

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO  
BÁSICA: UMA PROPOSTA PARA A  
FORMAÇÃO INICIAL DOS PROFESSORES DO  
MAGISTÉRIO**

**GUARAPUAVA - PR**

**2018**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE - UNICENTRO-PR**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO  
BÁSICA: UMA PROPOSTA PARA A FORMAÇÃO  
INICIAL DOS PROFESSORES DO MAGISTÉRIO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANTONIO ROBERTO BASTOS**

**GUARAPUAVA PR**

**2018**

**ANTONIO ROBERTO BASTOS**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA PROPOSTA PARA  
A FORMAÇÃO INICIAL DOS PROFESSORES DO MAGISTÉRIO**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Sandro Aparecido dos Santos

Orientador

GUARAPUAVA, PR

2018

Catálogo na Publicação  
Biblioteca Central da Unicentro, Campus Cedeteg

B327m Bastos, Antonio Roberto  
Modelagem matemática na educação básica: uma proposta para a formação inicial dos professores do magistério / Antonio Roberto Bastos. -- Guarapuava, 2018.  
x, 121 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2018

Inclui Produto Educacional intitulado: Modelagem matemática na formação inicial de docentes: perspectivas para o ensino de matemática na educação básica / proposta de ensino por meio da modelagem matemática na formação inicial de docentes da educação básica

Orientador: Sandro Aparecido dos Santos  
Banca examinadora: Sandro Aparecido dos Santos, Martinho Machado Junior, Márcio André Martins

Bibliografia

1. Ciências Naturais. 2. Matemática. 3. Educação matemática. 4. formação docente. 5. Ensino médio. 6. Aprendizagem significativa. 7. Modelagem matemática. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

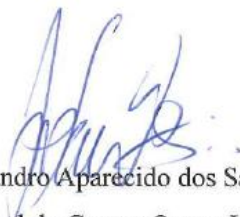
| CDD 510.7

**ANTONIO ROBERTO BASTOS**

**MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DOS  
PROFESSORES DO MAGISTÉRIO: UMA PERSPECTIVA PARA A FORMAÇÃO  
MATEMÁTICA**

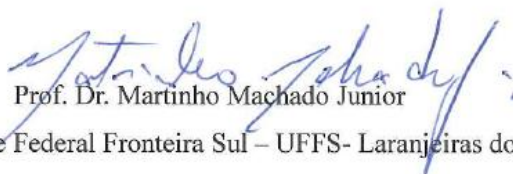
Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para obtenção do título de Mestre.

Aprovada em 02 de março de 2018.



Prof. Dr. Sandro Aparecido dos Santos

Universidade Estadual do Centro-Oeste -UNICENTRO  
Orientador



Prof. Dr. Martinho Machado Junior

Universidade Federal Fronteira Sul – UFFS- Laranjeiras do Sul



Prof. Dr. Márcio André Martins

Universidade Estadual do Centro-Oeste -UNICENTRO

Guarapuava, PR  
2018

Para minha mãe Anna Gesi Ramos Bastos (*in memoriam*), que me ensinou respeito, força, fé, honestidade, lealdade, amizade e amor. A senhora nunca será esquecida.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida, sabedoria, inteligência, paciência, fé e força de vontade. Todos precisam de um alento e, certamente, o criador nos ampara em todas as horas. Também, agradeço minha família, especialmente meus filhos Wellington Rodrigo, Luis Henrique e Dhienyfer e minha esposa Sônia, por estarem sempre ao meu lado e demonstrarem entendimento diante de todas as situações; vocês são tudo em minha vida e eu não poderia ter uma família melhor.

Gostaria de agradecer especialmente ao meu orientador, professor Sandro Aparecido dos Santos, por se dispor a dividir comigo seus conhecimentos, que foram fundamentais para que este trabalho fosse desenvolvido. Também devo agradecer a todos os integrantes do colégio em que as atividades foram desenvolvidas, cuja disponibilidade e boa vontade contribuíram para amenizar as dificuldades da trajetória.

Um agradecimento especial vai também para meus amigos, que trilharam comigo este caminho. Especialmente os colegas do curso de mestrado, por contribuírem com a qualidade deste trabalho dividindo comigo desde experiências docentes até conhecimentos científicos.

Foram dias difíceis, mas chegar ao final, apresentar este trabalho e ter contado com a ajuda de vocês na realização dele torna tudo ainda mais gratificante. Sou professor e amo o que eu faço e a contribuição que este trabalho representou, permitiu que eu me constituísse ainda mais na docência, melhorando minhas práticas e conhecendo outras perspectivas de ensinar. Então, muito obrigado a todos, por me ajudarem a idealizar esse sonho.

Educar não é moldar uma mente. É libertá-la dos moldes.

(Revista Pazes, 10 de maio de 2017)



## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>13</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
1.1. OBJETIVOS .....	16
1.1.1 Objetivo geral .....	16
1.1.2 Objetivos específicos .....	17
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>18</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>18</b>
2.1 MOVIMENTOS HISTÓRICOS DA MATEMÁTICA.....	18
2.1.1 Movimento da Matemática Moderna.....	18
2.1.2 Movimento da Educação Matemática e da Modelagem Matemática .....	21
2.2 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	24
2.2.1 Modelagem Matemática para Barbosa .....	25
2.2.2 Modelagem Matemática para Biembengut .....	26
2.2.3 Modelagem Matemática para Caldeira .....	27
2.2.4 Modelagem Matemática para Almeida.....	30
2.2.5 Modelagem Matemática para Burak.....	31
2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA E AS TEORIAS DE APRENDIZAGEM.....	33
2.3.1 A Modelagem Matemática e o Construtivismo de Piaget.....	34
2.3.2 A Modelagem Matemática e o Sócio Interacionismo de Vygotsky.....	39
2.3.3 A Modelagem Matemática e a Aprendizagem Significativa de Ausubel .....	41
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>43</b>
<b>3. REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	<b>43</b>
3.1 MODELAGEM NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL. ....	43
3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES .....	45
3.3 ESTUDOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES .....	52
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>67</b>
<b>4. METODOLOGIA</b> .....	<b>67</b>
4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	67
4.2 LOCAL DE PESQUISA E PARTICIPANTES .....	70

4.3 DESCRIÇÃO DA PROPOSTA DE PESQUISA .....	72
4.3.1 Elaboração do projeto de pesquisa .....	72
4.3.2 Desenvolvimento do projeto de pesquisa: a pesquisa ação em sala de aula .....	74
4.3.3 Avaliação do desenvolvimento do projeto de pesquisa e análise de dados .....	76
4.4 ELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL .....	76
4.5 FINALIZAÇÃO DA PROPOSTA .....	77
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>78</b>
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>78</b>
5.1 A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE DOCENTES: CONSIDERAÇÕES A PARTIR DO QUESTIONÁRIO DE LEVANTAMENTO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS E POSTERIORES .....	78
5.2 A RIQUEZA DO PROCESSO: REFLEXÕES A PARTIR DO DIÁRIO DE AULA.....	84
5.2.1 Dia 06 de junho – primeiro dia da intervenção .....	85
5.2.2 Dia 07 de junho – segundo dia da intervenção .....	89
5.2.3 Dia 13 de junho – terceiro dia de intervenção.....	90
<b>5.2.4 Dia 20 de junho – quarto dia de intervenção .....</b>	<b>91</b>
5.2.5 Dia 27 de junho – quinto dia da intervenção.....	93
5.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL: ASPECTOS MAIS EVIDENTES .....	103
<b>CAPÍTULO 6.....</b>	<b>109</b>
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES .....</b>	<b>109</b>
<b>7. REFERÊNCIAS .....</b>	<b>111</b>
<b>8. ANEXOS .....</b>	<b>118</b>

## RESUMO

A Educação Matemática abrange vários tipos de conhecimentos conceituais, investigados, analisados e assimilados pelos alunos de forma significativa, mediante metodologias diversificadas objetivando melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem dos conceitos de matemática. Dentre as propostas metodológicas que se destacam, está a da Modelagem Matemática, que pode ser discutida como um procedimento pedagógico que busca construir uma relação que explique matematicamente os fenômenos do cotidiano do ser humano, ajudando na tomada de posição e na construção de significados. A utilização dela implica que os professores estejam capacitados em nível inicial e continuado, porque são requeridas habilidades de resolução de situações problema em um ensino não linear. A formação docente representa, portanto, oportunidade para os profissionais repensarem suas práticas, discutirem teorias, relacionarem conhecimentos teóricos e práticos e compartilhem conhecimentos. Com isso, ao utilizar a modelagem, eles podem perceber as relações estabelecidas entre ela e outras propostas teóricas na área da educação, como as teorias construtivistas, que discutem a influência e a relação dos ambientes nas estruturas cognitivas dos sujeitos que aprendem. Assim, investigando a perspectiva da formação em Modelagem matemática, essa pesquisa visou responder: como uma metodologia de ensino baseada nela pode contribuir com a formação inicial de professores de matemática no Magistério da Educação, facilitando a aprendizagem dos conteúdos da área e a mediação de processos de ensino e aprendizagem? Para responder a esta questão objetivou-se principalmente promover a formação de um grupo de profissionais do Magistério da Educação Básica para os anos iniciais do ensino fundamental, na perspectiva da Modelagem Matemática. Os procedimentos metodológicos para atingir esse objetivo consistiram em uma proposta pautada na Modelagem enquanto procedimento didático com os alunos do grupo em questão. As abordagens fizeram parte dos componentes curriculares Metodologia do Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado dos alunos. Observou-se principalmente que a aprendizagem dos conteúdos de matemática foi facilitada, bem como que foram compreendidos os procedimentos de utilização da Modelagem e que houve interesse em utilizá-la em práticas futuras. Assim, esta proposta apresentou uma possibilidade de mudança para o ensino de matemática, pautada principalmente nos alunos enquanto sujeitos críticos, portanto responsáveis e ativos na assimilação do conhecimento. Ela foi esquematizada em um produto educacional, para facilitar o acesso dos professores da educação básica à metodologia desta pesquisa, de forma que eles possam adequá-la conforme suas realidades docentes e utilizá-la.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; formação docente; ensino médio; aprendizagem significativa; Modelagem matemática.

## ABSTRACT

The mathematics education is permeated by various types of conceptual knowledges, which are investigated, analyzed and assimilated by the students in a significant way, through diversified methodologies, aiming improvements in the quality of teaching and learning of mathematics' concepts. Among the methodological proposals that stand out, is the Mathematical Modeling, which can be discussed as a pedagogical procedure, that seeks to build a relationship that explains mathematically the day by day phenomena's, helping in the positioning and the construction of meanings. The use of it, implies that teachers are trained in initial and continued levels, because skills to solve problems are required in a non-linear teaching. Therefore, the teacher training represents an opportunity for these professionals rethinking their practices, discussing theories, relating theoretical and practical knowledge, and sharing knowledge. Using the modeling, they can perceive the relationships established between it and other theoretical proposals in the education's area, such the constructivist theories, which discuss the influence and relationship of environments in the cognitive structures of the subjects who learn. Thus, investigating the perspective of training in mathematical modeling, this research aimed to answer: how can a teaching methodology based in the mathematical modeling can contribute to the initial training of mathematics' teachers in the Magisterium of Education, facilitating the learning of the contents of the area and the mediation of teaching and learning processes? In order to answer this question, the main objective was to promoting the formation of a professionals group from the Magisterium of Basic Education for the initial years of elementary education, in the perspective of Mathematical Modeling. The methodological procedures to reach this objective, consisted in a proposal based on the modeling as a didactic procedure, with the students of the group in question. The approaches were part of the curricular components of students, named Methodology of Mathematics' Teaching, and Supervised Internship. It was mainly observed, that the learning of the mathematical contents was facilitated, that the procedures of uses of modeling were understood and that there was interest in using it in future practices. Thus, this proposal presented a possibility of change to the teaching of mathematics, based mainly on students as critical subjects, therefore, responsible and active in the assimilation of knowledge. The proposal developed, was outlined in an educational product, to facilitate the access of basic education's teachers to the methodology, in a way that they can adapt and use it according to their realities.

**Keywords:** mathematics education; teacher training; high school; meaningful learning; mathematical modeling.

## CAPÍTULO 1

### 1. INTRODUÇÃO

Algumas teorias de aprendizagem, como as cognitivistas, discutem como os indivíduos aprendem e quais metodologias facilitam a assimilação dos conceitos e a relação deles com o dia a dia. Ao ensinar nessa perspectiva surgem desafios, principalmente para os professores, que devem possuir conhecimentos pedagógicos e práticos, ser reflexivos e estar sempre atualizados, para articular estas metodologias em processos de ensino coerentes, sem perder de vista outras áreas que possam ser relacionadas interdisciplinarmente com os conteúdos que trabalham e as particularidades intrínsecas no processo.

Nesse sentido, como escopo da aprendizagem, pode-se sugerir a Modelagem Matemática, como um conjunto de procedimentos pedagógicos, antropológicos, sociais culturais, epistemológicos com o objetivo de relacionar a matemática com os fenômenos do cotidiano, ajudando-o a tomar decisões e fazer previsões (BURAK, 1992). Esses procedimentos possuem certa flexibilidade, de modo a atribuir significados aos conteúdos matemáticos e a auxiliar os professores na viabilização de mudanças no ensino da área e motivar os alunos para aprender.

A Modelagem Matemática, principalmente a partir da década de 70, representou uma maneira de atualizar o ensino de acordo com as modificações que ocorreram na própria área depois da proposta de modernização do currículo. Ela despertou o interesse de pesquisadores da área da matemática, que tiveram a oportunidade de testar na teoria e na prática (em cursos de graduação e pós-graduação) propostas de Modelagem trazidas de países como Estados Unidos. A partir de então, sob a influência desse interesse, bem como do movimento da Educação Matemática, de paradigmas pós-modernos de ensino, entre outros fatores, foram (re)formuladas várias concepções de modelagem, cada qual contribuindo de maneira significativa com a Educação Matemática.

Diz-se que, na Educação Matemática, a Modelagem Matemática segundo a perspectiva de Burak (1992), parte do interesse e do ambiente em que os indivíduos estão inseridos, levantando situações problema e desenvolvendo os conteúdos a partir disso. Pode-se então, obter benefícios diversos, principalmente relacionados com a aprendizagem

conceitual, a motivação dos alunos para aprender, a percepção da relação dos conceitos da matemática com o cotidiano e sua utilização para a resolução de problemas.

Neste sentido, pode-se relacionar a Modelagem Matemática com as teorias construtivistas, que pressupõem ser o conhecimento construído ativamente pelos alunos, via interação com os objetos. Entre elas, a teoria de Piaget, pela qual o desenvolvimento precede a aprendizagem, e a de Vygotsky, propondo que a aprendizagem pode anteceder o desenvolvimento e sofre influência da interação social e com os objetos. Também, a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (BURAK, 1992), pressupondo a aprendizagem sempre que novas informações interagem nas estruturas cognitivas com os conceitos subsunçores já existentes.

Para perceber a Modelagem como uma alternativa de ensino viável e interpretar essa abordagem de acordo com o que se espera para determinada realidade escolar, é necessário que os profissionais da educação básica sejam capacitados para tal em nível de formação inicial e continuada. Nesse sentido, a formação inicial e continuada oferece possibilidades de reflexões a respeito das práticas curriculares, de articulações entre teorias educacionais e práticas pedagógicas, de acesso às informações, de troca de experiências entre professores e de problematização da ação profissional (NÓVOA, 1992). Essa formação se tornou importante, especialmente no século XXI, quando foram requeridas capacidades para enfrentar novos desafios, referentes à mediação de um ensino não linear, no qual se valorize a autonomia, o pensamento crítico, os sentimentos, as ações, a participação e a colaboração.

Nesse sentido, diversos trabalhos publicados na literatura (como pode ser percebido no capítulo 3 desta dissertação) se preocuparam com o desenvolvimento de propostas de pesquisa envolvendo a formação de professores em Modelagem Matemática. Em todos eles, percebeu-se a importância dela, independente da perspectiva adotada e, na maioria, foram destacados resultados positivos, ou seja, que os processos formativos em Modelagem Matemática contribuíram na aprendizagem significativa dos alunos referente aos conteúdos específicos da área da matemática.

Fundamentado nestas proposições, bem como nas experiências profissionais enquanto professor, que demonstraram carência de propostas de ensino utilizando a Modelagem mesmo que ela possa despertar o interesse e a motivação dos alunos para aprender os conteúdos de matemática de forma que eles desenvolvam maior criticidade, o desenvolvimento deste trabalho partiu da seguinte problemática: como uma metodologia de ensino baseada na

Modelagem Matemática, pode contribuir com a formação inicial de professores de matemática no Magistério da Educação, facilitando a aprendizagem dos conteúdos da área e a mediação de processos de ensino e aprendizagem? Para responder a esta questão objetivou-se promover a formação de Profissionais do Magistério da Educação Básica para os anos iniciais do Ensino Fundamental, na perspectiva da Modelagem Matemática.

Em vista a esse objetivo, foi adotada uma metodologia predominantemente qualitativa com delineamento de pesquisa ação. As abordagens desenvolvidas fizeram parte das aulas de Metodologia do Ensino de Matemática e de Estágio Supervisionado, componentes curriculares obrigatórios do Magistério da Educação. A partir disso, considerações acerca do processo foram organizadas em capítulos nesta dissertação.

O segundo capítulo, denominado referencial teórico, apresentará discussões: dos movimentos históricos da matemática – movimento da matemática moderna e da Educação Matemática; de algumas concepções de Modelagem – para Barbosa (BARBOSA, 2004), Biembengut (BIEMBENGUT; HEIN, 2005), Caldeira (CALDEIRA, 2009), Almeida (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009), Burak (BURAK, 1992); e da Modelagem relacionada a algumas teorias de aprendizagem: Construtivismo de Piaget (AZENHA, 1997), Sócio Interacionismo de Vygotsky (VYGOTSKY, 2007) e Aprendizagem Significativa de Ausubel (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980);

O capítulo 3, denominado revisão da literatura, abordou a Modelagem no ensino e na aprendizagem da matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental e na formação de professores. Abordou-se também acerca dos estudos dela na formação de professores que já foram realizados.

No capítulo 4 por sua vez, foi abordada a metodologia de pesquisa, comentando acerca da: caracterização da pesquisa em termos de classificação; representação dos participantes e do campo de atuação; descrição da proposta, desde a elaboração do projeto e estruturação da primeira versão do produto educacional (que serviu como base/planejamento para as intervenções), passando pelo desenvolvimento do projeto de pesquisa, mais específico em termos de fundamentação acerca da Modelagem matemática, implementação da ação em sala de aula, avaliação desse desenvolvimento e análise dos dados obtidos; (re)elaboração do produto educacional e finalização da proposta.

O capítulo 5 apresentou os resultados obtidos e as discussões elaborados a partir da implementação das etapas da metodologia. Houve a proposição de um primeiro olhar para a

Modelagem Matemática na formação dos alunos do Magistério da Educação a partir do questionário de levantamento dos conhecimentos prévios e posteriores respondidos por eles. Para isso, foram organizadas unidades de análise, conforme similitudes identificadas nas respostas (BARDIN, 2011). Sequencialmente, aconteceram discussões com base no diário de aula, tomado como um instrumento de registro durante o desenvolvimento da proposta. Para melhor situar o leitor, elas foram divididas pelos dias de intervenção. Então, fez-se a meta-análise, buscando expressar uma nova compreensão a partir do que foi discutido anteriormente.

O capítulo 6 destinou-se às considerações finais e sugestões acerca do processo, as quais enfocaram principalmente a necessidade de implementação da Modelagem Matemática em outras propostas de ensino na perspectiva dessa pesquisa.

Na última parte foram ainda apresentadas as referências utilizadas para fundamentar a escrita da dissertação e os anexos.

Por fim, ressalta-se que a proposta como um todo foi apresentada de forma sistematizada em um produto educacional destinado aos professores da Educação Básica, que intencionou facilitar o acesso deles a esta pesquisa.

## **1.1. OBJETIVOS**

Os objetivos de uma pesquisa indicam a finalidade do trabalho científico, o que se busca alcançar. De acordo com Gil (2002) eles são expressos em termos gerais e específicos. Os do tipo gerais são mais amplos, servindo como ponto de partida para metas de longo prazo de alcance, enquanto os específicos tentam descrever de forma clara e detalhada o que será obtido durante esse processo. Ambos auxiliam na tomada de decisão quanto aos aspectos metodológicos da pesquisa.

### **1.1.1 Objetivo geral**

Promover a formação de profissionais do Magistério da Educação Básica para os anos iniciais do Ensino Fundamental, na perspectiva da Modelagem Matemática.



### **1.1.2 Objetivos específicos**

- Identificar o conceito e os pressupostos teóricos e metodológicos da Modelagem Matemática;
- Fazer uma revisão de literatura sobre a Modelagem Matemática na formação de professores da educação básica.
- Promover e estimular a Aprendizagem Significativa de conteúdos de matemática, resolvendo problemas matemáticos por meio da modelagem;
- Perceber por meio de relatos a influência dos procedimentos da Modelagem Matemática no raciocínio cognitivo dos alunos ao resolver um problema real do cotidiano.
- Avaliar os conhecimentos prévios e posteriores dos alunos do Magistério da Educação a respeito da Modelagem;
- Avaliar as considerações dos alunos do Magistério da Educação quanto a viabilidade de utilização da Modelagem Matemática como proposta para a Educação Infantil quando eles forem professores.

## CAPÍTULO 2

### 2 REFERENCIAL TEÓRICO

A fundamentação teórica fornece subsídios conceituais em todas as etapas da pesquisa. Gil (2002) afirma que esta é a parte em que o pesquisador se dedica a contextualização teórica do problema e a seu relacionamento com o que tem sido investigado a esse respeito. São esclarecidos os pressupostos teóricos que fundamentam a pesquisa e as contribuições proporcionadas por investigações anteriores.

Tal fundamentação trouxe inicialmente, os movimentos históricos da matemática, mais precisamente com referência à matemática moderna, vista como facilitadora da compreensão e do domínio da natureza, e a respeito da Educação Matemática.

A partir desse desenvolvimento, discutiram-se algumas concepções de Modelagem com suas respectivas características. Em seguida, foi discutido a Modelagem Matemática e as teorias construtivistas de Piaget, Vygotsky e Ausubel.

#### 2.1 MOVIMENTOS HISTÓRICOS DA MATEMÁTICA

##### 2.1.1 Movimento da Matemática Moderna

Desde a pré-história os homens encontraram na matemática uma poderosa ferramenta de entendimento da natureza e dos seus fenômenos e, por meio desses conhecimentos, exerceram sua ação e modelaram-na conforme seu gosto (BURAK, 1992).

Por volta do século XIX, em meio um contexto social em que a industrialização e o crescimento da população forçaram uma expansão da escolaridade e o abandono de um sistema arcaico, seletivo e aristocrático de educação, houve necessidade de reestruturação da matemática e do ensino de matemática; “qualquer nação que não cuidasse deste setor educacional com total atenção teria dificuldade de crescimento e aqueles considerados desenvolvidos estariam correndo sérios riscos de entrar em posição de colapso” (ARAÚJO, 2009, p. 62). Diante dessa evolução, houve demandas por profissionais especializados na área (ARAÚJO, 2009).

Também, existia insatisfação entre a matemática ensinada no ensino secundário, de origens predominantemente gregas, portanto atrasada em relação aos avanços científicos ocorridos até então, e no Ensino Superior. Nesta modalidade de ensino, acompanhou-se o desenvolvimento da ciência, com a valorização do conceito de variável e de aspectos quantitativos, protagonizado por Isaac Newton. Tal insatisfação enfatizava a necessidade de dar continuidade entre o ensino médio e o universitário (ARAÚJO, 2009).

Desta forma, na década de 50, o ensino de matemática assumia a concepção formalista clássica em que, segundo Fiorentini (1995), prevaleciam as ideias e formas da matemática clássica, sobretudo ao modelo euclidiano e à concepção platônica de Matemática. Também nessa época, o ensino era livresco e centrado no professor como transmissor e expositor dos conteúdos para alunos passivos.

Diante deste cenário, nessa mesma época, começou a ser proposto um currículo que recuperasse o desnível e a desvinculação em que se encontrava o ensino da matemática. Isso aconteceu em alguns dos 20 países membros da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Tratou-se, inicialmente, de uma reforma que aproximaria a nova linguagem matemática adquirida no século XX (linguagem dos conjuntos, anéis, dos grupos, espaços vetoriais, etc.) da matemática do ensino médio e que era antecessora do movimento da matemática moderna. Essas mudanças rapidamente se espalharam pelas escolas primárias e disseminaram-se nos países não pertencentes a OCDE (COSTA, 2014).

O Brasil, que não pertencia a OCDE, deu seus primeiros passos sob influência especialmente norte americana, para reformar o ensino de matemática. Tanto os “princípios educacionais como a concepção de Educação Matemática, a própria finalidade desta disciplina e os conteúdos e didáticas propostos pelos Estados Unidos por meio do SMSG<sup>1</sup> foram absorvidos e adaptados no Brasil” (COSTA, 2014, p. 7). Foram pensados novos currículos dentro das universidades, os quais foram os primeiros indícios do surgimento da matemática moderna (ARAÚJO, 2009).

Possibilitou-se no cenário brasileiro uma diversificação de propostas de programas com a formulação de características específicas, relacionadas com: a estrutura, as medidas, as operações, o uso extensivo da representação gráfica, os sistemas de numeração, as

<sup>1</sup> Referência ao projeto *School Mathematics Study Group* (SMSG) – principal organização de pesquisa e divulgação da matemática moderna nos Estados Unidos.

propriedades dos números, o desenvolvimento do sistema de números reais, a interferência estatística, a probabilidade, os conjuntos, a linguagem e teoria elementar, as deduções lógicas (ARAÚJO, 2009).

Isso ocasionou o movimento da matemática moderna em muitos países na década de 1960. Esse movimento, segundo Wielewski (2008, p. 1) “pretendia aproximar a Matemática trabalhada na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área”. Os defensores dele, acreditavam que poderiam preparar pessoas para acompanhar e lidar com a tecnologia que estava emergindo. Dessa forma, como afirmam Burak e Kluber (2008), as propostas inseriram no currículo conteúdos matemáticos que até aquela época não faziam parte do programa escolar como, estruturas algébricas, teoria dos conjuntos, topologia e transformações geométricas.

Costa (2014) acrescenta que a partir da implementação da matemática moderna, os ideais de reforma foram mais bem estruturados, organizados e divulgados por meio da criação de grupos de estudos em ensino de matemática e da escrita de manuais instrucionais para a utilização dela. Os métodos pelo quais a matemática passou a ser tratada eram mais eficientes ao tratar os conteúdos, que agora estavam mais relacionados com as atividades humanas na indústria e na vida social, na ciência e na filosofia. Em outras palavras, buscou-se atualizar o ensino dessa disciplina levando em consideração as modificações que ocorreram na própria área, para a modernização do currículo. O objetivo era formar matemáticos e que os profissionais atuantes fossem treinados, de forma que esse movimento adquiriu características revolucionárias (ARAÚJO, 2009).

Concomitante a esse movimento da matemática moderna, ocorreu a aceitação da área como componente fundamental de evolução da sociedade. Deve-se considerar que o contexto social entre os anos de 1950 e 1965 abrangeu cada vez mais um público preocupado com a formação em nível superior, especialmente para as áreas de engenharia e administração (BÚRIGO, 2006). No início dos anos 60 houve a expansão da economia capitalista, impulsionada pelo período pós-guerra. Segundo Búrigo (2006, p. 39) "é nesse contexto que deve ser compreendida a aceitação dos discursos que reivindicavam a modernização do ensino de matemática como componente de uma modernização mais ampla da sociedade brasileira".

A continuidade entre a educação superior e secundária passou então a ter, como consequência mais relevante, o movimento de renovação do ensino e a autoridade acadêmica

de que se imbuíu o movimento de renovação do ensino. Investiu-se em um discurso de superação de um ensino elitista e ineficaz, promovendo o interesse, a curiosidade e a aprendizagem (BÚRIGO, 2006).

Além disso, outra problemática envolvida no ensino secundário, mesmo diante da busca pela ampliação do acesso ao conhecimento e superação dos entraves da aprendizagem, encontrava-se na pouca crítica social e politização das questões pedagógicas que se impunham ao ensino. Búrigo (2006, p. 43) afirma que “as finalidades do ensino de matemática tampouco eram debatidas: sua relevância era tomada como dada”.

Tal superação começou a acontecer por volta dos anos 70, embora a passos lentos. Segundo Burak e Kluber (2008), consideraram-se outros aspectos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem de matemática a partir desse ano com o declínio da matemática moderna e o movimento da Educação Matemática (o qual será discutido no item 2.1.2). Passou-se a buscar uma solução de problemas para o ensino e a aprendizagem por meio de estruturas matemáticas e a considerar a capacidade cognitiva do sujeito que aprende, a sua cultura, os fatores sociais e econômicos e a língua materna; também, a inserir no currículo conteúdos que até então não faziam parte do programa escolar, como estruturas algébricas, teorias de conjuntos, topologia, transformações geométricas e assim por diante.

Esses avanços foram significativos quando comparado com o que se defendia até então. A matemática foi percebida como parte do todo, e não como o todo em si, podendo, portanto, estabelecer interações complexas (BURAK; KLUBER, 2008).

### **2.1.2 Movimento da Educação Matemática e da Modelagem Matemática**

A problemática herdada da matemática clássica na década de 50, vinculada à pouca relação da matemática com os âmbitos sociais, políticos, culturais e econômicos, bem como o declínio da matemática moderna e os desafios educacionais da atualidade, impostos pelas inovações sociais aceleradas, obrigaram os estudiosos a encarar a realidade do ensino da área de forma alternativa, propondo metodologias que contribuíssem com a formação de cidadãos críticos e conscientes dos seus direitos e deveres e que percebessem relações interdisciplinares. Com isso, surgiram reestruturações curriculares no ensino de matemática, para proporcionar aos alunos a habilidade de criar, resolver problemas, modelar, ler e interpretar o domínio da matemática (BIEMBENGUT; HEIN, 2005).

Nesse contexto, a Modelagem Matemática surgiu como forma de facilitar a aprendizagem. Biembengut e Hein (2005) afirmam que as origens dela suscitam a imagem de um escultor trabalhando com argila, produzindo um objeto; nesse caso, o objeto seria o modelo feito pelo escultor, utilizando a criatividade e a técnica, para representar alguma coisa. Assim, a criação de modelos na Modelagem constituiu a essência dos seres humanos, como se fosse formada uma imagem na mente do indivíduo para explicar uma sensação e relacioná-la com algo já conhecido. Portanto, a arte de modelar foi um processo que emergiu da própria razão e participou da vida como forma de constituição e expressão do conhecimento.

