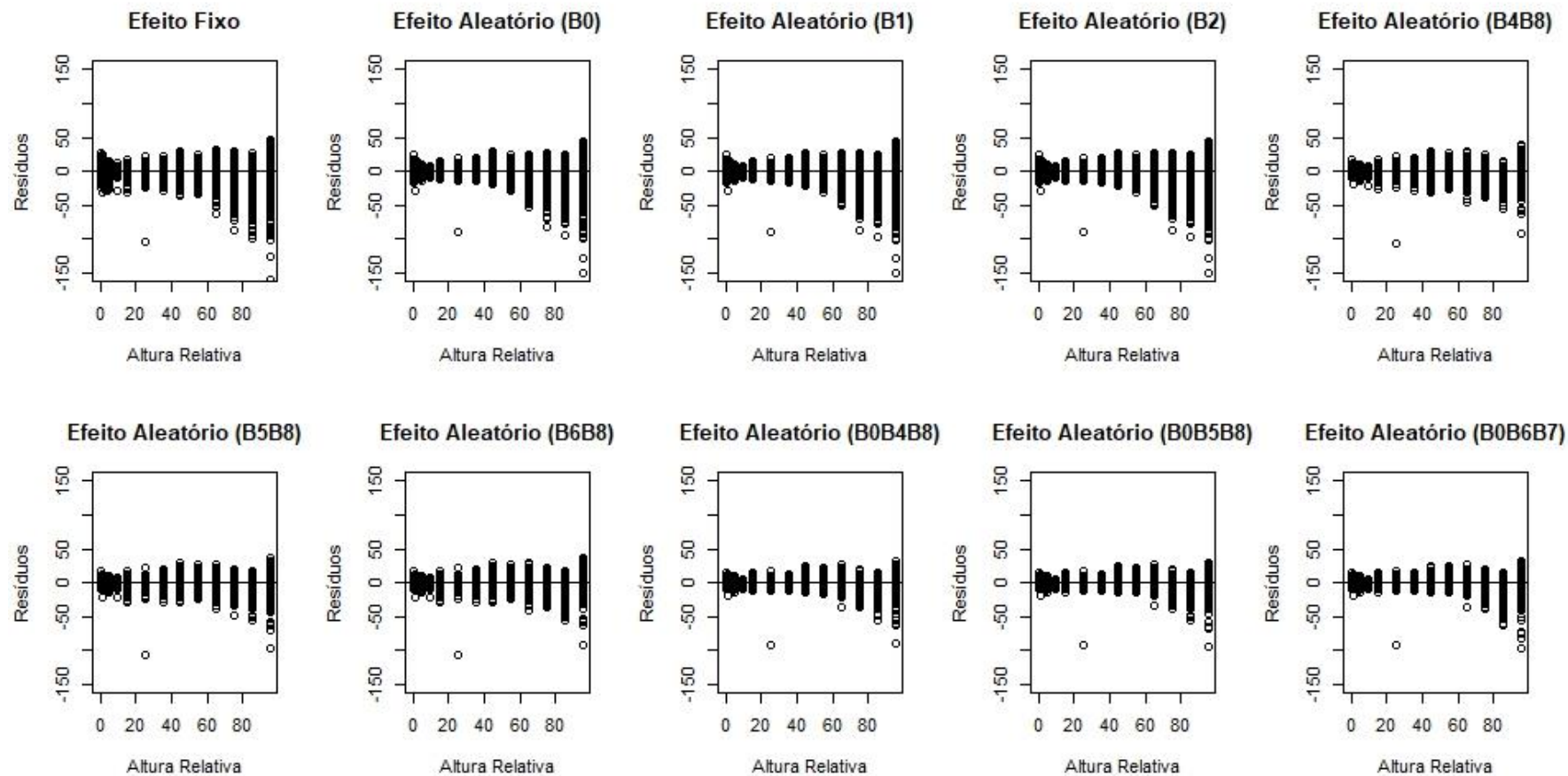


Figura 8 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

Ao analisar a autocorrelação entre os resíduos para os cenários propostos na modelagem mista em relação ao ajuste tradicional para o modelo de Kozak (2004) (Figura 9), é possível observar uma redução da autocorrelação para todas combinações de coeficientes para os três cenários. Entretanto, o terceiro cenário, com a combinação de três coeficientes aleatórios, proporciona a maior redução da autocorrelação em relação a modelagem tradicional.

Arias-Rodil et al. (2015) também observaram ao avaliar a modelagem mista para funções de afilamento em povoamentos de *Pinus radiata* uma maior redução da autocorrelação residual utilizando três coeficientes aleatórios. Gómez-García et al. (2015) avaliando a modelagem mista para o modelo de forma variável de Kozak (2004), para a mesma equação de afilamento do presente estudo, em espécies do noroeste da Espanha, verificaram a redução da autocorrelação, conforme o aumento de coeficientes aleatórios. Şenyurt et al. (2017) observaram a redução da autocorrelação com o uso de dois coeficientes aleatórios em modelos de afilamento para descrever o perfil longitudinal de *Pinus nigra*.

É importante salientar que, resíduos autocorrelacionados como os apresentados pela modelagem tradicional (Figura 9), podem inibir a utilidade dos resultados da seguinte forma: (1) a variância dos valores previstos tende a ser inflada, especialmente quando os valores não são incluídos para ajustar o modelo, ou seja, estimativas para novos indivíduos podem ter sua adequabilidade comprometida (ROJO et al., 2005); (2) os erros padrão dos coeficientes de regressão frequentemente apresentam grandes variações com conseqüente falta de significância estatística, ou possuem sinais incorretos ou são de magnitude incorreta (MYERS, 1990).

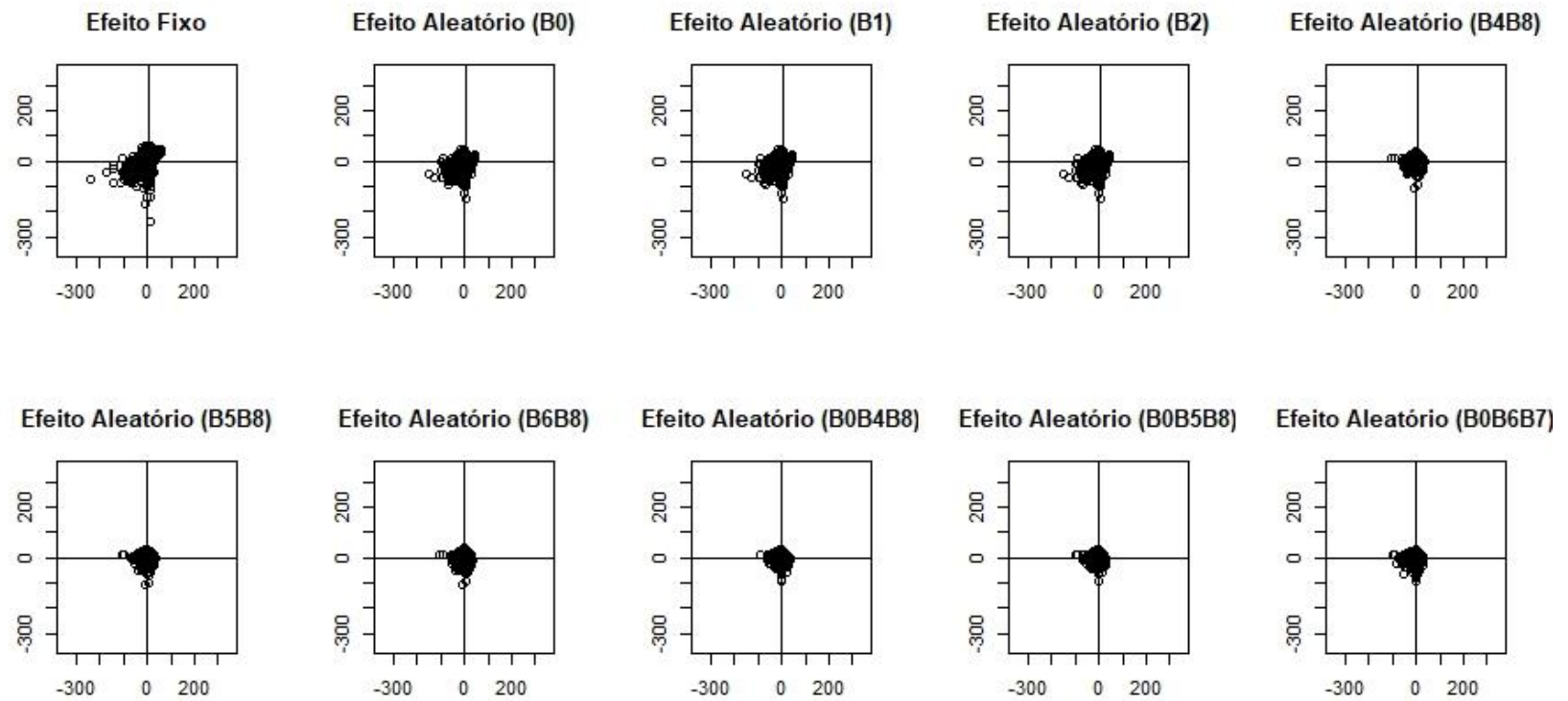


Figura 9 – Autocorrelação residual para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

Com o intuito de verificar qual combinação de coeficientes foi a mais adequada para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste, além do ganho do erro médio e das análises gráficas de resíduos e de correlação, na Tabela 9, apresenta-se uma classificação a partir das estatísticas  $V$ ,  $MSE$ ,  $MD$  e  $AIC$ , onde as quais foram ordenadas de acordo com a eficiência, sendo atribuído o valor de um ponto para a equação mais eficiente e pontuações crescentes para as demais. Sendo assim, a equação de Kozak (2004) com os coeficientes  $\beta_0\beta_4\beta_8$  ficou classificada como a equação de melhor desempenho para estimativas de diâmetros sem a estratificação do fuste, totalizando 5 pontos na média entre os pontos atribuídos nas estatísticas de ajuste e precisão. Contudo, constata-se ao analisar a Tabela 9, que a diferença entre as medidas de ajuste e precisão para variações  $\beta_0\beta_4\beta_8$  e  $\beta_0\beta_5\beta_8$  são mínimas, em que se for considerar apenas duas casas decimais, a única diferença seria pelo critério de informação de Akaike, onde a variação  $\beta_0\beta_4\beta_8$  apresenta um menor valor.

Tabela 9 – Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 1.

Modelo misto	Efeito aleatório	$V$	$MSE$	$MD$	$AIC$	$Classif$
Cenário 1	$\beta_0$	0,026	2,291	1,085	29910,71	7°
	$\beta_1$	-0,004	2,295	1,087	29648,19	8°
	$\beta_2$	-0,004	2,297	1,088	29669,68	9°
Cenário 2	$\beta_4\beta_8$	-0,007	1,349	0,842	27877,07	6°
	$\beta_5\beta_8$	-0,008	1,332	0,841	27566,95	5°
	$\beta_6\beta_8$	-0,005	1,317	0,835	27537	4°
Cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	0,003	0,989	0,718	26957,21	1°
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	0,003	0,990	0,720	26798,05	2°
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	0,0066	1,110	0,763	27155,66	3°

$V$  = desvio;  $MD$  = desvio médio absoluto;  $MSE$  = desvio padrão das diferenças;  $AIC$  = Critério de Informação de Akaike.

4.4.1.2. Avaliação das estimativas de diâmetros com estratificação do fuste, utilizando a árvore como efeito aleatório

4.4.1.2.1. Avaliação das estimativas para os diâmetros para porção basal do fuste

Avaliando as estimativas de diâmetros nas diferentes porções do fuste (Tabela 10), verifica-se o ganho de precisão na porção basal do fuste ao avaliar a diferença do RQEM (%) da modelagem mista em comparação com a modelagem tradicional. Em relação ao modelo em sua formulação básica, a variação do modelo de Kozak (2004) no primeiro cenário apresentou uma taxa de variação do erro médio para base de 21,94%; 28,23% e 28,23%, com coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  como aleatórios, respectivamente.

Para o segundo cenário, os ganhos de precisão em relação ao modelo com sua formulação fixa, foram de 39,52% (2,45 pontos percentuais); 38,55% (2,39 pontos percentuais) e 39,03% (2,42 pontos percentuais), com coeficientes  $\beta_4\beta_8$ ,  $\beta_5\beta_8$  e  $\beta_5\beta_8$  como aleatórios, respectivamente. No entanto, para o terceiro cenário os ganhos de precisão foram de 47,90% (2,97 pontos percentuais); 47,90% e 49,03% (3,04 pontos percentuais), como aleatórios os coeficientes  $\beta_0\beta_4\beta_8$ ,  $\beta_0\beta_5\beta_8$  e  $\beta_0\beta_6\beta_7$ , respectivamente.

Bonete (2018) obteve um ganho de precisão de aproximadamente 20% na porção basal para *P. taeda*, utilizando três coeficientes aleatórios com efeito nas classes de idade e de diâmetros no modelo de forma variável de Bi (2000). Môra (2015) utilizando modelagem mista com efeito na árvore, também obteve maiores ganhos com o uso de três coeficientes aleatórios na porção basal do fuste, tanto para *P. taeda*, quanto para *E. saligna*. Schroder et al. (2014), utilizando efeito nas classes de diâmetro, de maneira geral, obtiveram maiores ganhos utilizando três coeficientes aleatórios, porém os autores não realizaram a avaliação estratificando o fuste.

Tabela 10 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) para estimativas de diâmetros para porção basal do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	Até 25%	4,84	21,94
	$\beta_1$	Até 25%	4,45	28,23
	$\beta_2$	Até 25%	4,45	28,23
cenário 2	$\beta_4\beta_8$	Até 25%	3,75	39,52
	$\beta_5\beta_8$	Até 25%	3,81	38,55
	$\beta_6\beta_8$	Até 25%	3,78	39,03
cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	Até 25%	3,23	47,90
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	Até 25%	3,23	47,90
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	Até 25%	3,16	49,03
Modelo Fixo		Até 25%	6,20	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

Na análise de resíduos (Figura 10), das estimativas de diâmetros na porção basal do fuste, a modelagem mista proporcionou uma maior precisão das estimativas em relação a modelagem tradicional. É possível verificar, principalmente no terceiro cenário, com três coeficientes aleatórios, uma distribuição mais homogênea e, ao avaliar apenas esta porção do tronco, os resíduos são homocedásticos.

Na altura relativa de 25%, ocorreu um ponto discrepante, tanto na modelagem tradicional, quanto para modelagem mista. Desconsiderando-se este ponto, a variação residual foi de -30,51% a 27,20% para modelagem tradicional. Ao considerar o uso da modelagem mista no Cenário 3, a qual apresentou a distribuição com menor amplitude de erros, a variação residual no ajuste, foi de -18,65% (Kozak. $\beta_0\beta_4\beta_8$ ) a +16,64% (Kozak. $\beta_0\beta_4\beta_8$ ), -19,62% (Kozak. $\beta_0\beta_5\beta_8$ ) a +17,44% (Kozak. $\beta_0\beta_5\beta_8$ ) e de -20,03% (Kozak. $\beta_0\beta_6\beta_7$ ) a 18,39% (Kozak. $\beta_0\beta_6\beta_7$ ).

Bonete (2018) verificou que, visualmente não houve muita diferença entre as estimativas obtidas pela modelagem tradicional e modelagem mista na



variação residual para estimativa de diâmetros na porção basal de *P. taeda*. Môra (2015) observou que para porção basal do fuste, o modelo fixo já se apresenta acurado para as estimativas de diâmetros nesta seção do tronco. Contudo, na presente pesquisa, houve um considerável aumento da precisão para as estimativas nessa porção do fuste ao utilizar a árvore como efeito aleatório, como é possível observar na Tabela 10 e Figura 10.

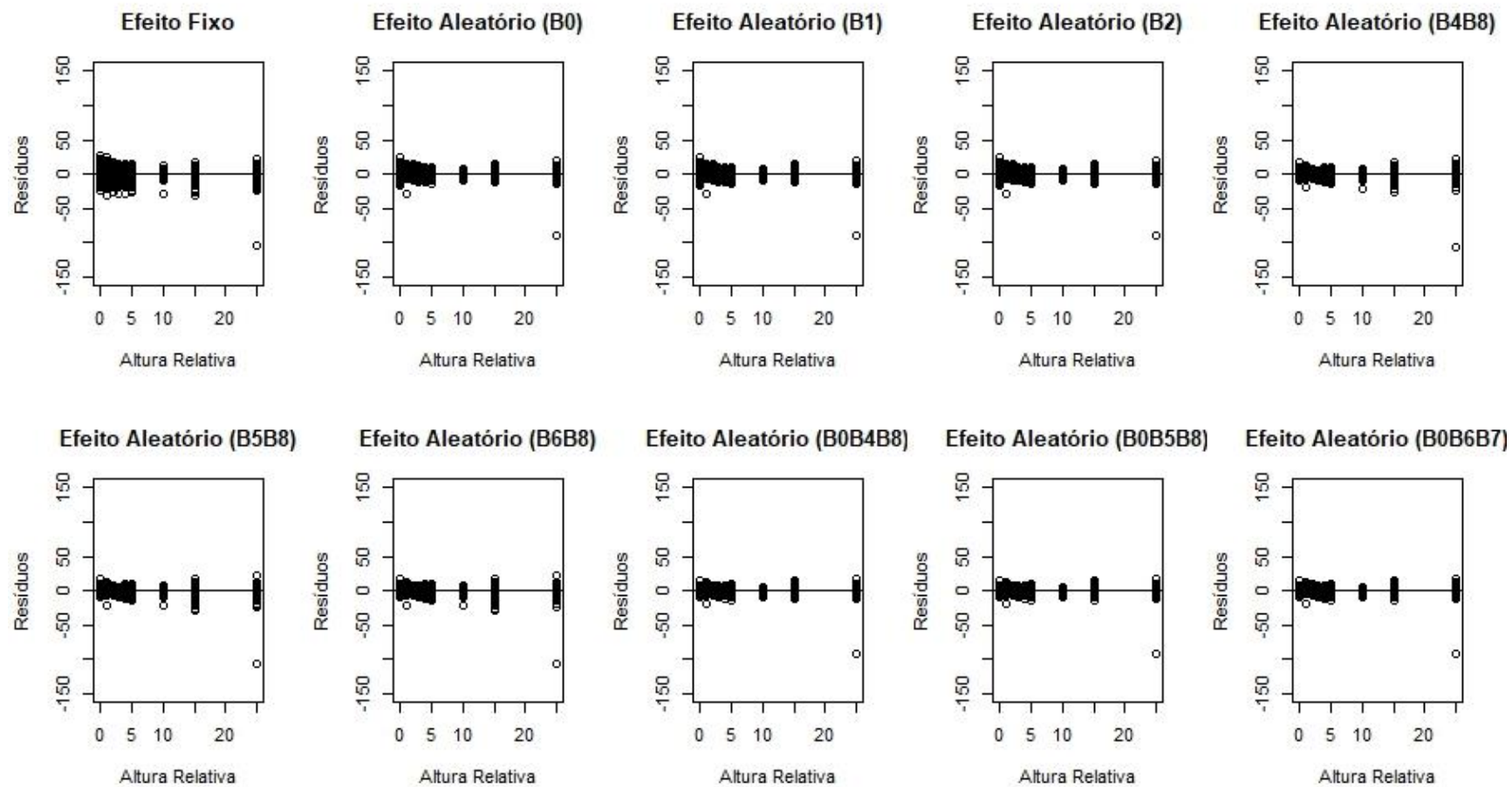


Figura 10 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção basal do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

#### 4.4.1.2.2. Avaliação das estimativas de diâmetros para porção mediana do fuste

Avaliando as estimativas de diâmetros para a porção mediana do fuste (Tabela 11), nota-se que a modelagem de efeito misto proporcionou menores valores de RQEM (%) em relação ao ajuste com o método de regressão não linear. Ao comparar com a modelagem tradicional, a variação do modelo de Kozak (2004) no primeiro cenário representou ganhos de precisão de 12,19% (1,14 pontos percentuais); 10,91% (1,02 pontos percentuais) e 10,91%, com coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  como aleatórios, respectivamente.

Para o segundo cenário, os ganhos de precisão em relação ao modelo com sua formulação fixa, foram de 17,65% (1,65 pontos percentuais); 19,47% (1,82 pontos percentuais) e 19,41% (1,79 pontos percentuais), com coeficientes  $\beta_4\beta_8$ ,  $\beta_5\beta_8$  e  $\beta_5\beta_8$  como aleatórios, respectivamente. Já para o terceiro cenário os ganhos de precisão foram de 34,76% (3,25 pontos percentuais); 34,87% (3,26 pontos percentuais) e 29,41% (2,75 pontos percentuais), como aleatório os coeficientes  $\beta_0\beta_4\beta_8$ ,  $\beta_0\beta_5\beta_8$  e  $\beta_0\beta_6\beta_7$ , respectivamente. Desta maneira, observa-se, que à medida que foi considerado um maior número de coeficientes aleatórios, a raiz quadrada do erro médio diminuiu e a precisão das estimativas aumentou para a porção mediana do fuste.

Môra (2015) e Bonete (2018), ao avaliar a modelagem não linear mista para estimativas de diâmetros ao longo do fuste para *P. taeda*, verificaram que para os três cenários avaliados, nenhuma equação propiciou resultados de estatísticas piores em relação às obtidas pelo modelo fixo. Cao e Wang (2011) e Carvalho et al. (2014) verificaram que o uso dos modelos de efeitos mistos aumentou o nível de precisão das estimativas em toda extensão do fuste em relação a modelagem tradicional.

Tabela 11 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para a porção mediana do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	25% a 75%	8,21	12,19
	$\beta_1$	25% a 75%	8,33	10,91
	$\beta_2$	25% a 75%	8,33	10,91
cenário 2	$\beta_4\beta_8$	25% a 75%	7,70	17,65
	$\beta_5\beta_8$	25% a 75%	7,53	19,47
	$\beta_6\beta_8$	25% a 75%	7,56	19,14
cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	25% a 75%	6,10	34,76
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	25% a 75%	6,09	34,87
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	25% a 75%	6,60	29,41
Modelo Fixo		25% a 75%	9,35	

Na análise de resíduos (Figura 11) das estimativas de diâmetros na porção mediana do fuste, a modelagem mista proporcionou uma maior precisão das estimativas, com menor amplitude de erros em relação a modelagem tradicional. Observa-se, no terceiro cenário, com três coeficientes aleatórios uma distribuição mais homogênea, evidenciando assim, que o aumento de coeficientes aleatórios proporciona uma maior precisão das estimativas.

Na porção mediana do fuste, tanto na modelagem tradicional, quanto na modelagem mista, houve proporcionalidade entre sub e superestimativas. Contudo, a maior amplitude de erros foi na modelagem tradicional, com variação residual de -160,30% a 45,43%, sem considerar a estratificação do tronco. Ao considerar as três variações do modelo de Kozak (2004) com o uso da modelagem mista no cenário 3, a variação residual foi de -89,32% (Kozak. $\beta_0\beta_4\beta_8$ ) a +33,17% (Kozak. $\beta_0\beta_4\beta_8$ ) no ajuste, -94,45% (Kozak. $\beta_0\beta_5\beta_8$ ) a +30,58% (Kozak. $\beta_0\beta_5\beta_8$ ) e de -95,62% (Kozak. $\beta_0\beta_6\beta_7$ ) a 32,10% (Kozak. $\beta_0\beta_6\beta_7$ ).

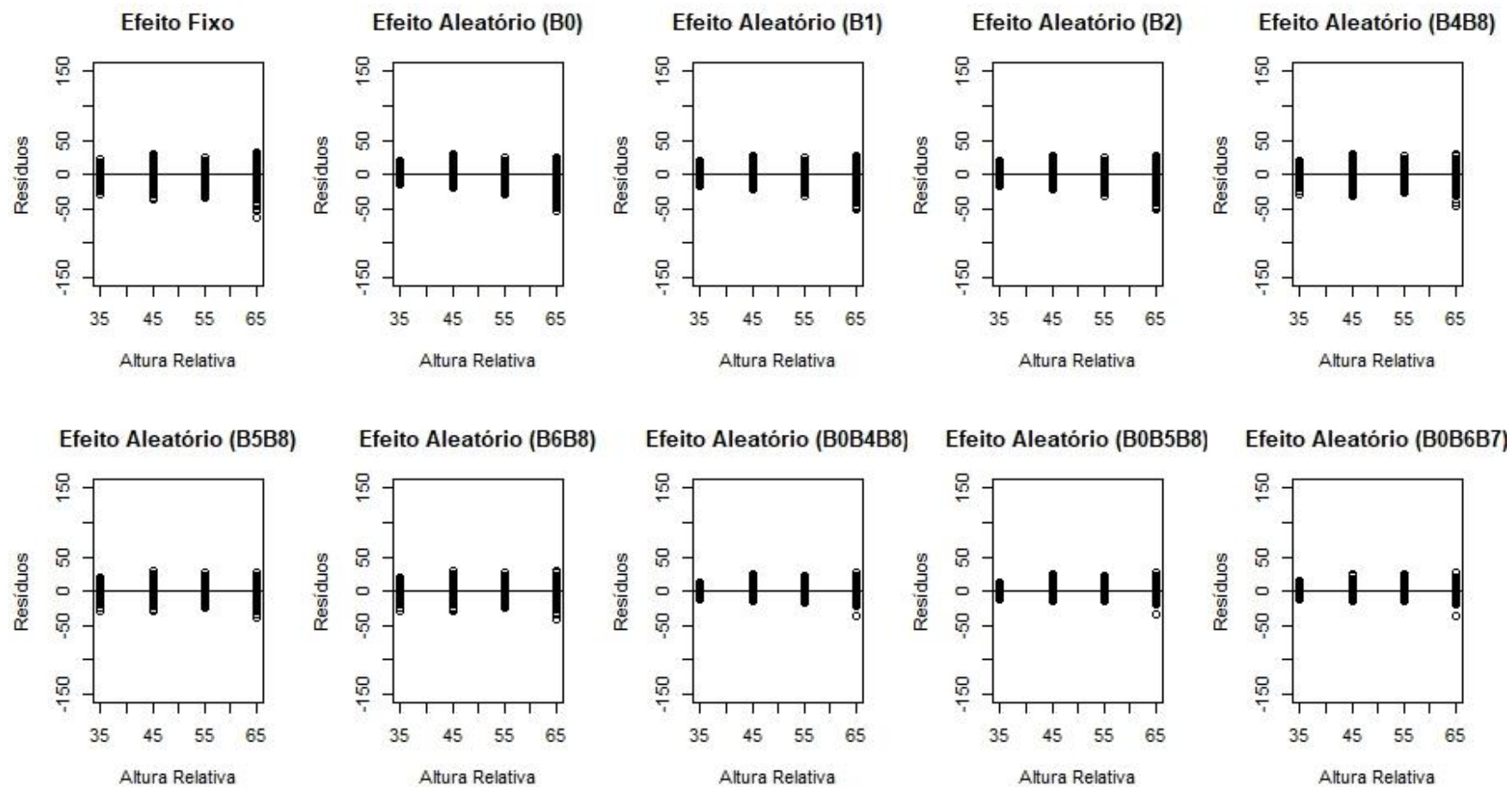


Figura 11 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção mediana do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

#### 4.4.1.2.3. Avaliação das estimativas para os diâmetros para a porção apical do fuste

Comumente, modelos de afilamento ajustados apresentam estimativas com maior amplitude de erro na porção apical do fuste (YOSHITANI JUNIOR et al., 2011; LANSSANOVA et al., 2013; DUAN et al., 2016; KOHLER et al., 2016; PELISSARI et al., 2017). Em relação ao modelo em sua formulação básica, a variação do modelo de Kozak (2004) no primeiro cenário, é possível observar (Tabela 12) que a utilização de apenas um coeficiente aleatório não melhora de forma relevante a precisão das estimativas na porção apical do fuste.