Assim, os modelos puderam ser compreendidos como representações da realidade, elaborados para corresponder a alguma coisa (tabelas, números, gráficos, figuras geométricas, equações e expressões algébricas). Eles possibilitaram analisar fenômenos e obter respostas para problemas, simplificando a realidade (BRITO, 2013). A utilização deles na Modelagem Matemática, para a criação e resolução de problemas na busca da facilitação do ensino e da aprendizagem, seguiu diferentes vertentes entre os pesquisadores da área da matemática e, desta forma, passou a ser compreendida de diferentes maneiras.

Entre essas vertentes, pode-se citar a Modelagem na perspectiva da matemática aplicada. A matemática aplicada envolve duas atividades essenciais: a Modelagem Matemática e o uso de técnicas matemáticas (BURAK, 1992). Ela é um componente importante, sem o qual a aplicação pode gerar resultados infundados, pois representa o mundo real em termos matemáticos para compreender de forma mais precisa suas propriedades e prever eventos futuros (KAPUR, 1982 *apud* BURAK, 1992). Portanto, a Modelagem nessa perspectiva é apresentada em termos de construção do modelo matemático, traduzindo-se em esquemas explicativos, em encontrar e aplicar fórmulas para encontrar determinadas respostas.

Contudo, desse ponto de vista, de acordo com Burak (1992, p.60) "permanece a impressão de que a aplicação da matemática consiste, simplesmente, em encontrar e aplicar fórmulas adequadas para encontrar determinadas respostas". Barbosa (2004) também coloca que a perspectiva aplicada é limitada para embasar a Modelagem na educação, porque os esquemas explicativos soam como passos prescritivos sobre a atividade dos alunos, que precisam chegar a uma resposta "adequada". Na escola, os objetivos, a metodologia e a natureza das discussões difere da Modelagem em outros campos.

A partir dessas colocações surge outra vertente é a da utilização da Modelagem na perspectiva da Educação Matemática. Por ela, a Modelagem Matemática busca se manter em estreita harmonia com a visão em que a Matemática, seu ensino e aprendizagem são considerados como uma prática social, na medida em que envolvem uma comunidade de estudantes, o desenvolvimento de um conjunto de ações que amplia o espaço de sala de aula, bem como se orienta por princípios que envolvem a área: interesse e visão antropológica, e a possibilidade da construção de conhecimentos matemáticos e interdisciplinares (MIGUEL, 2004 *apud* BURAK; KLUBER, 2013). Considera-se outras áreas que podem ser evidenciadas no processo de ensino e aprendizagem atentando-se para a formação dos estudantes em nível de educação básica e das distintas modalidades desse âmbito de escolaridade, como a educação de jovens e adultos e a educação inclusiva (BURAK; KLUBER, 2013).

Bueno (2011) afirma que a consolidação da Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira deve seu crescimento atribuído a vários grupos de pesquisadores. Sua implementação no ensino, por sua vez, deve-se principalmente ao professor da PUC-Rio de Janeiro, Aristides Camargos Barreto, que “foi o primeiro a realizar experiências de Modelagem na educação brasileira e, ainda, a representar o Brasil em congressos internacionais apresentando trabalhos acerca do tema, além de divulgar seus trabalhos em cursos de pós-graduação, artigos em revistas e anais de congressos” (BIEMBENGUT, 2009, p. 10), e Rodney Carlos Bassanezi<sup>2</sup>, que foi um dos maiores disseminadores em cursos de formação continuada e de pós-graduação em diversas instituições de quase todos os estados brasileiros (BIEMBENGUT, 2009). Eles tiveram a oportunidade de implementar na teoria e na prática, propostas de Modelagem semelhantes àquelas que ocorriam em alguns países da Europa e Estados Unidos.

Também, Burak (2005) complementa que em 1983, na Faculdade Estadual de Guarapuava, atual UNICENTRO, começou a difusão dessa alternativa para o ensino de Matemática, por meio de um curso de especialização para professores de Matemática dos três níveis de ensino, se tornando a primeira instituição de ensino superior no paraná a abrir-se para essa alternativa de ensinar Matemática. As abordagens dos cursos incluíram a metodologia do ensino de matemática e Modelagem no 1º grau e Modelagem Matemática no 2º grau (fase 1), a Modelagem no 2º Grau e História da Matemática (fase 2), disciplinas

<sup>2</sup> Vale ressaltar que Bassanezi e Barreto atuavam apenas na graduação e pós-graduação.

como: cálculo diferencial e integral, probabilidade e estatística e Álgebra Linear (fase 3). As fases 1 e 2 eram específicas para o ensino de 1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> graus (atual ensino fundamental e médio) enquanto a fase 3 destinava-se ao ensino superior.

Também, na década de 80 foi organizado um Curso de Pós-graduação em Modelagem na Universidade Estadual de Guarapuava/PR e convidado professores da Universidade Campinas para ministrá-lo. O coordenador foi o professor Rodney Carlos Bassanezi, que propôs uma alteração no programa tradicional de pós-graduação na área: “fazer uma visita às empresas da cidade e, a partir do primeiro contato com as questões da realidade, levantar problemas de interesse para serem investigados” (BIEMBENGUT, 2009, p. 11). Assim, promoveu-se o primeiro curso de pós-graduação em Modelagem que impulsionou a realização de muitos outros, sob a coordenação de Bassanezi, nas mais diversas instituições de Educação Superior (BIEMBENGUT, 2009). Burak (1992) acrescenta que o 4<sup>o</sup> Congresso Internacional sobre Educação Matemática, em Berkeley, no ano de 1984, por exemplo, enfatizou este interesse. Depois, algumas universidades e centros politécnicos, como a faculdade de matemática do Instituto de Tecnologia Educacional da Universidade aberta na Inglaterra, promoveram cursos envolvendo a modelagem.

A partir daí, foram muitas contribuições positivas da Modelagem na educação, como facilitadora da aprendizagem dos conteúdos de matemática (KLUBER; BURAK, 2014), as quais podem ser conhecidas, por exemplo, nas produções acadêmicas como trabalhos de conclusão de curso, teses e dissertações. A área entrou em constante evolução e seu estudo seguiu diferentes vertentes entre os pesquisadores, grupos de pesquisa e produções científicas.

## **2.2 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

Os caminhos que seguiram as pesquisas em Modelagem Matemática fizeram com que ela fosse discutida de acordo com diferentes concepções. Segundo Bueno (2011) “concepção” significa o ato de conceber e ser concebido, na faculdade de compreender as coisas, na percepção, na criação de uma imagem de determinado objeto ou situação, como uma atividade influenciada pelo contexto social, mas de ocorrência individual. Tais concepções se articulam com os fatores sociais de cada tempo, e se transformam a partir de conflitos das reflexões e de ideias.



A seguir encontram-se destacadas algumas das principais concepções de Modelagem Matemática desenvolvidas no Brasil.

### **2.2.1 Modelagem Matemática para Barbosa**

Segundo Barbosa (2004) a Modelagem Matemática pode ser entendida como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações que referenciam a realidade. Eles não têm esquemas pré-definidos de conteúdos e, utilizando seus conhecimentos prévios, investigam e buscam resolver uma situação problema real. Conhecimentos prévios são aqueles que, segundo Moreira e Masini (2001), foram assimilados de forma significativa nas estruturas cognitivas, servindo como “subsunoços” (pontos de ancoragem) para a assimilação de novos conhecimentos.

O autor parte do pressuposto de que os ambientes de Modelagem contribuem para desafiar a ideologia da certeza e focar a matemática sob lentes mais críticas; “trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento” (BARBOSA, 2004, p. 5). Esta natureza “aberta” torna impossível a garantia de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos, ou seja, existem várias possibilidades de modelos.

Outro importante papel, segundo Barbosa (2004), é potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações matemáticas, o que se acredita contribuir para construir e consolidar sociedades democráticas (BUENO, 2011). Portanto, a busca, seleção, organização, manipulação de informações, indagação e investigação são indissociáveis (BARBOSA, 2001).

Barbosa (2001) discute que a Modelagem sob esta perspectiva supera as correntes pragmáticas e científicas, que prevalecem nas áreas de ensino. A pragmática argumenta que o currículo deve ser organizado para as aplicações dos conteúdos matemáticos na própria área, abolindo todos aqueles que não são. A corrente científica, por sua vez, procura estabelecer relações da matemática com outras áreas, voltando-se para aspectos mais internos e específicos. Ainda, uma terceira corrente colocada por Barbosa (2001) é chamada de sócio crítica, pela qual tanto a Modelagem quanto a matemática passam a ser os meios e não mais os fins para questionar a realidade vivida. Não é mais apropriado separar aquilo que é útil do que não é, como nas situações anteriores, tampouco um currículo com base em aplicações ou

em estruturas matemáticas. Isso significa a existência de potencial de gerar algum nível de crítica.

Sendo desta forma, pensar na Modelagem como um ambiente de ensino, representa a oportunidade dos professores modificarem suas práticas e dos alunos se tornarem sujeitos mais ativos perante a assimilação do conhecimento. De acordo com Barbosa (2001) o professor se torna responsável por convidar os alunos para participar das investigações dos problemas e o envolvimento destes ocorre na medida em que seus interesses se encontram com essas situações problemáticas. Bueno (2011) considera que essa concepção de convite sugere respeito aos interesses e a oportunidade de aprender matemática escolar de acordo com as possibilidades cognitivas, biológicas, culturais e sociais. Também, que estão implícitos pelo menos 3 princípios básicos por parte dos professores: o conhecimento da matemática e da modelagem, a disposição para o diálogo e a direção das atividades.

Como princípio básico para a utilização da Modelagem como metodologia Barbosa (2004) chama a atenção para a importância de problematizar e investigar com os alunos; “estas atividades estão articuladas no processo de envolvimento dos estudantes para abordar a atividade proposta quando levantam questões e realizam investigações que alcançam o conhecimento reflexivo” (BUENO, 2011, p. 73). Contudo, não existem regras predefinidas para proceder desta forma no processo de ensino e aprendizagem.

### **2.2.2 Modelagem Matemática para Biembengut**

Na concepção de Biembengut e Hein (2005) a Modelagem Matemática é um processo que envolve a obtenção de um modelo por meio do conhecimento matemático, que necessita de uma dose de criatividade e intuição para interpretar o contexto, perceber os conteúdos que melhor se adaptam, e se preparar para lidar com as diferentes variáveis envolvidas.

Trata-se de uma maneira de interligar a matemática com a realidade para compreender melhor a situação problema analisada e trabalhar na direção da melhor simplificação utilizando o conteúdo matemático (BUENO, 2011), ou seja, “chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráficos, representações ou programa computacional que leve a solução ou permita a dedução de solução” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 14). Nesse sentido as atividades podem ser compreendidas como uma forma de interligar a matemática escolar com a realidade dos alunos.

Para proceder desta forma, Biembengut e Hein (2005) destacam que os alunos têm um papel importante na escolha do tema e na condução do próprio trabalho, para poder compreender melhor a matemática. Destacam também o papel do professor de: prever o número de aulas para orientar o trabalho; incentivar os alunos na escolha da temática de acordo com os interesses e afinidades deles; interagir com o tema, considerando o tempo disponível e a necessidade de familiarização com o assunto; planejar o trabalho a ser desenvolvido pelos grupos no sentido de inteirar-se com o assunto; orientar cada grupo; contemplar no mínimo uma parte dos conteúdos programáticos da disciplina; validar e expandir os trabalhos desenvolvidos.

Segundo Bueno (2011) para seguir esta perspectiva o professor pode começar apresentando um problema de pesquisa inicial aos alunos e, a partir dele, construir ou reconstruir o modelo matemático (o que significa aplicação da matemática) que quer trabalhar, seguindo etapas como de exposição do assunto, delimitação do problema, desenvolvimento do conteúdo, exemplificação, resolução e interpretação ~~de problemas~~. O importante é que ele tenha conhecimento da área que está trabalhando e criatividade para relacionar o problema com os conteúdos matemáticos.

São recomendadas 3 etapas na Modelagem para Biembengut: 1) interação – abrangendo o reconhecimento da situação problema, a familiarização com o assunto a ser modelado, a motivação para tal e a coleta de dados; 2) matematização – relacionada com a formalização do problema e a resolução em termos do modelo; "está relacionada à organização dos dados levantados e criação do modelo" (BUENO, 2011, p. 58); 3) proposição do modelo matemático – momento em que acontece a interpretação e validação da solução segundo os dados da questão norteadora (BIEMBENGUT; HEIN, 2005).

### **2.2.3 Modelagem Matemática para Caldeira**

Caldeira (2009) compreende a Modelagem como uma concepção de ensino crítica, que demonstra a importância da matemática na vida das pessoas e que pode ser incorporada na prática pedagógica. Trata-se de uma alternativa vinda da metodologia de projetos<sup>3</sup>, que não

<sup>3</sup> Embora não pretenda discutir acerca desse assunto, salienta-se que a metodologia de projetos, representada na América do Norte por John Dewey e Willian Kilpatrick, buscava romper com a passividade do ensino de forma ativa, dinâmica e criativa. Eram projetos que buscavam: a ruptura com o esquema tradicional de ensino por disciplinas; a relação entre o que os alunos já sabiam e o que buscavam aprender; a construção do conhecimento por investigação; a valorização das atitudes comportamentais e sociais, individuais e coletivas e assim por diante (FLECK, 2007).

se preocupa com a reprodução dos conteúdos presentes no currículo, mas mesmo assim não perde o foco sobre as questões educacionais da matemática. É um processo dinâmico e investigativo, dirigido pela criticidade, que não chega a uma resposta específica, mas a diferentes possibilidades de resposta.

Ao formular essa concepção o autor procura fugir do entendimento de que trata-se apenas de um método de ensino e de aprendizagem, por existir fortes relações com a cultura e a racionalidade e com concepções epistemológicas e pedagógicas.

No que se refere à cultura e a racionalidade, partiu-se do pressuposto de que são as ações dos sujeitos que às concretizam e geram produtos, como o conhecimento matemático. Ora, este conhecimento é um produto porque auxilia como instrumento na intervenção na sociedade. A educação transporta esse conhecimento matemático para ser interpretado, entendido, compreendido, produzido e reproduzido (CALDEIRA, 2009).

Assim, a Modelagem Matemática deve oportunizar que os alunos participem do processo de forma a interpretar os possíveis significados da matemática, fugindo da ação de “aprender” apenas regras e convenções estabelecidas de forma universal. Ela serve para conhecer, compreender, modificar a realidade e apoiar a percepção de uma multiplicidade de regras e convenções que estão estabelecidas pelas relações culturais. Nas palavras de Caldeira (2009, p. 38)

O conhecimento matemático adotado pela cultura escolar, incorporado pelos pressupostos da Modelagem Matemática, não mais simplesmente como um método de ensino aprendizagem, mas como uma concepção de Educação Matemática que incorpore proposições matemáticas advindas das interações sociais, levando em consideração, também, aspectos da cultura matemática não escolar, deverá fazer com que o estudante perceba a necessidade do enfrentamento da sua realidade, lutar contra ela se necessário for; romper com determinadas amarras e com as adaptações a que comumente estão acostumados a lidar.

Caldeira (2009) complementa ainda que para o conhecimento matemático adotado na cultura escolar seja relacionado de forma dinâmica, é necessário que os valores morais e éticos não sejam desvinculados do processo.

Quanto a questão epistemológica, parte-se do pressuposto de que sempre existe um sujeito que conhece e um objeto que é conhecido. Fundamentado nisso, existe uma discussão do que é possível de fato conhecer e de como se dá essa ação. Pelos empiristas o conhecimento se dá por descoberta, porque está nas coisas, tanto no homem quanto na realidade, portanto é imutável, a-histórico e inquestionável. Por outro lado, para os que

defendem que o conhecimento matemático está na inter-relação do homem com o mundo (construtivistas), ele vai sendo construído e não existe previamente (CALDEIRA, 2009).

A epistemologia que sustenta os pressupostos da Modelagem Matemática, como concepção de Educação Matemática é aquela em que os conhecimentos estão sendo construídos pelos homens de acordo com seus interesses, sociais, políticos, econômicos e culturais, denominados construtivistas, estabelecendo para essa construção determinadas regras ou convenções (CALDEIRA, 2009, p. 43).

Quanto à questão didática pedagógica, pode-se dizer que a Modelagem Matemática permite olhar os conhecimentos matemáticos como construídos pelos padrões e convenções e pelas interações, e não mais separadamente entre sujeito e objeto. Desta forma, as verdades matemáticas não estão prontas e acabadas, mas podem ser percebidas por meio dos sentidos e da razão, o que demonstra aos estudantes que existem mais possibilidades do que aquelas que são previstas pelo currículo.

Diante dessas abordagens, pode-se afirmar que uma educação que priorize essa perspectiva como concepção de ensino crítica requer dos professores e dos estudantes a sensibilidade de perceber o diferente, considerando que não existem erros, mas variadas formas de pensar a vida. Trata-se de fazer com que os conhecimentos conduzam por caminhos diferentes. Logo, o professor de matemática deve perceber uma nova forma de racionalizar em um contexto de adversidades econômicas, sociais e culturais, característico deste século. Nas palavras de Caldeira (2009, p. 45) tem-se:

A matemática da cultura escolar que deve ser ensinada pelos pressupostos da Modelagem Matemática, deve também ser transmitida pelos professores, possibilitando aos estudantes a assimilação de uma maneira mais suave, dado que tais conhecimentos, construídos pelo homem, ganham significados pelos problemas provenientes da sua realidade.

Portanto, o significado dos objetos matemáticos não será mais dado pelos nomes que a eles são atribuídos, mas pelo uso que se faz deles, num jogo de linguagem mediada pela forma de vida daquele que aprende.

Com isso, pode-se facilitar a relação entre as pessoas e a matemática, quando esta estiver pautada em diferentes linguagens, criar e inventar algoritmos de resolução de problemas, e assim por diante; “isso garantirá a multiplicidade de formas de pensar matemática e fugirá da sua imutabilidade e a-historicidade” (CALDEIRA, 2009, p. 46).

### 2.2.4 Modelagem Matemática para Almeida

Para Almeida e Palharini (2012, p. 910) a Modelagem é concebida como uma alternativa pedagógica e “diz respeito à análise de uma situação-problema, à construção de representações matemáticas, à obtenção de resultados matemáticos para a situação e à reinterpretção dos resultados em relação à situação. Neste sentido, “trata-se de um procedimento criativo e interpretativo que estabelece uma estrutura matemática que deve incorporar as características essenciais do objeto ou fenômeno que pretende representar” (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p. 120).

Ela engloba um conjunto de ações agrupadas em etapas, que se referem à escolha dos temas à serem estudados, à coleta de dados qualitativos ou quantitativos relacionados, à compreensão das variáveis e à relação delas com os fenômenos analisados para então formular modelos, e à aceitação ou rejeição dos modelos estabelecidos. A utilização desta alternativa deve envolver um conjunto de procedimentos realizados pelos alunos, em que sejam buscadas informações, identificadas e selecionadas variáveis, elaboradas hipóteses, obtidos modelos matemáticos, resolvidos problemas por meio de modelos e analisadas soluções para verificar a aceitabilidade ou não deles. Estes procedimentos são realizados de forma não linear em relação a ordem em que são apresentados (BRITO, 2013). Almeida e Ferruzzi (2009) afirmam que as atividades de Modelagem são, de modo geral, desenvolvidas pelos alunos em grupos, proporcionando a interação do aluno com seus pares e com o professor, além da interação com pessoas de fora do ambiente escolar.

As atividades de Modelagem estão associadas com a formulação de: 1) um problema – os envolvidos com as atividades precisam se apropriar de um problema e definir metas para a resolução; 2) um processo investigativo – que remete ao ato de investigar; 3) uma solução matemática – a situação problema se apresenta em linguagem natural e não está associada diretamente à linguagem matemática, o que torna necessário transformar a primeira linguagem na segunda; 4) uma análise da resposta para o problema – constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica em uma validação das representações matemáticas associadas ao problema que foram feitas; 5) uma forma de comunicação dos resultados – a qual implica no desenvolvimento da argumentação para convencer os próprios modeladores e àqueles aos quais os resultados são acessíveis de que a solução apresentada é razoável e consistente (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009).

Essa concepção é recomendada porque vai contra a difusão do conhecimento pronto e de caráter utilitário, que não considera a natureza histórica e provisória dos métodos científicos e não assume posturas problematizadoras e críticas dos significados desses conhecimentos para a sociedade global e seus mundos particulares. Não são considerados também os aspectos epistemológicos, culturais e sociais que devem permear as atividades de ensino.

Portanto, a Modelagem Matemática com o enfoque defendido por Almeida e Palharini (ALMEIDA; PALHARINI, 2012) pressupõe que a construção do conhecimento se dá por meio de perspectivas múltiplas, que articulam aspectos epistemológicos, a dimensão sociocultural e os processos cognitivos, atrelando tudo isso ao ensino. As aulas utilizando a Modelagem Matemática serviriam como um espaço investigativo, relacional e comunicativo para construção de conhecimento. Também, para perceber que a matemática tem significado próprio que se constrói e reconstrói no contexto da atividade que se realiza considerando as práticas sociais como precursoras do conhecimento (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI, 2009).

### **2.2.5 Modelagem Matemática para Burak**

Burak (1992, p. 62) propõe a concepção que será utilizada nessa pesquisa, para a Modelagem Matemática: "um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões". Existe a preocupação em atribuir certa flexibilidade e contextualização aos procedimentos, de modo que eles não se tornem meramente técnicos e atribuam significados aos conteúdos matemáticos (BURAK; KLUBER, 2008).

Burak (2010) descreve a realização da Modelagem em cinco etapas, sendo estas orientadas pelos interesses dos alunos e dos grupos, e pelas necessidades dos níveis de ensino: 1) escolha do tema, quando o professor apresenta algum tema que possa ser de interesse ou quando os próprios alunos sugerem os temas; 2) pesquisa exploratória, quando estes últimos procuram subsídios teóricos diversos que contenham informações a respeito do que se quer pesquisar; 3) levantamento de problemas, quando eles conjecturam nas informações pesquisadas anteriormente tudo aquilo que tem relação com a matemática, em problemas simples ou complexos; 4) resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema, quando se busca resolver os problemas levantados com o

auxílio do conteúdo matemático, que pode ser abordado de modo acessível e depois sistematizado; 5) análise crítica das soluções, quando se utiliza a criticidade para analisar a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que podem, por exemplo, ser lógicas e matematicamente coerentes, mas pouco viáveis para a situação em estudo.

Com estes cinco passos chega-se a proposição de um modelo para responder a situação problema inicial. Este modelo precisa ser validado, tarefa que, segundo Burak (1992), consiste em checar a formulação, as equações e outras relações matemáticas de acordo com a situação inicial. "A matemática que constitui o modelo deve ser auto consistente e obedecer a todas as leis usuais da lógica matemática" (BURAK, 1992, p. 65). A validação pode ser generalizada para situações análogas, em tempos diferentes, dependendo dos critérios considerados da situação problema inicial. Além disso, os avanços teóricos podem ser percebidos nas relações que os alunos vão estabelecendo entre a matemática e a outras áreas do conhecimento e nas proposições de conteúdos feitas por eles para trabalhar em sala de aula.

O ponto de partida da linha de pensamento de Burak (1992) foi sua dissertação de mestrado, na qual expôs seu trabalho sobre a "Modelagem Matemática como metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5<sup>a</sup> série" e deixou clara a possibilidade de levar esta abordagem para outros níveis de ensino. Posteriormente, em sua tese de doutorado, intitulada "Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem", ele propôs, a partir da Modelagem Matemática, uma alternativa para o ensino de matemática em níveis fundamental e médio. Como acréscimos em sua tese, reforçou a importância do interesse do grupo e da consideração dos dados e características do ambiente que o grupo acha relevante. Desta forma, considera-se os sujeitos, o contexto social e cultural e outras variáveis, e pressupõe-se que outros conceitos além dos matemáticos devem ser considerados e que deve existir certa flexibilidade ao propor os problemas de pesquisa.

Isso significa que "a forma de se trabalhar a Modelagem Matemática não é e nem pode ser rígida. A situação do momento é que orientará a forma mais indicada para o trabalho" (BURAK, 1992, p. 316). Logo, o planejamento do professor para a aula deve ter essa característica de flexibilidade, considerando os conhecimentos prévios dos alunos sobre os conteúdos, bem como os problemas levantados por eles.

Assim, a Modelagem Matemática por esta concepção, possibilita a compreensão do significado de cada conteúdo, necessário para a solução dos problemas propostos, adquirindo



uma dimensão mais profunda pela construção desses conhecimentos; o ensino de matemática se torna então, mas vivo, dinâmico e significativo, fornecendo subsídios para a integração da matemática com outras áreas do conhecimento e com o cotidiano (BURAK, 1992).

### **2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA E AS TEORIAS DE APRENDIZAGEM**

Diferentes ações educacionais têm sido propostas para melhorar o ensino de matemática, bem como pesquisas realizadas para fundamentar essas ações na realidade educacional. De acordo com Nogueira (2007), essas pesquisas buscam entender principalmente como acontece a aprendizagem considerando a relação dos sujeitos com o meio no qual se inserem; elas servem para “discutir estratégias, metodologias ou tendências que podem indicar alguns caminhos para a construção do conhecimento matemático em sala de aula” (NOGUEIRA, 2007, p. 84).

Surgem a partir dessas percepções, teorias analisando os processos de desenvolvimento e aprendizagem, dentre as quais as de perspectiva behavioristas ou comportamentalistas, que buscam explicações para o comportamento dos sujeitos a partir da observação, e as de perspectiva construtivistas, as quais consideram o papel dos indivíduos e do meio no processo de aprendizagem, sendo o conhecimento construído a partir da interação entre eles (NOGUEIRA, 2007).

No caso das teorias construtivistas, o que as torna diferentes entre si é a maneira pela qual acontece a interação dos indivíduos e o meio, para a promoção da aprendizagem. Portanto, o conhecimento se torna um processo em virtude das constantes modificações dos sujeitos e dos ambientes, longe de estar acabado e impossível de ser transmitido literalmente.

Entre os exemplos de construtivistas encontra-se Jean Piaget (1896-1980), defendendo o conhecimento como uma construção contínua, composta por quatro estágios de desenvolvimento cognitivo que se estendem desde o nascimento até a vida adulta. Também, Liev S. Vygotsky (1896-1934) através de sua teoria sócio histórica considerando que a criança é um ser social desde o nascimento, capaz de desenvolver o pensamento, hábitos morais, sentimentos e uma personalidade, quando proporcionadas as condições adequadas para isso (NOGUEIRA, 2007). Cita-se ainda David Ausubel, com a teoria da Aprendizagem Significativa em cujas proposições aprender é relacionar os conceitos subsunçores da estrutura cognitiva dos indivíduos com os novos conhecimentos, de maneira não arbitrária e

substantiva (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Tal estrutura pode ser entendida como um local (inespecífico) na mente dos indivíduos em que os conhecimentos ficam armazenados, podendo servir de base para a assimilação de novos (subsunçores) (MOREIRA; MASINI, 2001)

Enfatizar a relação professor-aluno, de acordo com estes teóricos implica na compreensão da reconstrução constante do saber, atuando o professor como mediador entre os alunos e os objetos do conhecimento, explicando, questionando, corrigindo, fazendo com que eles se deem conta e expliquem seus pensamentos. O ensino de matemática nessa perspectiva deve relacionar diretamente o que está sendo estudado com a realidade, evitando a separação entre a matemática e o cotidiano (NOGUEIRA, 2007), o que é condizente com os pressupostos da Modelagem Matemática, que partem do estudo de que as situações problema são resolvidas utilizando a matematização.

### **2.3.1 A Modelagem Matemática e o Construtivismo de Piaget**

Jean Piaget foi um biólogo que se interessou desde cedo pelo entendimento de como o homem assimilava conhecimentos, ação que o diferenciava de outras espécies animais. Buscou o suporte experimental para essas especulações filosóficas de forma a construir uma epistemologia de base biológica (AZENHA, 1997).

Nos anos de 1921 e 1925 os trabalhos de Piaget abordaram o problema dos erros das crianças, o que permitiu a elaboração de uma epistemologia ampla, embora não se pudesse ainda explicar a estrutura cognitiva do desenvolvimento infantil (AZENHA, 1997).

No ano de 1923, ele iniciou seus estudos com as crianças em idade escolar, quando percebeu que as elaborações não verbais importavam bastante na solução dos problemas propostos. Ora, se existia uma inteligência na aquisição da linguagem então não era a linguagem que originava a lógica. Ação e lógica seriam um elo entre a organização biológica e a psicológica, já que os esquemas de ação decorreriam dos esquemas reflexos pela assimilação e acomodação (AZENHA, 1997).

Em 1955 Piaget fundou o centro internacional de epistemologia genética, que buscava pesquisar problemas epistemológicos sistematizados com a interdisciplinaridade. A partir da década de 70 ele se dedicou exclusivamente a este centro, investigando os mecanismos de transmissão que explicavam a evolução do desenvolvimento cognitivo de um estado de equilíbrio a outro que o seguia. As lacunas priorizadas pela pesquisa passaram a ser os

mecanismos construtivos que impulsionavam e davam dinamismo ao desenvolvimento (AZENHA, 1997).

Existiu então uma expansão construtivista dos trabalhos de Piaget "partindo do pressuposto básico de que a formação das operações está subordinada a um processo geral de equilíbrio para o qual tem o desenvolvimento cognitivo como um todo" (AZENHA, 1997, p. 16). Em outras palavras, o processo de desenvolvimento, que ocorria entre um estágio de evolução e outro, passava por desequilíbrios e equilíbrios constantes.

Segundo Becker (1992), Piaget mostrava que os sujeitos assim que nasciam, mesmo que trouxessem uma fascinante bagagem hereditária, não conseguiam operar o pensamento mesmo da forma mais simples, e que o meio social, por mais que sistematizasse milhares de anos de civilização, não podia ensinar aos recém-nascidos o mais elementar conhecimento objetivo. Desta forma, o sujeito tendia a ser construído mutuamente em suas estruturas internas e em seu convívio social, na interação, buscando um equilíbrio e um aumento do grau de organização (MOREIRA, 2016).

Cavicchia (2010) afirma que o conhecimento só se produz a partir da ação do sujeito acerca do meio, com a estruturação da experiência que lhe permite atribuir significação. Conhecer, portanto, significa inserir o objeto em um sistema de relações, a partir de ações executadas sobre eles e como resultado das possibilidades de assimilação. Nesse sentido, o conhecimento não é uma cópia, mas uma integração em uma estrutura mental pré-existente, passível de ser modificada com a integração das novas informações e conforme as necessidades de equilíbrio; é fruto das trocas entre o organismo e o meio, que são responsáveis pela construção da capacidade de conhecer e aparecem como resultado das necessidades impostas pelo meio ao organismo.

A alteração organismo-meio ocorre através do que Piaget chama de "processo de adaptação, com seus dois aspectos complementares: a assimilação e a acomodação" (CAVICCHIA, 2010, p. 2). A assimilação pode ser entendida como a incorporação de um elemento exterior em um esquema sensorio motor ou conceitual do sujeito, enquanto a acomodação seria a necessidade provocada pela assimilação de considerar as particularidades de cada elemento assimilado. Becker (1992) complementa que o objeto, ao ser assimilado, resiste aos instrumentos de assimilação do sujeito, a ponto de fazer com que ele reaja e refaça ou construa esses instrumentos de forma que consiga assimilar e transformar objetos cada vez

mais complexos. Desta forma, pela dimensão assimiladora são produzidas transformações no mundo objetivo, enquanto pela dimensão acomodadora, em si mesmo e no mundo subjetivo.

Estes processos estão naturalmente equilibrados na estrutura cognitiva dos indivíduos, sendo a perturbação que gera um conflito, que faz com que se busque novamente o equilíbrio, ou seja, "se constroem as estruturas cognitivas que o sujeito emprega na compreensão dos objetos, fatos e acontecimentos, levando ao progresso na construção do conhecimento" (CAVICCHIA, 2010, p. 2). O conhecimento humano é totalmente construído em interações com o meio físico e cultural. Segundo Moreira (2016), pelo conflito são possíveis a evolução cognitiva, o desenvolvimento mental e a aprendizagem dos sujeitos.

Para Piaget estes mecanismos de assimilar, acomodar e equilibrar são evidências de que o conhecimento não nasce com o indivíduo e nem é dado pelo meio social, mas depende das considerações dos sujeitos (indivíduos sadios, bem alimentados, sem deficiências neurológicas) e do meio (na favela é muito mais difícil construir conhecimento do que nas classes altas) (MOREIRA, 2016). Assim, o construtivismo significa

A ideia de que nada, a rigor, está pronto, acabado, e de que, especificamente, o conhecimento não é dado, em nenhuma instância, como algo terminado. Ele se constitui pela interação do indivíduo com o meio físico e social, com o simbolismo humano, com o mundo das relações sociais; e se constitui por força de sua ação e não por qualquer dotação prévia, na bagagem hereditária ou no meio, de tal modo que podemos afirmar que antes da ação não há psiquismo nem consciência e, muito menos, pensamento (BECKER, 2009, p. 2).

De acordo com Moreira (2016), embora a interação, assimilação e acomodação aconteçam dessa forma, existem diferenças em como elas ocorrem na mente das crianças, adolescentes e adultos. O autor afirma que Piaget identificou 4 períodos gerais de desenvolvimento cognitivo: sensório-motor, pré-operacional, operacional concreto e operacional formal, os quais subdividem-se em estágios e níveis da seguinte forma:

1) Sensório-motor: vai do nascimento até os 2 anos de idade, caracterizando-se por ações isoladas não coordenadas; a criança tem em seu corpo a única referência embora não se perceba como causadora das próprias ações.

2) Pré-operatório: vai dos 2 aos 7 anos de idade e é quando a criança desenvolve a linguagem, ações mais coordenadas e menos centradas em si mesmo e representações mentais de objetos e eventos. O pensamento ainda não é reversível e não existe a noção de transitividade das situações e de conservação do todo. Piaget acredita que o egocentrismo

exerce principal influência no pensamento infantil, sendo todos os fenômenos orientados direta ou indiretamente por essa perspectiva. O instinto social só se desenvolve mais tarde, por volta dos 7 ou 8 anos, de maneira progressiva.

3) Operatório-concreto: vai dos 7 ou 8 anos até os 11 ou 12 anos, aproximadamente; aos poucos, acontece uma descentração em relação à perspectiva egocêntrica e o pensamento já segue uma lógica de operações reversíveis. Mesmo assim, as crianças não operam com hipóteses que podem ser falsas ou verdadeiras e precisam partir do concreto para antecipar o ausente.

4) Operatório formal: acontece por volta dos 11 ou 12 anos em diante e se caracteriza por uma crescente capacidade de raciocinar com hipóteses verbais e não apenas com objetos. Quando raciocina o indivíduo manipula proposições mentalmente, inclusive fazendo raciocínios hipotético.

Ainda, conforme Nogueira (2007), com base na origem e nos modos de estruturação do conhecimento, Piaget classificou três tipos de conhecimento:

- 1) Físico: é o conhecimento dos objetos e elementos presentes no mundo físico, ou seja, na realidade externa; são propriedades que estão nas coisas e podem ser percebidas pela experiência e observação.
- 2) Lógico matemático: está ligado ao físico, contudo é elaborado a partir de ações e relações estabelecidas com referência ou entre objetos a partir da ação, ordenação e classificação; embora resulte das ações ele não é empírico, pois elas são mentais.
- 3) Social: é aquele obtido a partir das ações dos indivíduos e das suas interações; pode variar conforme a cultura e traz a característica da arbitrariedade.

O ensino de matemática nessa perspectiva exigirá que os professores se apropriem da prática, percebendo que as explorações empiristas não convencem e que precisam ampliar suas estruturas de pensamento a respeito delas. Nas palavras de Becker (1992, p. 5) devem procurar

Conhecer o aluno como uma síntese individual da interação desse sujeito com o seu meio cultural (político, econômico etc.). Não há tábula rasa, portanto. Há uma riquíssima bagagem hereditária, produto de milhões de anos de evolução, interagindo com uma cultura, produto de milhares de anos de civilização.

Jófilo (2002) acrescenta que por meio de um ensino construtivista os professores devem ser capazes de aprender como facilitar a aprendizagem dos alunos por meio de

estratégias que colaborem com a aquisição, organização, análise crítica e extensão de novos conceitos. Eles precisam ter empatia para perceber as necessidades dos alunos e entender suas mensagens, enfatizando conhecimentos prévios e valorizando as vivências.

Para isso, Nogueira (2007) afirma que os professores devem conhecer não apenas os conteúdos específicos da área, mas também quais são os mecanismos operatórios da inteligência necessários à compreensão dos diferentes tipos de conhecimento (físico, lógico matemático e social). Também, devem respeitar o nível cognitivo dos alunos, não forçando um avanço de nível, e perceber que é o conflito cognitivo causado pelos esquemas de assimilação e acomodação, que proporciona o conhecimento (MOREIRA, 2016).

Desta forma, o ensino de matemática na perspectiva de Piaget representa uma maneira mais ampla de reunir tendências de pensamento educacional, que vão contra a transmissão do conhecimento e a favor do estímulo à ação, construção, discussão a partir da realidade vivenciada (BECKER, 2009). Ele representa a compreensão de que aprender matemática pode ser uma ação exercida sobre as coisas, a qual é interiorizada e não meramente executada e que está na base do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem. Também, de que o principal objetivo da educação nessa área é o desenvolvimento da autonomia, segurança, criatividade, independência, capacidade de resolver problemas e de atuar na ação de aprender.

Diferentes estratégias corroboram com os trabalhos nessa perspectiva construtivista representando condições criadas em sala de aula para que a aprendizagem seja um processo ativo de elaboração, com os alunos construindo o conhecimento (NOGUEIRA, 2007). Segundo Nogueira (2007, p. 90) “as estratégias da “Resolução de Problemas”, do “Uso de Jogos”, da “Modelagem Matemática” e mesmo a que recomenda a “Utilização de Novas Tecnologias”, adaptam-se muito bem aos pressupostos Piagetianos”, desde que privilegiem os processos de pensamento essenciais em matemática e admitam diferentes percursos de soluções, rejeitando classificações padronizadas em certo ou errado.

Portanto, pode-se dizer que a Modelagem Matemática condiz com o que se espera para um ensino de características construtivistas, porque ela possibilita explorar as relações da matemática com o dia a dia, construir modelos, cumprir o que está previsto no currículo da disciplina e assim por diante. Quando as situações da realidade são problematizadas de maneira crítica e reflexiva, as soluções são pensadas e propostas a partir da consideração do mundo real adaptando ao contexto, são construídos modelos palpáveis aos alunos, formuladas questões, levantadas hipóteses, obtidos e organizados dados, estudados recursos matemáticos

disponíveis para a construção de modelos, respeitadas as opiniões e conhecimentos prévios dos alunos, está se relacionando direta ou indiretamente com os pressupostos da teoria construtivista de Piaget da assimilação, acomodação, estágios de desenvolvimento e relações dos indivíduos com o meio.

Assim, o construtivismo de Piaget relaciona-se à matemática como construção humana de estruturas e relações abstratas entre grandezas e formas. A principal finalidade do ensino de matemática é a formação, sendo que nesse processo, os conteúdos desempenham uma função útil para a construção e desenvolvimento das estruturas básicas da inteligência.

### **2.3.2 A Modelagem Matemática e o Sócio Interacionismo de Vygotsky**

Lev S. Vygotsky foi um psicólogo que procurou uma abordagem abrangente, descritiva e explicativa das funções psicológicas superiores de aprendizagem em termos aceitáveis para as ciências naturais (VYGOTSKY, 2007). Para ele o desenvolvimento cognitivo deve ser entendido como relacionado ao contexto social, histórico e cultural no qual acontece, porque os processos mentais têm origem nesses contextos, assim como os signos representantes e instrumentos mediadores embasaram-se neles (MOREIRA, 2016). Tamanha é a importância do meio social para o desenvolvimento cognitivo, que pode-se dizer que este último é a conversão das relações sociais e funções mentais.

Tal conversão no indivíduo acontece por meio da mediação, tomada como orientadora do modo de agir, perceber as coisas e constituir a consciência (NOGUEIRA, 2007). Utiliza signos e instrumentos, sendo que um instrumento “é algo que pode ser usado para fazer alguma coisa; um signo é algo que significa alguma coisa. O arado, por exemplo, é um instrumento. [...] As palavras são signos linguísticos. A linguagem é um sistema articulado de signos; a matemática também. ” (MOREIRA, 2016, p. 19).

Para Vygotsky a linguagem é de extrema relevância no desenvolvimento do indivíduo porque é o mais importante sistema de signos para o desenvolvimento cognitivo, descontextualizando e flexibilizando o pensamento conceitual e proposicional. Tamanha é essa importância, que o desenvolvimento da fala está diretamente relacionado com as ações para atingir determinado objetivo; a fala e a ação fazem parte do mesmo sistema psicológico dirigido para a solução de um problema; “é a palavra que dá forma ao pensamento, modificando suas funções psicológicas, percepção, atenção, memória, capacidade de solucionar problemas e o planejamento da ação” (NOGUEIRA, 2007, p. 86).



Assim, quanto mais os indivíduos utilizam signos isolados ou em conjuntos (por exemplo na linguagem), mais modificam as operações psicológicas que são capazes de realizar mentalmente. Quando maior a quantidade de instrumentos utilizados, maiores são as possibilidades de aplicação das suas novas funções psicológicas (MOREIRA, 2016). A apropriação de algum conceito ocorrerá quando o indivíduo aprender a fazer o uso social dele, por exemplo, “uma criança só vai "conhecer" um copo, quando for capaz de utilizá-lo com o seu uso social<sup>4</sup>” (NOGUEIRA, 2007, p. 86), ou seja, a interação social implica no intercâmbio de significados (MOREIRA, 2016).

Nesse processo de desenvolvimento deve ser respeitado que Vygotsky chama de zona de desenvolvimento proximal, ou seja, a distância entre o nível de desenvolvimento cognitivo real do indivíduo (medido pela capacidade de resolver problemas independentemente) e seu desenvolvimento potencial (capacidade de solução de problemas sob a orientação de alguém); "a zona de desenvolvimento proximal define as funções que ainda não amadureceram, mas que estão no processo de maturação" (MOREIRA, 2016, p. 21). A interação social ocorre na zona de desenvolvimento proximal ao mesmo tempo em que estabelece seus limites.

Diante deste contexto, os professores assumem papel de mediadores, pois internalizaram significados socialmente compartilhados e apresentam aos alunos aqueles que são socialmente aceitos para determinado signo. Essa mediação significa, “que o professor deve trabalhar com o aluno, explicar, questionar, corrigir e fazer com que a criança explique seu próprio pensamento” (NOGUEIRA, 2007, p. 87). Nesse contexto, a avaliação se refere aos significados demonstrados pelos alunos serem aqueles pretendidos, ou seja, compartilhados na área do conhecimento em questão (MOREIRA, 2016).

Deve-se considerar nesse processo, que a realidade não é um fenômeno ou um objeto que possa ser recebido “pronto”, mas exige uma construção que envolve a socialização e a comunicação entre os indivíduos. O ensino aprendizagem de matemática, portanto, precisa demonstrar as relações diretas daquilo que é estudado com a realidade, evitando o distanciamento entre os saberes matemáticos e os saberes cotidianos (NOGUEIRA, 2007).

As estratégias para promover a aprendizagem nessa perspectiva de Vygotsky podem ser diversificadas. A Modelagem na perspectiva de Burak (1992) (discutida no item 2.2.5) é

<sup>4</sup> Ao Contrário de Piaget, Vygotsky não concorda com a ideia de que a criança passa por diversos estágios cognitivos, porque existe uma interação contínua entre as inúmeras diversidades das condições sociais e a base biológica do desenvolvimento humano (NOGUEIRA, 2007).



uma opção porque exige e promove um ensino de características mais flexíveis, comprometido com a resolução de problemas a partir do diálogo, de reflexões, discussões e proposições dos alunos, para promover uma aprendizagem intrínseca e significativa, relacionando os conceitos com o ambiente e considerando a influência dessa relação para a estrutura cognitiva dos sujeitos.

Esses pressupostos vão ao encontro do sócio interacionismo de Vygotsky, cujo caráter construtivista busca a compreensão dos conceitos por um processo de construção influenciado pelo meio e a apresentação de propostas com significados que estimulem o interesse dos alunos, fugindo de mecanismos previamente estabelecidos pelo professor, portanto, produzindo o próprio conhecimento matemático por meio de um processo de elaboração.

### **2.3.3 A Modelagem Matemática e a Aprendizagem Significativa de Ausubel**

David Ausubel foi um psicólogo que trabalhou na área da psicologia educacional buscando compreender como acontece o processo de aprendizagem para os indivíduos. Ele propõe que a aprendizagem é um processo de armazenamento de informações, em que as novas informações se relacionam de maneira não arbitrária e substantiva com às informações já existentes na estrutura cognitiva dos indivíduos. Essas informações são chamadas de conceitos subsunçores e podem ser conceitos, proposições, imagens, símbolos, conhecimentos específicos claros, estáveis e diferenciados (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Moreira (2016) coloca que, quando o novo conhecimento é armazenado na estrutura cognitiva dos indivíduos por meio de um processo literal e arbitrário, acontece a aprendizagem mecânica. O aprendiz não dá significado àquilo que aprende, apenas armazena mecanicamente as informações que recebe. Contudo, é possível que ela passe progressivamente de mecânica à significativa.

A Aprendizagem Significativa pode ser representacional, quando os símbolos arbitrários passam a representar seus referentes, conceitual, se aprendidos conceitos e representações, e proposicional, no caso de serem aprendidos mais do que a soma de significados de palavras, mas ideias expressas. São condições para a ocorrência desses processos: que os novos conhecimentos à serem assimilados e os materiais utilizados sejam relacionáveis de maneira não arbitrária e substantiva à estrutura cognitiva dos aprendizes e que estes se predisponham a aprender significativamente (MOREIRA; MASINI, 2001).

A relação das novas informações com os subsunçores pode envolver: 1) subordinação, quando os conceitos pretendidos se relacionam de maneira inclusiva, substantiva e não arbitrária com aqueles superordenados da estrutura cognitiva; 2) superordenação, se o novo conhecimento é relacionado com aqueles subordinados hierarquicamente; 3) combinação, na situação em que as informações não se relacionam com os subsunçores por nenhuma das maneiras anteriores, mas com amplos conhecimentos de maneira combinatória (MOREIRA; MASINI, 2001)

Na medida em que os conhecimentos novos são assimilados, tem-se a modificação dos subsunçores. Se essa assimilação acontece dos conceitos mais abrangentes para os mais específicos, o processo é denominado diferenciação progressiva; se acontece das partes mais específicas para se chegar a conceitos mais gerais, acontece o que é chamado de reconciliação integrativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Burak (1992) afirma que a teoria da Aprendizagem Significativa pode ser relacionada com o ensino de matemática, pois considera mais profundamente a aprendizagem e as relações que ocorrem em sala de aula durante esse processo. Busca-se identificar os fatores que influenciam na ação de aprender, assim como conceitos mais ou menos inclusivos e informações já existentes.

## **CAPÍTULO 3**

### **3. REVISÃO DA LITERATURA**

Este capítulo faz menção à Modelagem no ensino e na aprendizagem de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental e na formação de professores da Educação Básica. Também, às práticas formativas em nível inicial e continuado que têm sido implementadas para formar professores de matemática.

Fazer esta revisão foi um dos objetivos específicos desta pesquisa. Considerou-se que é preciso conhecer aquilo que está sendo produzido na área para compreender o cenário educacional atual da matemática no que se refere a fatores como carências, coerências, incoerências e demandas.

#### **3.1 MODELAGEM NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.**

A Educação Matemática, “tanto como disciplina, quanto como campo profissional, científico e de estudo, é nova e ainda se encontra em processo de constituição” (BURAK; KLUBER, 2013, p. 1). Em qualquer nível de ensino ela envolve a influência da matemática na formação do indivíduo para que a aprendizagem aconteça de forma a prepará-los para atuarem criticamente na sociedade.

A Modelagem Matemática no contexto educativo, objetiva principalmente possibilitar a aprendizagem de matemática e explorar possíveis aplicações cotidianas, construindo modelos e relacionando a matemática utilizada na Modelagem com os conteúdos programáticos. Ela facilita a construção de conhecimentos, a investigação, o envolvimento com o tema central e a relação entre diferentes áreas de forma interdisciplinar.

Segundo Burak e Kluber (2013) a Modelagem procura manter a harmonia com as necessidades da educação atual, na medida em que envolve um conjunto de ações, os quais ampliam o espaço da sala de aula, e se orienta pelas possibilidades de construção de conhecimentos lógicos matemáticos interdisciplinares articulados com uma visão antropológica. Seus métodos qualitativos consideram os enfoques de cortes antropológicos, fenomenológicos e etnográficos, que representam diferentes afirmações da natureza e do

comportamento humano e podem proporcionar uma maneira mais eficiente de compreender e entender os problemas (BURAK; KLUBER, 2013).

Como prática educativa, a Modelagem Matemática no ensino de matemática pressupõe os princípios de partir do interesse dos indivíduos envolvidos e obter informações e dados a partir do ambiente em que eles estão. Assim, o professor, como mediador, orienta a escolha do tema, a pesquisa exploratória, o levantamento e resolução do problema, o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e a análise crítica das soluções (BURAK; KLUBER, 2013). A mediação realizada, nesse contexto, é entendida como uma ação pedagógica que facilita a interação dos alunos com o mundo dos objetos e redimensiona as relações de aprendizagem, fornecendo valiosos subsídios teóricos e instrumentais para a compreensão e instrumentalização dos conteúdos. Também, que estimula a reflexão acerca das mudanças desejáveis, tem uma intencionalidade e busca interação com determinadas características (REUVEN FEUERSTEIN, 1989, *apud* PISACCO, 2006).

São vários os discursos que apoiam a inserção da Modelagem na educação devido as modificações e melhorias proporcionadas, algumas das quais serão explicitadas a seguir.

Dias (2005) argumenta que esta inserção facilita a solução de problemas matemáticos para os alunos, motivando a análise de certos fenômenos e, a partir deles, a proposição de soluções com base em novos modelos ou na reelaboração daqueles que já existem.

Brito (2013) coloca que este processo representa uma maneira de estimular o desenvolvimento de competências básicas nos alunos, relacionadas aos conteúdos, à motivação e à utilidade da matemática. Com isso, eles podem “situar-se no seu ambiente sociocultural e instrumentaliza-se para atuar e modificar esse ambiente” (BRITO, 2013, p. 60).

Almeida, Silva e Vertuan (2013) afirmam que a Modelagem Matemática pode contribuir para a promoção da aprendizagem significativa. Isso porque ela exerce influência na motivação dos estudantes de modo a despertar a predisposição deles para aprender, o que possibilita a negociação de significados e a demonstração da aprendizagem por meio da resolução de problemas, já que essa resolução significa dizer que houve interação entre os novos e antigos conhecimentos.

A Modelagem permite que o educando construa o seu conhecimento matemático a partir de temas do cotidiano que lhe são interessantes, de forma que o trabalho contemple estudos além dos conteúdos previstos (unidades de conteúdo) e propostos pelo livro didático,

relacionados com os problemas do dia a dia, contribuindo para a superação da visão linear do ensino de matemática. Também, ela pode facilitar a Aprendizagem Significativa, desde que os conteúdos da abordagem apresentem estreito relacionamento com conceitos já existentes na estrutura cognitiva dos alunos (BURAK, 1992).

Dias (2005) defende a inserção da Modelagem no ensino seguindo de um argumento: 1) formativo, que enfatiza que o processo de construção dos modelos e as aplicações matemáticas que ajudam a desenvolver competências gerais nos alunos, estimulando a descoberta, a criatividade e a confiança nas próprias capacidades; 2) de competência crítica e de conhecimento reflexivo, o qual pressupõe que em uma sociedade tecnológica e da informação como a atual, torna-se oportuno desenvolver uma criticidade que permita integrar-se como cidadãos ativos e esclarecidos; 3) utilitarista, pressupondo que além da característica motivadora do problema abordado, os alunos podem reconhecer as diferentes aspectos da Matemática de forma contextualizada, percebendo sua importância; 4) da “visão da Matemática”, que é fundamentado pela ideia da Educação Matemática proporcionar uma visão representativa e multifacetada da matemática, quer como ciência, quer como atividade cultural; 5) da aprendizagem da Matemática, o qual pressupõe que o uso da Modelagem proporciona maior compreensão dos conceitos e aprimora a capacidade de interpretação de situações e de saberes adquiridos em situações reais.

Devido à estas vantagens, há no campo educacional, “vários exemplos de educadores que adotam a Modelagem Matemática, por acreditarem que essa proposta viabiliza a melhoria do ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, dando-lhe maior aplicabilidade e flexibilidade e oportunizando o debate sobre seu papel social” (BUENO, 2011, p. 28).

### **3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES**

Independente da concepção de Modelagem Matemática adotada, para utilizá-la e ter acesso aos benefícios possibilitados, é necessário que os professores conheçam o assunto e estejam preparados para trabalhar com a imprevisibilidade característica das práticas sob essa perspectiva. Como afirma Barbosa (2001, p. 3) “é amplamente reconhecido que o papel desempenhado pelos professores é estratégico em qualquer proposta curricular, pois são eles que organizam, decidem e orquestram as atividades de sala de aula”. Os cursos de formação de professores precisam promover tal conhecimento.

Segundo Nóvoa (1992), a formação de professores é uma preocupação desde o século 18, quando os reformadores portugueses procuraram legitimar ideologicamente o poder estatal naqueles que eram considerados a voz do dispositivo chamado escolarização e, portando, responsáveis pela reprodução social.

Progressivamente, a preocupação foi aumentando, tanto é que no século 19 foram implementados mecanismos mais rigorosos de seleção e de recrutamento dos profissionais desta área, ocupando um lugar primordial, quando o ensino normal passou a constituir um dos lugares privilegiados da profissão docente.

No século 20, quando as escolas passaram a ser consideradas também espaços de afirmação profissional, que legitimavam saberes produzidos no exterior da profissão docente, colocando o professor como transmissor do conhecimento, ocorreu uma verdadeira mutação sociológica do professorado, primeiro do ensino primário e mais tarde do secundário. Foram consolidadas as instituições de formação de professores e verificou-se um esforço do estado para maior afirmação da profissão docente como mecanismo de controle. Aos poucos, essa formação controladora cedeu espaço para uma mais ideológica, que buscava maior autonomia na afirmação do seu profissionalismo. Ora, o trabalho com os docentes só poderia ser feito se consideradas as suas opiniões e conhecimentos educativos (NÓVOA, 1992).

No século 21 a necessidade de formação tornou-se ainda mais expressiva já que a educação passou a requerer capacidades que preparassem os indivíduos para os desafios do século no que se refere a cultura, educação, tecnologia e assim por diante. Desde a lei 9394/96 enfatizou-se a formação profissional, tendo sido produzidos a partir dela, pareceres, documentos e resoluções acerca do assunto, incluindo as Diretrizes Curriculares Nacionais, que expressam preocupação com a formação inicial e continuada. As propostas sob essa ênfase incentivaram que os métodos conteudistas cedessem espaço a valorização dos alunos como sujeitos críticos, responsáveis pela sua aprendizagem. Também, que os professores se percebessem como sujeitos em constante transformação ideológica, que precisavam de aperfeiçoamento contínuo para dar conta da complexidade da profissão docente (SILVA, 2009).

No século 21, no que tange a Modelagem Matemática, o debate acadêmico, tanto em termos das práticas quanto das pesquisas, “tem dado grande visibilidade às discussões que tratam do papel do professor e do aluno no desenvolvimento das atividades de Modelagem dentro da sala de aula” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 23). Ressalta-se sua

função de orientar, indicando caminhos, fazendo perguntas, não aceitando o que não está bom, sugerindo procedimentos ao mesmo tempo em que exerce a função de autoridade.

Pensar essa perspectiva da Modelagem implica considerar o ensino como um processo de constante movimento de mudança e constantemente questionável. Mais do que isso, aprender e ensinar a partir de modelos na perspectiva da Educação Matemática e fugindo de currículos reducionistas, desconstrói um currículo engessado para reconstruir uma didática que cede espaço ao espírito crítico, questionador, reflexivo, que subsidia a confirmação ou refutação de conjecturas. Logo, o pensamento por esse viés pressupõe que o conhecimento dos professores não seja limitado a questões específicas dos conteúdos da matemática; é necessária aptidão e diálogo com vários conhecimentos sem, para isso, dispor de um planejamento inflexível (DIAS, 2005).

Para Fiorentini e Oliveira (2013, p. 920) considerar a Modelagem implica, acima de tudo, entender o que se espera dos professores, porque existem diferentes concepções e interpretações do que seja essa prática: “para pensar a formação necessária ou fundamental para esse profissional, cabe, antes, analisar e discutir a prática social do educador matemático, pondo em evidência os saberes mobilizados e requeridos por essa prática”. A partir disso, os autores colocam 3 perspectivas distintas de interpretações e concepções de prática do educador, que devem ser consideradas quando se busca compreender o que se espera dos professores e o que vem sendo desenvolvido nos processos formativos.

A primeira perspectiva afirma que o trabalho dos professores pode ser visto como essencialmente prático, bastando o domínio do conhecimento matemático, que é o objeto do ensino e da aprendizagem. A arte de ensinar se aprende ensinando, não sendo necessário trabalhar as relações entre alunos, professores e a matemática. O lugar da matemática nessa concepção de prática de formação docente,

É central e majoritário, porém mais voltado ao conhecimento matemático clássico – em sua tradição platônica e euclidiana e, às vezes, formalista estrutural [...] – do que um saber problematizado e vetorizado (isto é voltado e direcionado) à formação matemática e didático-pedagógica do professor da escola básica (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 920).

Além disso, as disciplinas didático-pedagógicas têm uma posição secundária, priorizando aspectos genéricos da estrutura e funcionamento do ensino e da psicologia, filosofia, história e sociologia da educação, não focalizando nas práticas de ensinar e aprender a matemática da escola básica.

Na segunda perspectiva, o ensino de matemática refere-se a um campo de aplicação dos conhecimentos produzidos sistematicamente pela pesquisa acadêmica. É necessário que o professor adentre teoricamente no campo dos conhecimentos matemáticos, das ciências educativas e dos processos metodológicos de ensino da matemática para depois utilizá-los na prática educativa por meio de um processo de treinamento profissional. Nas palavras de Fiorentini e Oliveira (2013, p. 921)

O lugar da matemática nessa concepção de prática e de formação docente continua sendo considerado central e fundamental, porém, ainda fortemente distanciado das práticas escolares, pois a aplicação desses conhecimentos passa por um processo de racionalidade técnica e/ou de transposição didática do saber sábio ou científico para o saber a ser ensinado e, finalmente, em objeto de ensino [...].

Os processos formativos por essa perspectiva dão ênfase mais à dimensão técnica e didática – relação entre professor, aluno, conteúdo, método de ensino, do que a pedagógica – que busca o sentido, a relevância e as consequências daquilo que é ensinado.

A terceira perspectiva coloca a prática pedagógica como uma prática social, constituída de saberes e relações complexas, que necessitam ser estudadas, analisadas, problematizadas, compreendidas e transformadas. Para isso, é necessário ter como eixo principal de estudo e problematização as múltiplas atividades profissionais do educador matemático, considerando que a matemática nunca aparece de forma hermeticamente isolada.

Compreendendo o que se espera dos professores, os cursos de formação devem ser conduzidos de forma que esses profissionais “estejam preparados para desempenhar um papel ativo na organização, implementação e avaliação destas atividades” (DIAS; ALMEIDA, 2004, p. 6). Não se pode priorizar apenas a perspectiva reprodutivista, em que se reproduz a prática do docente com os discentes. Deve-se contemplar características relacionadas à pesquisa, a autonomia e ao desenvolvimento profissional em um conjunto de princípios e conhecimentos que considerem as características do contexto em que a situação foi gerada, bem como pensamentos, sentimentos e ações de forma crítica e participativa (DIAS; ALMEIDA, 2004).

Segundo Dias (2005), alguns elementos fundamentais dos processos formativos são: o conhecimento do professor em relação ao conceito de Modelagem seus preceitos teóricos e como realizá-la; a realização de atividades sob essa perspectiva, em que seja necessário resolver um problema em todas as etapas inerentes ao processo; o desenvolvimento de atividades nas práticas docentes.