Nas estimativas obtidas pelos ajustes utilizando 2 a 3 coeficientes aleatórios, houve melhor performance em relação a equação apenas com coeficientes fixos, em que os ganhos de precisão (Tabela 12) variaram de 42,05% (8,78 pontos percentuais) a 49,14% (10,26 pontos percentuais). Bonete (2018) verificou que o uso da modelagem não linear mista para estimativas de diâmetros na porção apical dos fustes, provocou uma gradativa melhoria na equação em relação a modelagem tradicional, à medida que foram avaliados maiores números de coeficientes aleatórios.

Na análise de resíduos (Figura 12), a equação Kozak. $\beta_0\beta_4\beta_8$  apresentou a menor amplitude de erros (-89,39% e +33,10%), ao passo que na modelagem tradicional foi de -160,30% a 45,43%. Diversos trabalhos na literatura demonstram a dificuldade de estimar diâmetros na porção apical do fuste utilizando a modelagem tradicional, inclusive com uso de modelos de forma variável (CIARNOSCHI, 2016; SANTOS, 2016). Desta maneira, a modelagem mista é uma alternativa para estimativas de diâmetros mais precisas, demonstrando uma menor amplitude residual.

Tabela 12 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para porção apical do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	75% a 95%	19,66	5,84
	$\beta_1$	75% a 95%	19,64	5,94
	$\beta_2$	75% a 95%	19,65	5,89
cenário 2	$\beta_4\beta_8$	75% a 95%	11,28	45,98
	$\beta_5\beta_8$	75% a 95%	11,08	46,93
	$\beta_6\beta_8$	75% a 95%	10,88	47,89
cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	75% a 95%	10,62	49,14
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	75% a 95%	10,66	48,95
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	75% a 95%	12,10	42,05
Modelo Fixo		75% a 95%	20,88	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

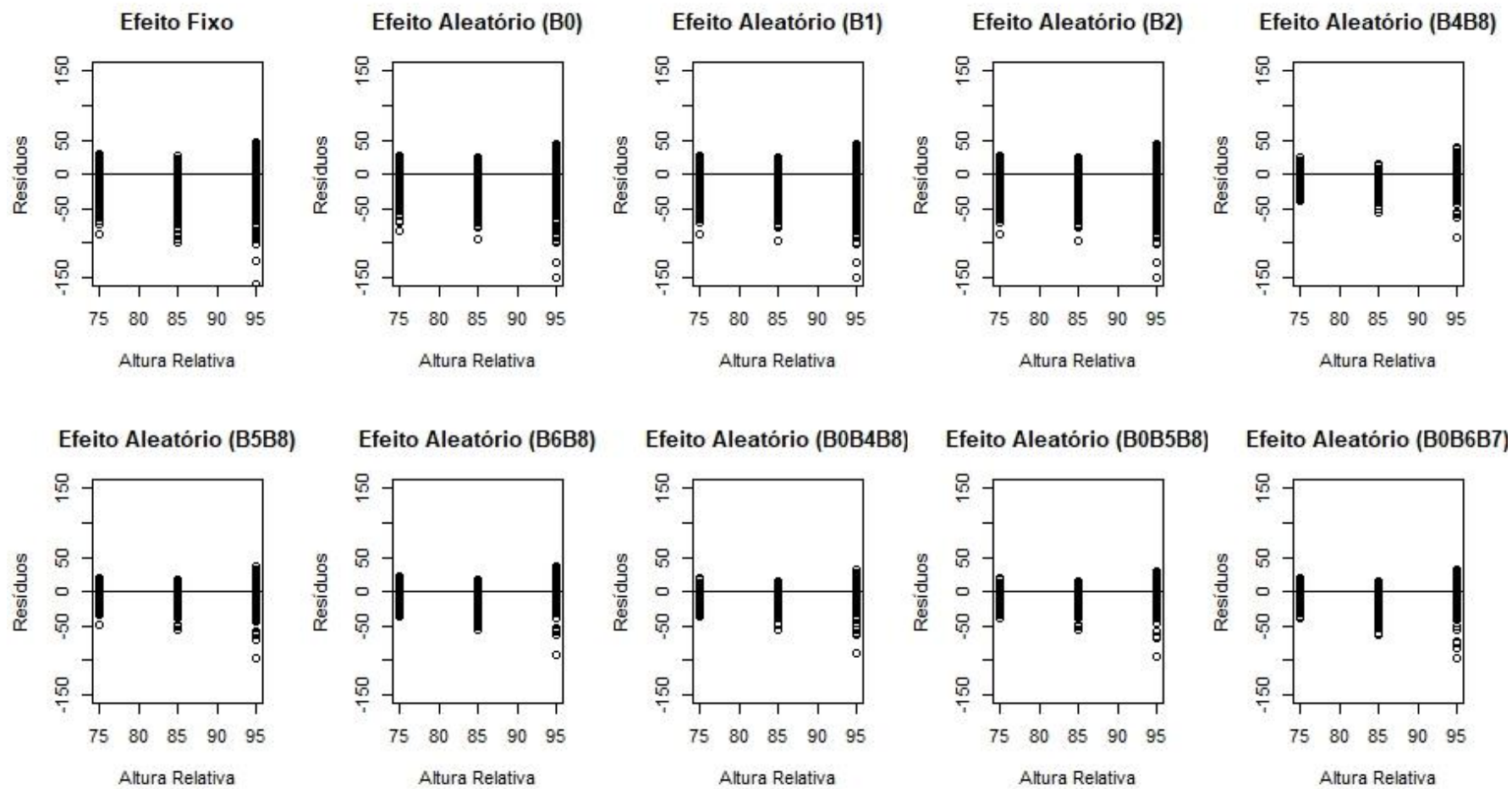


Figura 12 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção apical do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.



#### 4.4.1.3. Avaliação das estimativas dos volumes pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório sem estratificação do fuste

Para avaliar as estimativas de volume ao longo do fuste, foram utilizadas as melhores variações nos três cenários propostos para as estimativas de diâmetros utilizando a técnica de modelagem de efeitos mistos. Na Tabela 13 são apresentados os três melhores ajustes para os três cenários propostos com o uso da árvore como efeito aleatório. O coeficiente de correlação linear de Pearson entre valores observados e estimados foi 0,99 para todas combinações de coeficientes para os três cenários propostos, enquanto que na modelagem tradicional foi de 0,51.

No cenário 1, colocando efeito aleatório em apenas um coeficiente, verificou-se que os coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  representaram uma variação na taxa do erro médio de 37,63%; 34,74% e 34,67%, respectivamente. No cenário 2, a combinação dos coeficientes  $\beta_4\beta_8$ ,  $\beta_5\beta_8$  e  $\beta_6\beta_8$  com efeitos aleatórios em função da árvore proporcionou ganhos para as estimativas dos volumes ao longo do fuste para *T. grandis* de 27,84%; 27,84% e 27,55%, respectivamente, em relação a formulação básica do modelo com efeitos fixos.

Urias et al. (2017) avaliando a modelagem de efeitos mistos para estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Quercus* sp., verificaram que a estratégia de ajuste com a técnica do modelo de efeito misto é superior à dos mínimos quadrados ordinários, pois fornece estimativas mais precisas dos volumes ao longo do fuste. Os resultados obtidos por esses autores corroboram com a presente pesquisa, como pode ser observado na Tabela 13.

Assim como ocorreu para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste, a precisão (RQEM % menor) foi maior, à medida que se aumentou o número de coeficientes aleatórios em cada cenário. O cenário 3, com três coeficientes aleatórios proporcionou ganhos de precisão acima de 60%, com destaque para a combinação dos coeficientes  $\beta_0\beta_5\beta_8$ , com 73,85% (10,48 pontos percentuais) de ganho de precisão em relação ao modelo de Kozak (2004) utilizando a modelagem tradicional, seguido da combinação  $\beta_0\beta_4\beta_8$ , com 73,50% (10,43 pontos percentuais).

Tabela 13 – Coeficiente de correlação entre valores observados e estimados e raiz quadrada do erro médio para a estimativa de volumes ao longo do fuste em sua formulação com efeitos fixos e aleatórios nos três cenários propostos.

Modelo misto	Efeito aleatório	$r$	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	0,99	8,85	37,63
	$\beta_1$	0,99	9,26	34,74
	$\beta_2$	0,99	9,27	34,67
cenário 2	$\beta_4\beta_8$	0,99	10,24	27,84
	$\beta_5\beta_8$	0,99	10,24	27,84
	$\beta_6\beta_8$	0,99	10,28	27,55
cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	0,99	3,76	73,50
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	0,99	3,71	73,85
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	0,99	5,47	61,45
Modelo fixo	Kozak (2004)	0,51	14,19	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

Na análise de resíduos (Figura 13) das estimativas de volume, verificou-se que a modelagem mista proporcionou uma melhor precisão das estimativas em relação a modelagem tradicional, para os três cenários propostos. Para a modelagem tradicional, a variação residual foi de -67,21% a 38,92%, ao passo que, com o uso da modelagem mista, no terceiro cenário, com três coeficientes aleatórios, houve uma distribuição mais homogênea e próxima do eixo das abscissas, com variações de: -10,42% (Kozak. $\beta_0\beta_4\beta_8$ ) a +17,36% (Kozak. $\beta_0\beta_4\beta_8$ ), -13,81% (Kozak. $\beta_0\beta_5\beta_8$ ) a +17,47% (Kozak. $\beta_0\beta_5\beta_8$ ) e de -14,77% (Kozak. $\beta_0\beta_6\beta_7$ ) a 20,17% (Kozak. $\beta_0\beta_6\beta_7$ ). Isso mostra que o uso da técnica não linear mista melhora as estimativas de volumes ao longo do fuste, ao compará-las com os valores obtidos pela fórmula de Smalian e relacionando com as estimativas pelo modelo fixo.

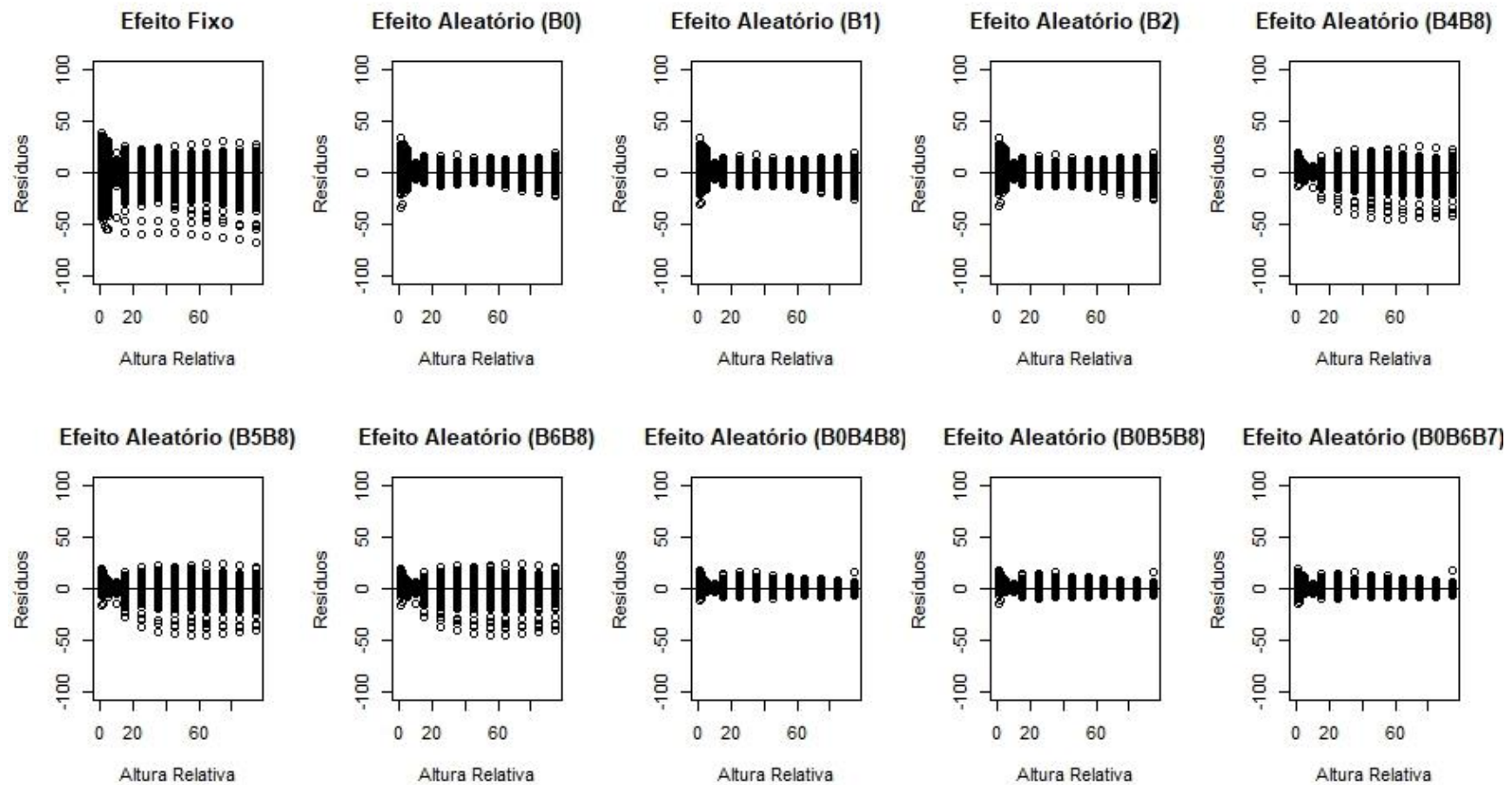


Figura 13 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes sem estratificação do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

Ao analisar a autocorrelação entre os resíduos dos volumes ao longo do fuste, para os cenários propostos na modelagem mista em relação ao ajuste tradicional para o modelo de Kozak (2004) (Figura 14), é possível observar que na modelagem tradicional ocorre uma relação linear positiva entre os resíduos, indicando uma presença clara de autocorrelação residual, enquanto que na modelagem mista, conforme aumenta o número de coeficientes aleatórios, a autocorrelação tende a reduzir, formando uma nuvem de pontos centrada na origem. Como a modelagem mista leva em consideração a dependência e a estrutura de correlação dos erros, proporciona estimativas mais adequadas em relação a modelagem tradicional.

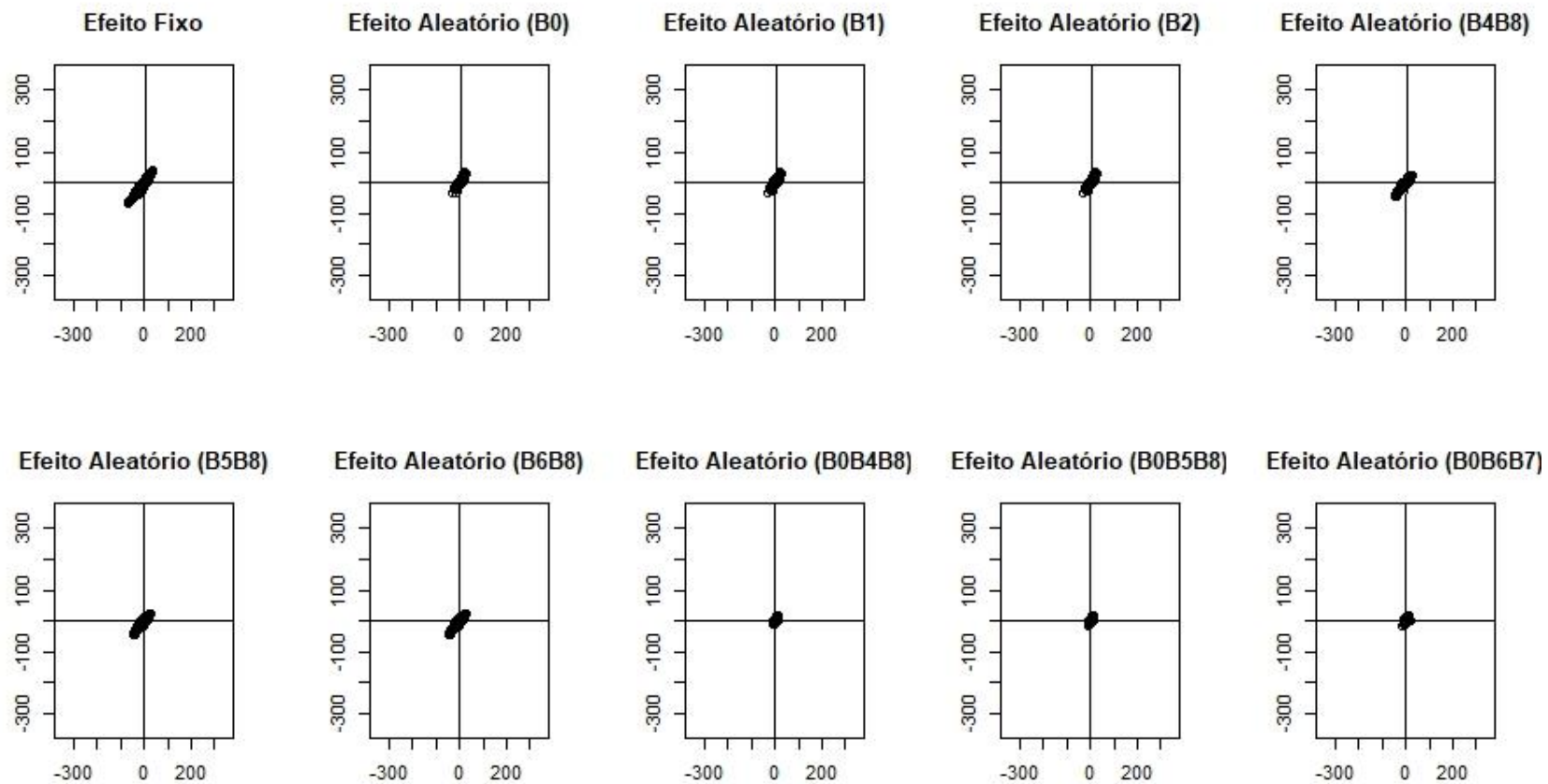


Figura 14 – Autocorrelação residual para estimativas de volumes sem estratificação do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

Com o propósito de avaliar qual combinação de coeficientes foi a mais adequada para as estimativas dos volumes ao longo do fuste, além do ganho de precisão e das análises gráficas de resíduos e de correlação, na Tabela 14 apresenta-se uma classificação a partir das estatísticas RQEM%, V, MSE e MD. Desta maneira, considerando o valor do *ranking* para as estatísticas de ajuste e precisão, a equação de Kozak (2004) com os coeficientes  $\beta_0\beta_5\beta_8$  classificou-se como a equação de melhor desempenho para estimativas de volumes sem a estratificação do fuste, totalizando 4 pontos na média entre os pontos atribuídos nas estatísticas de precisão.

Tabela 14 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas dos volumes sem estratificação do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	RQEM%	V	MSE	MD	Classif
cenário 1	$\beta_0$	8,85	0,003	0,0003	0,008	4°
	$\beta_1$	9,26	0,003	0,0003	0,009	5°
	$\beta_2$	9,27	0,003	0,0003	0,009	6°
cenário 2	$\beta_4\beta_8$	10,24	0,002	0,0004	0,01	7°
	$\beta_5\beta_8$	10,24	0,002	0,0004	0,01	7°
	$\beta_6\beta_8$	10,28	0,001	0,0004	0,01	7°
cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	3,76	0,001	0,000006	0,004	2°
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	3,71	0,001	0,000006	0,004	1°
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	5,47	0,003	0,0001	0,005	3°

4.4.1.4. Avaliação das estimativas dos volumes com estratificação do fuste, utilizando a árvore como efeito aleatório

4.4.1.4.1. Avaliação das estimativas de volumes para porção basal do fuste

Dentre os modelos ajustados nos três cenários avaliados (Tabela 15), as equações com dois coeficientes aleatórios apresentaram menores ganhos, embora superiores a 35% de precisão, em relação à modelagem tradicional, para estimativas de volumes para a porção basal do fuste. As demais equações para

os cenários 1 e 2 obtiveram ganhos de precisão variando de 44,28% (5,81 pontos percentuais) a 63,72% (8,36 pontos percentuais) em comparação com o modelo de efeitos fixos.

Verifica-se que a utilização de três coeficientes aleatórios no ajuste, reduziu os valores da RQEM% da equação em relação a mesma estatística para o modelo fixo, conseqüentemente, permitiu maiores ganhos de precisão. A redução da estatística de precisão proporcionado pelas equações no cenário 3, demonstra como a modelagem mista pode propiciar estimativas com maior qualidade para o volume na porção do fuste que comumente contém os sortimentos mais nobres da árvore, como laminação e serraria I.

Tabela 15 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume na porção basal do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	Até 25%	7,31	44,28
	$\beta_1$	Até 25%	7,10	45,88
	$\beta_2$	Até 25%	7,12	45,73
cenário 2	$\beta_4\beta_8$	Até 25%	8,30	36,74
	$\beta_5\beta_8$	Até 25%	8,42	35,82
	$\beta_6\beta_8$	Até 25%	8,27	36,97
cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	Até 25%	5,35	59,22
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	Até 25%	5,29	59,68
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	Até 25%	4,76	63,72
Modelo Fixo		Até 25%	13,12	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

A distribuição de resíduos (Figura 15) das equações do cenário 3 para as estimativas de volume da porção basal apresentam variação de -10,42% a 17,36%, ao passo que a modelagem tradicional teve uma amplitude de -59,71% a 38,92%. As equações com três coeficientes aleatórios também tiveram uma distribuição residual mais homogênea e próxima ao eixo das abscissas em comparação ao modelo com efeitos fixos.

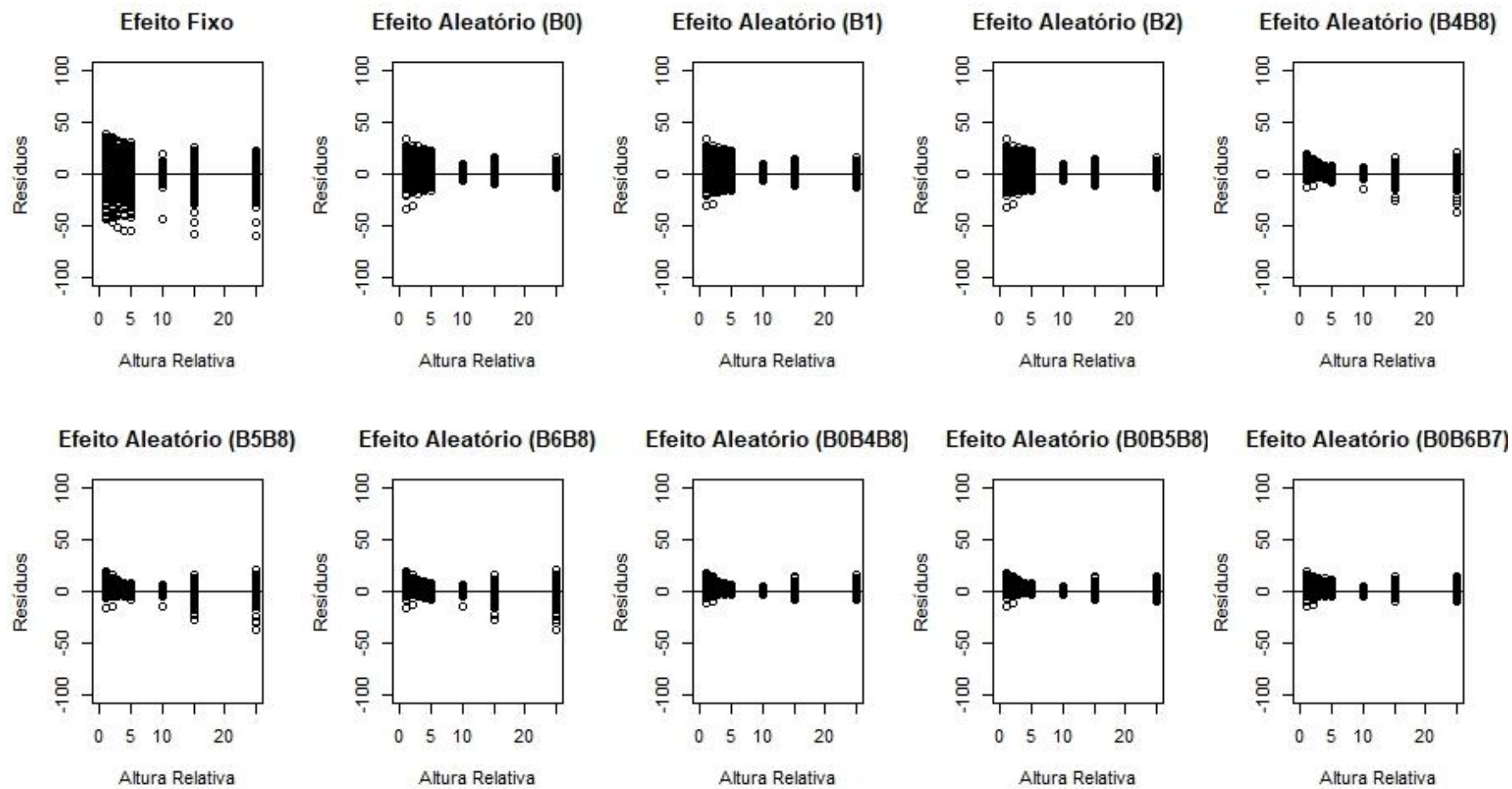


Figura 15 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume na porção basal do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.