Fiorentini (2013), por sua vez, coloca que, para compreender a matemática enquanto saber de relação, situado nos processos interativos de aprendizagem, os futuros professores ainda na licenciatura, devem aprender a partir da análise da sala de aula ou das práticas narradas por outros sujeitos. Com isso, pode-se despertar sensibilidade em tentar compreender a complexidade dos alunos pela valorização do sentido que eles atribuíram às situações matemáticas, pelo conhecimento dos referidos conteúdos de forma específica tanto dos professores quanto dos alunos, pela forma como a situação-problema foi elaborada, pelo modo como as situações de ensino e aprendizagem foram administradas. "Em síntese, esse caso põe em destaque não apenas o pensamento matemático dos alunos em ação e em processo de desenvolvimento, mas também o saber profissional do professor no contexto da prática profissional" (FIORENTINI, 2013, p. 924).

Barbosa (2001) argumenta em favor da oportunização do contato dos professores com os vários tipos ou níveis de abordagem da modelagem, de modo que eles possam eleger aqueles possíveis ao seu contexto escolar. Também, argumentam em favor do reconhecimento: das limitações dos programas de formação, tendo claro as consequências efetivas dessas limitações para as práticas pedagógicas; das concepções docentes acerca do ensino de matemática; do contexto escolar como o local em que o ensino acontece, o qual está vinculado aos outros setores da sociedade. Assim, os processos formativos devem se basear nos conhecimentos práticos e profissionais, que são gerados em situações reais, nos acertos e dilemas da própria prática de Modelagem em sala de aula e na reflexão, organização, intervenção e geração de novos conhecimentos.

Podem ser utilizadas com os professores estratégias como: proposição de atividades de modelagem, por meio das quais desenvolvem por si mesmos, como se fossem alunos; análise de modelos prontos, em que podem investigar situações matemáticas utilizando a Modelagem e refletindo e discutindo procedimentos utilizados; estudo de caso de ensino utilizando modelos, como uma oportunidade de aprender; intervenção em sala de aula, em que é preciso desenvolver interações inovadoras na perspectiva em questão (BARBOSA, 2001).

Considerando os aspectos citados anteriormente, quando se refere a implementação das propostas de Modelagem Matemática em cursos de formação docente, segundo Fiorentini (2012), 6 abordagens são mais comuns. Na primeira abordagem, o ensino acontece "para a resolução de problemas", partindo do pressuposto de que é preciso dominar tecnicamente e formalmente os conceitos e procedimentos matemáticos para então utilizá-los de forma

eficiente para solucionar problemas cotidianos; essas práticas que são rotineiras ou fechadas, requerem o domínio prévio dos conceitos e possibilitam apenas uma resposta.

A segunda abordagem consiste em “ensinar sobre a resolução de problemas”, também em uma perspectiva aplicacionista em que os professores precisam estudar manuais didáticos já sistematizados, para então aplicá-los com seus alunos. Isso é percebido principalmente em treinamentos, em que são ouvidas algumas relações teóricas do formador, para depois treinar e aplicar o que foi aprendido.

A terceira abordagem consiste em “desenvolver uma prática de aprendizagem a respeito da resolução de problemas”, de forma que os professores assumam um papel central na construção do conhecimento dessa resolução, estabelecendo um diálogo entre a teoria e prática. Tal processo geralmente é desenvolvido em grupos, nos quais “o formador comparece auxiliando no oferecimento de bibliografias pertinentes da resolução de problemas, também de relatos de investigações de professores que tomam como objeto de estudo suas práticas de ensinar e aprender matemática via resolução de problemas ou em ambientes exploratório-investigativos” (FIORENTINI, 2012, p. 69). A socialização dessas práticas acontece por metodologias diversas, como seminários e discussões.

A quarta abordagem coloca que durante a formação inicial ou continuada, os professores tenham a oportunidade de vivenciar práticas envolvendo a resolução de problemas, se apropriando de formas de trabalhar nessa perspectiva; “esta abordagem, do mesmo modo que as duas anteriores, não promove problematização e nem metacognição a partir da reflexão e análise sistemática dessas práticas com e por meio da resolução de problemas” (FIORENTINI, 2012, p. 70), o que seria fundamental para o desenvolvimento do conhecimento profissional.

A quinta abordagem intenciona problematizar e teorizar a vivência na formação inicial ou continuada como uma via para a resolução de problemas. Tal reflexão se baseia em análises e sistemáticas do “vir a ser professor”.

A sexta abordagem tem forte impacto no desenvolvimento profissional docente: “é a investigação sobre a própria prática de ensinar e aprender matemática em um ambiente exploratório-investigativo ou de resolução de problemas” (FIORENTINI, 2012, p. 70). Este é um campo fértil para a produção de conhecimento, tendo em vista a diversidade da sala de aula. Essa é a abordagem que mais se aproxima dos processos reflexivos envolvidos na resolução de problemas, porque os conhecimentos passam a não ser mais limitados às

questões específicas da matemática, facilitando a utilização dela em um ambiente voltado a comunicação, argumentação e construção do conhecimento.

Um campo de importante discussão no que tange à formação inicial, é o do estágio supervisionado como prática curricular dos cursos de formação inicial de professores. Ele é um profícuo contexto de aprendizagens, que possibilita compreensão da realidade escolar, construção de concepções e identidades e percepção das dificuldades a serem enfrentadas (GAMA; FIORENTINI, 2009). Isso é importante quando se considera que os professores iniciantes “passam por um período difícil, ao longo do qual buscam aprender, na prática, o ofício da docência e confrontam os conhecimentos adquiridos durante a licenciatura com as possibilidades oferecidas pelo campo de trabalho” (GAMA; FIORENTINI, 2009, p. 445).

Frantz (2010, p. 10) afirma que o estágio curricular supervisionado "é um período de formação que se dá em espaços ligados a profissão escolhida, na qual se tem o cotidiano como fonte de conhecimento". Soares (2010, p. 52) define como “campo de conhecimento reconhecendo e valorizando sua dimensão formativa, investigativa/reflexiva e articuladora da relação teoria-prática, nos cursos de formação de professores”. Malheiros (2016, p. 1157) compreende como “um dos lócus profícuos para que discussões e práticas sejam desenvolvidas, considerando a formação inicial do professor e as possibilidades para as aulas da Educação Básica”. Segundo Soares (2010) trata-se de um componente curricular essencial para a inserção dos professores em formação no campo da atuação profissional docente. Pode-se com essas práticas ensinar a ensinar, aprender a ensinar e aprender a aprender, de forma a oferecer boas condições para os professores exercerem o profissionalismo em uma configuração social que exige superação de dificuldades e constante reformulação dos saberes. Ainda, para Frantz (2010), refere-se a um momento para aliar teorias e ações e para compreender a complexidade das práticas institucionais, o que contribui para o fazer pedagógico ser qualificado e transformador.

O momento do estágio supervisionado serve para a inserção de práticas de Modelagem Matemática. Essa inserção aconteceu na pesquisa de Malheiros (2016), a qual demonstrou ser possível desenvolver a Modelagem a respeito de um tema de interesse dos alunos da educação básica a partir do diálogo e da problematização, mesmo diante da dificuldade em conciliar a Modelagem com o currículo em abordagens mais abertas. Também, na pesquisa de Cagnin-Stieler e Bisognin (2009), foi percebido que os alunos aprimoraram sua formação, pois aprenderam progressivamente, de forma que foi ressaltada a importância do debate, da

utilização da modelagem no ensino e na aprendizagem. Criou-se um ambiente dinâmico, rico e criativo na prática educativa com os futuros professores, embora as dificuldades de reflexão da prática pedagógica tenham sido inerentes ao processo.

Assim, as atividades de formação utilizando a Modelagem Matemática redimensionam a prática profissional docente porque estimulam um processo de reflexão, permeando as situações concretas (DIAS, 2005). Amplia-se a visão acerca da matemática como campo de conhecimento, em que se discute e reflete questões relevantes para a sociedade e para o ensino, relacionadas com os conceitos matemáticos e associando teoria e prática. Também, a implementação destes procedimentos em práticas de estágio estimula o pensamento acerca do desenvolvimento profissional, representando uma possibilidade metodológica à ser utilizada em práticas pedagógicas futuras.

Desta forma, pode-se aproveitar todo o potencial da Modelagem em sala de aula, propiciando uma nova identidade para o ensino com o objetivo de compreender a realidade. O engajamento dos alunos nessas práticas possibilita compreender aspectos teóricos e técnicos da matemática e porque adquirir tais compreensões (ALMEIDA; BRITO, 2005). Os professores podem proporcionar um clima de liberdade, incentivando escolhas de problemas e de alternativas para solucioná-los, bem como atuar como mediadores da relação ensino e aprendizagem, orientando o trabalho, tirando dúvidas colocando novos pontos de vista (BURAK, 1992).

### **3.3 ESTUDOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES**

A revisão da literatura aconteceu no período de janeiro de 2010 até maio de 2017, e teve como objetivo perceber e discutir alguns aspectos das propostas de Modelagem Matemática abordados nos cursos de formação de professores em nível inicial e continuado.

Ela foi realizada na biblioteca virtual Scielo e no Portal Periódicos CAPES utilizando as seguintes palavras chave, as quais foram buscadas em língua portuguesa e inglesa: a) Modelagem Matemática e formação de professores; b) Modelagem Matemática e formação inicial de professores; c) Modelagem Matemática e formação de docentes; d) Modelagem Matemática e formação continuada de professores; e) Modelagem Matemática e formação em serviço. Esta revisão foi discutida no capítulo 3 dessa dissertação.

Foram selecionados 19 artigos que abordavam a Modelagem Matemática na formação inicial e continuada de professores de matemática da educação básica (de acordo com o critério utilizado).

Depois da leitura deles, buscou-se analisar aspectos de similitude que pudessem ser agrupados em unidades de análise. Dentre os aspectos que os artigos trouxeram em suas discussões, destacaram-se aqueles referentes: à importância da Modelagem Matemática na formação de professores, aos níveis dos processos formativos (inicial ou continuado), às metodologias formativas utilizadas durante a formação, às dificuldades procedimentais de utilização da Modelagem e às mudanças pedagógicas obtidas a partir dela.

Estes elementos foram agrupados e discutidos em unidades de análise, conforme propõe Bardin (2011) (a análise de conteúdo nessa perspectiva é colocada no item 4.1), fazendo emergir uma compreensão acerca da utilização da Modelagem em cursos de formação de professores que colaborou para responder à problemática e aos objetivos dessa pesquisa (ver Quadro 1).

QUADRO 1: ARTIGOS ANALISADOS NA REVISÃO DA LITERATURA

<b>Id</b>	<b>NOME</b>	<b>Autores</b>	<b>Ano</b>
1	As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de Modelagem Matemática	Lilian Aragão da Silva Andréia Maria Pereira de Oliveira	2012
2	Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos	Everaldo Silveira Ademir Donizeti Caldeira	2012
3	Modelagem em aulas de matemática: reflexos da formação inicial na educação básica	Ana Paula dos Santos Malheiros	2016
4	Modelagem Matemática e os textos produzidos em um programa de formação continuada	Ana Virginia de Almeida Luna Jonei Cerqueira Barbosa	2015
5	A Modelagem Matemática na formação do professor de matemática	Rafael Winícius da Silva Bueno Glaucia Cabral Moraes	2016
6	Formação continuada de professores de matemática da educação básica em Modelagem Matemática: possibilidades da educação a distância <i>online</i> via <i>software</i> Moodle	Carlos Roberto Ferreira Dionísio Burak	2016
7	Realidad y perspectiva didáctica de futuros profesores de matemáticas a partir de una situación problema	José ortiz Buitrago Luis rico romero Enrique castro martínez	2010
8	Desenvolvimento do conhecimento didático de uma futura professora de matemática do 3º ciclo: o confronto com a sala de aula na preparação e análise de tarefas de modelação matemática	Florianio Viseu Luís Menezes	2014
9	Modelagem para a aprendizagem das funções logarítmicas	Karine Socorro Pugas da Silva Marcus Túlio de Freitas Pinheiro	2016
10	Caminhos do significado em atividades de	Karina Alessandra Pessoa da Silva	2015

	Modelagem matemática: um olhar sobre os interpretantes	Lourdes Maria Werle de Almeida	
11	Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de Modelagem matemática	Rodolfo Eduardo Vertuan Lourdes Maria Werle de Almeida	2016
12	Modelagem Matemática e o ensino de ajuste de funções: um caderno pedagógico	Rudolph dos Santos Gomes Pereira Guataçara dos Santos Júnior	2013
13	Percepções de Professores sobre o uso da Modelagem matemática em sala de aula	Eleni Bisognin Vanilde Bisognin	2012
14	Different Approaches to Mathematical Modelling: Deduction of Models and Student's Actions	Lourdes Maria Almeida, Lilian Akemi Kato	2014
15	Competências dos alunos em atividades de Modelagem Matemática	Lourdes Maria Werle De Almeida Ana Paula Lorin Zanin	2016
16	Planejamento de uma atividade de Modelagem na educação: o que figura na escrita do diário do professor?	Danusa de Lara Bonotto Valderez Marina do Rosário Lima	2016
17	A pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática: sobre as atividades de formação continuada em teses e dissertações	Carla Melli Tambarussi Tiago Emanuel Klüber	2014
18	Modelagem Matemática nos anos iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores	Elizabeth Gomes Souza Ana Virgínia de Almeida Luna	2014
19	(Des)encontros entre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e a formação de professores de matemática	Tiago Emanuel Klüber	2012

FONTE: O autor (2017).

Foram apresentados no Quadro 1, os dezenove artigos selecionados durante a revisão da literatura, os quais receberam um número de identificação que será referido nas discussões posteriores. Ao lado do título de cada artigo, estão descritos os respectivos autores e o ano de publicação. A partir deles foram propostas e discutidas algumas unidades de análise, as quais são expressas posteriormente nessa dissertação.

**a) Unidades de análise 1: A importância da Modelagem Matemática na formação de professores**

Todos os artigos evidenciaram aspectos positivos da utilização da Modelagem Matemática na formação de professores, demonstrando que, como afirmam Burak e Klüber (2008), este é um assunto em expansão na Educação Matemática, e que a Modelagem representa um processo pelo qual professores e alunos têm a oportunidade de aprender, em termos das dificuldades enfrentadas por eles.

Mais especificamente, Silva e Oliveira (2012) afirmaram as contribuições da formação de professores na área da matemática para discutir as inseguranças, tensões e dilemas a respeito da utilização da Modelagem Matemática. Bisognin e Bisognin (2012) consideraram que a implementação de propostas nessa perspectiva nas escolas e na disciplina de matemática

dos cursos superiores promove formação inicial ou continuada e é uma forma de qualificar o ensino; não basta conhecer os conteúdos específicos das disciplinas, se não houver articulação desses conhecimentos com situações concretas do fazer docente para a resolução de problemas. Malheiros (2016) afirmou que a formação é um tempo para estimular a autonomia no alcance dos objetivos da educação básica utilizando a criticidade; depois disso, os professores podem estimular a reflexividade dos alunos na compreensão da matemática e no desempenho da cidadania. Ferreira e Burak (2016), propuseram que a formação inicial e continuada facilita avanços significativos das metodologias de ensino, articulando a Modelagem Matemática com outros recursos, como as tecnologias da informação e comunicação.

Assim, esse reconhecimento foi ao encontro da facilitação do ensino de matemática na educação, para que licenciandos e licenciados possam construir o conhecimento direta ou indiretamente a partir dos processos formativos e da Modelagem (BURAK, 2010). Foram promovidas melhorias na formação dos professores, principalmente relacionadas com a ação de aliar os conhecimentos específicos da área da matemática com conhecimentos pedagógicos do fazer docente e do cotidiano dos alunos, e com chamar a atenção e despertar o interesse dos alunos pelos conteúdos matemáticos. Tais melhorias são imprescindíveis para a mediação de processos de ensino e de aprendizagem mais significativos utilizando a modelagem.

#### **b) Unidades de análise 2: formação inicial e continuada**

A formação foi tratada nos artigos analisados nos níveis inicial e continuado, sendo o primeiro concebido como o período de aprendizagem que acontece nas instituições de ensino superior formadoras de professores, que possibilita a primeira habilitação para o exercício da profissão, e o segundo como um processo de aprimoração e desenvolvimento profissional dos professores que já estão atuando na educação, o qual pode acontecer mediante ações dentro e fora das escolas (SILVA; ARAÚJO, 2005 *apud* FERREIRA; BURAK, 2016). Carvalho (1998) complementou ainda, que a formação inicial é condição mínima para o exercício do magistério em qualquer área e a continuada é imprescindível para a especialização e atualização dos professores em suas áreas específicas.

A formação continuada de professores em Modelagem Matemática foi abordada por Luna e Barbosa (2015), Almeida e Zanin (2016), Bonotto e Lima (2016), Buitrago, Romero e Martinez (2010), Bisognin e Bisognin (2012), Ferreira e Burak (2016), Viseu e Menezes



(2014), Pereira e Santos Júnior (2013), Almeida e Kato (2014), Tambarussi e Klüber (2014), Souza e Luna (2014), Silva e Oliveira (2012).

Destes, Ferreira e Burak (2016), apresentaram uma pesquisa realizada em um curso de formação continuada em Modelagem Matemática na modalidade Educação a Distância (EaD), no ambiente virtual *Modular Object Oriented Distance Learning* (Moodle). Bisognin e Bisognin (2012) investigaram percepções de professores de um curso de mestrado em ensino de matemática acerca das experiências com Modelagem em suas práticas docentes, bem como as opiniões dos alunos desses professores sobre isso. Souza e Luna (2014) propuseram ações de formação para professores dos anos iniciais da educação básica e delinearão temáticas de pesquisas emergentes, a partir de um panorama dessa fase da escolaridade.

Os autores que abordaram a formação continuada compreenderam e discutiram a importância de os professores atualizarem suas práticas continuamente, o que é relevante quando se considera que, como afirma Ferreira e Burak (2016), esses processos possibilitam espaços para a prática pedagógica em modelagem, com vista à atualização dos professores quanto aos avanços das metodologias de ensino e recursos disponíveis e à reflexão crítica permanente.

A formação inicial em licenciatura por sua vez, foi abordada por Vertuan e Almeida (2016), Silva e Pinheiro (2016), Silva e Almeida (2015), Bueno e Moraes (2016) e Malheiros (2016). Dentre estes Malheiros (2016) descreveu o estágio supervisionado como espaço de formação inicial em Modelagem Matemática dos futuros professores. Bueno e Moraes (2016) relataram uma experiência realizada com estudantes do curso de licenciatura em matemática, a qual construiu a partir da disciplina de Modelagem Matemática, situações didáticas para demonstrar métodos alternativos de ensino e aprendizagem utilizando a modelagem. Vertuan e Almeida (2016) aliaram, em um curso para futuros professores a matemática e o cotidiano para a resolução de problemas.

Nesse sentido, Bueno e Moraes (2016) propuseram que abordagens em Modelagem nos cursos de licenciatura, oferecem possibilidades de os estudantes ocuparem um papel principal na construção do conhecimento, atuando como sujeitos ativos e catalisando construções do conhecimento e definições conceituais. Os autores compreendam a dificuldade disso, mediante programas e ementas muitas vezes engessadas das disciplinas de matemática. Silva e Pinheiro (2016) complementaram que torna-se fundamental um ensino de matemática



que instigue a formulação e a compreensão de conceitos e a resolução problemas específicos para a construção do conhecimento científico.

Ainda, foram realizadas abordagens voltadas à formação inicial e continuada ao mesmo tempo. Silveira e Caldeira (2012), por meio da implementação da modelagem, analisaram e discutiram resistências de mudar as práticas manifestadas por professores atuantes, licenciandos e egressos de cursos de formação; Kluber (2012) discutiu aspectos que favorecem encontros e desencontros entre a Modelagem na Educação Matemática e a formação de professores da área.

Por fim, afirma-se que todas as pesquisas evidenciaram compreensão do potencial da Modelagem Matemática para a formação de professores, independentemente do nível em que abordaram a temática. Isso representou o que Fiorentini e Oliveira (2013) chamam de mudança de enfoque da formação matemática, imprescindível para atingir uma dimensão mais compreensiva da matemática em sua abrangência específica e como conhecimento científico da cultura humana. Foi compreendido o papel da resolução de problemas no trabalho profissional com vista à uma prática colaborativa e investigativa.

### **c) Unidades de análise 3: metodologias formativas**

Nas abordagens da formação em nível inicial e continuado foram utilizadas diferentes metodologias para atingir os objetivos, o que demonstrou que a Modelagem pode ser desenvolvida por diferentes vias. Nesse sentido, Kluber (2010) colocou que a abordagem de aspectos da Modelagem evidencia suas potencialidades na medida em que favorece várias possibilidades de encaminhamentos que superem as formas usuais de ensino.

Ferreira e Burak (2016) elaboraram um curso de capacitação *online*, via plataforma Moodle, que utilizou a característica EaD, bastante evidente na sociedade atual, para formar professores em um processo dinâmico e comprometido. Também, Bueno e Moraes (2016) desenvolveram as atividades em uma disciplina de Modelagem Matemática na formação inicial de professores (em um curso de licenciatura em matemática); Luna e Barbosa (2015) desenvolveram sua proposta de formação continuada em um curso de extensão. Silva e Almeida (2015) realizaram uma atividade de Modelagem durante uma disciplina na área, a partir da qual foram considerados os signos escritos, falados e gesticulados que se remeteram ao problema e ao objetivo matemático, assim como os discursos dos alunos em entrevista.

Essas propostas demonstraram aos licenciandos e professores em formação que a utilização da Modelagem Matemática está relacionada à necessidade de um planejamento que considere a heterogeneidade dos contextos educativos das turmas. Nas palavras de Vieira e Zaidan (2016, p. 6) "na perspectiva de organização de turmas heterogêneas e na suposição de que tal organização favorece o desenvolvimento e as aprendizagens dos educandos, visando uma ação efetiva diante da desigualdade que se vive na escola hoje, é essencial que haja para elas um planejamento próprio".

Assim, a formação crítica e reflexiva para mediar processos de ensino e de aprendizagem considerando as especificidades educacionais e o planejamento próprio, conforme explicitado na literatura, tende a ser facilitada utilizando a Modelagem Matemática. Considerando a perspectiva de Burak (1992), essa proposta é viável porque coloca o professor na condição de um mediador que orienta, encaminha, incentiva, monitora, cria condições para a aprendizagem, fornece instrumentos para que haja a compreensão e possível modificação da realidade, considera todo o processo de obtenção dos resultados e propõe situações problema que envolvem significativamente os alunos, condições que são essenciais para despertar o interesse e promover a aprendizagem.

#### **d) Unidades de análise 4: Dificuldades procedimentais**

Mesmo diante das especificidades metodológicas bem estabelecidas nos artigos, imprescindíveis para o desenvolvimento coerente das pesquisas na área da Modelagem Matemática e para atingir bons resultados, foi discutido que trabalhar sob esse viés nos cursos de formação não é uma tarefa fácil, tendo em vista a complexidade envolvida na identificação de situações problemas e percepções das relações matemáticas possíveis; além disso, exige predisposição para a modificação do fazer docente e aprendizagem de novos conceitos, bem como propostas que façam sentido para os professores (BURAK, 1992).

Entre as principais dificuldades encontradas por Silva e Oliveira (2012), reflexos de um modelo de formação que não prioriza a modelagem, está a promoção da inserção dela no contexto escolar de maneira integrada às outras demandas do currículo. A justificativa foi que muitas vezes existem lacunas de conhecimentos específicos e pedagógicos evidentes na formação dos professores, bem como inseguranças em conduzir atividades de modelagem.

Ferreira e Burak (2016) perceberam que as atividades de formação para a utilização da Modelagem de sua pesquisa (desenvolvimento de um curso *online* de Modelagem

matemática) contribuíram para a formação dos professores participantes, mas não foram suficientes para capacitar os professores em modelagem, pois para isso é preciso um tempo maior, estudos teóricos e estudos práticos, ou seja, uma formação permanente.

Como reflexos da racionalidade técnica<sup>5</sup>, Silveira e Caldeira (2012) perceberam que os fatores que restringem o desenvolvimento de propostas utilizando a Modelagem para os professores são: maior exigência de preparação e desenvolvimento da aula; pouca colaboração da parte administrativa; disparidade entre os objetivos da Modelagem e aqueles impostos pela instituição; preocupação com um currículo conteudista; pouco tempo para o desenvolvimento de atividades diferenciadas; indisposição e cansaço por parte dos alunos bem como o desgosto deles pelo método; preocupação com a reação dos pais dos alunos.

Malheiros (2016) percebeu insegurança dos professores no acolhimento de uma metodologia de trabalho com modelagem. Como foi percebido por meio do desenvolvimento desta dissertação, essa insegurança pode ser proveniente da falta de conhecimento da proposta.

Buitrago, Romero e Martinez (2010) consideraram que os professores pouco enfatizam a resolução de problemas, o que é imprescindível para validar os resultados, buscar ajustes para os modelos e promover a melhor descrição, previsão e prescrição das questões levantadas. Isso também pode ser um reflexo da racionalidade técnica.

Bisognin e Bisognin (2012) constataram que a impossibilidade de seguir um planejamento pré-estabelecido, a falta de tempo para a diversificação de atividades, a insegurança dos alunos para construir algo novo são fatores prejudiciais para os professores utilizarem a Modelagem Matemática.

Viseu e Menezes (2014) relataram dificuldades a partir da experiência de uma futura professora: insegurança em mediar aulas utilizando a modelagem; dúvidas sobre estar cumprindo o programa curricular de Matemática quando utiliza tarefas de modelação matemática; inexperiência profissional; e ritmo de aprendizagem dos alunos.

<sup>5</sup> Embora não seja o objetivo discutir acerca da racionalidade técnica, ressalta-se que ela é compreendida como uma ideologia pedagógica que parte da importância de conhecer as normas de intervenção e aplicá-las, sem se preocupar especificamente com a compreensão processual do conhecimento científico. Evidencia meios e responsabilidades para atingir determinados fins, muitas vezes orientados de forma unidirecional e hierárquica. Envolve uma relação de subordinação dos níveis mais aplicados e próximos da prática aos níveis mais abstratos de produção do conhecimento (PÉREZ GÓMEZ, 1991).

Assim, foram colocados alguns fatores identificados nas pesquisas que podem contribuir para os professores não utilizarem a Modelagem Matemática, o que reforçou a importância dos processos formativos nessa perspectiva, tendo em vista os já discutidos benefícios proporcionados pela modelagem. Segundo Burak (2010) esses fatores exigem uma nova postura dos professores, conhecendo suas limitações diante de situações novas e inusitadas. Nessa perspectiva Ceolim e Caldeira (2016, p. 132) colocam que "para a Modelagem chegar à sala de aula da Educação Básica, e chegar de forma significativa, há necessidade de entrosamento entre instituições de ensino, tanto no que se refere à formação docente inicial quanto à formação continuada de professores". Para isso, pode ser preciso mexer na estrutura escolar e no currículo fechado e imposto que orienta os professores. Além disso, os alunos precisam se sentir motivados para trabalhar na perspectiva e de uma Modelagem que parta de seus interesses.

#### **e) Unidade de análise 5: mudanças pedagógicas a partir da Modelagem Matemática**

Todos os artigos chegaram a conclusões positivas, ou seja, perceberam que a formação inicial e continuada em Modelagem Matemática possibilitou mudanças metodológicas para os professores. Com ela pode-se proporcionar um ensino com características construtivistas, pois durante as intervenções houve posicionamento ativos dos participantes, que dialogaram com os objetos do conhecimento, refletindo, analisando suas práticas docentes e se propondo a conhecer melhor a Modelagem (SOISTAK, 2010).

Para Luna e Barbosa (2015) foi possível resolver situações problema do cotidiano utilizando a Modelagem e socializá-las, produzir textos a partir de experiências docentes e com base na Modelagem e articular conhecimentos pedagógicos com os específicos da matemática. A partir dessas observações foram identificados textos que circulam nos ambientes de formação acerca da Modelagem Matemática e quais discursos eles trouxeram. Evidenciou-se ainda que a seleção dos conteúdos para o planejamento e a resolução de tarefas nessa perspectiva constitui um desafio para os professores, diante da necessidade conteudista do currículo e da insegurança de desenvolver tarefas com enfoque mais aberto.

Na pesquisa de Malheiros (2016) dois licenciandos conseguiram implementar uma proposta de Modelagem durante as atividades de estágio supervisionado, facilitando com isso, em uma turma de 6<sup>o</sup> e outra de 7<sup>o</sup> ano, o trabalho dos conteúdos de matemática e a relação deles com os problemas cotidianos.

Viseu e Menezes (2014) perceberam que a licencianda participante da pesquisa, depois de compreender a Modelagem Matemática e utilizá-la para resolver problemas, passou a entender melhor os conteúdos específicos da área, bem como os pertinentes à prática pedagógica. Por isso, os autores afirmam que é desejável um ensino que alie trabalho dos alunos às tarefas de modelagem, para que as aulas sejam mais desafiadoras e para que as práticas desenvolvidas em sala de aula na formação inicial demonstrem uma possibilidade de desenvolvimento profissional.

Tambarussi e Klüber (2014) analisaram 9 dissertações e teses publicadas no Banco de Teses e Dissertações da Capes entre os anos de 1989 e 2011, que abordavam as atividades de formação continuada de professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática. Os autores constataram nas dissertações que existe pouca procura pelos cursos de formação e elevado índice de abandono deles após o início. Isso foi colocado como resultado da pouca importância atribuída pelos professores à formação, à dimensão burocrática da escola, aos modelos das atividades ofertadas (cursos, programas de formação, oficinas, disciplinas de programas de pós-graduação) que não atendem às expectativas, as modalidades em que elas foram veiculadas – presencial e a distância. Evidenciou-se também a partir da pesquisa, tentativas de aproximação dos professores de aspectos práticos e teóricos da modelagem, por meio de uma contextualização geral da teoria, bem como proposições práticas de sua implementação; as proposições de algumas pesquisas buscaram transcender a sala de aula como mero local de aplicação dos conhecimentos e transformá-la em local de produção, transformação e mobilização de saberes próprios. Por fim, afirmou-se a crença de que fazer Modelagem favorece o trabalho com essa tendência em Educação Matemática.

Ferreira e Burak (2016) identificaram algumas ideias de um grupo de professores em textos de um fórum de discussão a respeito da Modelagem matemática, bem como que eles desenvolveram uma atividade de Modelagem empregando o conhecimento matemático para a resolução de um problema do cotidiano de forma coerente com o que propõe Burak (1992). Posteriormente, o mesmo grupo propôs atividades de Modelagem em suas turmas de alunos, momento em que ficaram com dúvidas, necessitando, por isso, de processos formativos complementares. Por fim, os autores afirmaram a eficiência do Moodle para o desenvolvimento de propostas formativas, mas chamaram a atenção para o fato de que as atividades de curta duração nem sempre são suficientes para que os professores superem as dificuldades relacionadas com o ensino e a aprendizagem da Modelagem Matemática.

Bueno e Moraes (2016) perceberam que os professores participantes modificaram algumas concepções cognitivas a partir das etapas de formação em modelagem, o que possibilitou a significação dos conhecimentos construídos.

Buitrago, Romero e Martinez (2010) propuseram um problema, que foi resolvido pelos professores participantes em suas turmas de alunos utilizando a Modelagem e as experiências, interações e conhecimentos matemáticos. A Modelagem utilizada, além de demonstrar uma perspectiva mais abrangente de trabalho com os conceitos e de resolução do problema inicial, estimulou a interação entre alunos e professores em trabalhos individuais e coletivos.

Silva e Almeida (2015) perceberam que os licenciandos participantes tiveram dificuldades em simplificar informações matemáticas e do cotidiano e deduzir modelos para os problemas estudados. Mesmo assim, conseguiram desenvolver um modelo e resolver um problema atribuindo significados e relacionando a matemática com o cotidiano. Assim, os caminhos de significação em atividades de Modelagem configuram-se com base nas ações em cada etapa e na mediação coerente por parte do professor.

Silva e Pinheiro (2016) apresentaram uma proposta (ainda a ser implementada) utilizando a Modelagem para contribuir na potencialização da aprendizagem dos conteúdos e na formação de cidadãos críticos e conscientes dos seus papéis na sociedade.

Vertuan e Almeida (2016) buscaram identificar nas manifestações dos licenciandos enquanto desenvolviam atividades de Modelagem Matemática, as formas de monitoramento<sup>6</sup> cognitivo, bem como caracterizar elementos das atividades de Modelagem que promovem esse monitoramento. Eles constataram que, quanto mais essas práticas são utilizadas pelos professores, mais aptos eles ficam para utilizá-la; também, que as estratégias de utilização da Modelagem podem ser aprendidas coletivamente e que ela traz consigo múltiplas possibilidades de resolução dos problemas, o que força uma ressignificação dos conceitos e conteúdos matemáticos a partir das próprias especificidades.

Bisognin e Bisognin (2012) perceberam compreensão por parte dos professores acerca dos pressupostos da Modelagem Matemática; eles entenderam que ela atua como um dos

<sup>6</sup>Vertuan e Almeida (2016) partiram do pressuposto de que o monitoramento é um construto coletivo, histórico, social e cultural feito pelo sujeito com base no próprio processo cognitivo quando realiza uma tarefa, desde o planejamento das ações e estabelecimento de metas até o seu alcance; trata-se de converter a ação cognitiva em um objeto sobre o qual se exerce algum tipo de ação cognitiva: monitorar (supervisionar, analisar, revisar, modificar) e controlar (dirigir, manter sobre o domínio).

fatores que influencia na modificação do ensino e aprendizagem de matemática, despertando o interesse dos alunos de forma a envolvê-los na construção das soluções problema e deixá-los entusiasmados e motivados para a realização das atividades. A dificuldade intrínseca dessa utilização esteve na incerteza e imprevisibilidade das abordagens, que impossibilita seguir um planejamento pré-estabelecido.

Almeida e Kato (2014) propuseram duas situações problema diferentes de modelagem: na primeira os modelos foram obtidos e analisados a partir de informações qualitativas, enquanto na segunda a construção começou a partir de dados quantitativos relacionados aos fenômenos em estudo. Na primeira situação os alunos se concentraram na análise interpretativa das soluções obtidas, sem priorizar os dados quantitativos, o que permitiu compreender como lidar com situações da realidade a partir dos estudos científicos utilizando uma matemática relevante em relação a um problema real. Na segunda situação eles pesquisaram informações quantitativas em que a matematização foi utilizada na identificação, simplificação, transição de representações de variáveis matemáticas bem como relacionada à articulação do conhecimento de diferentes campos. Os autores concluíram que uma mediação coerente da Modelagem depende da compreensão dos professores, já que são eles que definem os objetivos de aprendizagem e organizam aulas nessa perspectiva.

Almeida e Zanin (2016) investigaram as competências desenvolvidas por alguns licenciandos que utilizam atividades de Modelagem Matemática. Perceberam entre as competências, que eles definiram os problemas, buscaram semelhanças destes problemas com outros modelos conhecidos, estudaram os dados, definiram as variáveis, formularam e representaram graficamente as hipóteses, trabalharam com a matemática para solucionar os problemas, interpretaram os resultados e validaram o modelo. Possibilitar estas competências enriquece a formação dos licenciandos, principalmente estimulando a superação das dificuldades e a mediação significativa de conteúdos matemáticos.

Bonotto e Lima (2016), depois de trabalharem com professores em formação continuada acerca do planejamento, implementação e socialização de tarefas de modelagem, perceberam compreensão, coerência no desenvolvimento de abordagem nessa perspectiva e motivação para levar as atividades de Modelagem para a sala de aula. Portanto, os encontros de formação potencializaram um ensino reflexivo, demonstrando a possibilidade de resolução de problemas contextualizados com o cotidiano sob diferentes pontos de vista. Houve superação de conflitos internos relacionados com a insegurança ao realizar atividades de



modelagem, bem como expectativas com a implementação dela, relacionadas à participação dos estudantes e à compreensão dos conteúdos abordados.

Souza e Luna (2014) perceberam, com a revisão da literatura acerca da formação de professores em Modelagem Matemática, diferentes perspectivas dos professores no que se refere aos seguintes critérios: natureza, objetivos, problemas, nível de implementação, formas de desenvolvimento e concepções adotadas. A análise de práticas docentes nos anos iniciais com base nesses critérios demonstrou que a escolha do tema foi definida por eles próprios enquanto os encaminhamentos da Modelagem foram propostos no decorrer do processo conforme os contextos. A partir das percepções obtidas, os autores propuseram um conjunto de ações para contribuir com a formação de professores em modelagem: enfatizar mais o contexto social envolvido nas situações problema da modelagem, relacionando, inclusive, com outros domínios, disciplinares ou não; relacionar os Parâmetros Curriculares Nacionais com propostas nessa perspectiva em nível de formação inicial e continuada; tematizar dilemas, incertezas e inseguranças que os professores dos anos iniciais vivenciaram ou que são citados por outros professores; atribuir às ações de Modelagem um caráter permanente e contínuo na formação docente.

Kluber (2012) discutiu que entre os motivos para os professores de matemática terem dificuldades em assumir práticas mais significativas em sala de aula está a pouca utilização da Modelagem e a falta de formação inicial e continuada nessa perspectiva. Portanto, um encaminhamento desejável refere-se à formação adequada dos professores e a participação deles na comunidade científica que propõe a utilização desta prática na Educação Matemática. Se contribuirá desta maneira, com mudanças nos pensamentos dos professores de matemática em todos os níveis de formação.

Pereira e Santos Júnior (2013), depois de desenvolverem atividades de Modelagem com futuros professores e elaborarem, a partir disso, um caderno pedagógico contextualizando a Modelagem Matemática, identificaram que estas propostas estimulam o diálogo, o levantamento e o teste de hipóteses, a contextualização da situação problema para a linguagem matemática e o envolvimento dos alunos. Foi possibilitada também a utilização de recursos tecnológicos no processo de ensino e de aprendizagem, para facilitar a articulação do conhecimento matemático à situação problema.

Assim, as considerações propostas pelos artigos acerca das mudanças no fazer docente possibilitadas pela utilização da modelagem, reforçam a adoção destes procedimentos em sala



de aula para ensinar matemática e em cursos de formação inicial e continuada de professores. Também, demonstram que é possível modificar as práticas pedagógicas para um ensino mais significativa.

#### **f) Unidade de análise 6: considerações finais a partir da modelagem**

A partir da implementação das propostas de formação de professores em Modelagem e da obtenção dos resultados, foram feitas algumas considerações finais do processo. Em primeiro lugar destaca-se que todos os artigos empregaram metodologias e discussões conforme o referencial teórico e as teorias de Educação Matemática que se propuseram a utilizar. Eles foram coerentes quanto a maneira de abordar a Modelagem e aos objetivos propostos. Isso demonstrou seriedade na hora de realizar as pesquisas, o que é imprescindível na área acadêmica. Somente desta forma é possível obter resultados fidedignos e coerentes.

Também, os artigos enfatizaram nas considerações finais a importância de discutir esse assunto nos cursos de formação inicial e continuada de professores, para a obtenção de melhorias no processo de ensino e aprendizagem de matemática e para a efetiva implementação da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Essa formação deve ter bases científicas, pedagógicas e didáticas coerentes, abordar teoria e prática e não envolver apenas processos de curta duração.

Indicou-se ainda, a necessidade de análise de outras propostas, de continuar pesquisando a modelagem. O que se obtém de novas experiências vivenciadas serve de base para avanços, novos estudos e reorientações da prática docente (FERREIRA; BURAK, 2016). Nas palavras de Buitrago, Romero e Martínez (2010, p. 89) a investigação na área

*Abre posibilidades para continuar indagando acerca de las potencialidades de la modelización en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con el apoyo de tecnología; donde el docente pueda contrastar la realidad de su práctica con posibles perspectivas de cambio favorable hacia logros cognitivos y actitudinales en el aula de matemáticas.*

Reconheceu-se também que os professores têm dificuldades de evidenciar elementos que gerem debate social durante as aulas ou formular reflexões com os alunos na prática pedagógica, bem como de elaborar problemas. Como afirmam Silveira e Caldeira (2012, p. 1042) "existe, na Educação Matemática, muita resistência por parte dos professores em assumir, de forma mais consistente, a Modelagem como uma prática de sala de aula", o que

sugere um descompasso entre a formação e a prática profissional nas escolas e reforça ainda mais a importância do desenvolvimento da Modelagem para diminuir essa problemática.

As discussões das unidades de análise até aqui pontudas trouxeram elementos acerca da Modelagem Matemática na formação de professores em nível inicial e continuado, indicando que sejam feitas abordagens coerentes sobre esse assunto nos cursos. Elas demonstraram que existe interesse por parte dos pesquisadores da área da matemática em implementar cursos de formação inicial e continuada para professores e licenciandos, o que é importante quando se consideram as melhorias no processo de aprendizagem que são possibilitadas.

Assim, mesmo que tenham sido feitos recortes dos artigos encontrados na revisão da literatura para colaborar com as discussões pretendidas, tais recortes contribuíram para responder a problemática dessa pesquisa, pois demonstraram maneiras pelas quais metodologias de ensino baseadas na Modelagem Matemática contribuem com a formação de professores em nível inicial e continuado. Também, expuseram parte dos resultados que têm sido alcançados pelos pesquisadores da área da matemática, enfatizando seus posicionamentos frente à implementação de processos formativos nessa perspectiva.

A revisão também contribuiu no alcance dos objetivos dessa pesquisa, porque forneceu subsídios de fundamentação teórica acerca da Modelagem Matemática e da formação de professores, possibilitando conhecer metodologias passíveis de serem utilizadas e dificuldades à serem enfrentadas no decorrer do processo.

Ressalta-se que a revisão da literatura contribuiu nesses aspectos, mas de maneira alguma esgota as discussões na área, cuja continuação em uma próxima etapa, é de fundamental importância.

## CAPÍTULO 4

### 4. METODOLOGIA

Para facilitar a compreensão do leitor, a descrição dos procedimentos metodológicos que nortearam a pesquisa está apresentada no que se refere: a classificação; caracterização do local de desenvolvimento e dos participantes; descrição da metodologia; elaboração do produto educacional; e análise de resultados.

#### 4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Esta é uma pesquisa cujos objetivos foram de natureza exploratória, pois buscou-se investigar e discutir com certa flexibilidade acerca de um problema: como uma metodologia de ensino baseada na Modelagem Matemática, pode contribuir com a formação inicial de professores de matemática no Magistério da Educação, facilitando a aprendizagem dos conteúdos da área e a mediação de processos de ensino e aprendizagem?

Quanto aos procedimentos técnicos, foi uma pesquisa ação, pois pressupôs a participação direta do pesquisador para resolução da situação problema e modificação da realidade em questão; abandonou-se o papel de observador em busca de uma participação mais ativa (GIL, 2002). A pesquisa-ação pode ser definida como um tipo de pesquisa (THIOLLENT, 1985, p. 14, *apud* GIL, 2002, p. 55) de base empírica “que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo”.

Existem várias tendências e tipos de propostas de pesquisa ação, cujas diferenças aparecem por vezes, por meio de adjetivos. Algumas delas são citadas por Thiollent e Colette (2014) e defendidas por vários estudiosos: clássica; educacional; participante; cooperativa; integral e sistêmica; existencial; colaborativa em educação; com experiências em vários contextos sociais, ambientais, comunitários. Segundo este mesmo autor (2014, p. 209) "as diferenças que existem entre as escolas ou tendências, em geral, correspondem a diferenças culturais ou linguísticas entre partes do mundo" as quais devem ser respeitadas, mas superadas, para que os pesquisadores trabalhem de modo coordenado para conceber propostas

aplicáveis em situações reais, enfrentando os problemas por meio da interação com todos os participantes.

Esta pesquisa segue a tendência educacional, protagonizada por L. Stenhouse e J. Elliott (THIOLLENT; COLETTE, 2014), que tem ampla contribuição no campo educacional e na formação de professores, inclusive influenciando políticas educacionais brasileiras. Abrange o movimento para inovações curriculares, o investimento no desenvolvimento profissional, a formação dos professores e mudanças na prática docente. Nas palavras de Mallmann (2015, p. 80) o percurso histórico desta pesquisa-ação “evidencia práticas, procedimentos e produção consolidada do ponto de vista tanto das políticas curriculares quanto do desenvolvimento profissional emergente no campo das concepções alicerçadas na dinâmica ação-reflexão-ação”.

O tratamento dos dados aconteceu de forma prioritariamente qualitativa, sem buscar qualquer quantificação ou análise estatística<sup>7</sup>. Segundo Gil (2002) as análises qualitativas são menos formais (mas não menos rigorosas) do que as quantitativas porque dependem da natureza dos dados coletados, da extensão da amostra, dos instrumentos de pesquisa e dos pressupostos que nortearam a investigação; podem, portanto, ser definidas como uma sequência de atividades que envolvem redução e categorização dos dados, interpretação deles e redação de relatório.

Bogdan e Biklen (1994) afirmam que as análises qualitativas envolvem a obtenção de dados descritivos, mediante o contato do pesquisador com a situação estudada, enfatizando mais o processo do que o produto e se preocupando em retratar a perspectiva dos participantes.

Ludke (1986) afirma que é o estudo qualitativo que se desenvolve numa situação natural; ele é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada.

<sup>7</sup> Ressalta-se que, mesmo que em alguns momentos tenham sido utilizados números para se referir aos resultados, isso não expressa uma abordagem quantitativa, porque eles não foram considerados unicamente para inferir resultados definitivos; foi considerado o processo de obtenção desse resultado, discutindo o porquê, exprimindo e relacionando opiniões e não generalizando os fatos para além da situação investigada. Além disso, para a obtenção deles, contou-se com um planejamento flexível que considerou a subjetividade característica dos sujeitos e a compreensão dos fenômenos mais do que de conceitos específicos. Nesse sentido Bardin (2011, p. 146) afirma que "a análise qualitativa não rejeita toda e qualquer forma de quantificação. Somente os índices são retidos de maneira não frequencial".

Segundo Bardin (2011) abordagem não quantitativa recorre a indicadores não frequentiais, que permitem inferências, por exemplo, à presença ou ausência, que pode ser tanto ou mais frutífera do que a frequência de aparição de determinado fenômeno. Esse tipo de análise é válido na elaboração de deduções específicas sobre um acontecimento ou uma variável de inferência precisa. Levanta problemas pertinentes com referência aos dados, relacionando-os ao contexto de forma articulada.

No tratamento dos dados foi utilizada a análise de conteúdo de Bardin (2011), que afirma que em uma pesquisa devem existir as fases de pré-análise, exploração do materiais e tratamento dos resultados.

Nas palavras de Bardin (2011, p. 125) a pré-análise é a fase “de organização propriamente dita. Corresponde a um período de intuições, mas tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso de desenvolvimento das operações sucessivas, no plano de análise”. Busca-se também escolher os documentos à serem submetidos ao processo analítico, formular hipóteses e metas e elaborar indicadores que fundamentaram a interpretação final. Logo, os materiais obtidos durante a mediação da pesquisa ação devem ser estudados e sistematizados para encontrar uma forma de organização que expressasse coerentemente os resultados.

A exploração do material, por sua vez, é o momento em que são aplicadas as operações de codificação, decomposição e enumeração em função de regras previamente formuladas. Tratar o material é codificá-lo, ou seja, transformá-lo por recorte, agregação e enumeração, de dados brutos do texto para a representação do conteúdo ou da sua expressão. A codificação compreende o recorte que interessa do material, a enumeração (escolha das regras de contagem) e a classificação e agregação das informações (escolha das unidades de análise) (BARDIN, 2011).

Na terceira fase proposta por Bardin (2011), ocorre o tratamento dos resultados brutos de maneira a serem significativos e válidos. A partir disso, o analista pode propor inferências e adiantar interpretações à proposta dos objetivos ou que se refiram a descoberta inesperada. Os resultados obtidos podem ou não servir de base para outras análises em torno de novas dimensões teóricas, por meio de outras técnicas.

Com base nessa análise, parte dos resultados obtidos (questionários de levantamento dos conhecimentos prévios e posteriores) por meio dos instrumentos de coleta de dados foi expressa por meio de unidades de análise (agrupamento de tudo aquilo que é similar), com o

intuito de classificar e diferenciar elementos conforme critérios pré-estabelecidos para expressão da compreensão. A unitarização é "uma operação de classificação dos elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação e, em seguida, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos" (BARDIN, 2011, p. 147). As unidades são rubricas ou classes que reúnem em grupos de elementos um título genérico devido a características comuns. Elas foram denominadas: gosto pela matemática; utilidade da matemática; dificuldades em matemática; benefícios da matemática; Modelagem Matemática. Essa mesma técnica foi utilizada na análise e discussão dos artigos encontrados durante a revisão da literatura (capítulo 3).

Os diários de aula, por sua vez, foram discutidos de forma discursiva, conforme os dias em que as intervenções aconteceram, relacionando com aspectos da literatura.

#### **4.2 LOCAL DE PESQUISA E PARTICIPANTES**

A pesquisa foi desenvolvida em uma turma de alunos de 3<sup>o</sup> ano, composta por 14 alunos, e outra de 4<sup>o</sup> ano, com 19 alunos, do curso de formação de profissionais do Magistério da Educação Básica, do Colégio Estadual Visconde de Guarapuava – Ensino Fundamental, Médio e Normal, situado na cidade de Guarapuava – PR. As intervenções foram inseridas como parte das aulas de Metodologia do Ensino de Matemática e de Estágio Supervisionado, componentes curriculares obrigatórios de serem cursados pelos alunos.

O Projeto Político Pedagógico (PPP)<sup>8</sup> da escola (COLÉGIO ESTADUAL VINCONDE DE GUARAPUAVA, 2016) descreve o Colégio Estadual Visconde de Guarapuava – Ensino Fundamental, Médio e Normal como tradicional na cidade (com 103 anos), ofertando as modalidades de ensino fundamental, médio e educação de jovens e adultos. Desde o ano de 2006 oferece o curso de formação de docentes da educação básica (infantil e anos iniciais do ensino fundamental), vinculada ao nível médio na modalidade denominada de normal. Também, desde esse ano conta com funcionamento de salas de recurso para atendimento de pessoas com necessidades educacionais especiais. São atendidos no total 1300 alunos em seus níveis ofertados, oriundos da região central da cidade, bem como de bairros periféricos, os quais pertencem à classe média baixa e baixa.

<sup>8</sup> A breve descrição da escola foi feita com base no Projeto Político Pedagógico da instituição, elaborado pela equipe pedagógica no ano de 2016.

A infraestrutura do Colégio é composta de: 16 salas de aula, 01 sala de recursos, 01 sala de apoio, 1 sala para o Grêmio Estudantil e dependências administrativa, 1 sala de professores, 1 sala de materiais didáticos, impressão e fotocópias, 1 cozinha, 1 refeitório, 1 cantina, banheiros masculinos e femininos bem estruturados, 1 laboratório de informática com acesso à internet para uso docente, 1 laboratório de informática para uso dos alunos, 1 biblioteca para alunos e professores, 1 auditório, 1 laboratório de física, química e biologia, 1 quadra de esportes, 1 ginásio de esportes com banheiros, 1 sala de materiais e vestiário, 1 pátio coberto e aberto, 1 jardim e estacionamento para professores e funcionários.

Partiu-se do pressuposto de que, diante dos vários problemas da sociedade contemporânea, como a desvalorização profissional, o desemprego, a violência e as modificações nas relações familiares, a escola tem como papel fundamental da área educacional a construção do conhecimento, para que os sujeitos possam ter possibilidades e autonomia de participar das políticas e lutar pelos seus direitos. Buscou-se a qualidade do ensino, para que haja aprendizagem significativa atingindo o maior número de alunos possível.

Para isso, os professores participam de formação continuada e são disponibilizados diferentes recursos pedagógicos, tais como projetor multimídia, mapas didáticos, materiais pedagógicos, biblioteca, laboratório de ciências e ginásio de esportes. Existe avaliação constante da instituição, algumas sendo realizadas pelos alunos. Além disso, ela preocupa-se em conceber um currículo que contemple a interação entre os sujeitos em busca de um mesmo objetivo, como construção social coletiva do conhecimento escolar. Por isso, existe espaço para discussões acerca: da educação especial, comprometida com a heterogeneidade e as diferenças culturais em busca da igualdade de direitos; dos temas sócio educacionais; da história e cultura afro-brasileira, africana e indígena; da educação sexual, gênero e diversidade sexual; dos direitos das crianças e adolescentes; do enfrentamento da violência contra a criança e ao adolescente; da prevenção ao uso indevido de drogas; das tecnologias da informação e comunicação e sua relação com a escola; da educação ambiental; dos direitos humanos.

As ações em busca desses ideais partem da utilização da autonomia dos integrantes da escola para exercitar a formulação de propostas condizentes com as perspectivas. Cada indivíduo deve estar consciente do seu papel em busca de uma educação de qualidade, compromissada com a emancipação do ser humano. Conta-se com uma gestão democrática, que baseia suas ações em discussões, deliberações, planejamentos, acompanhamentos,

controle e avaliações constantes, e assim por diante, todas voltadas para o desenvolvimento da própria escola.

### **4.3 DESCRIÇÃO DA PROPOSTA DE PESQUISA**

A proposta foi desenvolvida durante as aulas de Metodologia do Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado das turmas de 3<sup>o</sup> e 4<sup>o</sup> ano do Magistério da Educação durante 5 semanas, totalizando 20 aulas, o equivalente a 6,4 horas.

Devido a versatilidade da pesquisa-ação, que é determinada pela dinâmica do grupo e seu relacionamento com a situação pesquisa, o planejamento se torna um tanto mais flexível. Entretanto é possível delinear previamente propostas nesta perspectiva elencando possíveis etapas (GIL, 2002).

Desta forma, propondo um planejamento, a proposta foi dividida em 3 momentos, sendo: 1) elaboração do projeto de pesquisa e estruturação da primeira versão do produto educacional (item 4.3.1); 2) desenvolvimento do projeto de pesquisa: a pesquisa ação em sala de aula (4.3.2); 3) a avaliação do desenvolvimento do projeto de pesquisa e a análise de dados (4.3.3).

#### **4.3.1 Elaboração do projeto de pesquisa**

Gil (2002) afirma que para a realização de uma pesquisa ação devem existir as fases exploratória, de formulação de problemas, construção de hipóteses, seleção das amostras, coleta de dados, análise interpretação desses dados, elaboração de um plano de ação e divulgação dos resultados. Estas fases foram seguidas na elaboração do projeto de pesquisa e da primeira versão do produto educacional.

Na fase exploratória foram determinados o campo de investigação, as expectativas e interesses, o tipo de auxílio que os interessados na proposta poderiam oferecer ao longo do processo de pesquisa. Definiu-se que seria utilizada a Modelagem Matemática para facilitar o ensino e a aprendizagem da área em uma perspectiva significativa e que esta proposta faria parte do currículo regular da turma em que as atividades aconteceram, portanto, que todos os alunos teriam a oportunidade de participar dela.

Assim, na fase de formulação do problema, definiu-se o problema com maior precisão, ou seja, foi questionado como seria possível uma metodologia fundamentada na Modelagem



Matemática contribuir na formação inicial de futuros professores da educação infantil, facilitando a aprendizagem dos conteúdos e a mediação de processos de ensino e de aprendizagem nessa perspectiva.

Depois, foram estabelecidas as hipóteses: 1) a Modelagem Matemática facilita a aprendizagem significativa dos conteúdos de matemática para os alunos do 4<sup>o</sup> ano da modalidade formação de docentes; 2) a Modelagem Matemática não facilita a aprendizagem significativa dos conteúdos de matemática; 3) as percepções dos alunos do 3<sup>o</sup> e 4<sup>o</sup> ano acerca da dela demonstram a possibilidade de utilização destes procedimentos futuramente em práticas pedagógicas.

Na seleção por sua vez, foram delimitados os elementos pesquisados, a fim de promover a conscientização e a mobilização em torno de uma pesquisa mais restrita e estimular a representatividade do grupo investigado. Decidiu-se que seria trabalhando com a turma de formação de docentes por se tratarem de futuros professores, tendo como objetivo promover a Aprendizagem Significativa de acordo com a teoria de David Ausubel (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Com relação a coleta de dados e suas diversas possibilidades no campo da pesquisa ação, optou-se por instrumentos e técnicas individuais e coletivas. Foi utilizada a observação participante, questionários estruturados, diálogos, discussões e o diário de bordo, instrumentos estes que possibilitaram a obtenção dos dados analisados na fase próxima (o item 4.3.3 apresenta a descrição dos instrumentos de coleta de dados utilizados). Esta análise foi feita por meio da proposição e discussão de unidades de análise, fazendo emergir uma nova compreensão a partir da realidade analisada. A partir desta nova compreensão e como condição característica da pesquisa ação, foi reelaborado o plano de ensino, sobre o enfrentamento do problema que foi objeto de investigação dessa pesquisa, para servir de base ao desenvolvimento de outras propostas nessa perspectiva.

Na fase de divulgação dos resultados, as informações obtidas foram divulgadas externamente por meio da elaboração da dissertação e do produto educacional referido no item 4.4.

Este planejamento foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa (COMEP) da UNICENTRO pelo parecer número 2.073.153. Este comitê busca assegurar os direitos e a dignidade dos sujeitos envolvidos e contribui com a qualidade das pesquisas

(UNICENTRO, 2016). Desta forma, a escola comunicou previamente e forneceu cópias de autorizações do uso das imagens dos alunos constantes nesta dissertação (Anexo 2).

Mesmo diante dessas definições procedimentais estabelecidas, considerou-se a característica flexível da pesquisa-ação, portanto, tratou-se de um planejamento passível de ser modificado conforme as necessidades evidenciadas. Segundo Gil (2002) ao longo do processo os procedimentos são constantemente redefinidos, ocasionando mudanças significativas no conteúdo, característica de uma pesquisa com estreita associação de uma ação com a resolução de um problema.

#### 4.3.2 Desenvolvimento do projeto de pesquisa: a pesquisa ação em sala de aula

Para o desenvolvimento da pesquisa ação, em alguns momentos as turmas de 3<sup>o</sup> e 4<sup>o</sup> ano trabalharam juntas, enquanto em outros, foram separadas, conforme fosse conveniente para as dinâmicas posteriores de estágio na educação infantil (tal separação ficou a cargo da professora de estágio).

Inicialmente, em ambas as turmas os alunos foram informados da proposta que seria desenvolvida durante as próximas 5 semanas. Então, responderam com base nos conhecimentos que possuíam, um questionário de levantamento dos conhecimentos prévios (Quadro 2) com 9 questões abertas referentes a utilidade da matemática, às relações possíveis de serem estabelecidas entre ela e o cotidiano, e a Modelagem Matemática.

Entende-se por questionário “um conjunto de questões que são respondidas por escrito pelo pesquisado [...] que constitui o meio mais rápido e barato de obtenção de informações, além de não exigir treinamento de pessoal e garantir o anonimato” (GIL, 2002, p. 114/115). Não existem normas rígidas a respeito da elaboração deste instrumento, portanto optou-se por utilizar perguntas abertas, de modo que os alunos respondessem de acordo com as suas concepções, escrevendo o quanto julgassem necessário (GIL, 2002).

QUADRO 2: TESTE DE LEVANTAMENTO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS E POSTERIORES

Nº	Pergunta
1	Você gosta da disciplina de Matemática?
2	No cotidiano, você percebe aplicação para a Matemática?
3	Considerando suas observações e experiências, quais as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos para aprender a Matemática?
4	Considerando suas observações e experiências, quais as principais facilidades enfrentadas pelos estudantes que conseguem aprender Matemática?
5	Você já ouviu ou leu sobre Modelagem Matemática?
6	Considerando que você tenha conhecimentos acerca da Modelagem matemática, responda se seu professor utiliza ou já utilizou estes procedimentos para trabalhar conteúdos de matemática?

7	Considerando que você tenha conhecimentos acerca da Modelagem matemática, você julga que ela pode facilitar o ensino de matemática? Por que?
8	Você acha interessante trazer alguns problemas do seu dia a dia para a sala de aula e tentar resolvê-los através de conceitos matemáticos? Justifique sua resposta.
9	Você tem dificuldade para explicar Matemática nas aulas de regência? Por que?

FONTE: O autor (2017).

O Quadro 2 traz o questionário proposto aos alunos para levantamento dos conhecimentos prévios. As questões foram impressas em uma folha e eles responderam nos 30 primeiros minutos da aula. Percebeu-se que eles não tinham conhecimentos acerca a modelagem.

Depois disso, a Modelagem Matemática foi contextualizada durante as próximas 3 aulas. Apresentou-se, utilizando como suporte uma apresentação de *slides*, a perspectiva de Burak (1992) juntamente com uma biografia do autor e parte de suas obras (artigo, tese e livros). Essa perspectiva foi discutida detalhadamente com a turma, sempre colocando que os conteúdos a serem estudados são determinados pelos problemas propostos prioritariamente pelos alunos. Utilizou-se um exemplo de uma situação problema resolvida por meio da modelagem, para que percebessem como a teoria podia ser utilizada, bem como o trabalho de Belo (2016), que discute a Modelagem Matemática na formação de alunos da educação infantil.