#### 4.4.1.4.2. Avaliação das estimativas de volumes para porção mediana do fuste

Com relação ao cenário 1 (Tabela 16), as três variações da equação de Kozak (2004) com um coeficiente aleatório para estimativas de volume da porção mediana apresentaram ganhos de precisão variando de 34,54% (3,63 pontos percentuais) a 37,77% (3,97 pontos percentuais) quando comparado a modelagem tradicional. O cenário 3 proporcionou os menores valores da RQEM%, e desta forma, maiores ganhos de precisão (56,61% a 71,08%). Pelo valor de RQEM% obtido no ajuste (3,04%), a equação Kozak. $\beta_0\beta_5\beta_8$  proporcionou uma melhora de 71,08% (7,47 pontos percentuais) nas estimativas de volumes da porção mediana, em relação ao modelo de ajuste fixo.

Tabela 16 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume na porção mediana do fuste de *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	25% a 75%	6,54	37,77
	$\beta_1$	25% a 75%	6,87	34,63
	$\beta_2$	25% a 75%	6,88	34,54
cenário 2	$\beta_4\beta_8$	25% a 75%	8,60	18,17
	$\beta_5\beta_8$	25% a 75%	8,26	21,41
	$\beta_6\beta_8$	25% a 75%	8,24	21,60
cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	25% a 75%	3,11	70,41
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	25% a 75%	3,04	71,08
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	25% a 75%	4,56	56,61
Modelo Fixo		25% a 75%	10,51	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio.

Môra (2015) verificou que a modelagem tradicional para as estimativas de volume da parte central dos fustes de *P. taeda* e *E. saligna*, utilizando o procedimento de integração numérica não foram muito acuradas, ao passo que com o uso da modelagem mista obteve estimativas com maior precisão para esta seção do fuste.

Assim como as estimativas de volume da base, os resíduos (Figura 16) para a variação do modelo de Kozak (2004) com três coeficientes aleatórios, demonstraram-se mais homogêneos e mais próximos ao eixo das abcissas em relação ao modelo com efeitos fixos. A amplitude dos resíduos para o terceiro cenário variou de -7,68% a 15,86 %, ao passo que para modelagem tradicional a variação foi de -60,99% a 29,36%.

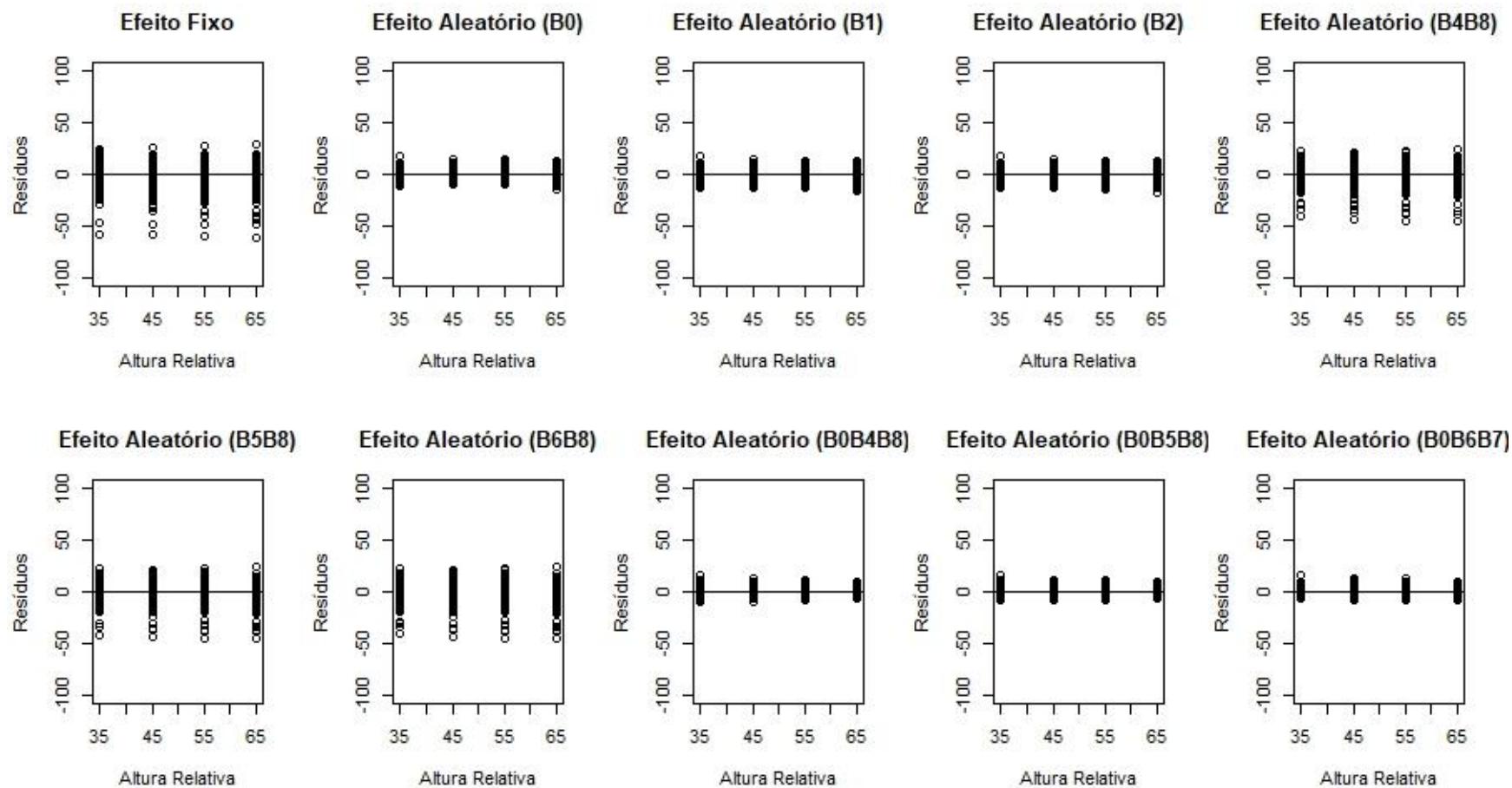


Figura 16 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume na porção mediana do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

#### 4.4.1.4.3. Avaliação das estimativas de volumes para porção apical do fuste

O cenário 3 propiciou ganhos de precisão variando de 64,61% a 77,21% para estimativas de volume na porção apical do fuste em comparação com o modelo de efeitos fixos. É possível observar na Tabela 17 que a modelagem tradicional propiciou um RQEM% de 11,67%, ao passo que na modelagem mista, para a mesma estatística de precisão o modelo de Kozak (2004) com os coeficientes aleatórios  $\beta_0\beta_5\beta_8$ , teve o valor de 2,66%, representando uma variação na taxa do erro médio de 77,21% (9,01 pontos percentuais).

Tabela 17 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume na porção apical do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	75% a 95%	7,34	37,10
	$\beta_1$	75% a 95%	7,69	34,10
	$\beta_2$	75% a 95%	7,7	34,02
cenário 2	$\beta_4\beta_8$	75% a 95%	8,25	29,31
	$\beta_5\beta_8$	75% a 95%	7,99	31,53
	$\beta_6\beta_8$	75% a 95%	8,09	30,68
cenário 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	75% a 95%	2,67	77,12
	$\beta_0\beta_5\beta_8$	75% a 95%	2,66	77,21
	$\beta_0\beta_6\beta_7$	75% a 95%	4,13	64,61
Modelo Fixo		75% a 95%	11,67	

Môra (2015) observou que o uso de apenas um coeficiente aleatório, praticamente não influenciou as estimativas dos volumes mais próximos da base do fuste, contudo, esse autor verificou que o uso de apenas um coeficiente já melhora as estimativas de volume para o ápice. Bonete (2018) obteve melhores resultados para estimativa do volume da porção apical do fuste de *P. taeda* com o uso de apenas um coeficiente aleatório.

De forma análoga as estimativas de volume para porção da base e mediana do fuste, os resíduos (Figura 17) para a variação do modelo de Kozak

(2004) com três coeficientes aleatórios se mostraram mais homogêneos e mais próximos ao eixo das abcissas quando comparado ao modelo com efeitos fixos. A amplitude dos resíduos para o terceiro cenário variou de -7,57% a 16,66%, enquanto que para o modelo tradicional a variação foi de -67,21% a 30,25%.

Em geral, os modelos de afilamento possuem maior importância para as estimativas dos volumes na porção basal e central do fuste, visto que a região apical contém os sortimentos considerados menos nobres da árvore, como para lenha, por exemplo. Contudo, os maiores erros das estimativas são relacionados para seção apical do fuste, ocasionando como consequência menor precisão nas estatísticas de avaliação geral do modelo ( $S_{yx}\%$  e  $R^2$ ). Desta forma, a modelagem mista torna-se uma alternativa, possibilitando estimativas de volume com maior precisão para esta porção do tronco e, por conseguinte, melhorias nas estatísticas gerais do modelo.

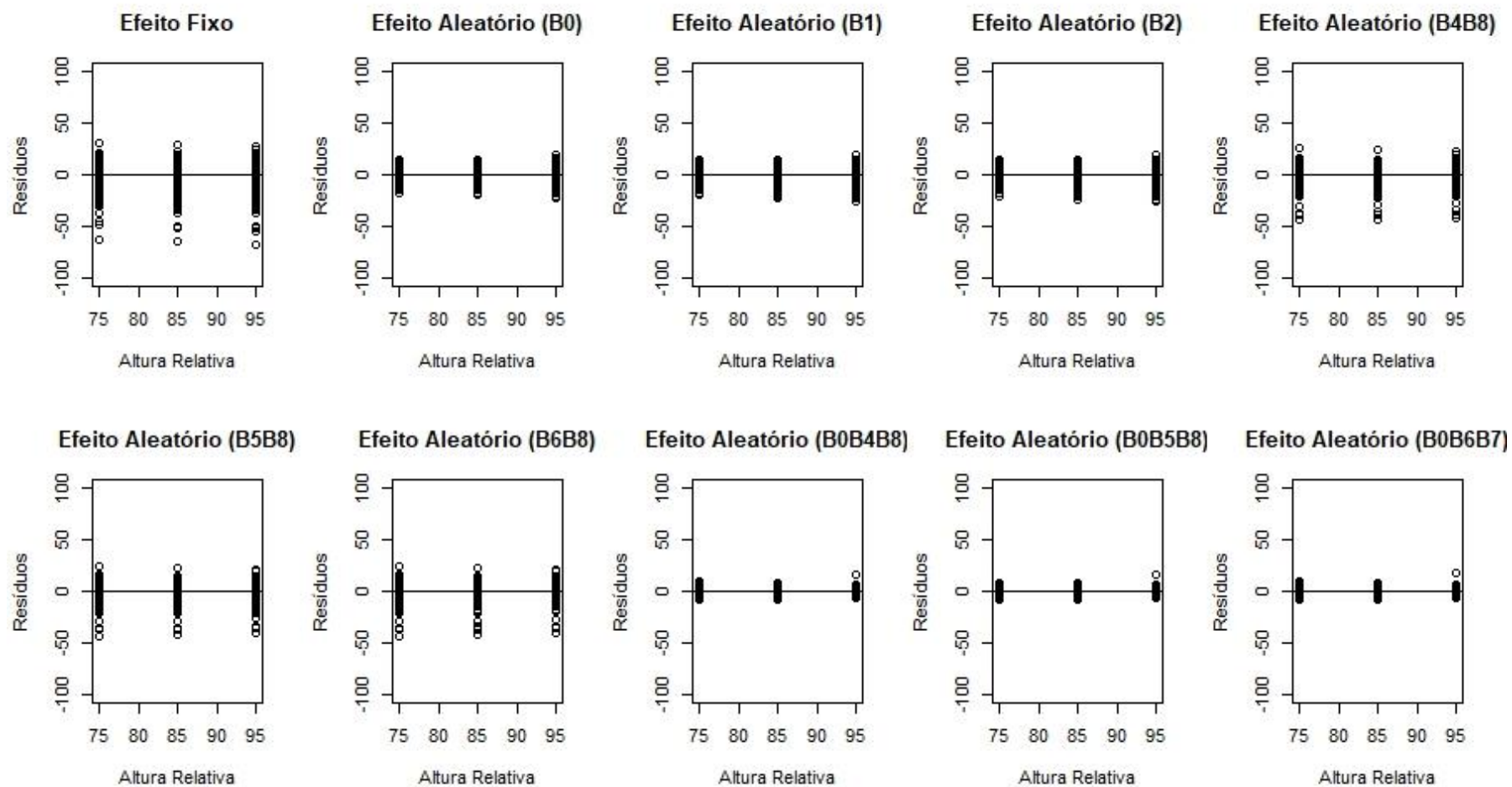


Figura 17 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume na porção apical do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

#### 4.4.1.5. Calibração do modelo misto considerando a árvore como efeito aleatório (Estratégia 1)

Os valores da raiz quadrada do erro médio (RQEM%) para as estimativas de diâmetros e volumes, nas diferentes combinações de alturas avaliadas no processo de calibração para as 18 árvores, pode ser observada na Tabela 18. A combinação das alturas à 4% e 35% para calibração do modelo misto proporcionou os menores valores de RQEM (%), tanto para as estimativas dos diâmetros, quanto para as estimativas dos volumes ao longo do fuste, ao passo que as alturas relativas a 1% e 4% propiciaram os maiores valores para a estatística de precisão.

Ao comparar os valores médios observados com os valores estimados (Figuras 19 e 20), verifica-se a semelhança entres os perfis, nas diferentes alturas utilizadas na calibração do modelo. Em geral, apenas alguns perfis (1% e 4% e; 1% e 1,30 m) apresentaram tendenciosidades nas estimativas da região apical do fuste, subestimando os diâmetros e volumes. De acordo com Bouriaud et al. (2019) a calibração melhora substancialmente as habilidades de previsão de um modelo, sendo uma opção muito eficiente e desejável, porque é muito simples e rápida de implementar.

Contudo, é importante observar que, para obtenção do vetor de efeitos aleatórios para novas árvores, utiliza-se um estimador Bayesiano, o qual faz uso de informações prévias sobre o afilamento do fuste para obtenção da matriz residual, a partir dos valores estimados pelos coeficientes fixos do modelo ajustado. Assim, apesar da combinação das alturas a 4% e 35% para calibração do modelo misto resultarem nos menores valores de RQEM (%) (Tabela 18), nota-se que, ao utilizar o diâmetro a 1,30m de altura do solo, a qual corresponde à medida do diâmetro à altura do peito, o RQEM (%) foi inferior a 10% nas estimativas de diâmetros e volumes. Dessa forma, cabe salientar que, no procedimento de campo, a mensuração de mais diâmetros ao longo do fuste para previsão dos efeitos aleatórios não seria necessária. Portanto, a coleta de dados não se tornaria morosa e onerosa, viabilizando a técnica de calibração.

Ao analisar a autocorrelação entre os resíduos para as diferentes alturas avaliadas no processo de calibração (Figura 20), verifica-se uma redução nas

alturas calibradas: 1% e 35%; 4% e 35%; 1,30 m e; 1,30 m e 35%. Garber e Maguire (2003), ressaltam que mesmo com a calibração do modelo, realizando a previsão dos efeitos aleatórios para novos indivíduos, ainda assim, pode ocorrer que a autocorrelação residual não seja totalmente corrigida, pois segundo os autores, é razoável supor que medidas igualmente espaçadas ao longo do tronco estão espacialmente correlacionadas, o que será refletido na estimativa residual.

Os dados utilizados para modelar o perfil longitudinal das árvores apresentam autocorrelação, pois múltiplas observações são tomadas ao longo do mesmo indivíduo (tronco), violando a pressuposição de observações independentes requeridas na análise de regressão (JUDGE et al., 1985, MYERS 1990). Embora a literatura estatística sobre a análise adequada de dados longitudinais esteja disponível, o pressuposto da independência entre as observações têm sido frequentemente violado na literatura florestal, e parte disto deve-se ao fato que as estimativas de parâmetros pelos mínimos quadrados e as previsões feitas pelos modelos ajustados, ainda são imparciais na presença da autocorrelação (Kozak, 1997).

As estimativas dos diâmetros e volumes na porção da basal do fuste apresentaram um erro médio abaixo de 9% (Figura 18), além de reduzir a autocorrelação residual (Figura 21), corroborando com Trincado e Burkhart (2006), os quais afirmam que a inclusão de efeitos aleatórios para uma nova árvore, com base no estimador de Bayes, aumenta a capacidade preditiva do modelo, principalmente na parte inferior do fuste. Além disso, segundo os mesmos autores, o uso do estimador bayesiano na calibração de um modelo misto, pode ser mais preciso e prático que alguns estudos que incorporam variáveis auxiliares na modelagem do perfil longitudinal dos fustes (DEAN, 2003; HENNING e RADTKE, 2006).

Na Figura 18 é possível observar a raiz quadrada do erro médio (RQEM %), nas diferentes alturas relativas ao longo do fuste pelo processo de calibração, utilizando-se apenas a altura à 1,30 m na calibração dos novos indivíduos. Desta maneira, verifica-se que, para as estimativas dos diâmetros e volumes nas 18 árvores, nota-se que na porção basal do fuste, a medida de precisão se manteve abaixo de 6% e 9%, para os diâmetros e volumes, respectivamente. Assim, constata-se que, a previsão dos efeitos aleatórios a



partir do estimador bayesiano proporcionou estimativas precisas tanto para os diâmetros, quanto para os volumes, corroborando com Trincado e Burkhart (2006).

Como atualmente houve um aumento na intensidade do manejo e diminuição dos diâmetros mínimos de uso para os diferentes sortimentos (GARBER e MAGUIRE, 2003), métodos mais precisos para estimar os diâmetros e volumes ao longo do fuste, como o processo de calibração utilizado no presente estudo, são necessários para discernir a produção relativa de diferentes regimes de manejo. Assim, estimativas individuais precisas, atendendo as condicionantes da análise de regressão proporcionadas pela modelagem mista, oportunizam vantagens ao futuro do manejo florestal.

Tabela 18 - Raiz quadrada do erro médio (RQEM %) para as estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste, nas diferentes alturas avaliadas para calibração do modelo misto.

Alturas avaliadas para calibração	RQEM (%)	
	Diâmetro (cm)	Volume (m <sup>3</sup> )
0% e 4%	7,71	12,58
1% e 4%	15,74	20,64
1% e 15%	8,97	13,60
1% e 35%	6,15	7,23
1% e 1,30m	11,56	14,76
4% e 15%	10,44	20,82
4% e 35%	5,69	6,61
1,30 m	6,48	9,65
1,30 m e 35%	7,75	7,32

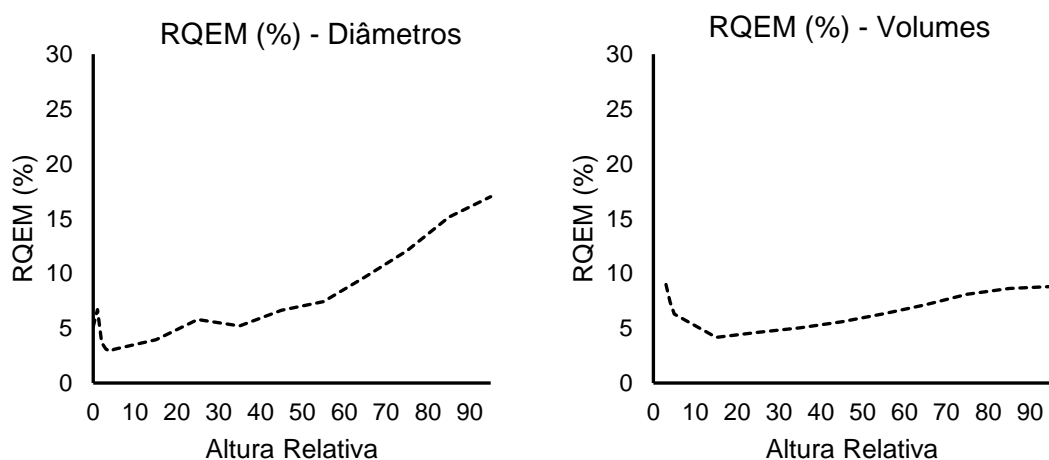


Figura 18 - RQEM (%) ao longo do fuste pelo processo de calibração, utilizando-se apenas a altura à 1,30 m na calibração dos novos indivíduos.

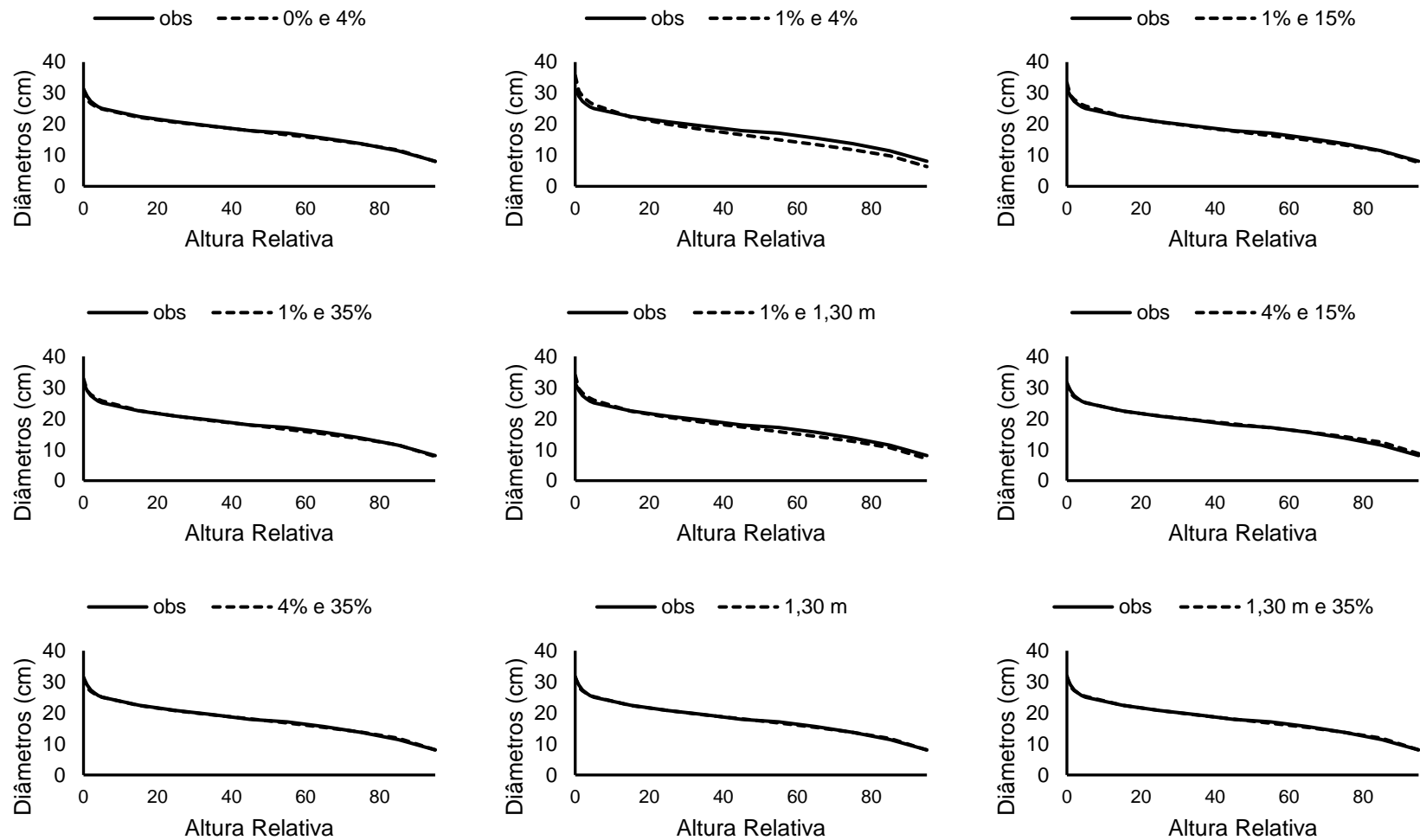


Figura 19 - Perfis médios observados e estimados dos diâmetros nas diferentes alturas avaliadas na calibração.

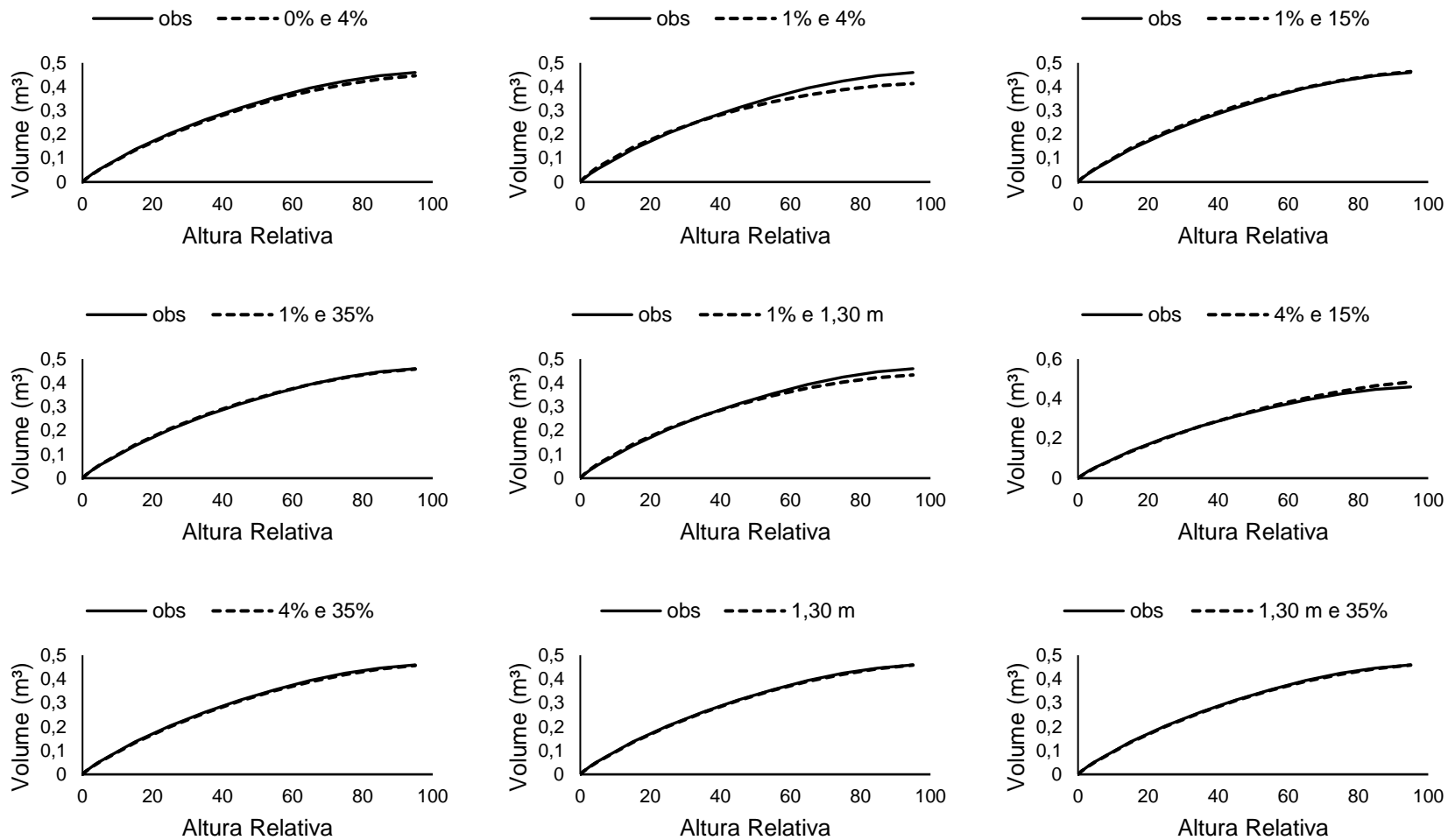


Figura 20 - Perfis médios observados e estimados dos volumes nas diferentes alturas avaliadas na calibração.