Na próxima aula, os pressupostos da Modelagem foram lembrados, bem como foi resolvido junto com os alunos o problema “Colheita de grãos no Paraná”, utilizando a modelagem. Ressaltaram-se os 5 passos propostos por Burak (1992) para a resolução de problemas, enfatizando que os sujeitos devem estar livres para escolher o tema, atuando o professor, como mediador. Também, comentou-se a respeito de como proceder na pesquisa exploratória, no levantamento e resolução do problema e na proposição dos resultados. Por último, passou-se tarefa de pesquisar temas que podiam ser resolvidos utilizando a Modelagem na perspectiva estudada.

Posteriormente, os alunos foram orientados a matematizar os problemas que pesquisaram e elaborar um trabalho conforme as perspectivas discutidas, para depois compartilhar seus resultados por meio da apresentação de um seminário. Por último, responderam o questionário de levantamento dos conhecimentos posteriores, conforme Quadro 2, contendo as mesmas perguntas do questionário de levantamento dos conhecimentos prévios, com o intuito de demonstrar modificações nos conhecimentos e evolução conceitual.

Durante todo o processo, considerações foram anotadas no diário de aula acerca de facilidades, dificuldades, impressões, inseguranças, etc., o qual serviu como instrumento de análise.

Para dialogar com as considerações desse documento e do processo como um todo e perceber de forma explícita o interesse pela Modelagem Matemática e a opinião sobre as atividades mediadas, 7 alunos sorteados ao acaso foram convidados a escrever depois da intervenção um pequeno relato acerca da proposta de formação em Modelagem que foi desenvolvida (Anexo 1). Estas considerações foram discutidas no decorrer no item 5.3, acerca das discussões da análise dos resultados. Para manter o anonimato dos alunos, eles serão tratados por números de 1 a 7 (por exemplo, aluno 1 e aluno 2).

#### **4.3.3 Avaliação do desenvolvimento do projeto de pesquisa e análise de dados**

A avaliação do desenvolvimento do projeto foi processual e contínua, ou seja, todos os momentos da pesquisa ação foram considerados. Serviram como instrumentos de análise desses momentos aqueles descritos no item 4.3.2 a respeito do desenvolvimento da pesquisa ação em sala de aula:

- a) O questionário de levantamento dos conhecimentos prévios e posteriores, realizados pelos alunos por escrito no primeiro e no último dia de intervenção (ver Quadro 2);
- b) O diário de aula no qual foram registrados os acontecimentos considerados importantes, as opiniões, ações, sentimentos, necessidades e problemas, bem como outros aspectos percebidos no decorrer das intervenções. Junto com ele, alguns dos relatos escritos pelos 7 alunos foram usados para exemplificar as considerações acerca do processo.

A análise prioritariamente qualitativa pela qual os resultados foram submetidos por meio desse processo, foi descrita no item 4.1, referente a caracterização da pesquisa.

#### **4.4 ELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL**

O projeto de pesquisa, cuja elaboração foi descrita no item 4.3.1, subsidiou a primeira versão do produto educacional, e o desenvolvimento da pesquisa ação, descrita no item 4.3.2, constituiu a implementação e testagem desta primeira versão do produto.

A primeira versão do produto educacional foi elaborada em texto próprio, composto pela introdução da pesquisa a ser realizada, breve fundamentação teórica acerca dos

movimentos históricos da matemática, das concepções de Modelagem e da relação dela com as teorias construtivistas de Piaget, Vygotsky e Ausubel. Também, foram apresentados possíveis objetivos, a metodologia dessa pesquisa e algumas considerações finais. Depois do desenvolvimento da pesquisa ação e obtenção dos resultados expressos nessa dissertação, essa primeira versão foi reformulada e transformada em um caderno didático para orientar outros trabalhos utilizando a Modelagem Matemática na formação de alunos do Magistério da Educação.

O caderno didático finalizado contemplou as seguintes discussões:

- 1) Introdução: a proposta a ser desenvolvida foi introduzida, para demonstrar a problemática, os objetivos e algumas discussões sobre a modelagem.
- 2) Referencial teórico: englobando os movimentos históricos da matemática, algumas concepções de Modelagem matemática e possíveis relações dela com as teorias construtivistas de Piaget, Vygotsky e Ausubel (AZENHA, 1997; VYGOTSKY, 2007; AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).
- 3) Encaminhamentos metodológicos: descrevendo a elaboração do planejamento, a fundamentação teórica necessária para compreender os pressupostos da Modelagem matemática, as orientações para o desenvolvimento da pesquisa ação e análise dos resultados obtidos.
- 4) Considerações finais: reconhecendo alguns aspectos importantes para os professores do magistério da educação.

O caderno foi disponibilizado para a escola em que as intervenções aconteceram com o intuito de facilitar o acesso dos professores à proposta, bem como a Universidade Estadual do Centro Oeste, como requisito para a finalização do mestrado.

#### **4.5 FINALIZAÇÃO DA PROPOSTA**

A última etapa desta pesquisa foi a redação do texto da dissertação, a qualificação e a defesa do trabalho perante banca constituída pelos professores citados no início dessa dissertação, na Universidade Estadual do Centro Oeste.

## CAPÍTULO 5

### 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados e discussões obtidos a partir da proposta de utilização da Modelagem Matemática para trabalhar matemática no curso de Magistério da Educação, foram apresentados em 3 tópicos principais. O primeiro tópico (item 5.1) abordou a contextualização das concepções dos alunos acerca do ensino de matemática, das relações da disciplina com o cotidiano e da modelagem, obtidas mediante a análise do questionário de levantamento dos conhecimentos prévios e posteriores. Foram percebidas mudanças e acréscimos nas perspectivas a respeito de alguns conceitos, o que indicou um movimento construtivista de aprendizagem (MOREIRA; MASINI, 2001).

O segundo tópico (item 5.2) contextualizou o processo como um todo a partir da escrita do diário de aula. Foram ressaltados aspectos referentes a todos os dias de intervenção, quanto às atividades propostas e realizadas, às discussões e interações e aos resultados obtidos. Assim como afirma Cãnete (2010), o diário constituiu-se em um instrumento de reflexão a partir do registro de experiências pessoais, que facilitou estabelecer vínculos entre a teoria e a prática, reconhecer problemas e compreender a complexidade da realidade profissional.

O terceiro tópico (item 5.3) foi a análise mais específica dos tópicos anteriores, a fim de expressar uma compreensão nova e integrada. Essa análise pode ser chamada de meta-análise ou meta-síntese sendo que, de acordo com Bicudo (2014), por meio dela se efetua a interpretação das interpretações das pesquisas elencadas como constitutivas da análise. Pode ser realizada a comparação dos dados primários da pesquisa, tomados como significativos em relação ao tema proposto. Buscou-se desenvolver conhecimentos teóricos que apresentassem níveis de abstração mais elevados em relação às sínteses interpretativas dos estudos primários.

#### **5.1 A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE DOCENTES: CONSIDERAÇÕES A PARTIR DO QUESTIONÁRIO DE LEVANTAMENTO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS E POSTERIORES**

A identificação dos conhecimentos prévios facilita a percepção da necessidade de adequação do planejamento, com foco nos conceitos que os alunos têm mais dificuldades. Como eles não conheciam a Modelagem Matemática (conforme identificado no questionário), não foram necessárias alterações nesse planejamento. As demais percepções do questionário de levantamento dos conhecimentos prévios foram analisadas nos resultados dessa pesquisa.

Já a percepção dos conhecimentos posteriores pelo desenvolvimento da proposta possibilita a identificação de acréscimos feitos naqueles prévios. Caso se perceba que os alunos relacionaram novas informações aos conceitos subsunçores de suas estruturas cognitivas pode ser que tenham aprendido significativamente, conforme propõe a teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAM, 1980).

A compreensão desses aspectos, além de auxiliar para atingir o objetivo específico de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos do magistério da educação a respeito da modelagem, auxilia a identificar o conceito e os pressupostos teóricos e metodológicos da Modelagem Matemática (primeiro objetivo específico), mas fazendo referência aquilo que os alunos já conheciam.

Para fazer inferências destes aspectos, as informações dos testes foram discutidas em unidades de análise.

A primeira unidade de análise foi chamada de “gosto pela matemática”, analisada pela pergunta número 1<sup>9</sup>, onde os alunos expressaram seu gosto pela disciplina de matemática. No questionário de levantamento dos conhecimentos prévios, foram 16 alunos que responderam afirmativamente, alegando gostar por entenderem com facilidade as explicações dos professores. Outros 13 negaram gostar, sendo que 1 deles justificou o desgosto no fato de ter tido um professor que o considerava incompetente. No questionário posterior, 18 responderam que sim e 11 que não, prevalecendo a explicação de que quem gosta entende os conteúdos.

Nesse sentido, os professores entrevistados por Burak (1992) são taxativos quando afirmam que os alunos demonstram desinteresse devido a vários motivos, entre os quais a aprendizagem mecânica para a prova, a preguiça de pensar, a dificuldade de realizar operações básicas, por exemplo, usando a tabuada, o ensino descontextualizado, que os obriga a fazer cálculos que parecem sem justificativa. Nesse sentido, se os problemas partirem dos alunos, eles podem se sentir mais motivados para resolvê-los, identificando inclusive relações

<sup>9</sup> As perguntas podem ser encontradas no Quadro 2.

interdisciplinares que podem ser estabelecidas, amenizando esse desinteresse. Observou-se no segundo questionário o aumento de alunos que gostam da matemática, o que pode indicar que as atividades realizadas estimularam uma outra visão sobre a disciplina, em que os cálculos se relacionam com problemas concretos e expressam uma resolução para eles.

A segunda unidade de análise foi chamada de “utilidade da matemática”, analisada pelas perguntas número 2 e 8, em que os alunos precisaram discorrer, respectivamente, a respeito da percepção das relações da matemática com o dia a dia e da possibilidade de resolução de problemas cotidianos por meio dela.

Na pergunta 2, todos responderam no primeiro questionário, que percebem relações da matemática com o cotidiano, principalmente na hora de fazer compras no supermercado, ver as horas no relógio, ir ao banco e contar dinheiro. No entanto, se muitos deles alegaram na unidade de análise anterior que não entendem a matemática, provavelmente também não entendem essas relações, ou seja, sabem que elas existem, mas não conseguem fundamentá-las de forma coerente na matematização. No questionário de levantamento dos conhecimentos posteriores todos continuaram com essa concepção, porém argumentaram que em várias situações eles nem percebiam as possíveis relações dos fenômenos com conteúdos matemáticos e que depois de conhecerem a Modelagem passaram a perceber.

É importante que os alunos saibam explicar essas relações, tendo em vista que, conforme afirmam Fiorentini e Oliveira (2013), a matemática nunca está isolada em relação a outros saberes e campos disciplinares, sendo sempre relacionada com o mundo, consigo mesma, com os sujeitos, com as situações de negociação de significados no ensino e aprendizagem. Ela está sempre situada em uma prática conceitual concreta, que ganha sentido e conteúdo próprios e é reconhecida e validada no e pelo trabalho.

Pode-se afirmar que, devido a esta importância, na pergunta 8 do questionário de levantamento dos conhecimentos prévios, 23 alunos acharam possível resolver problemas do dia a dia por meio de conceitos matemáticos. Eles justificaram que, procedendo desta forma, a aprendizagem é facilitada e pode-se perceber onde estão as dificuldades conceituais. Outros 6 alunos não consideraram importante levar problemas cotidianos para a sala de aula. Parece que eles não compreenderam a pergunta, pois suas justificativas deram a entender que os problemas cotidianos eram os problemas pessoais. Nesse caso, as explicações sobre o que são os problemas do cotidiano abordados pela modelagem, feitas durante o desenvolvimento das intervenções, ajudaram a esclarecer a confusão. Assim, no segundo questionário 29 alunos



afirmam que não só é possível relacionar a matemática com o cotidiano para resolver problemas, como isso valida os estudos na área, embora esta não seja uma tarefa simples.

Cabe analisar que, na primeira unidade de análise, 13 alunos no primeiro questionário e 11 no segundo afirmaram não gostar de matemática e, nessa unidade de análise, apenas 6 no primeiro não consideraram importante resolver problemas do cotidiano utilizando os conceitos da área. Essa diferença expressa que, mesmo não gostando da disciplina, a maioria reconhece a importância dela, o que representa um primeiro passo para despertar o interesse e a motivação para a aprendizagem. Esse interesse, de um ponto de vista construtivista, está diretamente relacionado com o estímulo à motivação (BURAK; 1992) sendo também uma das condições para a aprendizagem significativa (MOREIRA; MASINI, 2001).

Contrastando com o reconhecimento da importância da matemática na resolução de problemas, os alunos descreveram as principais dificuldades enfrentadas na aprendizagem dos conceitos, respostas estas que foram incluídas na terceira unidade de análise, denominada “dificuldades em matemática”, avaliada pelas questões 3 e 9. Aqueles que afirmaram na primeira unidade que não gostavam da área, já mencionaram parte desta dificuldade, contudo ressaltaram-se na pergunta 3 do questionário prévio outras dificuldades:

- a) Deficiências na aprendizagem em matemática básica, desde a Educação Infantil;
- b) Pouco tempo de estudo da disciplina, tanto na escola quanto extraclasse;
- c) Pouca atenção aos alunos que têm dificuldades de aprender os conceitos – os professores trabalham somente com aqueles que conseguem acompanhar o desenvolvimento das atividades e esquecem dos outros;
- d) Falta de materiais facilitadores como, por exemplo, materiais lúdicos.
- e) Dificuldades na interpretação de problemas;
- f) Professores que não mediam os conteúdos de uma forma compreensível; em alguns casos eles até sabem o conteúdo, porém não possuem uma didática adequada para ensinar.
- g) Falta de motivação.

No questionário posterior, os argumentos dos alunos foram os mesmos, com a diferença de que trouxeram as dificuldades melhor fundamentadas, relacionando a superação delas com abordagens coerentes em matemática, como a modelagem.

Nesse sentido, Kluber e Burak (2008, p. 24) afirmam que as dificuldades são fruto de traumas envolvendo a matemática, provavelmente “provenientes de pessoas significativas,

como o professor, que tem um forte papel social e é, muitas das vezes, o causador da aversão que os alunos têm em relação à matemática”. Não se pode também negar o papel dos alunos no processo de aprendizagem, como sujeitos responsáveis por querer aprender (MOREIRA; MASINI, 2001). Logo, o problema pode ser eles não se empenharem suficientemente, além de outros fatores relevantes, como a forma de abordagem dos conteúdos pelos professores.

Também, Fiorentini e Oliveira (2013) afirmam que o ensino de matemática nos cursos de formação de professores, em geral, têm sido alvo de críticas por parte de pesquisadores, alunos, professores e egressos. Essas críticas se referem principalmente ao currículo, às metodologias de ensino das aulas, ao descompasso entre o que se aprende e o que se deverá ensinar em matemática, a falta de diálogo entre as disciplinas.

Por isso, deve-se investir na formação de professores para o trabalho com a matemática enquanto prática social, que diz respeito não apenas ao campo científico, mas escolar e às múltiplas possibilidades de relacioná-la com as práticas cotidianas. Ou seja, não basta dominar os procedimentos matemáticos e saber utilizá-los em demonstrações ou na resolução de exercícios e problemas. É preciso justificar tais procedimentos assim como conhecer outros produzidos historicamente e na atualidade. O domínio desses conhecimentos proporcionará condições para que eles desenvolvam e explorem uma matemática mais significativa (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013).

Acredita-se que, por conta dessa problemática, na pergunta número 9 do questionário de levantamento dos conhecimentos prévios, 19 alunos responderam que terão dificuldades na regência, na mediação no processo de ensino e de matemática. Outros 10 alunos negaram que terão tal dificuldade. No questionário de levantamento dos conhecimentos posteriores o índice de respostas se manteve, porém, 20 escreveram que pretendem pesquisar mais a Modelagem Matemática para ajudar a superar essas dificuldades. Essa intenção é válida, considerando que, como afirmam Kluber e Burak (2008), esses procedimentos podem, conforme utilização, favorecer a ação no delineamento, na busca de informações e coletas de dados e desenvolver autonomia para agir nas situações novas e desconhecidas. Da mesma forma, favorecer o desenvolvimento de atitudes investigativas, na medida em que busca coletar, selecionar e organizar os dados obtidos.

Em contraste com as dificuldades em matemática, os alunos também expressaram na pergunta número 4, os benefícios obtidos a partir da sua aprendizagem. Quer dizer que os pontos positivos também são considerados, e não apenas os negativos. As respostas foram

incluídas na unidade de análise “benefícios da matemática”. De acordo com as proposições no primeiro e no segundo questionário, as principais facilidades daqueles que aprendem matemática de forma significativa são:

- a) A percepção da matemática no cotidiano (na realidade);
- b) Maior senso crítico e capacidade de observação;
- c) Aumento do raciocínio lógico;
- d) Facilidade de compreensão do abstrato;
- e) Capacidade de interpretação e resolução de problemas.

Todas as pontuações têm na utilização da Modelagem uma possibilidade, desde que ela seja utilizada de forma coerente.

Depois de conhecer essas percepções, buscou-se compreender os conhecimentos prévios dos alunos acerca da Modelagem Matemática, na unidade de análise “Modelagem Matemática”, avaliada pelas perguntas 5, 6 e 7. As perguntas dos dois questionários não foram comparadas, pois buscava-se perceber apenas o nível de atenção dos alunos ao responder, se seriam coerentes em ambos os testes.

Na pergunta 5 do questionário prévio percebeu-se que 28 alunos nunca tinham ouvido falar em Modelagem enquanto que no posterior todos responderam afirmativamente. Trata-se de uma concepção de ensino relativamente nova no Brasil (ênfaticada nas duas últimas décadas do século XX) (BURAK, 1992), mas mesmo assim têm sido feitas abordagens na área, conforme identificado na revisão da literatura dos estudos sobre Modelagem na formação de professores. Assim, questiona-se se os docentes da Educação Básica têm acessado às pesquisas produzidas ou participado de processos formativos na área, uma vez que os alunos nunca tinham ouvido falar no assunto.

Todos responderam na pergunta 6 do primeiro teste que os professores nunca utilizaram a Modelagem para trabalhar os conteúdos de matemática, enquanto que no teste posterior eles citaram apenas os trabalhos desenvolvidos durante essa pesquisa. Isso vai ao encontro daquilo que foi trazido anteriormente, sobre a pouca utilização da abordagem.

Na questão 7, mesmo nunca tendo ouvido falar em modelagem, no questionário de levantamento dos conhecimentos prévios 11 alunos responderam que ela pode facilitar o ensino de matemática. Acredita-se que, nesse caso, as respostas foram intuitivas, pois não era possível saber se a Modelagem facilita o ensino sem nunca ouvir falar dela. Para outros 18 ela

não facilita, porém não justificaram o porquê. No questionário posterior 29 responderam afirmativamente, por possibilitar a resolução de problemas propostos pelos próprios alunos.

Assim, percebeu-se pela análise do segundo questionário, que os alunos puderam agregar elementos significativos aos seus conhecimentos prévios, demonstrando respostas mais completas, o que é um forte indício de que o processo tenha sido significativo e eles tenham aprendido significativamente (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Também, que eles compreendem a Modelagem como procedimentos que, quando utilizados de forma coerente, facilitam a aprendizagem dos conceitos de matemática, despertando a atenção, relacionando a área com o cotidiano e partindo do interesse dos próprios alunos.

## **5.2 A RIQUEZA DO PROCESSO: REFLEXÕES A PARTIR DO DIÁRIO DE AULA**

Existem diferentes formas pelas quais os professores podem fazer o registro do que acontece em suas aulas, de caráter burocrático e reflexivo, dentre as quais estão as cadernetas, os planos de aula, os relatórios, os planos de ensino, os diários de aula e assim por diante. Parte-se do pressuposto de que escrever aquilo que acontece facilita a produção do conhecimento, a reflexão da prática e o cumprimento das exigências burocráticas das instituições de ensino.

Nesse sentido, a escrita do diário de aula encontra-se diretamente relacionada com o ato de pensar, integrar e analisar um conjunto de acontecimentos pedagógicos, dilemas e contextualizações. Trata-se de um instrumento de coleta de dados, que pode ser discutido de forma individual e coletiva de modo que venha a se transformar em um mecanismo de reflexão, análise e auto avaliação. O hábito da escrita possibilita reconhecer os problemas e compreender a complexidade da realidade profissional, quando pouco a pouco análises mais profundas vão sendo incorporadas aos registros (CAÑETE, 2010).

Assim, o diário foi utilizado como um dos instrumentos de análise dessa pesquisa, cujos registros demonstraram o que aconteceu em sala, descrevendo atividades e relatando processos e observações feitas. Com isso, puderam ser expressas algumas considerações, que ajudaram a compreender como proceder com atividades de Modelagem Matemática para promover uma aprendizagem mais significativa na área de formação de profissionais do Magistério da Educação básica. Portanto, como evidenciam os resultados discutidos, ele

serviu para atingir os objetivos específicos de promover e estimular a aprendizagem significativa de conteúdos de matemática, resolvendo problemas matemáticos por meio da modelagem, e de identificar o conceito e os pressupostos teóricos e metodológicos da Modelagem Matemática;

Para melhor compreensão do leitor, as considerações e discussões anotadas fizeram referência ao respectivo dia em que as atividades aconteceram, demonstrando uma ordem cronológica, sem perder de vista uma contextualização geral.

### **5.2.1 Dia 06 de junho – primeiro dia da intervenção**

O primeiro dia da intervenção foi marcado pela expectativa da mediação de um projeto que se pensava em realizar há tempos e cujo planejamento já havia sido esboçado. Nesse sentido, em Modelagem Matemática por melhor elaborado que seja um planejamento, sempre deve-se considerar que na sala de aula acontecem situações que fogem do controle, típicas dos indivíduos em suas particularidades, o que pode forçar mudanças na metodologia. Além disso, a própria Modelagem traz consigo o caráter de imprevisibilidade associado a um clima de liberdade, que coloca o professor como incentivador de escolhas de alternativas para solucionar os problemas (BURAK, 1992).

Felizmente, a disponibilidade dos integrantes da escola como um todo, aumentou a segurança ao mediar o projeto, de forma a superar estes imprevistos. O fato de ele ter sido desenvolvido no atual ambiente de trabalho do autor desta dissertação aumentou a confiança da equipe pedagógica na proposta. Essa receptividade parece evidenciar que são possíveis parcerias entre escolas da educação básica e instituições de ensino superior. Segundo Scheid, Soares e Flores (2009) tal parceria é aconselhável, porque: insere os alunos das universidades na educação básica, dinamizando a formação profissional e construindo uma postura docente crítica e em transformação; oportuniza a formação continuada de professores em exercício nas próprias escolas, que aperfeiçoam sua atuação no ensino; possibilita melhorias para a escola no que tange a alternativas educacionais para a formação de cidadãos críticos e comprometidos com os desafios atuais.

A receptividade dos alunos também contribuiu para diminuir a insegurança diante da proposta. Eles mostraram-se dispostos a desenvolver as atividades, quando estas foram apresentadas. A predisposição para aprender é uma condição principal para processos significativos de aprendizagem (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Também, quando

consideradas as fases de desenvolvimento da Modelagem Matemática de Burak (1992), os alunos atuam como sujeitos ativos.

Inicialmente, ao entrar na sala de aula às 7:30 h, percebeu-se que a turma de 3<sup>o</sup> ano era composta por 7 alunos, sendo 6 mulheres e 1 homem (tratou-se da metade da turma), com idades entre 16 e 18 anos de idade, salvo 1 aluna que tinha entre 35 e 40. Rapidamente, dialogou-se com eles que durante as próximas 3 semanas seria desenvolvido um projeto sobre Modelagem Matemática, durante as aulas de Metodologia de Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado. Explicou-se as perspectivas principais deste projeto e que fazia parte dos requisitos para que o autor deste trabalho concluísse o curso de mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Estadual do Centro Oeste.

Os alunos responderam o questionário de levantamento dos conhecimentos prévios (Quadro 2) sobre a modelagem. Estes conhecimentos, segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) devem servir de base para o desenvolvimento das propostas em busca da aprendizagem significativa, ou seja, deve-se partir daquilo que os alunos já sabem e, a partir disso, delinear as etapas posteriores. Não foi necessário fazer nenhuma alteração no planejamento a partir das evidências do questionário de levantamento dos conhecimentos prévios, pois eles tinham poucas informações acerca da Modelagem e o planejamento contemplava atividades para que aprofundassem os conhecimentos disso.

Ressaltou-se durante o diálogo com os alunos que eles deveriam basear as respostas desse questionário em seus conhecimentos prévios, não se preocupando com a obtenção de nota; também, que não era possível qualquer intervenção nas respostas naquele momento. Mesmo assim, uma aluna questionou se o Material Dourado<sup>10</sup> fazia parte da Modelagem Matemática. Ela foi instruída a expor essa dúvida nos próximos momentos. O teste demorou 20 minutos para ser respondido e passou por uma primeira análise depois da aula, para avaliar necessidades de alteração no planejamento das próximas etapas.

Ainda durante a aula, analisando rapidamente o questionário de levantamento dos conhecimentos prévios, percebeu-se que dos 7 alunos que o responderam, 4 afirmaram não gostar da disciplina matemática. Quando foi questionado o porquê desta afirmação, eles alegaram se tratar de uma matéria de difícil entendimento, cujos conteúdos esqueciam

<sup>10</sup> A título de curiosidade, o Material Dourado Montessori destina-se a atividades que auxiliam o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional e dos métodos para efetuar as operações fundamentais (ou seja, os algoritmos). É constituído por cubinhos, barras, placas e cubão, que representam: unidades, dezenas, centenas e milhares (UTFPR, 2017).

facilmente. Isso também apareceu nas respostas do questionário de levantamento dos conhecimentos prévios e posteriores. Tal afirmação pode significar que eles não estão aprendendo matemática de forma significativa e sim de forma mecânica, ou seja, que eles estão memorizando de maneira arbitrária e literal as informações em suas estruturas cognitivas (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Os alunos também afirmaram que não gostavam de matemática por conta da dificuldade das avaliações escritas que eram obrigados a realizar. Eles alegaram que estudavam os conteúdos para as provas e que se sentiam aliviados quando elas eram feitas e não precisavam mais se preocupar com os respectivos conteúdos. Além da aprendizagem mecânica, tal afirmação demonstra que os alunos não percebem as relações entre os conteúdos da matemática e nem uma utilidade para ela.

Depois de desenvolverem um trabalho no ano de 2005, Klüber e Burak (2007) perceberam que os alunos do Ensino Médio tinham essas mesmas percepções sobre a matemática, o que leva a questionar porque essa construção negativa ainda persiste. De acordo com os autores, trata-se de uma construção histórica propagada desde um tempo em que a disciplina era vista como construção de uma razão imutável para o estabelecimento de representações, portanto, de difícil conexão com o mundo real. A desconstrução dessas concepções é uma responsabilidade atribuída principalmente aos professores, como mediadores do conhecimento (FIORENTINI, 2012).

Depois dos alunos responderem o questionário inicial ocorreu uma conversa mais detalhada sobre o projeto. Foi utilizada como base uma apresentação de *slides* onde foi apresentado um resumo, uma síntese da justificativa, os objetivos e a metodologia do trabalho proposto. Explicitou-se cada um dos 4 momentos da intervenção, até chegar ao produto educacional. Tratou-se de um momento de interação social entre os integrantes da turma, onde puderam dialogar sobre o projeto, o que, de acordo com o sócio interacionismo e o construtivismo de Piaget e Vygotsky, é fundamental (MOREIRA, 2014).

Então, com o intuito dos alunos se situarem acerca da modelagem, foram discutidas as concepções de Modelagem de Burak (1992) e Barbosa (2004), para as quais conseguiram indicar semelhanças e diferenças. A primeira concepção foi mais enfatizada, por estar servindo de base para esta pesquisa, sendo possível compreender que seu diferencial está na proposição dos problemas por parte dos alunos, enquanto os professores têm a função de mediar as situações de ensino e de aprendizagem (BURAK, 2010).



Na perspectiva de Burak (1992), foi exemplificado o modelo de um hemograma completo (Figura 1), que apresenta, ao lado do resultado, um parâmetro matemático para que o paciente perceba sua situação.

HEMOGRAMA COMPLETO		Valores de Referência	
Material: Sangue com EDTA Coletado em: 08/08/2017 09:31 Método: XS 800 - Sysmex			
<b>ERITROGRAMA</b>			
HEMÁCIAS.....	4,68 milhões/mm <sup>3</sup>	3,9 a 5,3 milhões/mm <sup>3</sup>	
HEMOGLOBINA.....	12,60 g/dL	11,5 a 13,5 g/dL	
HEMATÓCRITO.....	37,80 %	34,0 a 40,0 %	
VOL. GLOB. MEDIA EM fL..:	80,8 fL	75,0 a 87,0 fL	
HEM. GLOB. MEDIA EM pg..:	26,9 pg	24,0 a 30,0 pg	
C.H. GLOB. MEDIA EM g/dL:	33,3 %	31,0 a 37,0 g/dL	
RDW.....	13,1 %	11,2 a 15,6 %	
<b>LEUCOGRAMA</b>			
LEUCÓCITOS.....	10.200 /mm <sup>3</sup>	5.000 a 15.000/mm <sup>3</sup>	
EOSINÓFILOS.....	4 %	0 a 5%	0 a 725/mm <sup>3</sup>
BASÓFILOS.....	0 %	0 /mm <sup>3</sup>	0 a 145/mm <sup>3</sup>
LINFÓCITOS TÍPICOS.....	29 %	2.958 /mm <sup>3</sup>	1.500 a 6.960/mm <sup>3</sup>
LINFÓCITOS ATÍPICOS.....	0 %	0 /mm <sup>3</sup>	
MONÓCITOS.....	8 %	816,0 /mm <sup>3</sup>	3 a 9%
BLASTOS.....	0 %	0 /mm <sup>3</sup>	0/mm <sup>3</sup>
MIELÓCITOS.....	0 %	0 /mm <sup>3</sup>	0/mm <sup>3</sup>
METAMIELÓCITOS.....	0 %	0 /mL	0/mm <sup>3</sup>
BASTOES.....	1 %	102 /mm <sup>3</sup>	0 a 2%
SEGMENTADOS.....	58 %	5.916 /mm <sup>3</sup>	935 a 6975/mm <sup>3</sup>
NEUTRÓFILOS.....	59 %	6.018 /mm <sup>3</sup>	20 a 75
<b>PLAQUETAS</b>			
PLAQUETAS.....	435.000 /mm <sup>3</sup>	200.000 a 500.000/mm <sup>3</sup>	
VPM.....	10,00 fL	6,0 a 11,0	

Liberado Eletronicamente em:08/08/2017 14:07 por DRA. ADRIANE ROWIECHI

FIGURA 1 – HEMOGRAMA UTILIZADO NA EXPLICAÇÃO

FONTE: O autor (2017).