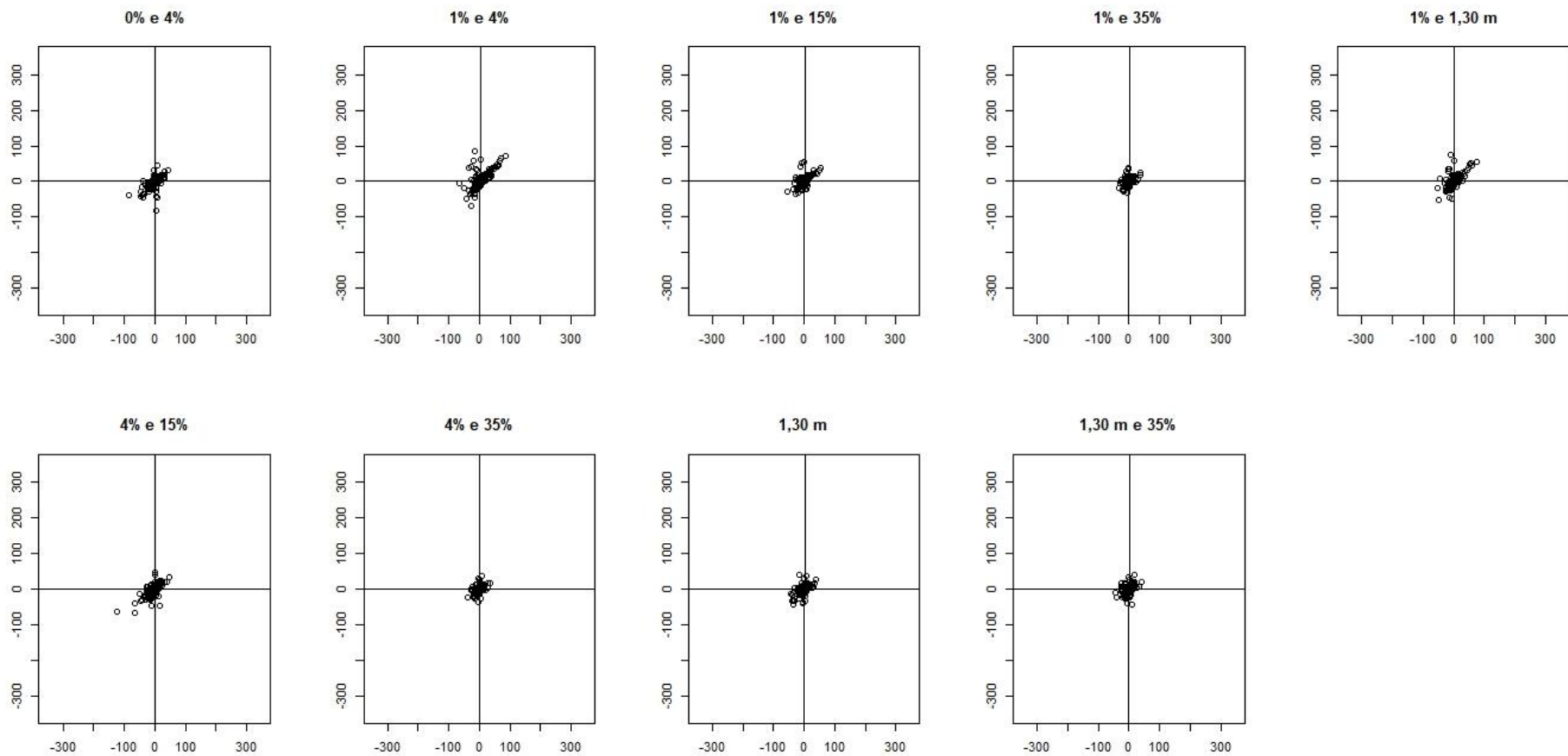


Figura 21 - Autocorrelação residual para estimativas de diâmetros nas diferentes alturas avaliadas para calibração do modelo misto.

4.4.1.6. Estimativas dos diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório com estratificação por classes de idade

Como foi realizado o ajuste para uma amplitude muito grande de idade, variando de 5 a 25 anos, foi avaliado a modelagem mista em relação a modelagem tradicional estratificando os dados em classes de idade. Para isso, foi utilizado a variação do modelo de Kozak (2004) que apresentou melhores resultados na avaliação sem estratificação por classes de idade; desta maneira, o modelo com os coeficientes aleatórios  $\beta_0\beta_4\beta_8$  foi utilizado na comparação com a modelagem tradicional.

Dentre as quatro classes avaliadas, o modelo fixo apresentou melhores resultados para classe 3 (Tabela 18), que varia de 15 a 20 anos (intervalo aberto à direita) e piores valores na estatística de precisão para a classe 1, que varia de 5 a 10 anos (intervalo aberto à direita). Para as quatro classes de idade avaliadas, o modelo ajustado de Kozak (2004) com os coeficientes  $\beta_0\beta_4\beta_8$  como aleatórios, proporcionou ganhos acima de 38% em relação a modelagem tradicional (Tabela 18). Para a Classe 1, a qual varia de 5 a 10 anos, a raiz quadrada do erro médio para o modelo misto foi 4,88%, ao passo que para a mesma estatística a modelagem com efeitos fixos teve um valor de 12,52%, o que representa um ganho de 61,02% (7,64 pontos percentuais) de precisão.

Tabela 19 – Avaliação das estimativas de diâmetros por classes de idade, comparando a modelagem tradicional com a modelagem de efeitos mistos.

Classe de Idade	Efeito aleatório	RQEM%	Diferença%
Classe 1	$\beta_0\beta_4\beta_8$	4,88	61,02
	Modelo Fixo	12,52	
Classe 2	$\beta_0\beta_4\beta_8$	4,29	51,42
	Modelo Fixo	8,83	
Classe 3	$\beta_0\beta_4\beta_8$	4,11	44,83
	Modelo Fixo	7,45	
Classe 4	$\beta_0\beta_4\beta_8$	4,94	38,48
	Modelo Fixo	8,03	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

Para a classe 4 que varia de 20 a 25 anos (intervalo fechado à direita), o ganho de precisão foi de 38,48% para o modelo misto em relação ao modelo fixo. É importante salientar que a classe 4 contém as árvores de maiores dimensões do povoamento, próximas a idade de corte final; desta maneira, é importante que se tenha modelos de afilamento acurados, os quais propiciem estimativas precisas, auxiliando os gestores florestais na tomada de decisão.

Ao avaliar os resíduos (Figura 22), nota-se que a modelagem tradicional tende a superestimar os diâmetros ao longo do fuste na classe de idade 1, ao passo que o modelo misto apresenta proporcionalidade entre sub e superestimativas, além de reduzir a amplitude de erros. Os erros do modelo fixo para a classe 1 variam de -54,85% a 36,53%, enquanto que o modelo misto possui uma variação de -5,98% a 17,31%.

Para as quatro classes de idade avaliadas a modelagem mista apresentou resíduos mais homogêneos e mais próximos ao eixo das abcissas em relação ao modelo com efeitos fixos (Figura 22). Na classe 4 a variação residual para a modelagem tradicional teve uma variação de -30,23% a 38,92%, ao passo que para modelagem mista foi de -8,56% a 17,36%. Ao avaliar a modelagem tradicional em relação a modelagem mista por classes de idade, é possível observar, que apesar do modelo ter sido ajustado para uma alta amplitude de idade, ele apresenta uma boa performance nas diferentes classes de idade.

Segundo Pellissari et al. (2013) no Brasil, a maior parte dos povoamentos são implantados com 1.667 árvores.ha<sup>-1</sup>, em espaçamento de 3,0 m × 2,0 m e desbastes em torno de 5, 10, 15 e 20 anos, resultando entre 200 e 250 árvores.ha<sup>-1</sup> para o corte final (GARCIA, 2006). A modelagem mista proporcionou um RQEM% abaixo de 5% nas quatro classes de idade avaliadas, e com baixa variação residual na avaliação gráfica. Assim sendo, os modelos mistos tornam-se opções interessantes, propiciando estimativas acuradas nas diferentes fases da condução do povoamento e, como consequência, estimativas mais adequadas para o sortimento florestal nas fases de desbaste e corte final.

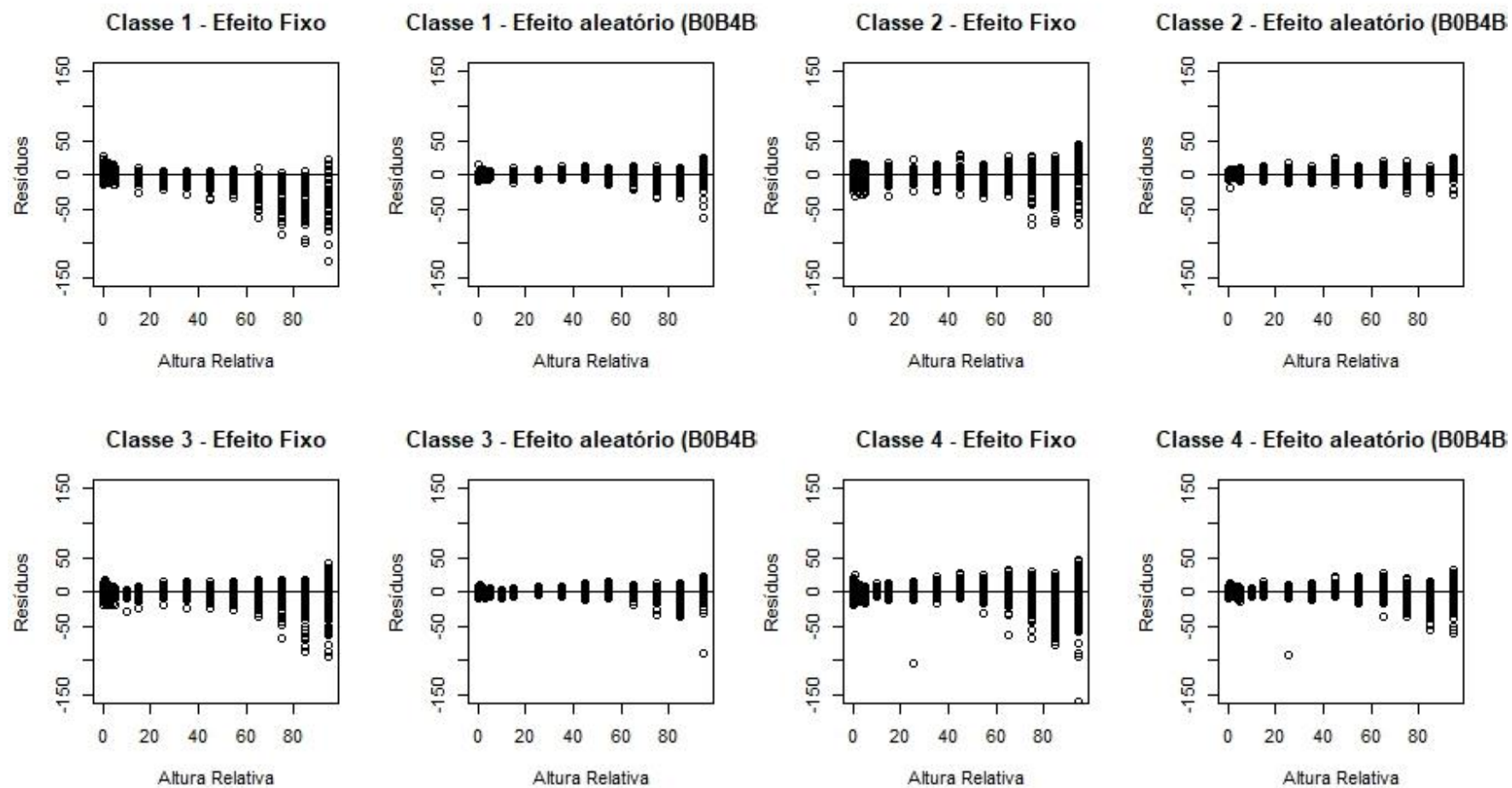


Figura 22 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de diâmetro por classes de idade do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

4.4.1.7. Estimativas dos volumes pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a árvore como efeito aleatório com estratificação por classes de idade

Ao avaliar a modelagem mista em relação a modelagem tradicional, para as estimativas dos volumes ao longo do fuste por classes de idade, nota-se que os ganhos de precisão foram superiores a 72% nas quatro classes de idade avaliadas (Tabela 19). O modelo fixo demonstrou-se mais preciso nas classes 3 e 4, contudo, para todas as classes de idade avaliadas, o RQEM% foi superior a 11% e com coeficiente de correlação de Pearson entre valores observados e estimados superior a 0,53.

Tabela 20 – Avaliação das estimativas de volumes por classes de idade, comparando a modelagem tradicional com a modelagem de efeitos mistos.

Classe de Idade	Efeito aleatório	$r$	RQEM%	Diferença%
Classe 1	$\beta_0\beta_5\beta_8$	0,99	3,68	82,87
	Modelo Fixo	0,36	21,48	
Classe 2	$\beta_0\beta_5\beta_8$	0,99	4,06	74,50
	Modelo Fixo	0,32	15,92	
Classe 3	$\beta_0\beta_5\beta_8$	0,99	2,86	74,44
	Modelo Fixo	0,36	11,19	
Classe 4	$\beta_0\beta_5\beta_8$	0,99	3,32	72,90
	Modelo Fixo	0,53	12,25	

$r$  = Coeficiente de correlação de Pearson; RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

A modelagem mista proporcionou estimativas com RQEM% abaixo de 5% para todas as classes de idade, com destaque para as classes 3 e 4, com 2,86% e 3,32%, respectivamente (Tabela 20). Desta maneira, é possível observar que a modelagem mista se torna uma opção viável em relação a modelagem tradicional, pois mostra-se precisa ao estimar os volumes ao longo do fuste nas diferentes fases de condução do povoamento. Assim sendo, essa modelagem pode ser implementada tanto para estimar os sortimentos nos períodos de desbastes quanto no corte final em povoamento de *T. grandis*.



Na análise gráfica residual (Figura 23), o modelo fixo tende a superestimar os volumes ao longo do fuste na classe 1, ao passo que nas demais classes apresenta proporcionalidade entre sub e superestimativas. Na modelagem tradicional os erros variaram de -54,85% a 36,56% para classe 1, de -67,21% a 35,81% para classe 2, de -49,42% a 28,49% para classe 3 e, de -30,23% a 38,92% para classe 4 de idade.

Ao avaliar os resíduos para as estimativas de volume ao longo do fuste para a modelagem mista, verifica-se que estes são mais homogêneos e mais próximos ao eixo das abcissas em relação ao modelo com efeitos fixos. Os erros para as quatro classes de idade não ultrapassam -21% para as superestimativas e, 23,59% para as subestimativas.

É importante ressaltar que, o uso de um único modelo propicia estimativas precisas dos volumes ao longo do fuste para as quatro classes avaliadas, o que significa que o mesmo pode ser utilizado nas diferentes fases de condução do povoamento.

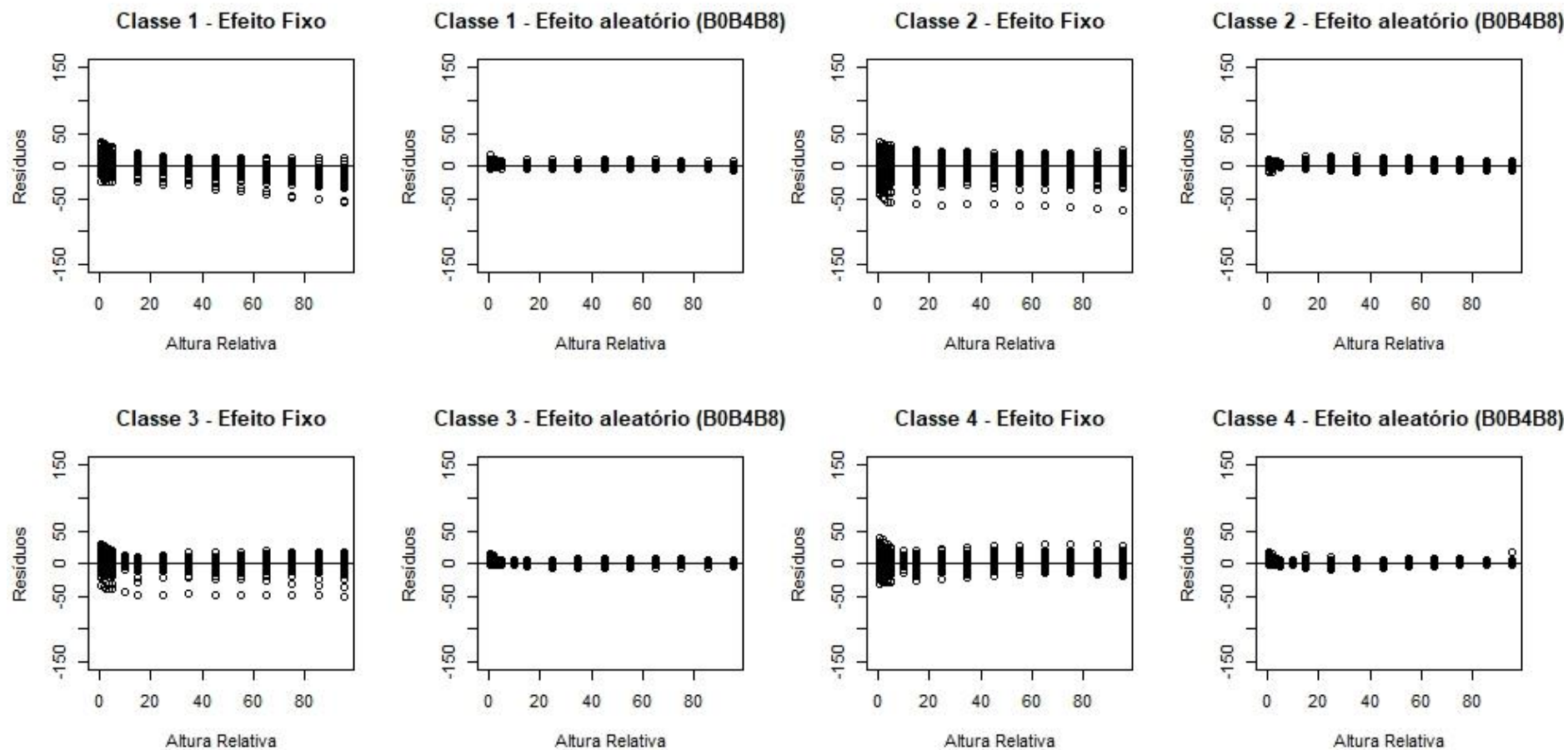


Figura 23 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume por classes de idade do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

4.4.2. Estratégia 2: Estimativas de diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório

4.4.2.1. Estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste, utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório sem estratificação do fuste

Assim como avaliado na Estratégia 1, foi utilizada a função mais acurada nas avaliações dentre os modelos na sua formulação básica com efeitos fixos, para avaliar a modelagem de efeitos mistos em função de dois fatores: classe de forma (cf) e classes de diâmetro (cd) como efeito aleatório.

Na Tabela 20 são apresentados os três melhores ajustes para os três cenários propostos utilizando a classe de forma e diamétrica em multiníveis como efeito aleatório. No cenário 1, colocando efeito aleatório em apenas um coeficiente, verificou-se que os coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_3$  foram os que mais influenciaram na melhoria dos valores das estimativas, representando uma variação na taxa do erro médio de 6,78%, 6,78% e 7,37%, respectivamente. No cenário 2, a combinação dos coeficientes  $\beta_0\beta_3$  e  $\beta_1\beta_3$ , com efeitos aleatórios foram as variações do modelo de Kozak (2004) com maior precisão para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste para *T. grandis*, representado um ganho de precisão de 12,28% (1,05 pontos percentuais) em relação a formulação básica do modelo com efeitos fixos, seguido da combinação  $\beta_2\beta_3$  a qual representou um ganho de precisão de 12,16% (1,04 pontos percentuais).

Para o terceiro cenário proposto, os ganhos de precisão foram maiores em relação aos demais cenários avaliados. As combinações dos coeficientes  $\beta_0\beta_3\beta_5$ ,  $\beta_0\beta_3\beta_6$  e  $\beta_1\beta_3\beta_5$  proporcionaram uma diferença de 13,57% (1,16 pontos percentuais) em relação ao modelo de Kozak (2004) em sua formulação fixa. Bonete (2018) avaliando a modelagem não linear de efeitos mistos em função de dois fatores: classe de idade (ci) e classes de diâmetro (cd), também obteve maiores ganhos utilizando três coeficientes para descrição do perfil longitudinal de *P. taeda*.

Tabela 21 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	7,97	6,78
	$\beta_1$	7,97	6,78
	$\beta_3$	7,92	7,37
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	7,50	12,28
	$\beta_1\beta_3$	7,50	12,28
	$\beta_2\beta_3$	7,51	12,16
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	7,39	13,57
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	7,39	13,57
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	7,39	13,57
Modelo Fixo		8,55	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

Em todas as composições para os três cenários propostos na modelagem mista, houve proporcionalidade entre sub e superestimativas (Figura 24). Contudo, a distribuição residual foi muito semelhante para os três cenários propostos na modelagem mista e para o ajuste pelo método tradicional apenas com coeficientes fixos, com exceção na porção superior do fuste, na qual houve uma leve redução da amplitude residual para modelagem mista para todas combinações de coeficientes propostas na pesquisa.

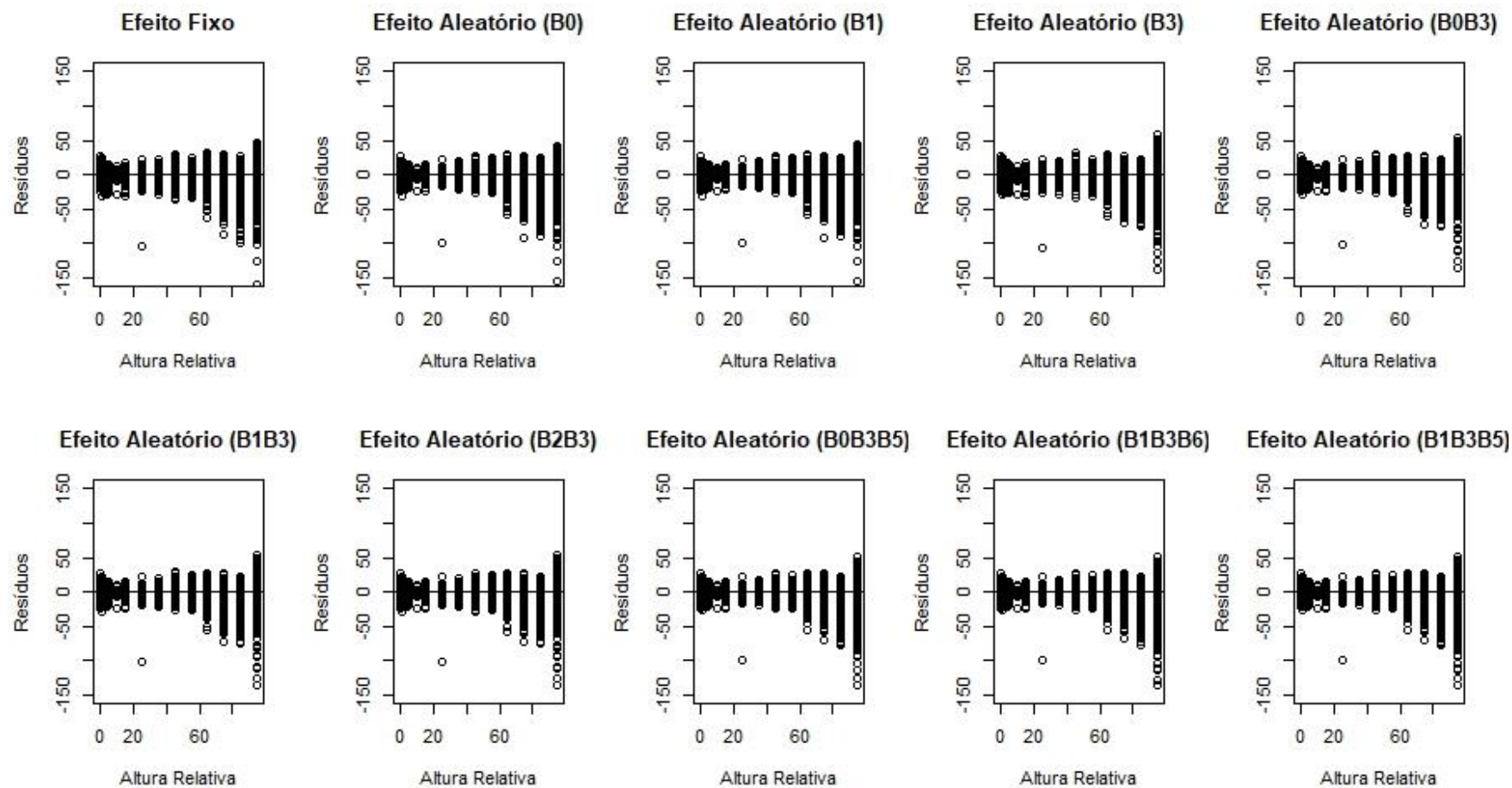


Figura 24 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

É importante ressaltar que, incorporar as classes de forma e de diâmetro como aleatórias, não é uma decisão imediatamente óbvia, assim, ao tentar decidir se um conjunto de efeitos é fixo ou aleatório, o contexto dos dados, a maneira como eles foram reunidos e o ambiente de onde eles vieram são os fatores determinantes (SEARLE e al., 2006; ZUUR et al., 2008). Ao considerar esses pontos, a questão importante é se estes níveis de fatores são resultantes de uma amostra aleatória de uma população de valores. Caso a resposta seja positiva, então os efeitos devem ser considerados como efeitos aleatórios (SEARLE e al., 2006).