Depois disso, solicitou-se que uma aluna trouxesse outro exemplo de um problema cotidiano cuja resolução considerasse relevante. Ela inusitadamente citou “*a falta de companheirismo, professor!*” (fala da aluna 1). Então foi questionado o porquê deste fenômeno estar acontecendo, pergunta para a qual ninguém teve resposta. Diante desta atitude, foi sugerida a pesquisa dos seguintes aspectos: há quanto tempo pode-se perceber a falta de companheirismo? O que desencadeou esse fenômeno? Que outros elementos estão relacionados a ele? Os alunos se comprometeram de trazer informações para o próximo encontro acerca desses questionamentos, a fim de melhor formular uma situação problema para servir de base para o trabalho final. Este momento representou uma maneira de chamar a atenção para a tomada de consciência da realidade vivida, o que é uma das melhorias proporcionadas pela Modelagem Matemática (BURAK, 2010).

Ao final do encontro (por volta das 10 h) foi proposto que, além dessas perguntas, fosse pesquisado para a próxima aula outros problemas que gostariam de solucionar. A



professora regente da turma questionou se poderiam ser selecionados problemas voltados à Educação Infantil, pois logo os alunos iriam para o estágio supervisionado. Foi colocado que nesse momento era interessante que os alunos tivessem a liberdade de escolher qualquer problema, para não ir contra a perspectiva de Modelagem adotada.

### **5.2.2 Dia 07 de junho – segundo dia da intervenção**

No dia 07 de junho participou das atividades a outra metade da turma do 3º ano e a turma do 4º ano, totalizando 26 alunos (7 alunos do 3º e 19 do 4º ano). Os procedimentos metodológicos foram os mesmos do dia anterior: a) os alunos preencheram o questionário de levantamento dos conhecimentos prévios; b) o projeto foi discutido, momento onde possibilitou-se esclarecer suas dúvidas; c) foi introduzido o conteúdo sobre Modelagem Matemática; d) eles foram incumbidos de trazer para a próxima aula problemas para serem resolvidos utilizando a modelagem.

Para a introdução da modelagem, foi utilizada uma apresentação de *slides* com exemplificação das perspectivas de Burak (1992) e Barbosa (2004), para as quais os alunos se mostraram curiosos e interessados. Eles questionaram como utilizá-la em sala de aula, sendo orientados sobre as 5 etapas propostas por Burak (1992) para isso: escolha de um tema de interesse; pesquisa exploratória sobre esse tema; levantamento de problemas e relações matemáticas presentes nos dados pesquisados; resolução de problemas e desenvolvimento dos conceitos; análise crítica das soluções propostas para os problemas. Ressaltou-se que o que diferencia essa abordagem das outras é que os temas são propostos pelos alunos e não pelo professor.

O interesse dos alunos pelos procedimentos de utilização da Modelagem Matemática pode estar relacionado com as posteriores práticas de estágio supervisionado que desenvolverão em que poderão utilizar o que discutiram. O estágio supervisionado, segundo Soares (2010), valoriza a dimensão formativa, investigativa e reflexiva, articulada com a relação teoria e prática, enriquecendo as práticas pedagógicas. Portanto, os alunos podem ter percebido que a utilização da Modelagem possibilita a interpretação de informações sobre os problemas, mediante a reflexão e problematização, para a proposição de outros significados (SILVA; ALMEIDA, 2015).

Posteriormente, o problema intitulado “colheitas de grãos de soja no Paraná”<sup>11</sup> foi resolvido junto com os alunos, a cargo de exemplificação. Especificou-se principalmente as 5 etapas de utilização da modelagem, propostas por Burak (1992) e como proceder com a avaliação da aprendizagem. Acerca dos procedimentos de avaliação comentou-se sobre a importância de analisar se os alunos querem aprender e se eles conseguem utilizar os conceitos aprendidos para resolver outros problemas fora do contexto pesquisado. Estes procedimentos também vão ao encontro do que propõe Ausubel, Novak e Hanesian (1980) para a aprendizagem significativa, bem como dialogam com os esquemas de assimilação e acomodação de Piaget (AZENHA, 1997) e com a identificação da zona de desenvolvimento proximal de Vygotsky (VYGOTSKY, 2007).

### **5.2.3 Dia 13 de junho – terceiro dia de intervenção**

Na aula do dia 13 de junho estavam todos os alunos do 3º e do 4º ano reunidos. Foram formados 4 grupos contendo de 4 a 9 alunos para trabalhar sobre as tarefas deixadas nas aulas dos dias 6 e 7 – busca por situações problemas interessantes de serem resolvidas. Conforme afirma Burak (1992, p. 290) a "escolha do tema deve ser, preferencialmente, dos alunos" o que facilita a percepção das relações que a matemática estabelece com o cotidiano. Além disso, quando o professor aceita vários temas para o trabalho em classe, aumenta-se o interesse, o processo se torna mais flexível e abre-se espaço para o compartilhamento de experiências, ações que fortalecem os vínculos na relação professor/aluno. (BURAK, 1992). Contudo, deve-se tomar o cuidado de estabelecer comum acordo para os temas escolhidos, para que todos se envolvam no trabalho.

Percebeu-se que a maioria dos grupos escolheu o tema na hora, ou seja, que não fizeram uma pesquisa prévia; apenas um grupo já havia escolhido o problema com antecedência. A não realização das pesquisas prévias pode indicar insegurança, conflitos, desafios e dilemas diante dos conceitos aprendidos, os quais devem ser tomados como elementos de reflexão e análise crítica no decorrer do processo. Essa compreensão pressupõe a atuação coletiva, de mediação investigativa, de apoio em reflexões teóricas como

<sup>11</sup>Este exemplo já havia sido proposto anteriormente, na disciplina de Tópicos em Matemática, pelos mestrandos Antonio Roberto Bastos e Marcia Regina Ribas, do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Estadual do Centro Oeste.

fundamentos da prática e da teorização da prática (SOARES, 2010), por isso se atentou para o fortalecimento dos conceitos já discutidos no decorrer do processo.

Os temas propostos pelos alunos foram os seguintes:

- a) Grupo 1: Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM;
- b) Grupo 2: Otimização da área de uma barraca de *camping*;
- c) Grupo 3: Indecisão;
- d) Grupo 4: Violência.

O tema do Grupo 3 surgiu devido aos questionamentos e discussões da aula do dia 06 de junho, sobre a falta de companheirismo, para os quais os alunos ficaram indecisos ao responder.

Depois de escolhidos os temas, os alunos foram orientados a fazer uma pesquisa exploratória em locais (livros ou internet) que achassem mais adequadas. A liberdade de escolha das fontes e das informações ressaltou ainda mais o papel ativo que eles devem ter no processo, para que a aprendizagem seja significativa (MOREIRA, 2014).

Cada integrante do grupo ficou responsável por pesquisar informações que se relacionassem interdisciplinarmente com o tema, a partir das quais pudessem ser expressas relações matemáticas. No próximo encontro esses problemas seriam matematizados coletivamente com a turma, juntamente com o professor pesquisador. Burak e Klüber (2013) afirmam que a Modelagem traz intrínseca uma característica interdisciplinar, porque desconsidera outras práticas ou áreas que possam estar com ela relacionadas.

#### **5.2.4 Dia 20 de junho – quarto dia de intervenção**

Na aula do dia 20 de junho os problemas dos grupos foram matematizados. Dois deles trouxeram a pesquisa exploratória solicitada – grupo 3: indecisão; grupo 4: violência.

O grupo 3 conseguiu matematizar alguns pontos do tema: criou uma tabela com o nome de todos os alunos da sala de aula, conforme ilustrado na Figura 2, que questionou se eles pretendiam ingressar em algum curso superior ou técnico ao terminarem o Ensino Médio e se tinham certeza disso. Para demonstrar outras propostas da área, expuseram uma pesquisa feita por uma universidade do Brasil com 2000 jovens, em que 52% estavam indecisos em relação a escolha do curso.

O Grupo 4, que abordou sobre a violência, trouxe informações importantes para a discussão. Uma aluna integrante colocou o contexto da violência contra a mulher no Brasil e

no mundo, praticada, na maioria das vezes, pelos homens e fruto de uma dependência financeira e psicológica. Outra aluna por sua vez, colocou que no Brasil os homens sofrem mais violência do que as mulheres, a qual é fruto das próprias ações deles, por exemplo, em confrontos. Outra questão levantada por uma terceira integrante relacionou o fato de que o homem como provedor em uma família patriarcal, não comenta sobre suas fragilidades, enquanto a mulher é fragilizada e demanda maior proteção.

As informações pesquisadas pelos Grupos 3 e 4 demonstraram comprometimento com a pesquisa, bem como a percepção de que a matemática se relaciona com outras áreas dos conhecimentos, em processos não fragmentados (BURAK, 2010). Também, o momento em que os alunos esclareceram suas dúvidas e fizeram apontamentos demonstrou a criticidade implícita no processo de Modelagem e de aprendizagem significativa (BURAK, 1992).

Os Grupos 1 e 2, que não trouxeram informações pesquisadas, iniciaram o trabalho em sala, buscando agregar informações já conhecidas e presentes nos livros didáticos aos temas de pesquisa, de forma que o trabalho estivesse pronto para ser apresentado na próxima aula.

Handwritten notes on lined paper titled "modelagem de matemática". The notes include a table with three columns: "nome", "curso / disciplina", and "resposta". Below the table, there are calculations for percentages and a long division problem.

nome	curso / disciplina	resposta
marcela	ciências	bem
Floraque	ciências	bem
Alina	mat	bem
Gabriela	Psicologia	bem
Eduarda	Biologia / ciências	nao
Kelly	Ed. Física	bem
milena	língua inglesa	bem
laura	Psicologia / Artes	nao
Aline	Filosofia	nao não
Yammy	Artes	nao
Ana	Psic / ciências	nao
Júlia	Ev / Psicologia	nao
Aus	Biologia	bem

13 pessoas — 100%  
 6 " " — " não sabem = 46.15%

$$\frac{13}{6} = \frac{100}{x}$$

$$13x = 600$$

$$x = \frac{600}{13}$$

$$x = 46.15$$

FIGURA 2: PROCEDIMENTOS DA ENTREVISTA FEITA PELOS ALUNOS

FONTE: O autor (2017).

A figura 2, elaborada pelo grupo 3, mostra o curso superior no qual os alunos entrevistados tem a intenção de ingressar após concluírem o Magistério da Educação e a certeza quanto a essa decisão (sim ou não).

#### **5.2.5 Dia 27 de junho – quinto dia da intervenção**

No dia 27 de junho, último dia da intervenção, os grupos expuseram suas conclusões acerca dos temas pesquisados, por meio de uma apresentação oral. As apresentações dos trabalhos aconteceram no auditório do colégio e foram assistidas pelos colegas das turmas de 3º e 4º ano, pelo professor de estágio supervisionado das turmas de Magistério da Educação, pelos licenciandos que desenvolvem o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na escola e por 2 professores convidados da Unicentro (professores Sandro Santos e Dionísio Burak).

Todos os integrantes dos grupos interagiram durante as apresentações, demonstrando entendimento sobre o tema abordado e envolvimento na pesquisa sobre estes assuntos. Isso indicou predisposição para aprender e que relacionamento das informações pesquisadas com aquelas já assimiladas, o que são condições para que a Aprendizagem Significativa aconteça (ASUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Percebeu-se também, o conceito de acomodação proposto por Piaget, que leva a construção de novos esquemas de assimilação e, conseqüentemente, ao desenvolvimento cognitivo. Ainda, demonstrou que a Modelagem fez com que os grupos se interessassem pelos conteúdos de matemática e pelos temas de pesquisa que eles próprios escolheram. Segundo Burak (2005) justamente por isso, a Modelagem rompe com a forma usual de mediar o processo de ensino da maioria das escolas, contribuindo para tornar os professores mais reflexivos.

Mesmo assim alguns alunos demonstraram certa timidez e insegurança com relação a expressão oral dos resultados. Eles tiveram dificuldades em encontrar as palavras para expressar de forma compreensível aquilo que escreveram, recorrendo muitas vezes às anotações que tinham levado. Isso pode significar que, conforme afirma Vygotsky (1987 *apud* MOREIRA, 2014), o contexto social e cultural exerce influência no modo como ocorrem as modificações cognitivas. Não considerou-se que isso desqualificou o trabalho deles, mas que é preciso promover outros momentos em que compartilhem conhecimentos, para que superem essas dificuldades.

O grupo 1, que abordou o tema ENEM, contextualizou o que é a prova, o que ela oportuniza, de que forma é realizada, qual o custo para essa realização, por quais mudanças passou e qual é a preparação exigida para realizá-la. Aliada a estas informações, foi feita a matematização característica da Modelagem (BURAK, 1992) em que eles demonstraram dificuldades para expressar, entender e utilizar conceitos matemáticos, as quais puderam ser superadas depois da abordagem realizada antes das apresentações.

Para contextualizar o que é o ENEM, foi discutido que se trata de um exame realizado no final do Ensino Médio, utilizado para ingressar nos cursos de graduação de várias universidades do país. Este exame abrange conteúdos de ciências da natureza, linguagem, códigos matemáticos e redação para os quais os alunos precisam demonstrar domínio. No caso da redação são considerados 5 critérios: uso adequado da língua; adequação ao tema; coerência (argumentatividade e informação); coesão textual (se possui começo meio e fim dentro do tema da reação); e proposta de intervenção. Ela é enviada aos corretores, que demoram de 40 segundos à 2 minutos para corrigir o texto sendo que, por isso, ele deve ser claro e objetivo. A título de exemplificação, o grupo demonstrou um gráfico dos alunos da região sul sobre o desempenho na redação segundo o qual as escolas públicas estão superiores às particulares.

Comentaram também sobre as oportunidades propiciadas pelo ENEM, em diversas universidades do Brasil. Entre elas, destacou-se:

- a) O Sistema de Seleção Unificada (SISU), no qual todos aqueles que fazem a prova optam por dois cursos em instituições de ensino superior que adotam esse sistema de forma parcial ou integral, sendo selecionados apenas pela nota para estudarem nessas instituições.
- b) O Programa Universidade para Todos (ProUni), que exige uma nota mínima de 450 pontos e se destina a concessão de bolsas de estudo em instituições particulares de ensino superior.
- c) O Fundo de Financiamento Estudantil do Ensino Superior (FIES), que também se destina a concessão de bolsas para instituições privadas de ensino superior, porém estabelece uma renda mínima por estudante deseja o benefício.

A prova do ENEM é realizada ao final de cada ano, em dois domingos consecutivos, sendo que, no primeiro deles, os alunos realizam a prova de redação, linguagem e ciências humanas, com uma duração de 5 horas e 30 minutos. A partir desse tempo, descontando 1

hora para a realização da redação e 30 minutos para o preenchimento do gabarito, eles concluíram que aqueles que realizam a prova tem em média 2 minutos e 30 segundos para responder cada questão, sabendo que existem 90 questões. A matematização utilizada foi a seguinte:

$$Tq = 5horase30min - 30minutos(gabarito) = 5horas$$

$$Tq = 5horas - 1hora(redação) = 4horas$$

$$1hora \rightarrow 60minutos \quad 4horas \rightarrow Tq \quad Tq = 240minutos$$

$$Tq = \frac{240}{90} = 2,6minutosporquestão$$

Em que Tq refere-se ao tempo médio gasto por questão.

No segundo domingo, são 4 horas e 30 minutos para a realização da prova, totalizando também 2,6 minutos para a resolução de cada questão (tendo sido descontado o tempo para o preenchimento do gabarito).

Sobre as mudanças pelas quais o exame passou, os alunos comentaram principalmente aquelas relacionadas aos dias de realização da prova: antes, a prova acontecia em um sábado e um domingo consecutivos e agora acontece em dois domingos consecutivos. Esta opção foi eleita graças a uma pesquisa (demonstrada pelos alunos) em que 63,70% dos entrevistados preferiram que fosse dessa forma. Também, porque esta é uma maneira de economizar dinheiro público, que é investido na realização. Utilizando a matematização abaixo descrita, os alunos fizeram os cálculos para saber qual o custo do governo com as provas (Cg representa o custo do governo).

$$Cg = 91,49 - 63,00 = 28,49$$

Com a informação de que cada prova custa aproximadamente R\$ 91,49 por participante e que cada aluno paga R\$ 63,00 para fazê-la, o governo arca com R\$ 28,49 do custo.



Outra mudança comentada, foi que o exame não serve mais para a obtenção do certificado de conclusão do ensino médio, como era possível até então. Hoje, para a obtenção desse certificado, é necessário que o interessado seja aprovado junto ao Exame Nacional de Jovens e Adultos. Além disso, os cadernos de prova passaram a vir personalizados para cada candidato, com nome e número de inscrição.

O grupo apontou que não existe uma maneira específica de preparar para o ENEM, visto que isso depende da dedicação de cada indivíduo. Contudo, deram algumas dicas para auxiliar na organização, entre as quais o estabelecimento de um período de estudo por dia, com um cronograma e a utilização de provas antigas para servir de base de estudos.

Por último, propuseram uma dinâmica, em que 2 voluntários competindo entre si, simularam estar respondendo à prova, conforme ilustrado na Figura 3. Aquele que acertasse marcava ponto e o que tivesse mais pontos acumulados era o vencedor. Essa dinâmica representou um momento de descontração para o público, que fez com que os alunos saíssem da zona de conforto de ouvintes e se tornassem mais ativos. Essa proposta foi interessante considerando que de acordo com Vygotsky a interação social é o veículo fundamental para a transmissão dinâmica do conhecimento social, histórico e culturalmente construído (MOREIRA, 2014).

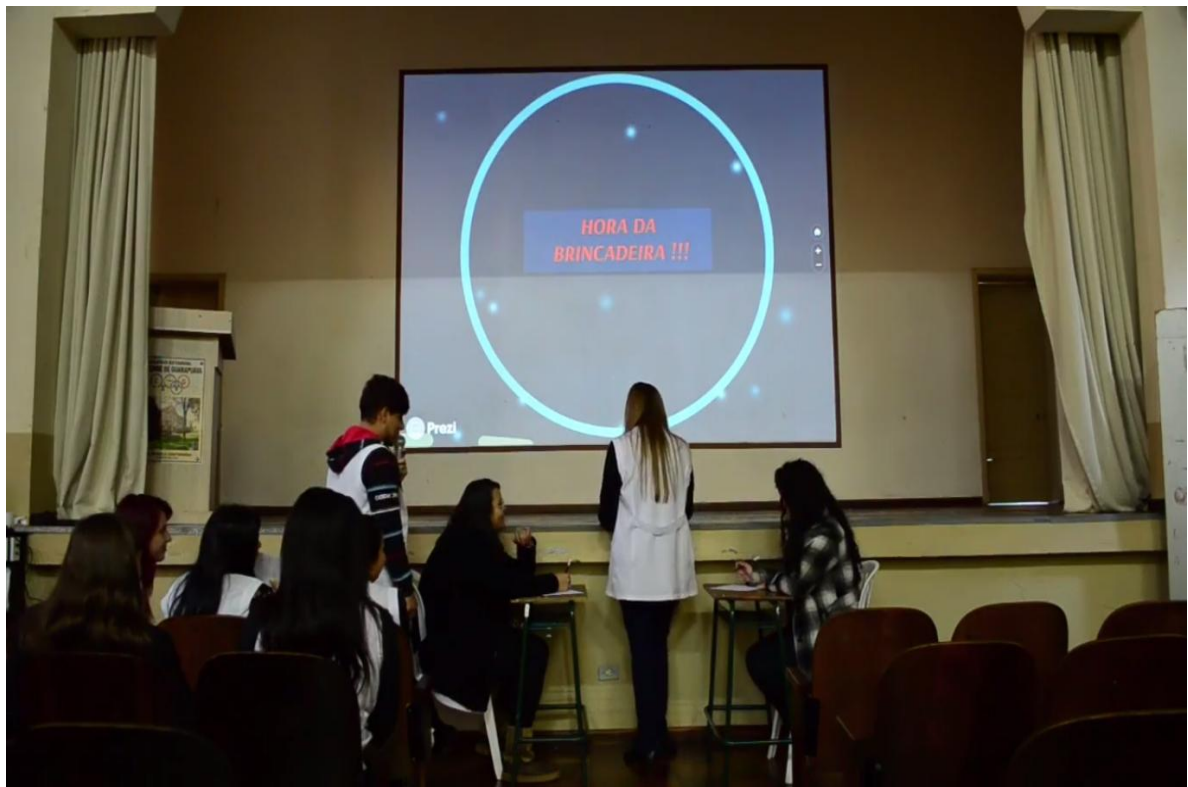




FIGURA 3: DINÂMICA REALIZADA PELOS ALUNOS DO GRUPO 1.

FONTE: autor (2017).

A Figura 3 mostra a simulação da resolução das questões do ENEM, feita pelos alunos do grupo 1 para demonstrar de uma maneira prática as explicações teóricas.

O Grupo 2 trabalhou com a temática “otimização da área de uma barraca de *camping*”, colocando que este problema surgiu devido a uma experiência de dois integrantes do grupo, que foram acampar e precisaram colocar 9 pessoas em uma barraca com capacidade para 5.



FIGURA 4: SIMULAÇÃO DA ORGANIZAÇÃO DAS 9 PESSOAS DENTRO DA BARRACA.

FONTE: autor (2017).

A figura 4 (do grupo 2) mostra a organização necessária para fazer com que coubessem 9 alunos dentro de uma barraca quadrada destinada para 5.

Inicialmente eles argumentaram acerca dos tipos de barracas existentes quanto ao espaço disponibilizado; por exemplo, as octógonas, que comportam 2 colchões e deixam algum espaço livre. Então questionaram o público sobre como colocar 9 pessoas dentro de uma barraca de formato quadrado com capacidade para 5. O público não soube responder, mas demonstrou curiosidade; os alunos prosseguiram com a apresentação para tentar construir

coletivamente uma solução para este problema. Chamar a atenção com propostas potencialmente significativas contribui para promover a aprendizagem significativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Para iniciar as explicações, os alunos demonstraram como calcular a área da barraca, depois dividiram essa área pela área dos colchões e encontraram a disposição que otimizava mais espaço para caber o número de colchões encontrados. Concluíram que, naquelas proporções, caberiam 4 colchões na vertical e 1 na horizontal dentro da barraca quadrada, sobrando um espaço vazio, que podia ser utilizado para guardar objetos. A condição para isso era que os indivíduos tivessem em média 1,65 m de altura (tamanho proporcional aos colchões). Essa conclusão foi fruto do raciocínio e da reflexão conjunta sobre as próprias ideias. Esse confronto pode causar uma ruptura no conhecimento dos alunos, provocando desequilíbrios (ou conflitos cognitivos), que podem impulsioná-los para a frente na tentativa de recuperar o equilíbrio (JÓFILI, 2002, p. 197).

Depois de concluírem o raciocínio, os alunos simularam com os colegas que estavam assistindo, a organização dos indivíduos dentro da barraca, como mostra a Figura 4. Esta dinâmica materializou as ideias abstratas vistas até então. Esta foi uma proposta construtivista, em que o conhecimento foi construído ativamente pelo aluno via interação com os objetos (JÓFILI, 2002).

O grupo 3 discutiu sobre o tema indecisão, argumentando que ele se relacionava ao momento da vida que estavam vivendo, em que precisavam decidir se continuariam estudando em um curso de graduação ou técnico.



FIGURA 5: MOMENTO DE DISCUSSÕES SOBRE O TEMA INDECISÃO.

FONTE: autor (2017).

A Figura 5 demonstra um momento em que as discussões sobre o tema indecisão foram realizadas pelo grupo 3.

Baseado nesse problema, os alunos contextualizaram o que consideravam indecisão, questionando até que ponto as pessoas indecisas deveriam ser ajudadas. Uma professora comentou sobre o quanto ficou indecisa na escolha de sua carreira na educação infantil e aconselhou a escolher pelo caminho mais prazeroso com base principalmente na reflexão. De acordo com Dias e Almeida (2004), a origem das ideias matemáticas é resultado de um processo que busca explicar e entender fatos e fenômenos da realidade, sendo que o desenvolvimento das ideias e sua organização intelectual acontecem a partir das elaborações sobre as representações. Assim, as colocações dos alunos e da professora representaram ideias à serem desenvolvidas utilizando a modelagem.

Foram colocadas questões para o público pensar: qual o motivo da indecisão e o que ela pode causar? A escolha mais segura continuará trazendo felicidade? Qual necessidade é preciso suprir? Estas questões serviram para conhecer as concepções prévias dos alunos sobre o assunto, as quais servem de base para mediar situações de ensino e aprendizagem

(MOREIRA; MASINI, 2001). Os estudos de Piaget também apontam as diferenças entre o raciocínio das crianças em vários estágios e dos adultos que atingiram o nível das operações formais. Muitos professores podem utilizar estratégias inadequadas por não conseguirem identificar os diferentes níveis de desenvolvimento mental (JÓFILI, 2002) o que não acontece mediante as percepções dos conhecimentos prévios.

Então, os alunos fizeram um gráfico para demonstrar a porcentagem de pessoas ainda indecisas quanto ao futuro profissional. Para chegar a esse gráfico, entrevistaram 13 alunos do 3º ano da modalidade normal sobre as carreiras que pretendiam seguir. Observaram que 40% dos entrevistados tinham decidido e estavam seguros e que 60% ainda não. A lista de respostas pode ser observada na Figura 2, para a qual os alunos matematizaram da seguinte forma, sendo respectivamente, para os alunos que sabem qual carreira seguir e para os que não sabem.

$$13 \rightarrow 100\%$$

$$6 \rightarrow X$$

$$X = 46,15\% \text{ sabem}$$

$$13 \rightarrow 100\%$$

$$7 \rightarrow X$$

$$X = 53,85\% \text{ não sabem}$$

Para demonstrar que outros trabalhos foram feitos na área, os alunos comentaram sobre uma pesquisa feita com 2000 estudantes concluindo o ensino médio, que demonstrou 80% de dúvidas sobre quais carreiras seguir.

Esse grupo chamou a atenção por interagir mais do que os outros com os colegas (Figura 5). Durante a apresentação, o público teve a liberdade de colocar suas ideias sobre as carreiras que intencionavam seguir, dialogando com os apresentadores e com os expectadores. Isso é importante nos enfoques construtivistas, em que devem ser assegurados ambientes nos quais os alunos possam reconhecer e refletir sobre suas próprias ideias, aceitando que outras pessoas expressem pontos de vista diferentes dos seus, mas igualmente válidos, e possam avaliar a utilidade dessas ideias em comparação com as teorias apresentadas pelo professor (JÓFILI, 2002)

O grupo 4 discutiu a violência, alegando se tratar de um tema relevante e evidente na sociedade. Os alunos trouxeram uma grande quantidade de dados descrevendo o tema, o que demonstrou que a pesquisa foi realizada em diferentes fontes. Antes de expor sobre os dados (Figura 6), os alunos citaram e definiram os principais tipos de violência: sexual, moral, psicológica e física, às quais todos os indivíduos estão sujeitos. Dos tipos de violência, citou-se que: a) 6,51% da população sofrem violência moral; b) 4,30% da população sofre violência sexual;

Considerando as faixas etárias foi colocado que:

- a) Entre 0 aos 9 anos o tipo mais comum de violência é a negligência ou abandono, com índice de 36%, e a violência sexual, com 35%.
- b) Entre 10 a 14 anos a violência física é a que mais ocorre, com 13,3% de índice, seguida da sexual com 10,5%.
- c) Entre 15 a 19 anos em 28,3% dos casos acontece a violência física, em 7,6% a psicológica e em 2,3% a sexual.

Em seguida, os alunos apresentaram um artigo escrito em 2016, que afirmava que nos últimos 5 anos a violência no Brasil matou mais do que a guerra na Síria. Foram 278839 mortes no Brasil e 256124 na Síria, o que dá um total de 4647,3 vítimas mensais no Brasil. Para discussão dos resultados em sala de aula, o grupo matematizou da seguinte forma:

$$Ta = \frac{278839}{5} = 55767,8 \text{ por ano}$$

$$Tm = \frac{55767,8}{12} \approx 4647 \text{ por mês}$$

As causas dessas mortes incluem homicídio doloso, latrocínio, lesão corporal seguida de morte e morte decorrente de ações policiais. Jovens negros e com baixa escolaridade são os mais atingidos por esses índices.

Então os alunos trouxeram os nomes das cidades brasileiras com maiores índices de violência, conforme o Quadro 3.

QUADRO 3: CIDADES COM O MAIOR NÚMERO DE HOMICÍDIOS POR HABITANTES

Nome da cidade/UF	No de homicídios por 100 mil habitantes
Altamira/PA	107
Lauro de Freitas/BA	77,7

Nossa Senhora do Socorro/SE	96,4
São José de Ribamar/MA	96,4
Simões filho/BA	92
Maracanaú/CE	89
Teixeira de Freitas/BA	88
Piraquara/PR	87
Porto seguro/BA	86
Cabo de santo agostinho/PE	85

FONTE: O autor (2017).

O Quadro 3 traz dados pesquisados pelos alunos do grupo 4 acerca do número de homicídios em cidades brasileiras no ano de 2017.

Além destas informações, citou-se a violência contra a mulher, bastante evidente nos índices sociais. Comentaram que  $\frac{2}{3}$  deste tipo de violência acontece por parte do marido ou namorado, sendo que 51,6% das mulheres do Brasil sofrem violência física e 31,10% psicológica. Ainda, o país ocupa o 7º lugar no *ranking* mundial de violência contra a mulher.

Os dados apresentados no Quadro 3, bem como as informações sobre a violência contra a mulher, demonstraram um fator preocupante com o qual os professores devem estar preparados para lidar. Como afirma Gonçalves *et al* (2004) a violência é um fenômeno que se observa com frequência crescente em todos os domínios da vida social, portanto, também dentro da escola. As discussões realizadas pelo grupo representaram uma situação educativa que chamou a atenção para um problema, abrindo para discussões e para a percepção dos alunos do Magistério da Educação acerca de situações possíveis no contexto educacional.