Durante a realização da cubagem rigorosa e medição das parcelas em um inventário florestal, têm-se o intuito de captar a maior variabilidade possível de diâmetros e formas dos fustes existentes no povoamento a partir de uma amostra de valores. Portanto, é neste sentido que a presente pesquisa incorpora a classe de forma e de diâmetro como fatores aleatórios. Cabe ainda mencionar que, a finalidade do trabalho não é produzir uma pesquisa contraditória, onde destaca-se os ganhos da modelagem mista e conteste a teoria sobre a estrutura hierárquica dos dados, mas sim aumentar o campo de aplicabilidade da técnica dentro da mensuração florestal (SCHRÖDER et al., 2014). Assim sendo, esta abordagem pressupõe que todos indivíduos em uma determinada classe de forma e de diâmetro possui o mesmo comportamento em relação à sua forma do fuste.

Ao considerar os fatores propostos na Estratégia 2 como aleatórios, praticamente não se observa mudança na autocorrelação residual em relação a modelagem tradicional (Figura 25). Isso ocorre devido ao fator considerado como efeito aleatório não ser aplicado na estrutura onde ocorre a dependência entre as observações, neste caso, a árvore (SCHRÖDER et al., 2014).

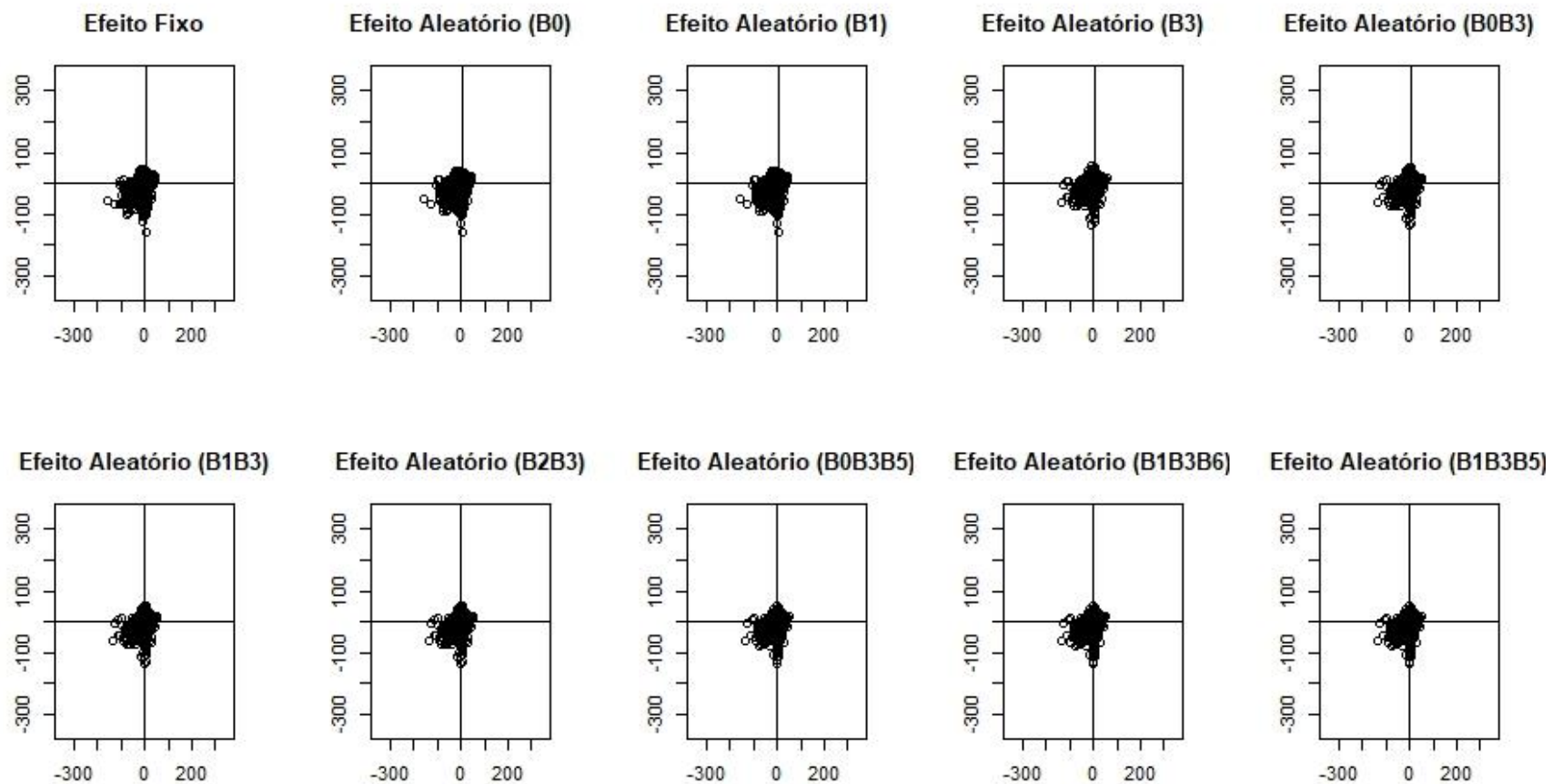


Figura 25 – Autocorrelação residual para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

Com a finalidade de verificar qual combinação de coeficientes foi a mais adequada para as estimativas dos diâmetros ao longo do fuste para a estratégia 2, além do ganho de precisão e das análises gráficas de resíduos e de autocorrelação, a Tabela 22 apresenta uma classificação a partir das estatísticas  $V$ ,  $MSE$ ,  $MD$  e  $AIC$ . Sendo assim, a equação de Kozak (2004) com os coeficientes  $\beta_0\beta_3\beta_5$  ficou classificada como a equação de melhor desempenho para estimativas de diâmetros sem a estratificação do fuste.

Tabela 22 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2.

Modelo misto	Efeito aleatório	$V$	$MSE$	$MD$	$AIC$	Classif
cenário 1	$\beta_0$	-0,001	2,849	1,230	30040,22	8º
	$\beta_1$	-0,001	2,850	1,231	30047,2	9º
	$\beta_3$	0,008	2,813	1,230	29955,8	7º
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	0,004	2,523	1,160	29168,9	4º
	$\beta_1\beta_3$	0,003	2,524	1,161	29172,7	5º
	$\beta_2\beta_3$	0,003	2,530	1,162	29193,9	6º
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	0,003	2,447	1,142	28988,2	1º
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	0,003	2,448	1,142	28991,9	2º
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	0,002	2,448	1,142	28997	3º

$V$  = desvio;  $MD$  = desvio médio absoluto;  $MSE$  = desvio padrão das diferenças;  $AIC$  = Critério de Informação de Akaike.

4.4.2.2. Estimativas de diâmetros com estratificação do fuste, utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório

4.4.2.2.1. Avaliação das estimativas de diâmetros para porção basal do fuste

Ao avaliar as estimativas de diâmetros na porção basal do fuste (Tabela 22), é possível observar que a modelagem de efeito misto melhorou a precisão em relação ao modelo em sua formulação básica. No primeiro cenário



representou um ganho de precisão para base de 4,84%, 4,84% e 1,29%, com coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_3$  como aleatórios, respectivamente.

Para o segundo cenário, os ganhos de precisão em relação ao modelo com sua formulação fixa, foram de 6,77% (0,42 pontos percentuais); 6,77% e 6,61% (0,41 pontos percentais), com coeficientes  $\beta_0\beta_3$ ,  $\beta_1\beta_3$  e  $\beta_2\beta_3$  como aleatórios, respectivamente. Já para o terceiro cenário o ganho de precisão foi de 7,26% para as combinações  $\beta_0\beta_3\beta_5$ ,  $\beta_0\beta_3\beta_6$  e  $\beta_1\beta_3\beta_5$ .

A distribuição residual (Figura 26) foi muito semelhante para os três cenários propostos na modelagem mista e para o ajuste pelo método tradicional apenas com coeficientes fixos, com proporcionalidade entre sub e superestimativas.

Tabela 23 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para porção basal (até 25% da altura total) do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	Até 25%	5,90	4,84
	$\beta_1$	Até 25%	5,90	4,84
	$\beta_3$	Até 25%	6,12	1,29
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	Até 25%	5,78	6,77
	$\beta_1\beta_3$	Até 25%	5,78	6,77
	$\beta_2\beta_3$	Até 25%	5,79	6,61
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	Até 25%	5,75	7,26
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	Até 25%	5,75	7,26
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	Até 25%	5,75	7,26
Modelo Fixo		Até 25%	6,20	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

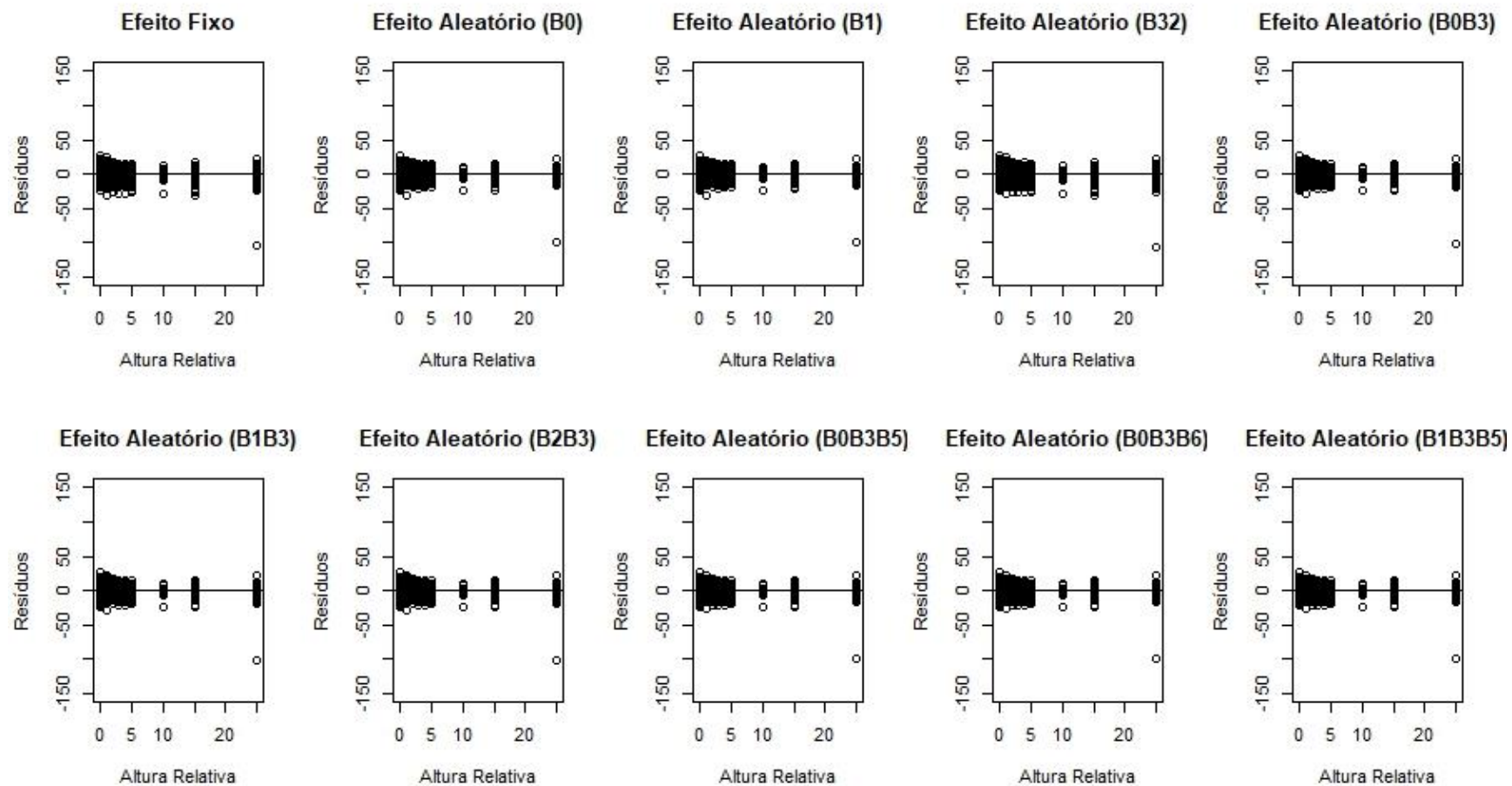


Figura 26 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção basal do fuste (até 25% da altura total) de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

#### 4.4.2.2.2. Avaliação das Estimativas de Diâmetros Para Porção Mediana do Fuste

Avaliando as estimativas de diâmetros para porção mediana do fuste (Tabela 23), nota-se que a modelagem de efeito misto melhorou sua precisão. Ao comparar com a modelagem tradicional, a variação do modelo de Kozak (2004) no primeiro cenário representou ganhos de precisão de 11,66% (1,09 pontos percentuais); 11,44% (1,07 pontos percentuais) e 8,13% (0,76 pontos percentuais), com coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_3$  como aleatórios, respectivamente.

Para o segundo cenário, os ganhos de precisão em relação ao modelo com sua formulação fixa, foram de 17,11% (1,6 pontos percentuais); 17,01% (1,59 pontos percentuais) e 16,79% (1,57 pontos percentuais), com coeficientes  $\beta_0\beta_3$ ,  $\beta_1\beta_3$  e  $\beta_2\beta_3$  como aleatórios, respectivamente. Já para o terceiro cenário os ganhos de precisão foram de 20,64% (1,93 pontos percentuais); 20,64% e 20,53% (1,92 pontos percentuais), como aleatório os coeficientes  $\beta_0\beta_3\beta_5$ ,  $\beta_0\beta_3\beta_6$  e  $\beta_1\beta_3\beta_5$ , respectivamente. Desta maneira, observa-se, que à medida que foi considerado um maior número de coeficientes aleatórios, a raiz quadrada do erro médio diminuiu e a precisão das estimativas aumentou para a porção mediana do fuste, assim como também observado por Schröder et al. (2014) e Bonete (2018).

A distribuição residual (Figura 27) foi semelhante para os três cenários propostos na modelagem mista e para o ajuste pelo método tradicional apenas com coeficientes fixos, com proporcionalidade entre sub e superestimativas. Contudo, houve uma leve redução da amplitude residual na modelagem mista, em que os resíduos variaram de -62,39 % a 31,63% pelo método tradicional, enquanto que para modelagem mista variou de -54,85% a 27,61% para a variação do modelo de Kozak (2004) com maior ganho de precisão ( $\beta_0\beta_3\beta_5$ ).

Tabela 24 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para a porção mediana do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	25% a 75%	8,26	11,66
	$\beta_1$	25% a 75%	8,28	11,44
	$\beta_3$	25% a 75%	8,59	8,13
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	25% a 75%	7,75	17,11
	$\beta_1\beta_3$	25% a 75%	7,76	17,01
	$\beta_2\beta_3$	25% a 75%	7,78	16,79
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	25% a 75%	7,42	20,64
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	25% a 75%	7,42	20,64
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	25% a 75%	7,43	20,53
Modelo Fixo		25% a 75%	9,35	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

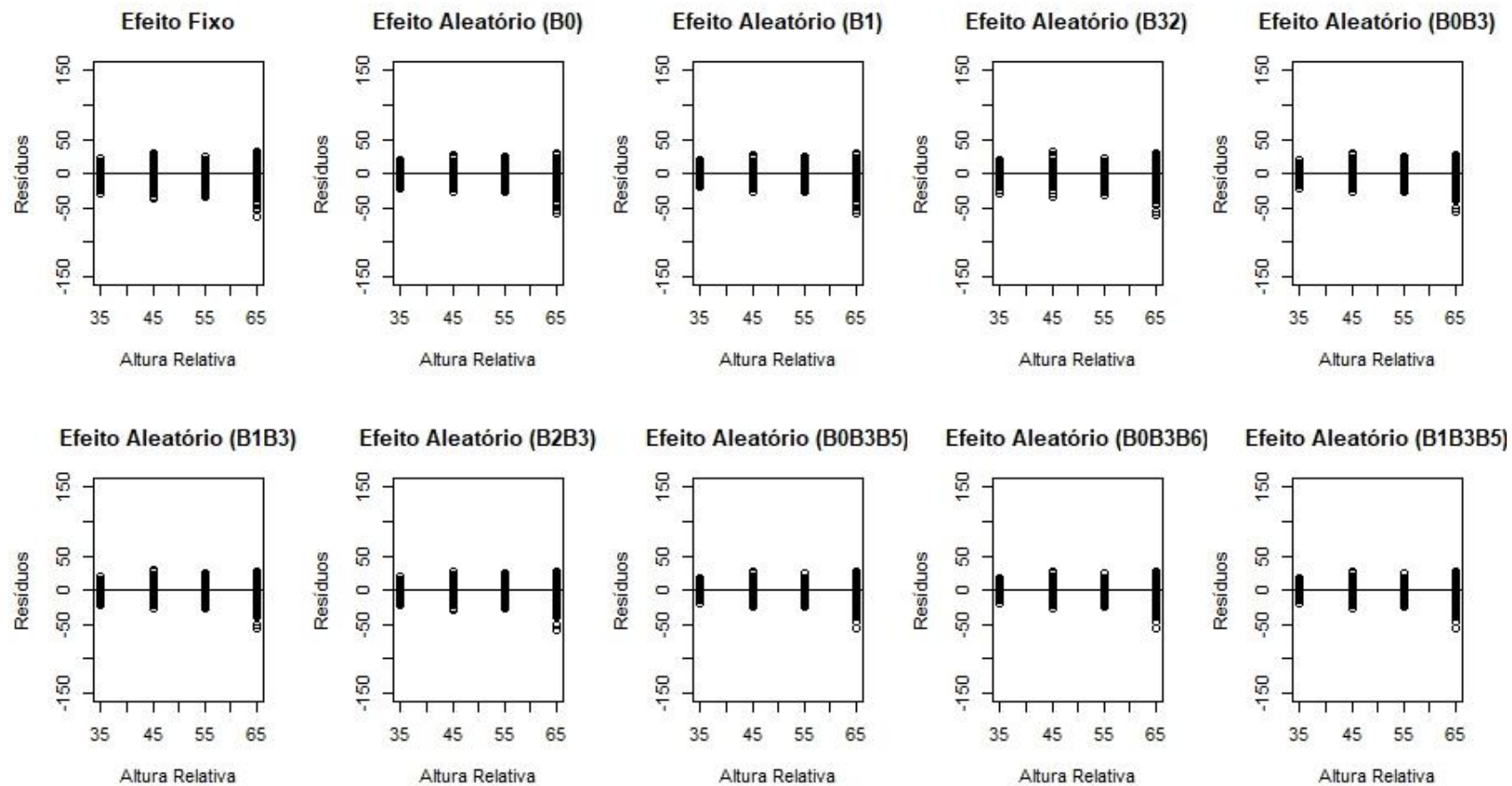


Figura 27 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas na porção mediana do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

#### 4.4.2.2.3. Avaliação das Estimativas Para os Diâmetros Para Porção Apical do Fuste

Em relação ao modelo em sua formulação básica, a variação do modelo de Kozak (2004) no primeiro cenário representou ganhos de precisão na porção apical do fuste de 6,13% (1,28 pontos percentuais); 6,08% (1,27 pontos percentuais) e 15,33% (3,2 pontos percentuais) (Tabela 24), com os coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_3$  como aleatórios, respectivamente.

Nas estimativas obtidas pelos ajustes utilizando 2 a 3 coeficientes aleatórios, houve melhor performance em relação a equação apenas com coeficientes fixos, em que os ganhos de precisão (Tabela 24) variaram de 16,62% (3,42 pontos percentuais) a 17,82% (3,72 pontos percentuais). Bonete (2018) avaliando a modelagem não linear de efeitos mistos em função da classe de idade (ci) e classes de diâmetro (cd), verificou que o uso da modelagem não linear mista para estimativas de diâmetros na porção apical dos fustes, provocou uma considerável melhoria na equação em relação a modelagem tradicional, à medida que foram avaliados maiores números de coeficientes aleatórios.

Na análise de resíduos (Figura 28), a equação Kozak. $\beta_0\beta_3\beta_6$  apresentou a menor amplitude de erros (-136,20% e +51,13%), ao passo que na modelagem tradicional foi de -160,30% a 45,43%. Para Môra (2015), os resultados das estimativas para o ápice, mostram o quanto as equações de afilamento têm problema para estimar diâmetros muito pequenos, pois de acordo com esse autor, nem as equações de forma variável estimaram bem os diâmetros nessa porção do fuste. Figueiredo et al. (2006) avaliaram a acuracidade de diversos modelos de afilamento para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste de *T. grandis*, de quatro povoamentos localizados no Acre e verificaram a dificuldade dos modelos para estimativa na região apical do fuste.

Tabela 25 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de diâmetros para a porção apical do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	75% a 95%	19,60	6,13
	$\beta_1$	75% a 95%	19,61	6,08
	$\beta_3$	75% a 95%	17,68	15,33
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	75% a 95%	17,39	16,71
	$\beta_1\beta_3$	75% a 95%	17,39	16,71
	$\beta_2\beta_3$	75% a 95%	17,41	16,62
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	75% a 95%	17,18	17,72
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	75% a 95%	17,16	17,82
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	75% a 95%	17,18	17,72
Modelo Fixo		75% a 95%	20,88	

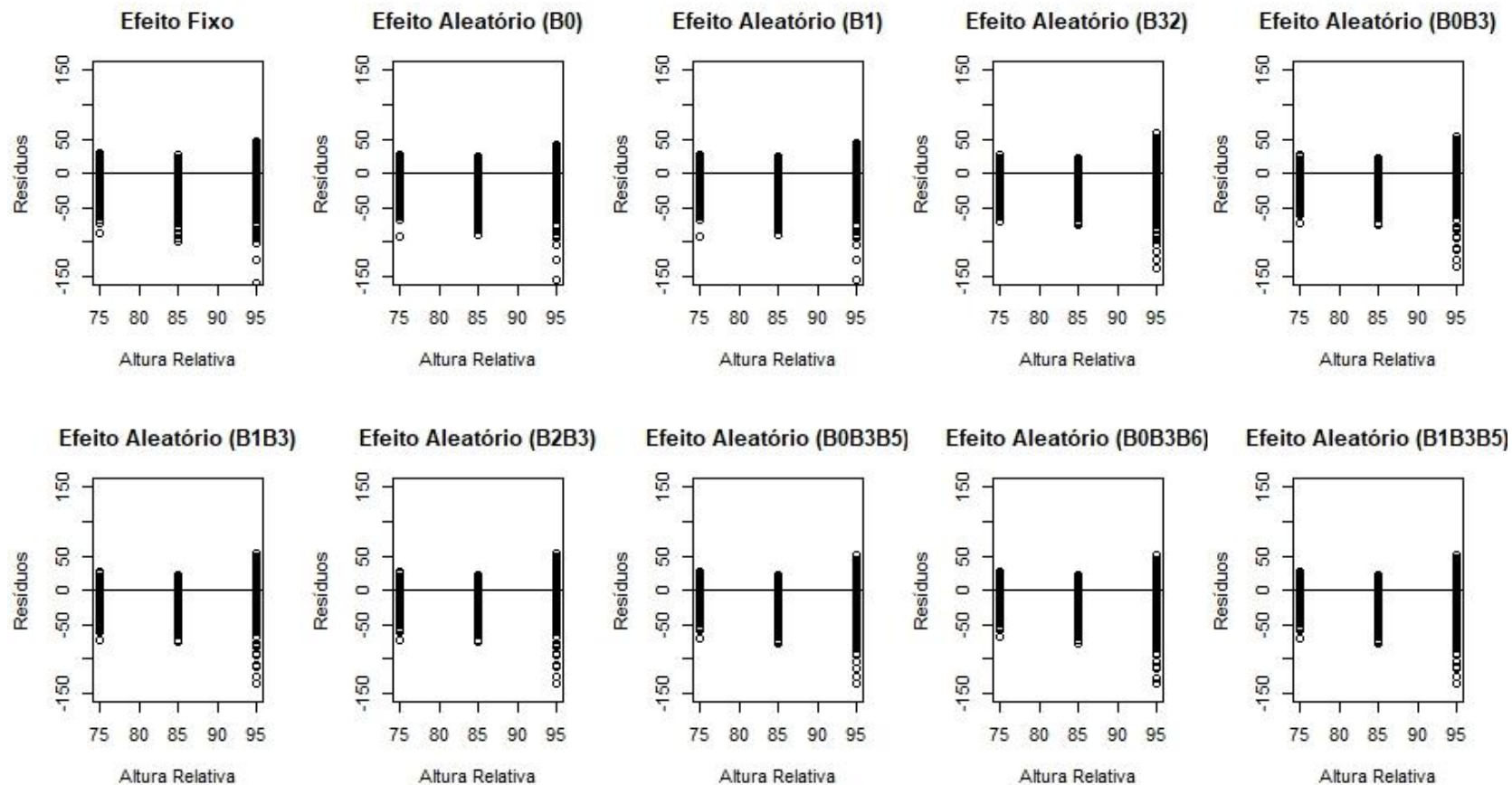


Figura 28 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas para porção apical do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.



#### 4.4.2.3. Estimativas dos volumes pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório sem estratificação do fuste

Para avaliar as estimativas de volume ao longo do fuste, foram utilizadas as melhores variações nos três cenários propostos para as estimativas de diâmetros utilizando a técnica de modelagem de efeitos mistos. Na Tabela 25 são apresentados os três melhores ajustes para os três cenários propostos com o uso da classe de forma e de diâmetros em multiníveis como efeito aleatório. O coeficiente de correlação linear de Pearson entre valores observados e estimados foi 0,99 para todas as combinações de coeficientes para os três cenários propostos, ao passo que na modelagem tradicional foi de 0,51.

No cenário 1, colocando efeito aleatório em apenas um coeficiente, verificou-se que os coeficientes  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_3$  representaram um ganho de precisão de 28,12% (3,99 pontos percentuais); 27,77% (3,94 pontos percentuais) e 11,84% (1,68 pontos percentuais), respectivamente. Já para o cenário 2, a combinação dos coeficientes  $\beta_0\beta_3$ ,  $\beta_1\beta_3$  e  $\beta_2\beta_3$  com efeitos aleatórios em função da classe de forma e de diâmetro em multiníveis, proporcionou ganhos para as estimativas dos volumes ao longo do fuste para *T. grandis* de 33,90% (4,81 pontos percentuais); 33,76% (4,79 pontos percentuais) e 33,54% (4,76 pontos percentuais), respectivamente, em relação a formulação básica do modelo com efeitos fixos.

O cenário 3, com três coeficientes aleatórios proporcionou ganhos de precisão acima de 35%, com destaque a combinação dos coeficientes  $\beta_0\beta_3\beta_6$ , com 35,73% (5,07 pontos percentuais) de ganho de precisão em relação ao modelo de Kozak (2004) utilizando a modelagem tradicional, seguido das combinações  $\beta_0\beta_3\beta_5$  e  $\beta_1\beta_3\beta_5$ , com 35,66% (5,06 pontos percentuais) e 35,45% (5,03 pontos percentuais), respectivamente.

Tabela 26– Estatística para a estimativa de volumes ao longo do fuste para o modelo de Kozak (2004) e suas variações nos três cenários propostos, utilizando a Estratégia 2.

Modelo misto	Efeito aleatório	$r$	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	0,99	10,20	28,12
	$\beta_1$	0,99	10,25	27,77
	$\beta_3$	0,99	12,51	11,84
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	0,99	9,38	33,90
	$\beta_1\beta_3$	0,99	9,40	33,76
	$\beta_2\beta_3$	0,99	9,43	33,54
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	0,99	9,13	35,66
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	0,99	9,12	35,73
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	0,99	9,16	35,45
Modelo fixo	Kozak (2004)	0,51	14,19	

RQEM%= Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

Na análise de resíduos (Figura 29) para as estimativas de volume ao longo do fuste, verificou-se que a modelagem mista proporcionou uma melhor precisão das estimativas em relação a modelagem tradicional, para os três cenários propostos. Para a modelagem tradicional, a variação residual foi de -67,21% a 38,92%, ao passo que, com o uso da modelagem mista, no terceiro cenário, com três coeficientes aleatórios, houve uma distribuição mais homogênea e próxima do eixo das abscissas, com variações de: -43,26% (Kozak. $\beta_0\beta_3\beta_5$ ) a +37,70% (Kozak. $\beta_0\beta_3\beta_5$ ), -42,91% (Kozak. $\beta_0\beta_3\beta_6$ ) a +37,65% (Kozak. $\beta_0\beta_3\beta_6$ ) e de -42,37% (Kozak. $\beta_1\beta_3\beta_5$ ) a 37,76% (Kozak. $\beta_1\beta_3\beta_5$ ).

Ao analisar a autocorrelação (Figura 30) entre os resíduos dos volumes ao longo do fuste para os fatores propostos na Estratégia 2 como aleatórios, verificou-se que tanto para modelagem tradicional quanto para modelagem mista houve uma relação linear positiva entre os resíduos. Assim sendo, não foi possível eliminar a autocorrelação residual com uso da modelagem mista, isso porque o efeito aleatório utilizado na Estratégia 2 não foi aplicado na estrutura onde ocorre a dependência entre as observações.

Com o propósito de avaliar qual combinação de coeficientes foi a mais adequada para as estimativas dos volumes ao longo do fuste, além do ganho de

precisão e das análises gráficas de resíduos e de correlação, na Tabela 26 apresenta-se uma classificação a partir das estatísticas RQEM%, V, MSE e MD. Desta maneira, a equação de Kozak (2004) com os coeficientes  $\beta_0\beta_3\beta_6$  classificou-se como a equação de melhor desempenho para estimativas de volumes sem a estratificação do fuste.

Tabela 27 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas dos volumes sem estratificação do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	RQEM%	V	MSE	MD	Classif
cenário 1	$\beta_0$	10,20	0,0036	0,0004	0,0112	7°
	$\beta_1$	10,25	0,0036	0,0004	0,0112	8°
	$\beta_3$	12,51	0,0025	0,0006	0,0105	8°
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	9,38	0,0025	0,00038	0,0105	4°
	$\beta_1\beta_3$	9,40	0,0025	0,00038	0,0105	5°
	$\beta_2\beta_3$	9,43	0,0025	0,00039	0,0105	6°
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	9,13	0,0025	0,00036	0,0104	2°
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	9,12	0,0025	0,00036	0,0104	1°
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	9,16	0,0025	0,00036	0,0104	3°

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem; V = desvio; MD = desvio médio absoluto; MSE = desvio padrão das diferenças.

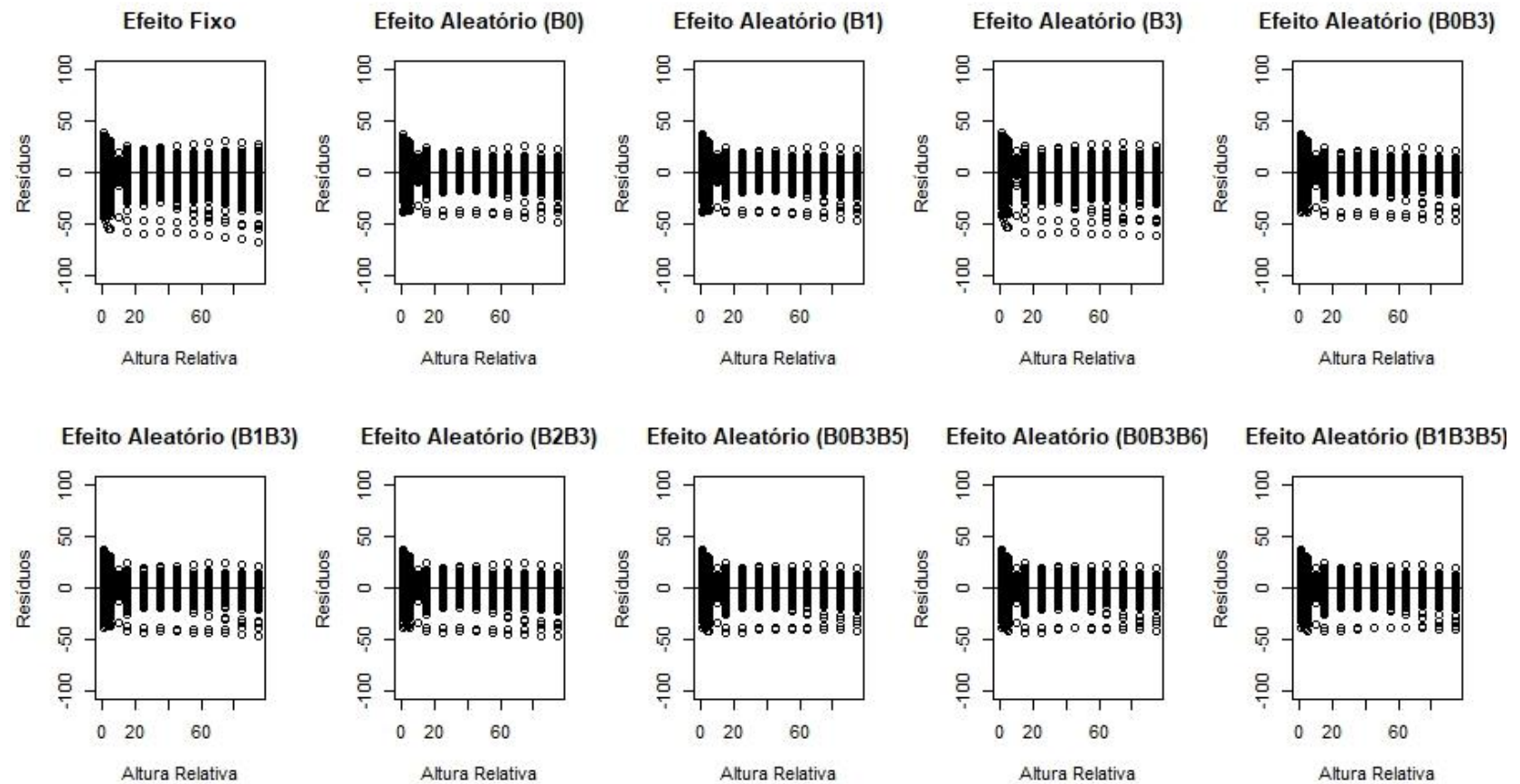


Figura 29 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes sem estratificação do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

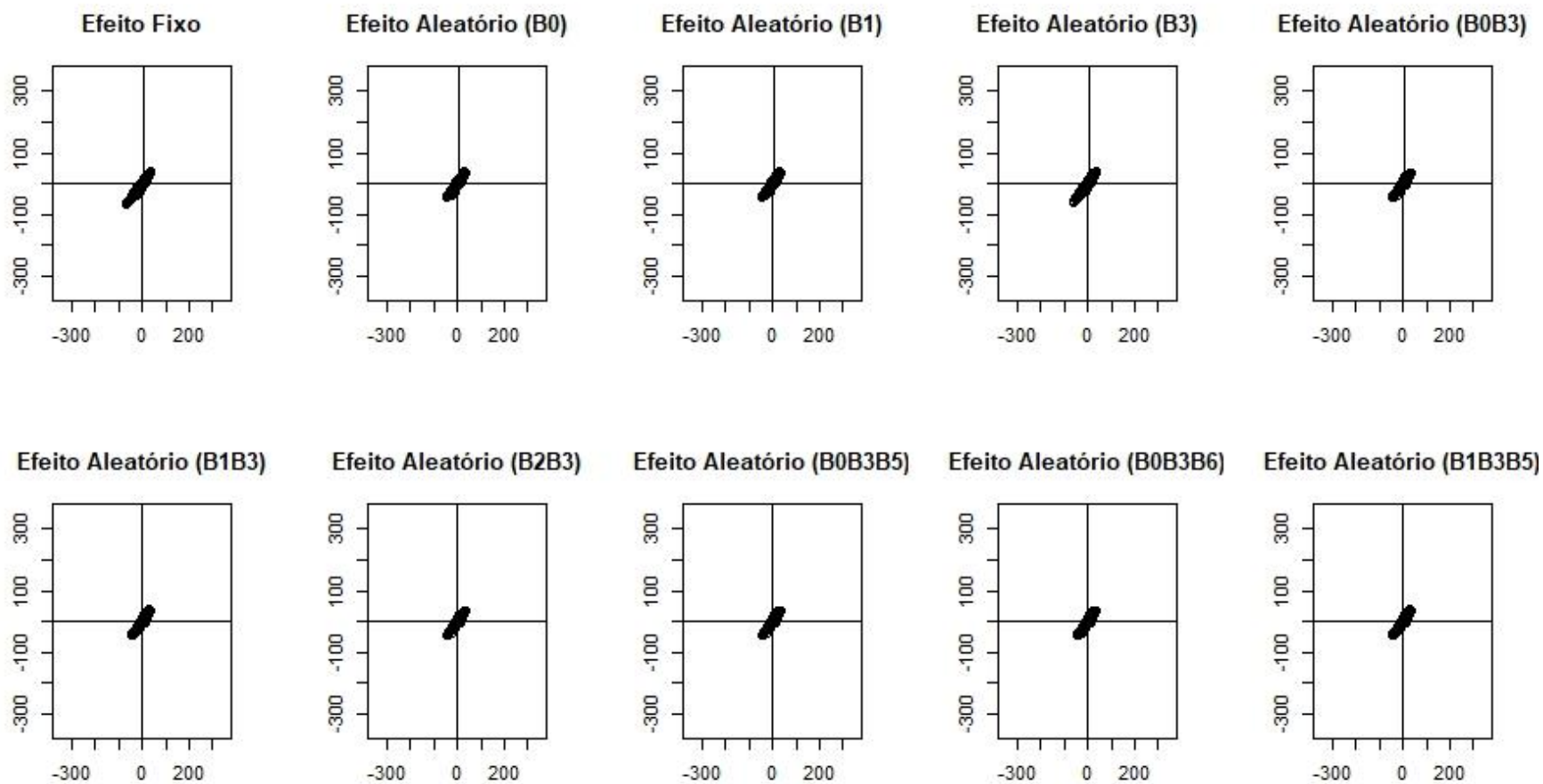


Figura 30 – Autocorrelação residual para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações, utilizando a Estratégia 2.

4.4.2.4. Estimativas dos volumes com estratificação do fuste, utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório

4.4.2.4.1. Estimativas de volumes para porção basal do fuste

Para os três cenários avaliados (Tabela 27), as variações do modelo de Kozak (2004) com apenas um coeficiente aleatório, apresentaram menores ganhos de precisão em relação à modelagem tradicional. As demais equações para os cenários 1 e 2 obtiveram ganhos de precisão variando de 12,04% a 12,58% em comparação com o modelo de efeitos fixos.

Para o segundo cenário, os ganhos de precisão em relação ao modelo com sua formulação fixa, foram de 12,27%; 12,12% e 12,04%, com coeficientes  $\beta_0\beta_3$ ,  $\beta_1\beta_3$  e  $\beta_2\beta_3$  como aleatórios, respectivamente. Já para o terceiro cenário, os ganhos de precisão foram de 12,58%; 12,35% e 12,35%, como aleatório os coeficientes  $\beta_0\beta_3\beta_5$ ,  $\beta_0\beta_3\beta_6$  e  $\beta_1\beta_3\beta_5$ , respectivamente.

Em todas as composições para os três cenários propostos na modelagem mista para as estimativas de volume na porção basal do fuste, houve proporcionalidade entre sub e superestimativas (Figura 31). Houve pouca redução da amplitude residual ao comparar a modelagem mista com a tradicional. Ao avaliar a melhor variação do modelo de Kozak ( $\beta_0\beta_3\beta_6$ ), a amplitude residual foi de -42,91% a 37,60%, enquanto para modelagem tradicional foi de -59,76% a 38,92%.

Tabela 28 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas dos volumes para porção basal do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	Até 25%	11,70	10,82
	$\beta_1$	Até 25%	11,71	10,75
	$\beta_3$	Até 25%	13,04	0,61
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	Até 25%	11,51	12,27
	$\beta_1\beta_3$	Até 25%	11,53	12,12
	$\beta_2\beta_3$	Até 25%	11,54	12,04
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	Até 25%	11,47	12,58
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	Até 25%	11,50	12,35
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	Até 25%	11,50	12,35
Modelo Fixo		Até 25%	13,12	

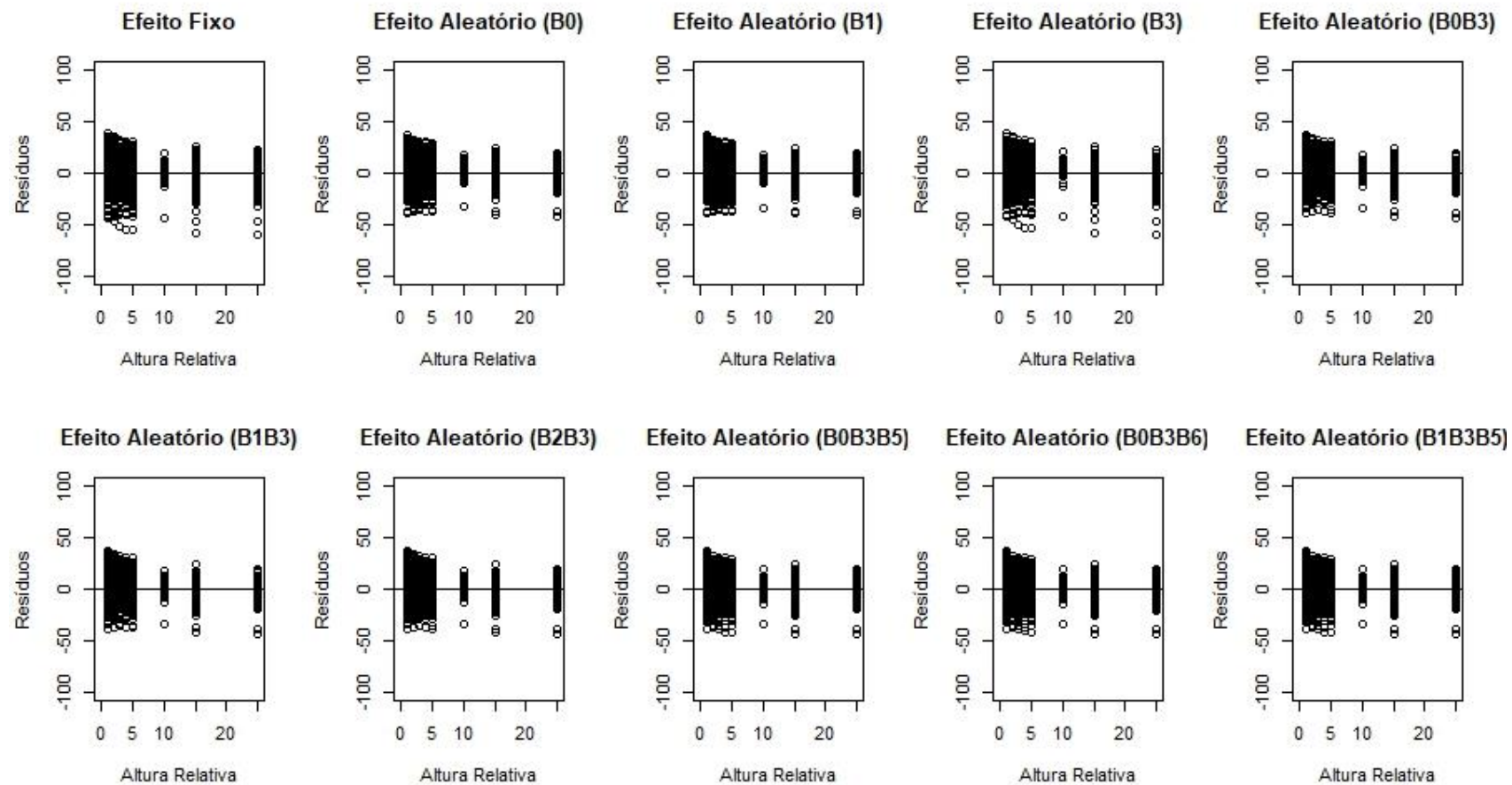


Figura 31 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes para porção basal do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações, utilizando a Estratégia 2.



#### 4.4.2.4.2. Estimativas de volumes para a porção mediana do fuste

Para o cenário 1 (Tabela 28), as três variações da equação de Kozak (2004) com um coeficiente aleatório para estimativas de volume da porção mediana apresentaram ganhos de precisão variando de 8,66% a 26,26 quando comparado a modelagem tradicional. O cenário 3 proporcionou os maiores ganhos de precisão (32,06% a 32,35%). Pelo valor de RQEM% obtido no ajuste (7,11%), a equação Kozak. $\beta_0\beta_3\beta_5\beta_6$  proporcionou uma melhora de 32,35% nas estimativas de volumes da porção mediana, em relação ao modelo de ajuste fixo.

A dispersão residual apresentou (Figura 32) proporcionalidade entre sub e superestimativas, tanto na modelagem mista quanto na tradicional. Ao considerar a melhor variação do modelo de Kozak ( $\beta_0\beta_3\beta_5\beta_6$ ), houve uma considerável redução da amplitude residual, em que na modelagem mista foi de -40,39% a 23,03%, ao passo que para modelagem tradicional foi de -60,99% a 29,36%.

Tabela 29 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume na porção mediana do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	25% a 75%	7,75	26,26
	$\beta_1$	25% a 75%	7,79	25,88
	$\beta_3$	25% a 75%	9,60	8,66
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	25% a 75%	7,16	31,87
	$\beta_1\beta_3$	25% a 75%	7,18	31,68
	$\beta_2\beta_3$	25% a 75%	7,20	31,49
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	25% a 75%	7,12	32,25
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	25% a 75%	7,11	32,35
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	25% a 75%	7,14	32,06
Modelo Fixo		25% a 75%	10,51	

RQEM% = Raiz quadrada do erro médio em porcentagem.

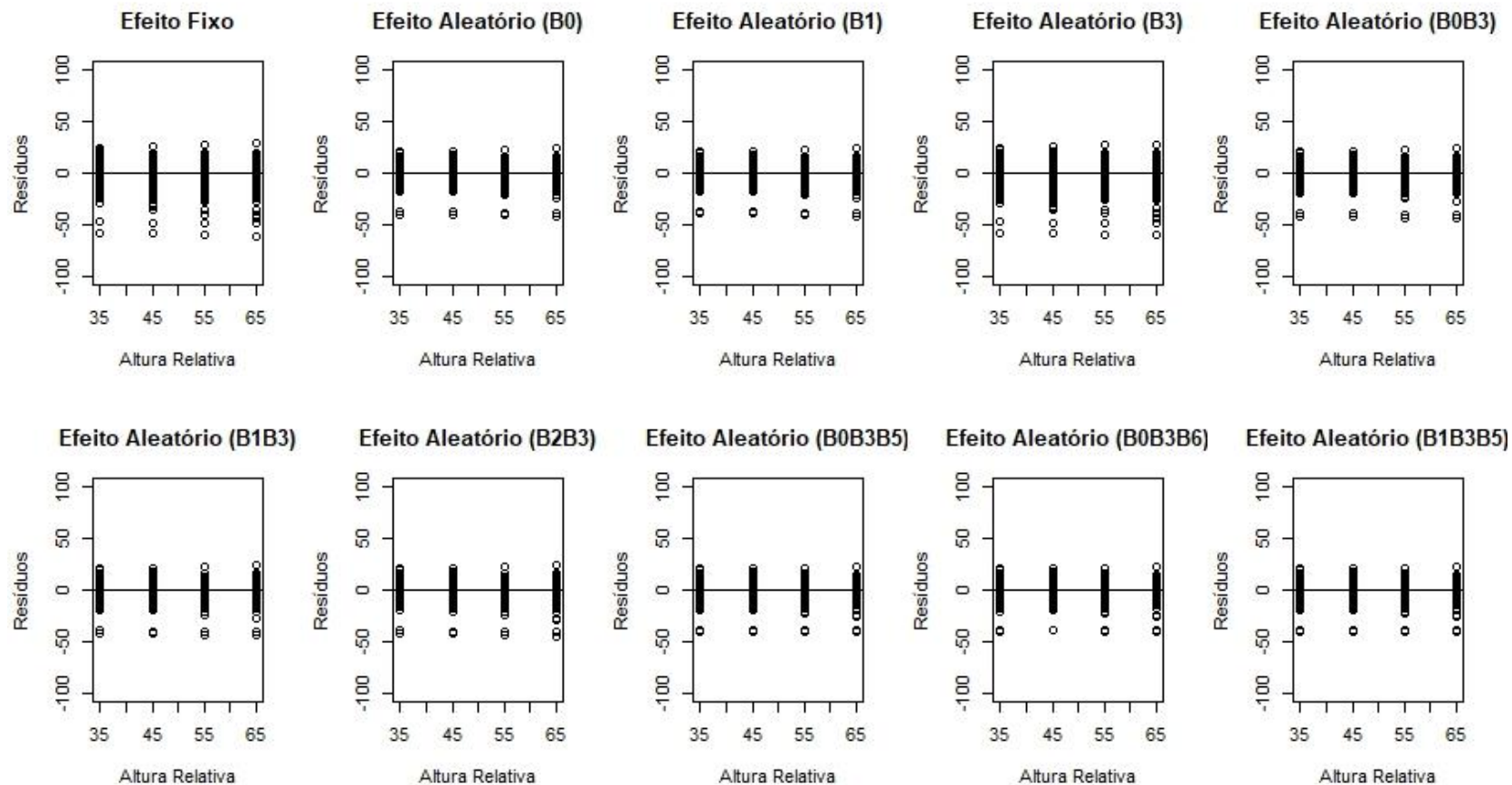


Figura 32 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes na porção mediana do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações, utilizando a Estratégia 2.

#### 4.4.2.4.3. Avaliação das estimativas de volumes para porção apical do fuste

No cenário 1, as três variações da equação de Kozak (2004) com um efeito aleatório para estimativas de volume da porção apical apresentaram no ajuste, valores de RQEM% de 7,00% a 9,94%. Tal resultado indicou que o uso de um efeito aleatório na equação de afilamento de Kozak (2004), propiciou uma melhora em relação ao modelo de efeitos fixos, acima de 14% na estatística RQEM%.

Já para o cenário 3, constatou-se que o uso de três coeficientes com efeitos aleatórios melhora consideravelmente as estimativas de volume da porção apical de fustes de *T. grandis*, pois os valores de RQEM% (7,00% a 7,03%) foram superiores aos obtidos no ajuste (11,67%).

De forma semelhante as estimativas de volume para porção mediana do fuste, os resíduos (Figura 33) para a variação do modelo de Kozak (2004) com três coeficientes aleatórios se demonstraram mais homogêneos e mais próximos ao eixo das abcissas quando comparado ao modelo com efeitos fixos. A amplitude dos resíduos para o terceiro cenário variou de -41,64% a 23,51%, enquanto que para o modelo tradicional a variação foi de -67,21% a 30,25%.

Tabela 30 - Variações do modelo ajustado de Kozak (2004) selecionados para estimativas de volume para porção apical do fuste para *Tectona grandis*, referentes aos cenários 1, 2 e 3, utilizando a Estratégia 2.

Modelo misto	Efeito aleatório	Porção do Fuste	RQEM%	Diferença%
cenário 1	$\beta_0$	75% a 95%	8,08	30,76
	$\beta_1$	75% a 95%	8,12	30,42
	$\beta_3$	75% a 95%	9,94	14,82
cenário 2	$\beta_0\beta_3$	75% a 95%	7,34	37,10
	$\beta_1\beta_3$	75% a 95%	7,36	36,93
	$\beta_2\beta_3$	75% a 95%	7,38	36,76
cenário 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	75% a 95%	7,01	39,93
	$\beta_0\beta_3\beta_6$	75% a 95%	7,00	40,02
	$\beta_1\beta_3\beta_5$	75% a 95%	7,03	39,76
Modelo Fixo		75% a 95%	11,67	

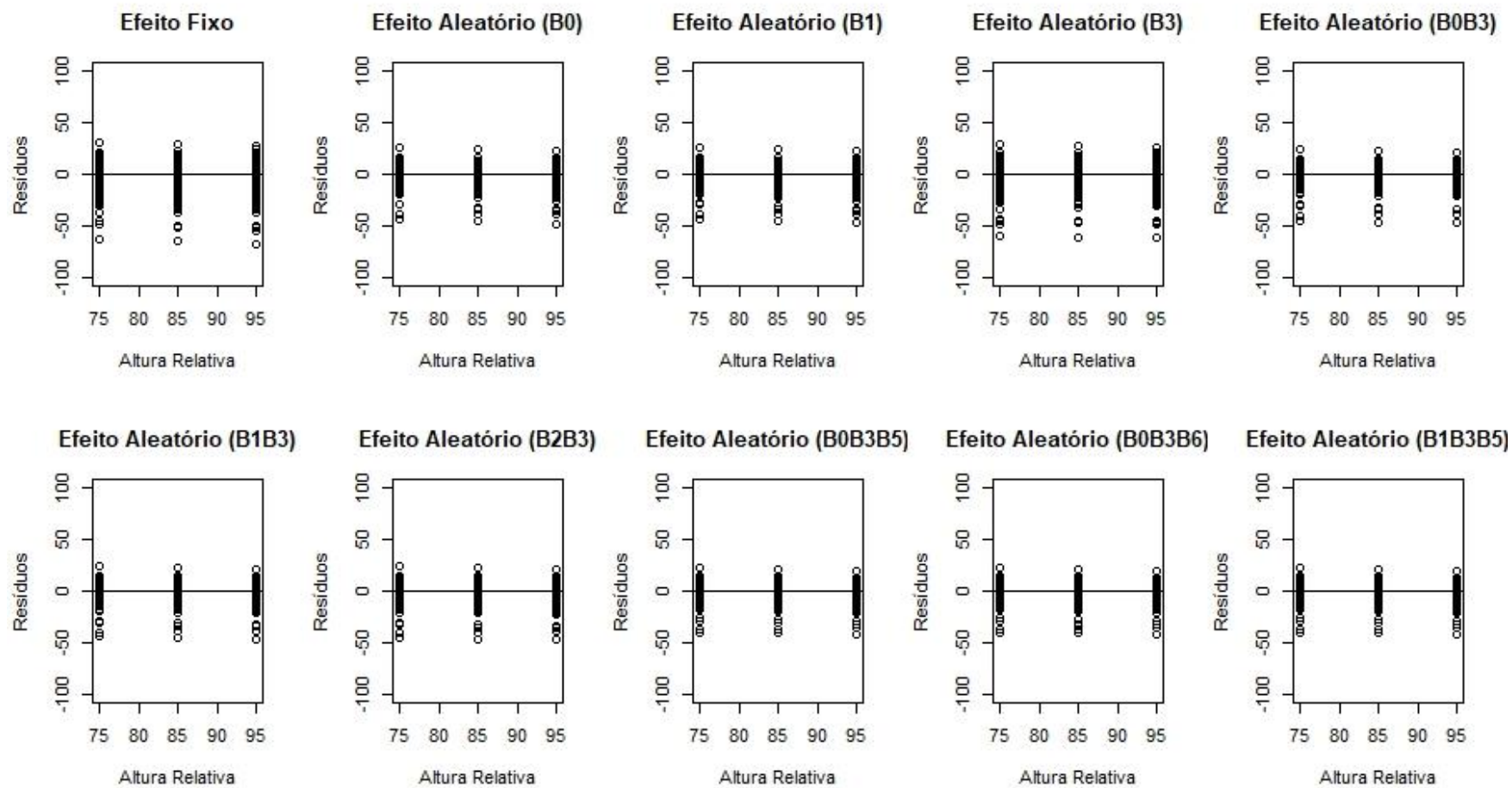


Figura 33 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volumes para porção apical do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações, utilizando a Estratégia 2.

#### 4.4.2.5. Estimativas dos diâmetros pela técnica de modelagem de efeitos mistos utilizando a classe de forma e classe diamétrica em multiníveis como efeito aleatório com estratificação por classes de idade

Assim como realizado na Estratégia 1, foi utilizada a variação do modelo de Kozak (2004) que apresentou melhores resultados na avaliação sem estratificação por classes de idade, utilizando a classe de forma e de diâmetros em multiníveis como efeito aleatório. Desta maneira, o modelo com os coeficientes aleatórios  $\beta_0\beta_3\beta_5$  foi utilizado na comparação com a modelagem tradicional.

Para as quatro classes de idade avaliadas, o modelo de Kozak (2004) com os coeficientes  $\beta_0\beta_3\beta_5$  como aleatórios, proporcionaram ganhos acima de 11% em relação a modelagem tradicional (Tabela 25). Para Classe 1, a qual varia de 5 a 10 anos, a raiz quadrada do erro médio para o modelo misto foi 9,81%, ao passo que para mesma estatística a modelagem com efeitos fixos obteve um valor de 12,52%, o que representa um ganho de 21,65% de precisão.

Para classe 4, a qual contém as árvores de maiores dimensões do povoamento, o ganho de precisão foi de 11,08% para o modelo misto em relação ao modelo fixo. Já para as classes 2 e 3, os ganhos de precisão foram de 15,86% e 11,54%, respectivamente.

Ao avaliar os resíduos (Figura 34), nota-se que a modelagem tradicional tende a superestimar os diâmetros ao longo fuste na classe de idade 1, ao passo que o modelo misto apresenta proporcionalidade entre sub e superestimativas até a altura relativa de 60%, e a partir deste ponto apresenta o mesmo comportamento do modelo tradicional. Para as demais classes de idade avaliadas (2, 3 e 4) a modelagem mista apresentou uma dispersão residual semelhante a modelagem com apenas efeitos fixos.

Tabela 31 – Avaliação das estimativas de diâmetros por classes de idade, comprando a modelagem tradicional com a modelagem de efeitos mistos.

Classe de Idade	Efeito aleatório	RQEM%	Diferença%
Classe 1	$\beta_0\beta_3\beta_5$	9,81	21,65
	Modelo Fixo	12,52	
Classe 2	$\beta_0\beta_3\beta_5$	7,43	15,86
	Modelo Fixo	8,83	
Classe 3	$\beta_0\beta_3\beta_5$	6,59	11,54
	Modelo Fixo	7,45	
Classe 4	$\beta_0\beta_3\beta_5$	7,14	11,08
	Modelo Fixo	8,03	

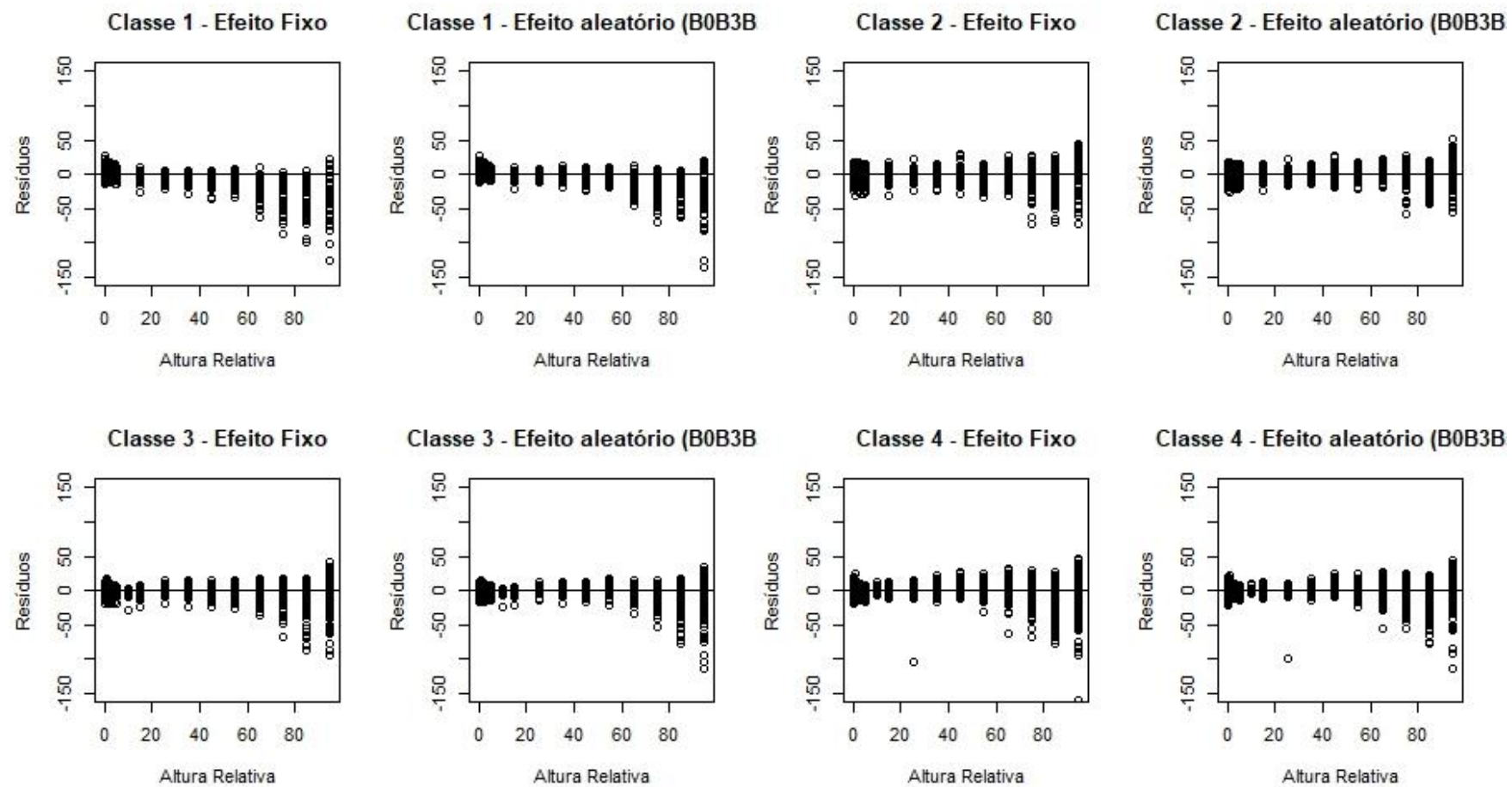


Figura 34 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de diâmetro por classes de idade do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

#### 4.4.2.6. Avaliação das Estimativas dos Volumes Pela Técnica de Modelagem de Efeitos Mistos Utilizando a Classe de Forma e Classe Diamétrica em Multiníveis Como Efeito Aleatório com Estratificação por Classes de Idade

Ao comparar a modelagem mista em relação a modelagem tradicional, para as estimativas dos volumes ao longo do fuste por classes de idade, nota-se que os ganhos de precisão foram superiores a 25% nas quatro classes de idade avaliadas (Tabela 26). A modelagem mista proporcionou estimativas com RQEM% abaixo de 10% para todas as classes de idade, exceto para a classe 1 (12,13%), com destaque para as classes 3 e 4, com 8,33% e 7,64%, respectivamente (Tabela 26).

Ao avaliar os resíduos para as estimativas de volume ao longo do fuste para a modelagem mista, verifica-se que estes são mais homogêneos e mais próximos ao eixo das abcissas em relação ao modelo com efeitos fixos. Os erros para modelagem mista variaram de -31,94% a 37,70% para classe 1, de -43,26% a 34,98% para classe 2, de -38,54% a 29,74% para classe 3 e, de -25,59% a 35,24% para classe 4 de idade.

Tabela 32– Avaliação das estimativas dos volumes por classes de idade, comparando a modelagem tradicional com a modelagem de efeitos mistos.

Classe de Idade	Efeito aleatório	r	RQEM%	Diferença%
Classe 1	$\beta_0\beta_3\beta_6$	0,99	12,13	43,53
	Modelo Fixo	0,36	21,48	
Classe 2	$\beta_0\beta_3\beta_6$	0,99	10,87	31,72
	Modelo Fixo	0,32	15,92	
Classe 3	$\beta_0\beta_3\beta_6$	0,99	8,33	25,56
	Modelo Fixo	0,36	11,19	
Classe 4	$\beta_0\beta_3\beta_6$	0,99	7,64	37,63
	Modelo Fixo	0,53	12,25	



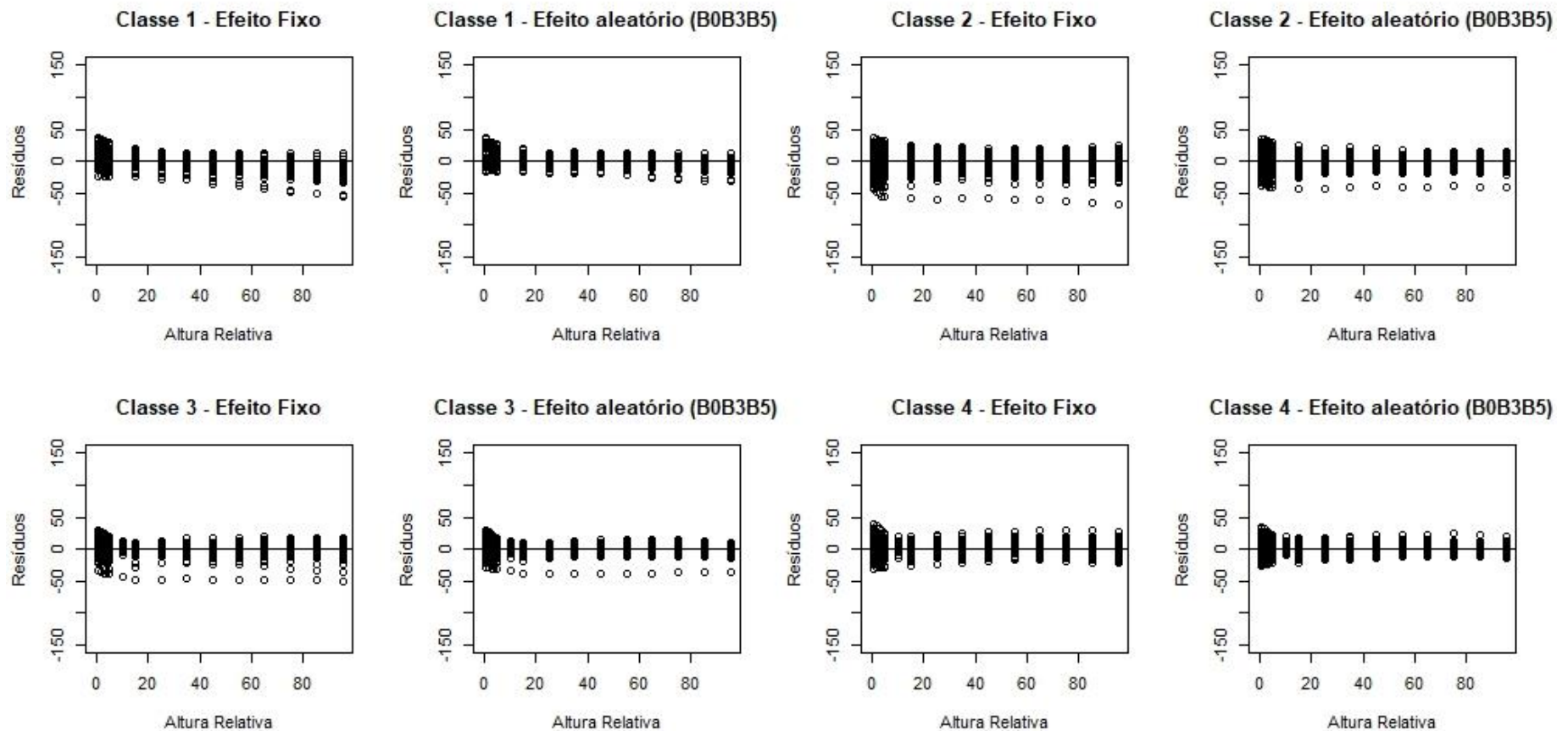


Figura 35 – Resíduos (%) em função da altura relativa para estimativas de volume por classes de idade do fuste de *Tectona grandis* para a equação de Kozak (2004) e suas variações.

## 5. CONCLUSÕES

Os modelos de forma variável foram mais acurados para descrever o perfil longitudinal dos fustes de *T. grandis*, quando comparadas as demais equações do tipo não segmentadas e segmentadas.

Dentre os modelos avaliados, a equação de Kozak (2004), teve melhor desempenho para estimativas de diâmetros sem estratificação do fuste.

A modelagem de efeitos mistos proporcionou estimativas mais precisas dos diâmetros e volumes, ao longo do fuste, principalmente nas porções centrais e apicais dos fustes, em relação à modelagem tradicional.

A árvore como efeito aleatório na modelagem mista possibilitou a redução da autocorrelação e heterocedasticidade residual, tanto para as estimativas de diâmetros quanto para as estimativas de volumes ao longo do tronco da espécie estudada.

Tanto com o uso da árvore como efeito aleatório, quanto com a utilização das classes de forma e de diâmetro em multiníveis, à medida que foi aumentado o número de coeficientes mistos, aumentou a precisão das estimativas de diâmetros e volumes.

A modelagem mista proporcionou estimativas com maior precisão dos diâmetros e volumes para as quatro classes de idade avaliadas quando comparada à modelagem tradicional, o que significa que a mesma pode ser utilizada nas diferentes fases de condução do povoamento.

A partir das duas estratégias avaliadas na pesquisa, a estratégia 1 proporcionou maiores ganhos de precisão para as estimativas de diâmetro e volume em relação a estratégia 2, além de corrigir a autocorrelação residual.

Na estratégia 1 (árvore como efeito aleatório) para estimativas de curvas individuais é necessário a predição do efeito aleatório, o que pode ser um inconveniente do ponto de vista prático. Já para a estratégia 2 (classes de forma e de diâmetro em multiníveis como efeito aleatório), é possível o uso de uma única equação, com efeitos aleatórios específicos para cada classe de forma e de diâmetro e permite a aplicação do modelo em dados advindos das unidades amostrais de inventários florestais, sem a necessidade do processo de calibração e/ou predição exigido quando o efeito é aplicado na árvore.

O processo de calibração bayesiana proporciona estimativas individuais precisas de diâmetros e volumes ao longo do fuste para *Tectona grandis*, além de representar um método promissor para previsão de efeitos aleatórios para dados de afilamento.

O uso do diâmetro à altura do peito, como informação prévia sobre o afilamento do fuste para obtenção da matriz residual no processo de calibração, demonstra-se eficiente na redução da autocorrelação residual. Assim, na coleta de dados do inventário florestal, não há necessidade da mensuração de mais medidas ao longo do fuste.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na prática, para implementação em um inventário florestal, o uso do efeito aleatório na árvore apresenta a necessidade de realizar a predição do efeito de cada árvore usando seus valores de diâmetro e/ou altura, ou ainda, pela determinação dos coeficientes aleatórios utilizando a aproximação do estimador de Bayes, caso se deseje a estimativa de curvas individuais.

A aplicação da modelagem não linear de efeitos mistos com efeito nas classes de forma e de diâmetros em multiníveis, não proporciona a eliminação da autocorrelação residual, devido ao efeito não ser aplicado na unidade onde ocorre a estrutura hierárquica entre as observações, neste caso, a árvore. Assim sendo, o pressuposto da independência entre as observações, assim como na modelagem tradicional, continua sendo violado, tornando os testes habituais, t, F e  $\chi^2$  ineficientes. Contudo, o uso dos efeitos utilizados na estratégia 2, melhoram as estimativas de diâmetros e volumes parciais para *Tectona grandis*, além de que, na prática, possibilita o uso de uma única equação para as diferentes classes de forma e diâmetros.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAF. **Anuário estatístico da ABRAF 2013: Ano base 2012**. Brasília: 2013.

ADU-BREDU, S.; OFORI, D.; RÆBILD, A.; HANSEN, J. K.; KOFFI, A.; VIGNERON, P.; KJÆR, E. Trait variations in 28-year-old teak (*Tectona grandis*) provenance field trials in Ghana, West Africa. **Southern Forests**, v. 1, n. 7, 2018. DOI: <https://doi.org/10.2989/20702620.2018.1490993>

ADU-BREDU, S.; BI, A. F. T.; BOUILLET, J. P.; MÉ, M. K.; KYEI, S. Y.; SAINT-ANDRE', L. An explicit stem profile model for forked and un-forked teak (*Tectona grandis*) trees in West Africa. **Forest Ecology and Management**. n. 255, p. 2189–2203, 2008.

ALVARADO, A. Nutricion y fertilizacion de la teca. **Informaciones Agronomicas**, n. 61, p. 1–8, 2006.

ALVES, R. R. F. S. **Estudo do crescimento de bovinos da raça guzerá utilizando modelos não lineares mistos**. 2016. 66 f. Dissertação (Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria) – UFV, Viçosa-MG, 2016.

AMIDON, E. L. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed conifer species in California. **Forest Science**, Washington, v.30, n.1, p.166-171, 1984.

ANDRADE, V. C. L. Modelos de taper do tipo expoente-forma para descrever o perfil do fuste de árvores. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 34, n. 80, p. 271-283, 2014.

ANDRADE, V. C. L.; SCHMITT, T. Modelos de taper empregados em florestas brasileiras nativas e em plantações florestais sem eucalipto e pinus. **Advances in Forestry Science**, v.4, n.1, p.89-92, 2017.

**ANDRIOTTI, J. L. S. Fundamentos de estatística e geoestatística. São Leopoldo: UNISINOS, 2003. 165 p.**

ASSIS, A. L. de; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. de; OLIVEIRA, A. D. de. Avaliação de modelos polinomiais não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v. 12, n. 1, p. 89-107, 2002.

ASSMANN, E. **The principles of forest yield study**. New York, Pergamon Press. 506p, 1970.

ARHENS, S.; HOLBERT, D. Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n.3, p.37-68, 1981.

ARIAS-RODIL, M.; CASTEDO-DORADO, F.; CÁMARA-OBREGÓN, A.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. Fitting and Calibrating a Multilevel Mixed Effects Stem Taper Model for Maritime Pine in NW Spain. **PLOS ONE**, Spain, 10(12), 2015.

BUDHATHOKI, B. C. **Mixed-effects modeling of shortleaf pine (*Pinus echinate* Mill.) growth data**. Thesis for doctor of philosophy. Oklahoma State University, Stillwater, OK, USA. 168 p. 2006.

BAILEY, R.L.; CLUTTER, J. L. Base-age invariant polymorphic site curves. **Forest Science**, v. 20, p. 155–159, 1974.

BARBOSA, M. **Uma abordagem para análise de dados com medidas repetidas utilizando modelos lineares mistos**. 2009. 118 f. Dissertação (Mestrado em estatística e experimentação agropecuária) - ESALQ, Piracicaba, 2009.

BERMEJO, I.; CAÑELLAS, I.; SAN MIGUEL, A. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. **Forest Ecology and Management**, v. 189, p. 97-110, 2004.

BEHRE, C. E. Preliminary notes on studies of tree form. **Journal of Forestry**, v.21, 507-511, 1923.

BENBRAHIM, M.; GAVALAND, A. A new stem taper function for short-rotation poplar. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v.18, p.377-383, 2003.

BI, H. Trigonometric variable-form taper equations for Australian Eucalyptus. **Forest Science**, Washington, v. 46, n.3, p. 397-407, 2000.

BIGING, G. S. Improved estimates of site index curves using a varying-parameter model. **Forest Science**, Washington, v. 31, n.1, p. 248–257, 1985.

BONETE, I. P. **Redes neurais artificiais e modelagem de efeitos mistos no estudo do perfil do tronco de *Pinus taeda* L.** 217f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – UNICENTRO, Irati, 2018.

BORGES, J. F. **Seccionamento, do fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada, através da função de forma polinomial**. 91f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1981.

BORDERS, B. E.; BAILEY, R. L.; WARE, J. D. Slash pine site-index from a polymorphic model by joining (splining) nonpolynomial segments with an algebraic difference method. **Forest Science**, v. 30, p. 411–423, 1984.

BOURIAUD, O.; STEFAN, G.; SAINT-ANDRÉ, L. Comparing local calibration using random effects estimation and Bayesian calibrations: a case study with a mixed effect stem profile model. **Annals of Forest Science**, 2019. <https://doi.org/10.1007/s13595-019-0848-5>

BRISCOE, C. Silvicultura y manejo de teca, Melina pochote. Turrialba, CR. Diseminación del cultivo de árboles de uso múltiple. **MADALEÑA/USAID/CAP/RENARM y FINNIDA/PROCAFOR**. Proyecto 1. CATIE Serie técnica, Informe Técnico N° 270, 44 p, 1995.

BRUCE, D. Some transformations of the Behre equation of tree form. **Forest Science**, Washington, v.18, n.2, p.164-166, 1972

BUENO-LÓPEZ, S. W.; BEVILACQUA, E. Nonlinear mixed model approaches to estimating merchantable bole volume for *Pinus occidentalis*. **Iforest**, v. 5, p. 247 – 254, 2012.

BUKOSKI, J. J.; BROADHEAD, J. S.; DONATO, D. C.; MURDIYARSO, D.; GREGOIRE, T. G. The use of mixed effects models for obtaining low-cost ecosystem carbon stock estimates in mangroves of the Asia-Pacific. **Plos One**, DOI:10.1371/journal.pone.0169096. 2017.

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Model selection and multimodel inference. Springer, NY. 2002.

CÁCERES FLORESTAL. **Manual do cultivo da teca**. Cáceres-MT, 2006. 32 p.

CALAMA, R.; MONTERO, G. Stand and tree-level variability on stem form and tree volume in *Pinus pinea* L.: A multilevel random components approach. **Investigación Agraria: Sistemas Recursos Forestales**. v. 15, n. 1, p. 24-41, 2006.

CALDEIRA, S. F.; CALDEIRA, S. A. F.; MENDONÇA, E. A. F.; DINIZ, N. N. Caracterização e avaliação da qualidade dos frutos de teca (*Tectona grandis* L.f.) produzidos no Mato Grosso. **Revista Brasileira de Sementes**, v. 22, n. 1, p. 216 – 224, 2000.

CAMPELLO JUNIOR, J. H.; PRIANTE FILHO, N.; CASEIRO, F. T. Caracterização macroclimática de Cuiabá. In: Encontro Nacional de Estudos Sobre o Meio Ambiente, **Londrina**, Brasil. 1991.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 4. ed. Viçosa-MG: UFV, 2013. 407 p.

CAO, Q. V.; WANG, J. Calibrating fixed- and mixed-effects taper equations. **Forest Ecology and Management**, v. 262, n. 4, p. 671-673, 2011.

CARVALHO, S. D. P.; RODRIGUEZ, L. C. E.; CALEGARIO, N.; SAVIAN, T. V.; LIMA, M. P.; SILVA, C. A.; MENDONÇA, A. R.; NICOLETTI, M. F. Modelagem não linear mista para descrever o afilamento de árvores clonais de *Eucalyptus* sp. **Scientia Forestalis**, v. 42, n. 104, p. 605-614, 2014.

CERQUEIRA, C. L.; MÔRA, R.; LENZI, I. L. C.; DRESCHER, R.; LIMA, E. M.; LISBOA, G. S.; FRANÇA, L. C. J. Modelagem da altura de *Pinus caribaea* var.

*hondurensis* em diferentes espaçamentos. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 2, n. 2, p. 93 – 99, 2017.

CIARNOSCHI, L. D. **Modelos de afilamento do tronco de *Araucaria angustifolia* (bertol.) kuntze, no oeste do estado de Santa Catarina**. 155f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Estadual de Santa Catarina, Lages, 2016.

CLUTTER, J. L. **The development of compatible analytic models for growth and yield of Loblolly pine**. Ph.D. dissertation, Duke University. 1961.

COSTA, E. A. **Modelo não linear misto para descrever o afilamento do tronco de *Araucaria angustifolia* no sul do Brasil**. 54 f. Monografia (Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

DAVID, H. D.; MARINHESKI FILHO, A.; PELISSARI, A. L.; PÉLLICO NETTO, S.; ARAÚJO, E. J. G.; BAUM, L. Critérios de estratificação para o ajuste de funções de afilamento em fustes de pinus. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 34, n. 79, p. 197-206, 2014.

DE LOS SANTOS-POSADAS, H.; MONTERO-MATA, M.; KANNINEN, M. Curvas dinâmicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. **Agrociencia**, v. 40, p. 521-532, 2006.

DEAN, C. Calculation of wood volume and stem taper using terrestrial single-image close-range photogrammetry and contemporary software tools. **Silva Fennica**, v. 37, n. 3, p. 359–380, 2003.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v.18, n.3, p.241–245, 1972.

DEMAERSCHALK, J. P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.3, n.1, p.90–94, 1973.

DIGGLE, P. J. An approach to the analysis of repeated measurements. **Biometrics**, v. 44, p. 959-971, 1998.

DOYOG, N. D.; LEE, Y. J.; LEE, S. Stem taper equation analysis for *Larix kaempferi* species in the central region of South Korea. **Journal of Sustainable Forestry**, v. 36, n. 8, p. 747 – 763, 2017.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied Regression Analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1998, 709p .

DUAN, A.; ZHANG, S.; ZHANG, X; ZHANG, J. Development of stem taper equations and modelling the effect of stand density on taper for Chinese fir plantations in Southern China. **PeerJ** 4. DOI 10.7717/peerj.1929. 2016.



FANG, Z.; BAILEY, R. L. Nonlinear mixed effects modeling for Slash Pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. **Forest Science**, Washington, v.47, n.3, p.287-300, 2001.

FAVALESSA, C. M. C. **Funções de afilamento segmentadas e não segmentadas para povoamentos de *Tectona grandis* L.f. no município de Rosário Oeste – MT.** 108f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais e Ambientais) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2011.

FAVALESSA, C. M. C.; UBIALLI, J. A.; CALDEIRA, S. F.; DRESCHER, R. Funções de afilamento não segmentadas e segmentadas para *Tectona grandis* na região centro-sul matogrossense. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 32, n. 72, p. 373–387, 2012.

FERMINO JUNIOR, P. C. P.; NAGAO, E. O.; SCHERWINSKI-PEREIRA, J. E. Estabelecimento, germinação e multiplicação *in vitro* de teca (*Tectona grandis* L.f.) a partir de genótipos da Amazônia Sul-Occidental. **Scientia Forestalis**, v. 37, n. 84, p. 427–435, 2009.

FERNANDES, T. J. **Curva de crescimento do fruto do cafeeiro em diferentes alinhamentos de plantio utilizando modelos não lineares.** 2012. 80 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2012.

FERRAZ FILHO, A. C.; MOLA-YUDEGO, B.; RIBEIRO, A.; SCOLFORO, J. R. S.; LOOS, R. A.; SCOLFORO, H. F. Height-diameter models for *Eucalyptus* sp. plantations in Brazil. **Cerne**, v.24, n.1, p. 9-17, 2018.

FERREIRA, W. L. **Análise de dados com medidas repetidas em experimento com ingestão de café.** 2012. 103 f. Mestrado (Pós-graduação em estatística e experimentação agrícola). Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2012.

FERREIRA, D. F. **Recursos Computacionais Utilizando R.** Universidade Federal de Lavras, Lavras – MG, 2013.

FIGUEIREDO, E. O.; SCOLFORO, J. R. S; OLIVEIRA, A. D. de. Seleção de modelos polinomiais para representar o perfil e volume do fuste de *Tectona grandis* L. **Acta Amazônica**. Manaus. v.36, n.4, 2006.

FIGUEIREDO FILHO, A. **Influência da resinagem no crescimento de *Pinus elliottii* Engelm. var. *elliottii* e sua avaliação econômica.** 1991. 138 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B.E.; HITCH, K.L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, p.36-46, 1996.

FLOREZ, J. B.; TRUGILHO, P. F.; LIMA, J. T.; HEIN, P. R. C.; SILVA, R. M. Caracterización de la madera joven de *Tectona grandis* L.f. plantada em Brasil.

**Madera y Bosques**, v. 20, n. 1, p. 11 – 20, 2014.

FONWEBAN, J.; GARDINER, B.; MACDONALD, E.; AUTY, D. Taper functions for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Northern Britain. **Forestry**, v. 84, n. 1, p. 49–60, 2011.

FRIEDL, R. A. **Dinâmica e prognose na forma dos fustes em povoamentos plantados de *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze.** 167f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1989.

GARBER, S. M.; MAGUIRE, D. A. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.179, n.1–3, p.507–522, 2003.

GARCIA, O. 1983. A stochastic differential equation for height growth of forest stands. **Biometrics**, v. 39, p 1059–1072, 1983.

GARCIA, M. L. **Intensidade de desbaste em um povoamento de *Tectona grandis* L.f., no município de Sinop – MT.** 2006. 45 f. Dissertação (Mestrado em Agricultura Tropical) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

GARCÍA-ESPINOZA, G. G.; AGUIRRE-CALDERÓN, O. A.; QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; ALANÍS-RODRÍGUEZ, E.; SANTOS-POSADAS, H. M.; GARCÍA-MAGAÑA, J. J. Taper and Volume Systems Based on Ratio Equations for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Mexico. **Forests**, v.9, p 3 – 14, 2018.

GLÓRIA, L. S. **Estimação de parâmetros não-lineares no R e no SAS: aplicações para cinética digestiva e crescimento em ruminantes.** 65f. Dissertação (Mestrado em Ciência Animal) - Universidade Estadual Do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos Dos Goytacazes, 2014.

GOMEZ-GARCÍA, E.; CRECENTE-CAMPO, F.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. Selection of mixed-effects parameters in a variable– exponent taper equation for birch trees in northwestern Spain. **Annals of Forest Science**, v. 70, n.7, p.707–715, 2013.

GONÇALVES, J. L. M.; ALVARES, C. A.; SOUZA, A. H. B. N. S.; ARTHUR JUNIOR, J. C. Caracterização edafoclimática e manejo de solos das áreas com plantações de eucalipto. In: SCHUMACHER, M. V.; VIEIRA, M. (Ed.). **Silvicultura do eucalipto no Brasil.** Santa Maria: Editora UFSM, 2015. p. 113–155.

GRAY, H. R. **The form and taper of forest-tree stems** (Institute Paper n° 32). Imperial Forestry Institute, University of Oxford, Oxford, 80p, 1956.

GREGOIRE, T. G.; SCHABENBERGER, O. A nonlinear mixed-effects model to predict cumulative bole volume of standing trees. **Journal of Applied Statistics**. v. n. 23, p. 257-271, 1996.

GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Econometria Básica**. 5. ed. Porto Alegre-RS: AMGH, 2012. 923 p.

HENNING, J.G.; RADTKE, P. J. Detailed stem measurements of standing trees from ground-based scanning lidar. **Forest Science**, v. 52, n. 1, p.67–80, 2006.

HESS, A. F.; SCHNEIDER, P. R. Crescimento em volume de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze em três regiões do Rio Grande do Sul, Brasil. **Ciência Florestal**, v. 20, n. 1, p. 107-122, 2010.

IBA. **Anuário estatístico da IBA 2016**: Ano base 2016. Brasília: 2017.

JUDGE, G. G.; GRIFFITHS, W. E.; HILL, R. C.; LUTKEPOHL, H.; LEE, T.C. **The theory and practice of econometrics**. 2. ed. Wiley and Sons, New York. 1985.

JULIANO, S. A.; WILLIAMS, F. M. A comparison of methods for estimating the functional response parameters of the random predator equation. **J. Anim Ecol**, v. 56, p. 641-653, 1987.

KOHLER, S. V.; KOEHLER, H. S; FIGUEIREDO FILHO. A.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A. Evolution of tree stem taper in *Pinus taeda* stands. **Ciencia Rural**, v. 46, n. 7, p. 1185–1191, 2016.

KOLLERT, W.; KLEINE, M. **The Global Teak Study Analysis, Evaluation and Future Potential of Teak Resources**. International Union of Forest Research Organizations (IUFRO), Vienna. 2017. 108 p.

KOZAK, A. A variable-exponent taper equation. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 18, n. 11, p. 1363-1368, 1988.

KOZAK, A. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 27, p. 619–629, 1997.

KOZAK, A. My last words on taper equations. **Forestry Chronicle**, v. 80, n. 4, p. 507-515, 2004.

KRISHNAPILLAY, B. Silviculture and management of teak plantations. **Unasylva**, v. 51, n. 201, p. 14-21, 2000.

LANSSANOVA, L. R. **Ajuste de funções de afilamento para espécies florestais comerciais do bioma amazônico matogrossense**. 165f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais e Ambientais) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2012.

LANSSANOVA, L. R.; UBIALLI, J. A.; ARCE, J. E.; PELISSARI, A. L.; FAVALESSA, C. M.; DRESCHER, R. Avaliação de funções de afilamento para a estimativa de diâmetro de espécies florestais comerciais do bioma amazônico mato-grossense. **Floresta**, Curitiba, v.43, n.2, p.215-224, 2013.

LANSSANOVA, L. R.; ALBA DA SILVA, F.; SCHONS, C. T.; PEREIRA, A. C. Comparação entre diferentes métodos para estimativa volumétrica de espécies comerciais da Amazônia. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 3, n. 1, p. 109 – 115, 2018.

LAPPI, J.; BAILEY, R. L. A height prediction model with random stand and tree parameters: An alternative to traditional site index methods. **Forest Science**. V. 38, n. 2, p. 409–429, 1988.

LAPPI, J. Calibration of Height and Volume Equations with Random Parameters. **Forest Science**, v. 37, p. 781 – 801, 1991.

LAPPI, J.; MALINEN, J. Random-parameter height/age models when stand parameters and stand age are correlated. **Forest Science**, v. 40, p. 715–731, 1994.

LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. **Forest Science** (Monograph), Washington, p.1-41, 1963

LEE, W. K.; SEO, J. H.; SON, Y. M.; LEE, K. H.; von GADOW, K. Modeling stem profiles for *Pinus densiflora* in Korea. **Forest Ecology and Management**, v. 172, n. 1, p. 69-77, 2003.

LEITE, H. G.; OLIVEIRA-NETO, R. R.; MONTE, M. A.; FARDIN, L.; ALCANTARA, A. M.; BINOTI, M. L. M. S.; CASTRO, R. V. O. Modelo de afilamento de cerne de *Tectona grandis* L.f. **Scientia Forestalis**, n. 89, p. 53-59, 2011.

LEITES, L. P.; ROBINSON, A. P. Improving taper equations of loblolly pine with crown dimensions in a mixed-effects modeling framework. **Forest Science**, v. 50, n. 204-212, 2004.

LEJEUNE, G.; UNG, G.; FORTIN, M.; GUO, X. J.; LAMBERT, M.; RUEL, J. A simple stem taper model with mixed effects for boreal black spruce. **European Journal Forest Research**, DOI 10.1007/s10342-009-0300-8. 2009.

LEUANGTHONG, O.; McLENNAN, J. A.; DEUTSCH, C. V. Minimum acceptance criteria for geostatistical realizations. **Natural Resources Research**, v. 13, n. 3, p. 131–141, 2004.

LI, R.; WEISKITTEL, A. R. Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. **Annals of Forest Science**, Springer Verlag/EDP Sciences, v. 67, n.3, p. 302p1-p16, 2010.

LYNCH, T. B. A. Random-Parameter Height-Dbh Model for Cherrybark Oak. **SJAF**, v. 29, n. 1, 2005.

- LUMBRES, R. I.; AZYLEAH, C. A.; PAMPOLINA, N. M.; CALORA, N. M.; LEE, Y. J. Comparison of stem taper models for the tropical tree species in Mount Makiling, Philippines. **J.Mt.Sci**, v. 13, n. 3, p. 536 -545, 2016.
- MACFARLANE, D. W.; WEISKITTEL, A. R. A new method for capturing stem taper variation for trees of diverse morphological types. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 815, n. 949, p. 804-815, 2016.
- MACHADO, S. A.; URBANO, E.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEIREDO FILHO, A.; FIGUEIREDO, D. J. Comparação de modelos de afilamento do tronco para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa*. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 48, p. 41-64, 2004.
- MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO A. F. **Dendrometria**, 2 ed., Guarapuava: Unicentro, 2006. p.316p.
- MATA, M. M. **Factores de sitio que influyen en el crecimiento de *Tectona grandis* L. f. y *Bombacopsis quinata* (Jacq.) Dugand, en Costa Rica**. 1999. 77 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidad Austral de Chile, Valdivia.
- MATSUSHITA, R. Y. **Modelos longitudinais mistos com correlação serial nos erros**. 198f. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994.
- MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283-289, 1976.
- MCDILL, M. E.; AMATEIS, R. L. Measuring forest site quality using the parameters of dimensionally compatible height growth function. **Forest Science**, v. 34, n.4, p. 907–927, 1992.
- MEDEIROS, R. A. **Potencial produtivo, manejo e experimentação em povoamentos de *Tectona grandis* L.f. no estado de Mato Grosso**. 2016. 198 f. Doutorado (Pós-graduação em Ciências Florestais) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2016.
- MELO, L. C.; BARRETO, P. A. B.; OLIVEIRA, F. G. R. B.; NOVAES, A. B. Estimativas volumétricas em povoamento de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* no sudoeste da Bahia. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 33, n. 76, p. 379-386, 2013.
- MENDONÇA, A. R.; CALEGARIO, N.; SILVA, G. F.; SOUZA, A. L.; TRUGILHO, P. F.; CARVALHO, S. P. C.; POSSATO, E. L. Modelagem da produção de sortimentos em povoamento de Eucalipto. **Cerne**, v. 20, n. 4, p. 587-594, 2014.
- MENG, S. X.; HUANG, S. Improved Calibration of Nonlinear Mixed-Effects Models Demonstrated on a Height Growth Function. **Forest Science**, v. 55, n. 3, 2009.

MÔRA, R.; SILVA, G. F.; GONÇALVES, F. G.; SOARES, C. P. B.; CHICHORRO, J. F.; CURTO, R. A. Análise de diferentes formas de ajuste de funções de afilamento. **Scientia Forestalis**, v. 42, n. 102, p. 237-249, 2014.

MORA, F.; HERNÁNDEZ, W. Estimación del volumen comercial por producto para rodales de teca en el pacífico de Costa Rica. **Agronomía Costarricense**, v. 31, n. 1, p. 101–112, 2007.

MÔRA, R. **Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeitos mistos em fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna***. 2015. 277 f. Doutorado (Pós-graduação em engenharia florestal) - Universidade federal do Paraná, Curitiba, 2015.

MYERS, R. H. **Classical and modern regression with applications**, 2nd edn. Duxbury Press, Belmont. 1990.

NICOLETTI, M. F.; MACHADO, S. A.; CARVALHO, S. P. C.; FIGUEIREDO FILHO, A.; SANQUETTA, C. R. Descrição do perfil do fuste de árvores por meio das funções de afilamento. **Scientia Agraria Paranaensis**, v. 15, n. 4, p. 365-372, 2016.

NICOLETTI, M. F. **Modelagem Não Linear Mista e Método Bivariado para *Pinus taeda* L.** 2017. 129 f. Doutorado (Pós-graduação em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

ÖZÇELİK, R.; BROOKS, J. R. Compatible volume and taper models for economically important tree species of Turkey. **Annals of Forest Science**, v. 69, p. 105-118, 2012.

ORMEROD, D. W. A simple bole model. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v.49, n.3, p.136–138, 1973.

PANDEY, D.; BROWN, C. Teak: a global overview. **Unasyuva**, v. 51, n. 201, p. 3-13, 2000.

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. A volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 17, p. 250-259, 1987.

PELLISSARI, A. L.; FIGUEIREDO FILHO, A.; CALDEIRA, S. F.; MACHADO, S. A. Geoestatística aplicada ao manejo de povoamentos florestais de teca, em períodos pré-desbaste seletivo, no estado do Mato Grosso. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 32, n. 3, p. 74-85, 2014.

PELLISSARI, A. L. **Geoestatística aplicada ao manejo de povoamentos de *Tectona grandis* L.** f. 2015. 119 f. Doutorado (Pós-graduação em Engenharia Florestal), Universidade Federal do Paraná. Curitiba, Paraná, 2015.

PELLISSARI, A. L.; ROVEDA, M.; CALDEIRA, S. F.; SANQUETTA, C. R.; DALLA CORTE, A. P.; RODRIGUES, C. K. Geostatistical modeling of timber volume

spatial variability for *Tectona grandis* L. f. precision forestry. **Cerne**, v. 23, n. 1, p. 115-122, 2017.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D.M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. Springer, New York, 537p., 2000.

PRODAN, M. PETERS, R. COX, F.; REAL, P. **Mensura forestal**. San José, Costa Rica: IICA, 1997. 586p.

QUEIROZ, D. **Avaliação de funções de afilamento e sortimentos para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

R Core Team (2014). **R: A language and environment for statistical computing** R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>.

RAMOS, M. **Comparação de métodos para estimar o volume comercial em floresta ombrófila densa no estado do Amazonas**. 54 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irapati, 2012.

REGAZZI, A. J.; SILVA, C. H. O. Testes para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear em dados de experimento com delineamento em blocos casualizados. **Revista Ceres**, Viçosa, v. 57, n.3, p. 315-320, 2010.

RENCHEER, A. C.; SCHAALJE, G. B. **Linear models in statistics**. 2<sup>nd</sup> ed. New Jersey: J. Wiley, 2008. 672 p.

ROCHA, A. L. M. M. **Modelos Lineares Mistos: Uma Abordagem Bayesiana**. 58 f. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Universidade de Brasília, Brasília, 2017.

RODRÍGUEZ, F.; LIZARRALDE, I; BRAVO, F. Additivity on nonlinear stem taper functions: A case for Corsican pine in northern Spain. **Forest Science**, v. 59, n. 4, p. 464–471, 2013.

ROJO, A.; PERALES, X.; SÁNCHEZ-RODRÍGUEZ, F.; GONZÁLEZALVAREZ J. G.; Von GADOW, K. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.124, n.3, p.177-186, 2005.

RUSLANDI, W. P.; CROPPER, J.; PUTZ, F. E. Tree diameter increments following silvicultural treatments in a dipterocarp forest in Kalimantan, Indonesia: A mixed-effects modelling approach. **Forest Ecology and Management**. n. 396 p. 195–206, 2017.

SANTOS, M. A. Funções de Kozak et al. para afilamento de *Cordia goeldiana* huber em plantio homogêneo no município de Vilhena – RO. 53f. Monografia (Graduação em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Mato Grosso, 2016.

SCHABENBERGER, O.; PIERCE, F. J. **Contemporary statistical models: for the plant and soil sciences**. 730p., 2002.

SCHIKOWSKI, A. B.; DALLA CORTE, A. P.; SANQUETA, C. R. Estudo da forma do fuste utilizando redes neurais artificiais e funções de afilamento. **Pesquisa Florestal Brasileira**. Colombo. v. 35, n. 82, p. 119-127, 2015.

SCHÖEPFER, W. **Autimatisierung des massen, sorten and wertberechnung stenender waaldbestande schriftenreihe bad**. [S.l.]: Wurttt-Forstl., 1966.

SCHRODER, T.; ARNONI, E. C.; VALÉRIO, A. F.; LISBOA, G. S. Taper equations for *Pinus elliottii* Engelm. in Southern Paraná, Brazil. **Forest Science**, v. 61, n. 2, p. 311-319, 2014.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MELLO, J. M. de; MAESTRI, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliotti*. **Cerne**, v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.

SCOLFORO, J. R. S.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Biometria florestal**. Lavras: Universidade Federal de Lavras / Fundação de Apoio ao Ensino, Pesquisa e Extensão. 1998.

SEARLE, S. R.; CASELLA, G.; MCCULLOCH, C. E. **Variance components**. A John Wiley & Sons, inc., Publication. 2006.

ŞENYURT, M.; ERCANLI, I.; BOLAT, F. Taper equations based on nonlinear mixed effect modeling approach for *Pinus nigra* in Çankırı forests. **Bosque**. v. 38, n.3, p. 545-554, 2017.

SILVA, J. A. **Seleção de parcelas amostrais aplicadas em povoamentos de Pinus taeda L. para fins biométricos em Santa Maria - RS**. 1974. 87 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Rural) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de taper não segmentados e segmentados na estimação de altura e volume comercial de fustes de Eucalyptus sp.** 107f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2007.

SOUZA, C. A. M.; CHASSOT, T.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; FLEIG, F. D. Modelos de afilamento para o sortimento do fuste de *Pinus taeda* L. **Ciência Rural**, v. 38, n. 9, p. 2506-2511, 2008.

SOUZA, G. S. A.; CONSENZA, D. N.; ARAÚJO, A. C. S. C.; PIMENTA, L. V. A.; SOUZA, R. B.; ALMEIDA, F. M.; LEITE, H. G. Evaluation of non-linear taper



equations for predicting the diameter of eucalyptus trees. **Revista Árvore**, v. 42, n. 1, 2018.

SPIESS, A. N.; NEUMEYER, N. An evaluation of  $R^2$  as an inadequate measure for nonlinear models in pharmacological and biochemical research: A Monte Carlo approach. **BMC Pharmacol**, v. 10, n. 6, 2010.

SUN, Y.; GAO, H.; LI, F. Using linear mixed-effects models with quantile regression to simulate the crown profile of planted *Pinus sylvestris* var. Mongolica Trees. **Forests**, v. 8, n. 446, p 2 – 18, 2017.

ROCHA, A. L. M. M. **Modelos Lineares Mistos (Uma Abordagem Bayesiana)**. 50f. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade de Brasília, 2017.

TANAKA, N.; HAMAZAKI, T.; VACHARANGKURA, T. Distribution, growth and site requirements of teak. **Japan Agricultural Research Quarterly**, v. 32, p. 65-77, 1998.

TANG, X.; CRUZADO, C. P.; FEHRMANN, L.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; LU, Y.; KLEINN, C. Development of a Compatible Taper Function and Stand-Level Merchantable Volume Model for Chinese Fir Plantations. **Plos one**, 2016. DOI:10.1371/journal.pone.0147610

TASSIA, G; BURKHART, H. E. An application of mixed effects analysis to modeling thinning effects on stem profile of loblolly pine. **Forest Ecology and Management**, v. 103, p. 87-101, 1998.

TEIXEIRA, L. C. **Modelos Lineares Mistos na estimação do dispêndio energético em adultos**. 104f. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Modelação) - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2009.

TEMESGEN, H. T.; MONLEON, V. J. M.; HANN, D. W. H. Analysis and comparison of nonlinear tree height prediction strategies for Douglas-fir forests. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 38, n. 3, p. 553-565, 2008. doi: 10.1139/X07-104.

TEWARI, V. P.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; GADOW, K. V. Dynamic base-age invariant site index models for *Tectona grandis* in peninsular India. **Southern Forests: a Journal of Forest Science**, v. 76, p. 21-27, 2014.

TEWARI, V. P.; SINGH, B. A first-approximation simple dynamic growth model for forest teak plantations in Gujarat state of India. **Southern Forests: a Journal of Forest Science**, v. 26, n. 20, p. 1-7, 2017.

TRASOBARES, A.; PUKKALA, T. Using past growth to improve individual-tree diameter growth models for uneven-aged mixtures of *Pinus sylvestris* L. and *Pinus nigra* Arn. in Catalonia, north-east Spain. **Annals of Forest Science**, v.61, p. 409–417, 2004.

THIERSCH, A. **A eficiência das distribuições diamétricas para prognose da**

**produção de Eucalyptus camaldulensis.** 155 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1997.

TRINCADO, G.; CURTIS, L.; BURKHART, H. E. Regional mixed-effects height–diameter models for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations. **European Journal of Forest Research**, v.126, p. 253–262, 2007.

TRINCADO, G.; BURKHART, H. E. A generalized approach for modeling and localizing stem profile curve. **Forest Science**, v. 52, p. 670-682, 2006.

TSUKAMOTO FILHO, A. de A.; SILVA, M. L. da; COUTO, L.; MÜLLER, M. D. Análise econômica de um plantio de teca submetido a desbastes. **Revista Árvore**, v. 27, n. 4, p. 487–494, 2003.

URIAS, J. C. T.; DÍAS, E. R.; BARRAZ, G. Q.; PRADO, C. O.; GONZÁLEZ, J. C. M. Sistema de cubicación para árboles individuales de *Quercus* sp. en bosques bajo manejo de Puebla, México. **Revista Mexicana de Ciencias Forestales**, v. 8, n. 40, p. 7 – 26, 2017.

VAIDES, E.; UGALDE, L.; GALLOWAY, G. Crecimiento y productividad de teca em plantaciones forestales jóvenes en Guatemala. **Recursos Naturales y Ambiente**, n. 46, p. 137–145, 2005.

VERBEKE, G.; FIEUWS, S.; MOLENBERGHS, G. The analysis of multivariate longitudinal data: A review. **Stat Methods Med Res**, v. 23, n.1, p. 42 – 59, 2014.

VONESH, E. F.; CHINCHILLI, V. M. **Linear and nonlinear models for the analysis repeated measurements.** Marcel Dekker Inc, New York. 1997. 546p.

WARNER, A. J.; JAMROENPRUCKSA, M.; PUANGCHIT, L. Development and evaluation of teak (*Tectona grandis* L.f.) taper equations in northern Thailand. **Agriculture and Natural Resources**, v. 50, n. 5, p. 362-367, 2016.

WEST, P. W.; RATKOWSKY, D. A.; DAVIS, A. W. Problems of hypothesis testing of regressions with multiple measurements from individual sampling units. **Forest Ecology and Management**, v.7, p. 207-224, 1984 - doi: 10.1016/0378-1127(84)900 68-9.

WESTFALL, J. A. Strategies for the use of mixed-effects models in continuous forest inventories. **Environ Monit Assess.** DOI 10.1007/s10661-016-5252-0. 2016.

WYZYKOWSKI, J. **Modelo de regressão não linear misto para a descrição do crescimento vegetativo do cafeeiro.** 127 f. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária). Universidade Federal de Lavras, Lavras - MG, 2015.

YANG, Y.; HUANG, S.; TRINCADO, G.; MENG, S. X. Nonlinear mixed-effects modelling of variable-exponent taper equations for lodgepole pine in Alberta, Canada. **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.128, n.4, p.415–

429, 2009.

YANG, Y.; HUANG, S. On the statistical and biological behaviors of nonlinear mixed forest models. **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.132, n.6, p. 727-736, 2013.

YOSHITANI JUNIOR, M.; NAKAJIMA, N. Y.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A.; DRUSZCZ, J. P.; HOSOKAWA, R. T.; MELLO, A. A. Funções de afilamento para plantios desbastados de *Pinus taeda*. **Floresta**, v. 42, n. 1, p. 169-176, 2011.

ZEVIANI, W. M.; RIBEIRO JÚNIOR, P. J.; BONAT, W. H. **Modelos de regressão não linear**. Curso. Departamento de Estatística UFPR. 58º RBRAS e 15º SEAGRO Campina Grande – PB, 22 a 26 de julho de 2013.

ZUUR, A. F.; IENO, E. N.; WALKER, N. J.; SAVELIEV, A. A.; SMITH, G. M. **Mixed Effects Models and Extensions in Ecology with R**. Springer. 2008.