A fim de tornar ainda mais evidente o contexto de violência social, o grupo fez uma pesquisa com 19 alunos da escola, entre os quais 13 afirmaram que já sofreram algum tipo de violência. Depois de apresentarem a matematização abaixo, eles constataram que 31,57% dos alunos entrevistados nunca sofreram violência e que 68,42% já sofreram.

$$19 \rightarrow 100\%$$

$$13 \rightarrow X$$

$$X = 68,42\% \text{ já sofreram}$$

$$19 \rightarrow 100\%$$

$$6 \rightarrow X$$

$$X = 31,57\% \text{ não sofreram}$$



FIGURA 6: APRESENTAÇÃO DO TRABALHO DE MODELAGEM MATEMÁTICA SOBRE VIOLÊNCIA.

FONTE: autor (2017).

A Figura 6 mostra os alunos do grupo 4 durante a apresentação do trabalho.

Também, constataram que não há nenhum projeto na escola que considere a redução desses índices. Nesse sentido, Gonçalves *et al* (2004) afirmam que existe grande perplexidade por parte dos professores que, muitas vezes, ficam sem saber como agir para resolver e prevenir os múltiplos conflitos que surgem no cotidiano escolar de forma que os alunos tenham experiências educativas de interação social que sejam construtivas. Isso justificaria a negação da problemática evidenciada pelo grupo.

### **5.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL: ASPECTOS MAIS EVIDENTES**

Retomando a pesquisa realizada, mediante um pensar sistemático e comprometido em conhecer e discutir a respeito da investigação efetuada, alguns aspectos podem ser ressaltados para a atribuição de outros sentidos. Trata-se de uma análise da análise, argumentando pontos que sobressaem à apresentação e à discussão prévia dos dados (BICUDO, 2014). Com isso, pode-se estimular o pensamento crítico dos leitores e a associação com os fenômenos evidenciados na sociedade.



O primeiro aspecto relacionou-se com a revisão da literatura, que demonstrou preocupação com a formação de professores na área da Modelagem Matemática. Defendeu-se uma formação comprometida com a resolução de tensões e dilemas da Educação Matemática, para melhorar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem. Ela foi tratada em nível inicial e continuado, o que sugere que o potencial da Modelagem é reconhecido em todos os níveis. Várias metodologias foram propostas para o desenvolvimento, devido ao fato de que a Modelagem precisa ser adaptada aos contextos em que é utilizada.

Isso significa dizer que os cursos de formação abordando a Modelagem Matemática estão sendo oportunizados para os professores, o que leva a questionar se estes últimos estão de fato participando dessas propostas. Considerando o questionário de levantamento dos conhecimentos prévios, em que os alunos afirmaram que nunca tinham ouvido falar em Modelagem Matemática, indaga-se se os professores do curso de Magistério da Educação estão colocando em prática as propostas desses cursos, assumindo que deles participem.

Vários outros autores, além daqueles que apareceram na revisão, partem de uma perspectiva parecida (KLUBER; BURAK, 2008; CEOLIM; CALDEIRA, 2016), ou seja, compreendem que, com a modelagem, mesmo os professores se sujeitando a perder um pouco da segurança dos planejamentos estabelecidos e inflexíveis, podem obter benefícios, como despertar o interesse dos alunos pela aprendizagem. Contudo, esse ensino não linear causa algumas preocupações, inclusive para os professores que dele tomam partido, relacionadas à necessidade de estabelecer novas posturas diante de situações novas e inusitadas.

Não ganhou muito destaque nos estudos da Modelagem Matemática na formação de professores (ver revisão da literatura) a modalidade Magistério da Educação<sup>12</sup>. Contudo, os alunos que dela participam estão assumindo um compromisso com a educação infantil, portanto merece atenção a qualificação para o ingresso no mercado de trabalho desses profissionais. A função social do magistério não pode passar despercebida nas pesquisas científicas da área da modelagem, o que demonstra o papel importante da pesquisa aqui apresentada, que trabalhou com esse público alvo.

O pouco destaque identificado pode significar em um contexto geral, que estão sendo realizados trabalhos em Modelagem Matemática com os alunos do Magistério da Educação,

<sup>12</sup> Embora esse não tenha sido o objetivo dessa pesquisa, ressalta-se que devem ser realizadas outras pesquisas teóricas na literatura buscando livros, artigos, dissertações e teses que abordem a formação em Modelagem Matemática no Magistério da Educação, para poder fazer inferências mais concisas nesse contexto.



mas não estão sendo divulgados, ou que os trabalhos não estão acontecendo. Considerando que no questionário de levantamento dos conhecimentos prévios dessa pesquisa foi colocado que a Modelagem era um procedimento totalmente novo e desconhecido, o qual nunca tinha sido utilizado durante as aulas, parece que a segunda hipótese é coerente.

Além disso, foram percebidos nos questionários de levantamento dos conhecimentos prévios e posteriores, argumentos favoráveis à utilização da Modelagem no ensino de matemática, principalmente associados à utilização da disciplina no cotidiano para resolver problemas, fazendo com que cálculos, fórmulas e conceitos passem a fazer sentido para quem aprende, como afirmam os alunos 2 e 6. Esses argumentos foram reforçados pelas seguintes falas dos alunos<sup>13</sup>:

“A Modelagem Matemática foi algo muito proveitoso para todos nós, pois aprendemos a ver a matemática de uma forma mais prática e legal. Percebemos que a matemática está presente no nosso dia a dia em todas as coisas que fazemos” (fala do aluno 2).

“Modelagem Matemática foi muito útil para nosso dia a dia aprendemos a usar a matemática em qualquer lugar com qualquer assunto. No caso do nosso grupo, fizemos uma pesquisa sobre o ENEM, foi muito proveitoso para conhecer tudo sobre esse assunto, que é algo que muitos alunos têm dúvida. Muitos perdem oportunidades por falta de informações” (fala do aluno 6).

Pode-se interpretar que os alunos perderam um pouco o foco da matemática dura e o voltaram para o processo como um todo, como uma construção, que se faz a partir das suas próprias proposições. Por outro lado, são necessárias outras abordagens nessa perspectiva, para que eles possam rever os conceitos deste primeiro momento.

Percebeu-se também durante as intervenções que os procedimentos utilizados para fazer Modelagem chamaram a atenção dos alunos, atuando como fator motivador do processo, como pode ser percebido nas falas dos alunos 4 e 5.

“Foi gratificante participar da Modelagem matemática, no início foi algo estranho, na visão que seria complicado, mas ao decorrer da aula foi despertando o interesse por essa metodologia” (fala do aluno 5).

<sup>13</sup>Tais relatos dos alunos, que foram redigidos por eles próprios (Anexo 1) foram um instrumento significativo para avaliar positivamente as considerações dos alunos do Magistério da Educação quanto a viabilidade da utilização da Modelagem Matemática na educação infantil como proposta e para perceber a influência dos procedimentos da Modelagem Matemática no raciocínio cognitivo dos alunos ao resolver um problema real do cotidiano. Estes eram 2 objetivos específicos desta pesquisa.

“É uma aula que desenvolve interesse dos alunos para aprender a matemática em resolver as situações problemas não só dentro da sala de aula, mas sim no seu dia a dia” (fala do aluno 4).

Pode ser que isso se deva ao fato de que, ao escolherem as situações problema do cotidiano para solucionar, eles demonstraram senso crítico, capacidade de observação e comprometimento. Este posicionamento colabora para que aconteça a aprendizagem de acordo com as teorias de Piaget, Vygotsky e Ausubel. Embora as ideias desses autores sejam diferentes em alguns pontos, compartilham do construtivismo, em que os indivíduos são cognitivamente ativos na aprendizagem e precisam desempenhar um papel consciente. Por isso, diferentes teorias podem ser contextualizadas com o processo de ensino e aprendizagem de forma individual ou coletiva.

Tal contextualização é um fator importante para que a matemática se torne mais efetiva na vida dos alunos, porque além de fazer com que percebam uma aplicação para as teorias de ensino, faz com que percam a aversão que naturalmente tem pela disciplina. Limitam-se a estudar para o dia da prova, assimilando arbitrariamente as informações, não estabelecendo ou percebendo relações interdisciplinares na área, não compreendendo a matemática como ciência e linguagem, sua existência no dia a dia e os problemas que podem ser resolvidos por meio dela. Pelos pressupostos de Ausubel, Novak e Hanesian (1980), este é um exemplo claro de aprendizagem mecânica, que é retida na estrutura cognitiva, mas logo esquecida ou abandonada. A Modelagem Matemática contribui com a promoção de processos mais significativos de aprendizagem, pois busca a resolução de problemas, o que depende da aprendizagem conceitual, também proposta pela teoria da aprendizagem significativa.

Assim, com base nas análises realizadas nessa pesquisa, foram percebidos indícios de que os alunos modificaram os conhecimentos que possuíam assimilados em suas estruturas cognitivas. Isso pode ser percebido durante o desenvolvimento da proposta como um todo, considerações que foram apresentadas no diário de aula. Não se tratou de um processo fácil, porque muitos têm aversão pela disciplina, acompanhada de dificuldades conceituais, mas mesmo assim eles conseguiram expressar a resolução dos problemas que pesquisaram, matematizando de maneira coerente ao final da proposta. Tendo em vista que seguiram os procedimentos metodológicos discutidos durante as intervenções, pode-se dizer que cumpriram com sucesso a proposta de fazer modelagem.

Olhando para o todo, pode-se dizer que a Modelagem cumpriu seu papel de promover a aprendizagem em matemática. Mais do que isso, a proposta demonstrou uma possível

abordagem a ser utilizada quando os alunos do Magistério da Educação se tornarem professores da educação infantil, o que pode ser percebido na fala do aluno 3.

“A Modelagem Matemática é muito importante e legal, pois partindo da realidade do aluno e levando para a sala de aula já quebra um paradigma, pois muitos professores não fazem isso, as aulas sobre esse assunto são instigantes e interessantes. Aprendi muito com o professor e com os relatos que ele nos deu, Com certeza irei aplicar com meus alunos, é extremamente legal” (fala do aluno 3).

O aluno demonstrou interesse em utilizar a proposta em suas práticas docentes. Também, afirmou que as aulas se tornam mais instigantes e interessantes, o que é condição para que a aprendizagem significativa aconteça e para que os alunos interajam com o meio em busca de aprender. Mais do que isso, a aluna 7 relatou que já estava usando para planejar a atividade de regência.

“A Modelagem que aprendemos aqui, no estágio de regência usamos para fazer o mercadinho para trazer a realidade dos alunos para dentro da sala de aula” (fala da aluna 7).

Parece que a aluna compreendeu se tratar de um procedimento facilitador do processo de ensino e aprendizagem. Também, que a aprendizagem foi significativa a ponto dos alunos conseguirem por conta própria pensar em uma atividade nessa perspectiva.

Considerando que, conforme apontado por Kluber e Burak (2008), o desgosto dos alunos pela matemática se origina em traumas desde a educação infantil, portanto, essa proposta representa uma possibilidade de modificação contextual. Isso pode ser percebido na fala da aluna 1, em que ela comenta que até para ela, que tem dificuldades em matemática, foi possível aprender utilizando a Modelagem e, por isso, o processo de aprendizagem foi facilitado.

“Eu aprendi muito com a Modelagem matemática, até comentei com minha professora de matemática, falei a ela que ficou muito mais fácil aprender usando a sua realidade, ainda mais que eu tenho dificuldade em matemática. Ainda não tive a oportunidade de aplicar ela, mas é um aprendizado que levarei para a vida” (fala da aluna 1).

Ela relata que aprendeu significativamente, o que é o objetivo do processo de ensino e de aprendizagem (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Mais do que isso, a

Modelagem auxiliou na superação de algumas dificuldades conceituais em matemática, demonstrando uma possível articulação dela com o cotidiano.

Por último, ressalta-se os alunos do Magistério da Educação puderam perceber que o professor da atualidade precisa ser dinâmico e articulado, para vencer os desafios que, naturalmente, a sociedade coloca. Portanto, que processos formativos de qualidade são indispensáveis nesse processo.

## CAPÍTULO 6

### 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES

Esta pesquisa questionou inicialmente como uma metodologia de ensino baseada na Modelagem Matemática pode contribuir com a formação inicial de professores de matemática no Magistério da Educação, facilitando a aprendizagem dos conteúdos da área e a mediação de processos de ensino e aprendizagem. Para responder a esse problema, objetivou-se promover a formação de profissionais do Magistério da Educação Básica para os anos iniciais do Ensino Fundamental, na perspectiva da Modelagem Matemática.

A metodologia envolveu o desenvolvimento de uma proposta em que estes alunos precisaram propor e resolver problemas do cotidiano por meio da modelagem.

A partir disso, contribuiu-se com a formação inicial dos alunos do Magistério da Educação porque a matemática foi relacionada com os problemas cotidianos, estimulando o senso crítico, as discussões, a proposição de ideias, a interação e a autonomia. Também, promoveram-se relações interdisciplinares com outras áreas do conhecimento e enfatizou-se a necessidade de romper com um ensino linear de planejamento inflexível.

Além disso, os alunos do magistério conheceram uma perspectiva possível de ser utilizada quando forem professores da educação infantil. Considerando que a atuação docente tende a refletir os processos de formação, eles devem ter contato com propostas diferenciadas, como a Modelagem matemática sempre que possível. Podem assim, abandonar práticas pedagógicas que não estimulem a participação ativa e sem vinculação com o cotidiano e adotar outras muito mais expressivas e contextualizadas.

A Modelagem Matemática representou nessa proposta uma possibilidade de mudança, fugindo do ensino tradicional, fundamentado no livro didático e na memorização de quais fórmulas utilizar para resolver os problemas, para um campo que envolve raciocínio, elaboração e questionamento. Percebeu-se que estes problemas abordados não fogem da realidade e podem ser resolvidos de diferentes formas, bem como demonstrou-se que a matemática tem uma finalidade significativa e não está apenas a serviço de pesquisadores e outros profissionais da área.

Os depoimentos dos alunos discutidos ao longo do texto validam o processo e demonstram aceitação e satisfação perante a utilização da Modelagem para aprender

matemática. Mais do que isso, percebeu-se interesse em utilizar os procedimentos em práticas docentes futuras. Essa postura de predisposição dos alunos foi possível por vários motivos entre os quais destaca-se a flexibilidade de escolha do tema (de interesse dos alunos), o planejamento flexível, a consideração dos conhecimentos prévios como ponto de partida e a utilização de diferentes abordagens metodológicas.

Entretanto, os procedimentos de Modelagem demonstraram também que é preciso abandonar a segurança de um planejamento estabelecido para os conteúdos, para ceder espaço a flexibilização de temas propostos pelos alunos. Desta forma, os professores precisam dominar conteúdos específicos e pedagógicos e articulá-los em abordagens coerentes.

Diante disso, fica evidente a necessidade de investir em formação de professores para utilizar estas práticas, seja em nível inicial ou continuado. Com isso é possível refletir a respeito de ações, experiências, problemas, soluções e assim por diante. Somente facilitando o acesso ao conhecimento é que se contribuirá para mudar a problemática da educação básica, relacionada com o ensino da matemática, tido como de difícil compreensão, sem utilidade e causador de aversão nos alunos.

Os estudos referentes à Modelagem Matemática na formação de professores que foram discutidos na revisão da literatura dentro das especificidades desta pesquisa, demonstraram que existe preocupação em fazer essas abordagens. Pode-se conhecer parte do que está sendo produzido e alcançado quanto aos benefícios e fragilidades das abordagens envolvendo a Modelagem nos cursos formação inicial e continuada de professores. Contudo, sabendo que a pesquisa já realizada é limitada em certos aspectos, faz-se necessário ampliar as fontes bibliográficas em níveis nacionais e internacionais para conhecer outras metodologias e resultados.

Como perspectiva de trabalho futuro, poderá ocorrer a implementação de propostas de formação continuada de professores em Modelagem Matemática bem como outras intervenções com alunos em formação inicial. Será possível ampliar as análises acerca dos benefícios e das fragilidades dos procedimentos metodológicos utilizando a Modelagem mediante a realidade do ensino de matemática da educação básica. Esta proposta representou um importante início, mas que de maneira alguma esgota as possibilidades de pesquisa na área.

## 7. REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; BRITO, Dirceu dos Santos. Atividades de Modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 11, n. 3, 2005.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; FERRUZZI, Elaine Cristina. Uma Aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.117-134, jul. 2009.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; PALHARINI, Bárbara Nivalda. Os "Mundos da Matemática" em Atividades de Modelagem Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 43, p. 907-934, 2012.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; TORTOLA, Emerson; MERLI, Renato Francisco. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Acta Scientiae**, v. 14, n. 2, p. 215-239, 2012.
- ALMEIDA, Lourdes Maria; KATO, Lilian Akemi. Different Approaches to Mathematical Modelling: Deduction of Models and Student's Actions. **Mathematics Education**, v. 9, n. 1, p. 3-11, 2014.
- ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina Pessôa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1 ed. São Paulo: editora Contexto, 2013.
- ALMEIDA, Lourdes Werle; ZANIN, Ana Paula Lorin. Competências dos alunos em atividades de Modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 2, 2016.
- ARAUJO, Renato Srbek. **Movimento da Matemática Moderna: o reconhecimento de seus resquícios na educação atual**. 2009. 112 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: <<http://livros01.livrosgratis.com.br/cp113612.pdf>>. Acesso em: 2 maio 2017.
- AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph. D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- AZENHA, Maria da Graça. **Construtivismo: De Piaget a Emília Ferreiro**. 5. ed. São Paulo: Ática, 1997. 112 p.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: reunião anual da ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70 Ltda., 2011.
- BECKER, Fernando. O que é construtivismo. **Revista de educação AEC**, Brasília, v. 21, n. 83, p. 7-15, 1992.
- BELO, Cibelli Batista. **Modelagem matemática na educação infantil: contribuições para a formação da criança**. 2016. 121 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-

graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Estadual do Centro-oeste, Guarapuava, 2016. Disponível em: <[http://tede.unicentro.br:8080/jspui/bitstream/tede/546/2/Cibelli\\_Batista\\_Belo.pdf](http://tede.unicentro.br:8080/jspui/bitstream/tede/546/2/Cibelli_Batista_Belo.pdf)>. Acesso em: 12 ago. 2017.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **Revemat: revista eletrônica de Educação Matemática**, v. 9, p. 7-20, 2014.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 07-32, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4 ed. São Paulo: Editora Contexto, 2005.

BISOGNIN, Vanilde; BISOGNIN, Eleni. Percepções de professores sobre o uso da Modelagem Matemática em sala de aula. **Bolema**, v. 26, n. 43, 2012, p. 1049-1079.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto – Portugal. Porto Editora, 1994.

BONOTTO, Danusa de Lara; LIMA, Valderez Marina do Rosário. Planejamento de uma atividade de Modelagem na educação: o que figura na escrita do diário do professor? **Rev. Conexão. Revista Conexão UEPG**, v. 12, n. 2, 2016, p. 250-267.

BRITO, Dirceu dos Santos. **Problemas de otimização geométrica aplicados ao estudo de praças: uma experiência de ensino com atividades de Modelagem matemática**. 2013. 122 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BUENO, Rafael Winícius da Silva; MORAES, Glauca Cabral. A Modelagem Matemática na formação do professor de matemática. **Educação Matemática em Revista**, v. 1, n. 17, 2016.

BUENO, Vilma Candida. **Concepções de Modelagem Matemática e subsídios para a Educação Matemática: quatro maneiras de compreendê-la no cenário brasileiro**. 2011. 128 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Departamento de Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011. Disponível em: <[http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes\\_2011/Diss\\_Vilma\\_Bueno.pdf](http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes_2011/Diss_Vilma_Bueno.pdf)>. Acesso em: 4 maio 2017.

BUITRAGO, José Ortiz; ROMERO, Luis Rico; MARTÍNEZ, Enrique Castro. Realidad y perspectiva didáctica de futuros profesores de matemáticas a partir de una situación problema. **Zona Próxima**, n. 13, 2010.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. 1992. 139 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.



BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: experiências vividas**. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática-CNMEM. 2005, p. 1-12.

BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. Considerações sobre a Modelagem Matemática em uma perspectiva de educação matemática. **Revista Margens Interdisciplinar**, v. 7, n. 8, p. 33-50, 2013.

BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. Educação Matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza. **Acta Scientiae**, v. 10, n. 2, p. 93-106, 2008

BÚRIGO, Elisabete Zardo. O movimento da matemática moderna no Brasil: encontro de certezas e ambiguidades. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n. 18, p.35-47, abr./ago. 2006. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/1891/189116273004.pdf>>. Acesso em: 2 maio 2017.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, jul. 2009, p.33-54.

CANETE, Lílian Sipoli Carneiro. **O diário de bordo como instrumento de reflexão crítica da prática do professor**. 2010. 151 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação, Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010. Cap. 2.

CARGNIN-STIELER, Marinez; BISOGNIN, Vanilde. Contribuições da metodologia da Modelagem Matemática para os cursos de formação de professores. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 49, n. 3, p. 1-15, 2009.

CARVALHO, Djalma Pacheco de. A nova lei de diretrizes e bases e a formação de professores para a educação básica. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 5, n. 2, p. 81-90, 1998.

CAVICCHIA, Durlei de Carvalho. O desenvolvimento da criança nos primeiros anos de vida. **Psicologia do Desenvolvimento**. UNESP: Júlio de Mesquita Filho. UNIVESP, p. 1-15, 2010.

CEOLIM, Amauri Jersi; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem matemática na educação básica: dificuldades apresentadas pelos professores recém-egressos formados em Modelagem na perspectiva da Educação Matemática. **Revista NUPEM**, v. 8, n. 15, 2016, p. 121-136.

COLÉGIO ESTADUAL VISCONDE DE GUARAPUAVA, Ensino Fundamental, Médio e Normal. **Projeto Político Pedagógico**. Guarapuava. 2016. Disponível em: <[http://www.grpvisconde.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/14/950/1645/arquivos/File/ANO%20DE%202016/ORGANIZACAO%20TRABALHO%20PEDAGOGICO/PPP/ppp\\_2016.pdf](http://www.grpvisconde.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/14/950/1645/arquivos/File/ANO%20DE%202016/ORGANIZACAO%20TRABALHO%20PEDAGOGICO/PPP/ppp_2016.pdf)> Acesso em 12 ago. 2017.

COSTA, Letícia Maria Ferreira da. **O movimento da matemática moderna no Brasil: o caso do Colégio de São Bento do Rio de Janeiro**. 2014. 153 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <[http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/61\\_Leticia\\_Costa.pdf](http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/61_Leticia_Costa.pdf)>. Acesso em: 2 maio 2017.

DIAS, Michele Regiane. **Uma experiência com Modelagem Matemática na formação continuada de professores**. 2005. 121 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005

DIAS, Michele Regiane; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Formação de professores e Modelagem matemática. In: VII Encontro Nacional de Educação Matemática, 7., 2004, Recife. **Anais...** . Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004. p. 1 - 18. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/10/CC02045371930.pdf>>. Acesso em: 11 ago. 2017.

FERREIRA, Carlos Roberto; BURAK, Dionísio. Formação continuada de professores de matemática da educação básica em Modelagem matemática: possibilidades da educação a distância online via *software moodle*. **Educere et Educare: revista de educação**, v. 11, n. 21, 2016, p. 187 – 202.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil p. 1-38. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, 1995.

FIORENTINI, Dario. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 7, n. 10, p. 63-78, 2012.

FIORENTINI, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 47, 2013, p. 917-938.

FLECK, Maria Luiza Steiner. Pedagogia de Projetos: o princípio, o fim e o meio. **Diálogo**, v. 11, n. 1, 2007, p. 117-140.

FRANTZ, Lori Maria. **Estágio curricular supervisionado**. 1 ed. Ijuí: Ed. Unijuí, 2010.

GAMA, Renata Prenstteter; FIORENTINI, Dario. Formação continuada em grupos colaborativos: professores de matemática iniciantes e as aprendizagens da prática profissional. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 11, n. 3, 2009.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 3.ed., São Paulo: Atlas, 2002.

GONÇALVES, Maria Augusta Salin et al. Violência na escola, práticas educativas e formação do professor. **Cadernos de Pesquisa**, v. 35, n. 126, p. 635-658, 2005.

JÓFILI, Zélia. Piaget, Vygotsky, Freire e a construção do conhecimento na escola. **Educação: teorias e práticas**, v. 2, n. 2, p. 191-208, 2002.

KLÜBER, Tiago Emanuel. (Des) encontros entre a Modelagem Matemática na educação matemática e a formação de professores de matemática. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 5, n. 1, p. 63-84, 2012.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Algumas aproximações epistemológicas presentes no âmbito escolar, evidenciadas a partir de um trabalho com Modelagem matemática. **Analecta**, v. 8, n. 1, p. 99-110, 2007.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de Modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 10, n. 1, 2008.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Uma Metacompreensão da Modelagem e da Etnomatemática na Educação Matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v. 14, n. 1, p. 260-278, 2014

LÜDKE, Menga. André, Marli E.D.A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LUNA, Ana Virginia de Almeida; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática e os textos produzidos em um programa de formação continuada. **Zetetike**, v. 23, n. 44, p. 347-376, 2016.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 21, 2016.

MALLMANN, Elena Maria. Pesquisa-ação educacional: preocupação temática, análise e interpretação crítico-reflexiva. **Cadernos de Pesquisa**, v. 45, n. 155, p. 76-98, 2015.

MOREIRA, Marco Antonio. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências: comportamentalismo, construtivismo e humanismo**. Porto Alegre: 2016. 64 p. Disponível em: <<https://www.if.ufrgs.br/~moreira/Subsidios5.pdf>>. Acesso em: 11 maio 2017.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. 2 ed. São Paulo: EPU, 2014. 247 p.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa – a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2001.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. As teorias de aprendizagem e suas implicações no ensino de matemática. **Acta Scientiarum. Human and Social Sciences**, v. 29, n. 1, 2007.

NÓVOA, António. **Formação de professores e profissão docente**. 1992. Universidade de Lisboa. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/handle/10451/4758>> Acesso em 11 ago. 2017.

PEREIRA, Rudolph dos Santos Gomes; SANTOS JÚNIOR, Guataçara. Modelagem Matemática e o Ensino de Ajuste de Funções: um caderno pedagógico. **Bolema**, v. 27, n. 46, p. 531, 2013.

PÉREZ GÓMEZ, Angel Ignacio. Investigación/acción y curriculum. **Revista interuniversitaria de formación del profesorado**, n. 10, 1991, p. 69-84.

PISACCO, Nelba Maria Teixeira. **A mediação em sala de aula sob a perspectiva de Feuerstein: uma pesquisa ação sobre a interação professor - aluno - objeto de aprendizagem**. 2006. 227 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Educação Mestrado em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2006. Cap. 1.

SCHEID, Neusa Maria John; SOARES, Briseidy Marchesan; FLORES, Maria Lorete Thomas. Universidade e escola básica: uma importante parceria para o aprimoramento da educação científica. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 70, 2009.

SILVA, Karina Alessandra Pessoa; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Caminhos do Significado em Atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os interpretantes. **Bolema**, v. 29, n. 52, p. 568, 2015

SILVA, Karine Socorro Pugas; PINHEIRO, Marcus Túlio. Modelagem para a aprendizagem das funções logarítmicas. **Encontro Internacional de Formação de Professores e Fórum Permanente de Inovação Educacional**, v. 9, n. 1, 2016.

SILVA, Lilian Aragão; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira. As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de Modelagem matemática. **Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 43, p. 1071-1101, 2012.

SILVA, Rinalva Cassiano. Formação de professores: o desafio do século. **Revista de Educação do Cogeime**, v. 18, n. 34-35, p. 109-120, 2009.

SILVEIRA, Everaldo; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. **Bolema**. Rio Claro, SP, v. 26, n. 43, p. 1021-1047, 2012.

SOARES, Maria do Socorro. **O estágio supervisionado na formação de professores: sobre a prática como lócus da produção dos saberes docentes**. Mestrado em Educação. (Dissertação). Universidade Federal do Piauí-UFPI. Teresina-PI, 2010.

SOISTAK, Alzenir Virgínia. Uma experiência com a Modelagem Matemática no Ensino Médio Profissionalizante. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (org.). *Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica*. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010, p. 39-62.

SOUZA, Elizabeth Gomes; LUNA, Ana Virgínia de Almeida. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. **Revemat: revista eletrônica de Educação Matemática**, v. 9, p. 57-73, 2014.

TAMBARUSSI, Carla Melli; KLÜBER, Tiago Emanuel. A pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática: sobre as atividades de formação continuada em teses e dissertações. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 9, 2014, p. 38-56.

THIOLLENT, Michel Jean Marie; COLETTE, Maria Madalena. Pesquisa-ação, formação de professores e diversidade. **Acta Scientiarum. Human and Social Sciences**, v. 36, n. 2, 2014.

UNICENTRO, Universidade Estadual do Centro Oeste. **Comitê de Ética em Pesquisa**. 2016. Disponível em: <http://www2.unicentro.br/comep/>. Acesso em 11 de out. 2016.

UTFPR, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. **Material Dourado**. 2017. Disponível em: <http://www.utfpr.edu.br/cornelioprocopio/cursos/licenciaturas/Ofertados-neste-Campus/matematica/laboratorios/material-didatico/material-dourado>>. Acesso em: 12 ago. 2017.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática, **Bolema**, v. 30, n. 56, p. 1070, 2016.

VIEIRA, Glaucia Aparecida; ZAIDAN, Samira. Estratégias De Ensino De Matemática Para Turmas Heterogêneas. **Em Teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 7, n. 3, 2017, p. 1-19.

WISEU, Floriano; MENEZES, Luís. Desenvolvimento do conhecimento didático de uma futura professora de matemática do 3º ciclo: O confronto com a sala de aula na preparação e análise de tarefas de modelação matemática. **Revista Latino-americana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 17, n. 3, p. 347-374, 2014.

VYGOTSKY, Lev S.. **A formação social da mente**. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. 182 p.

WIELEWSKI, G. D. O Movimento da Matemática Moderna e a Formação de Grupos de Professores de Matemática no Brasil. 2008. Disponível em: <[http://www.apm.pt/files/\\_Co\\_Wielewski\\_4867d3f1d955d.pdf](http://www.apm.pt/files/_Co_Wielewski_4867d3f1d955d.pdf)>. Acesso em: 27 ago. 2008.

## 8. ANEXOS

### Anexo 1

#### Relatos dos alunos acerca das atividades desenvolvidas durante as intervenções dessa pesquisa

##### Aluno 1

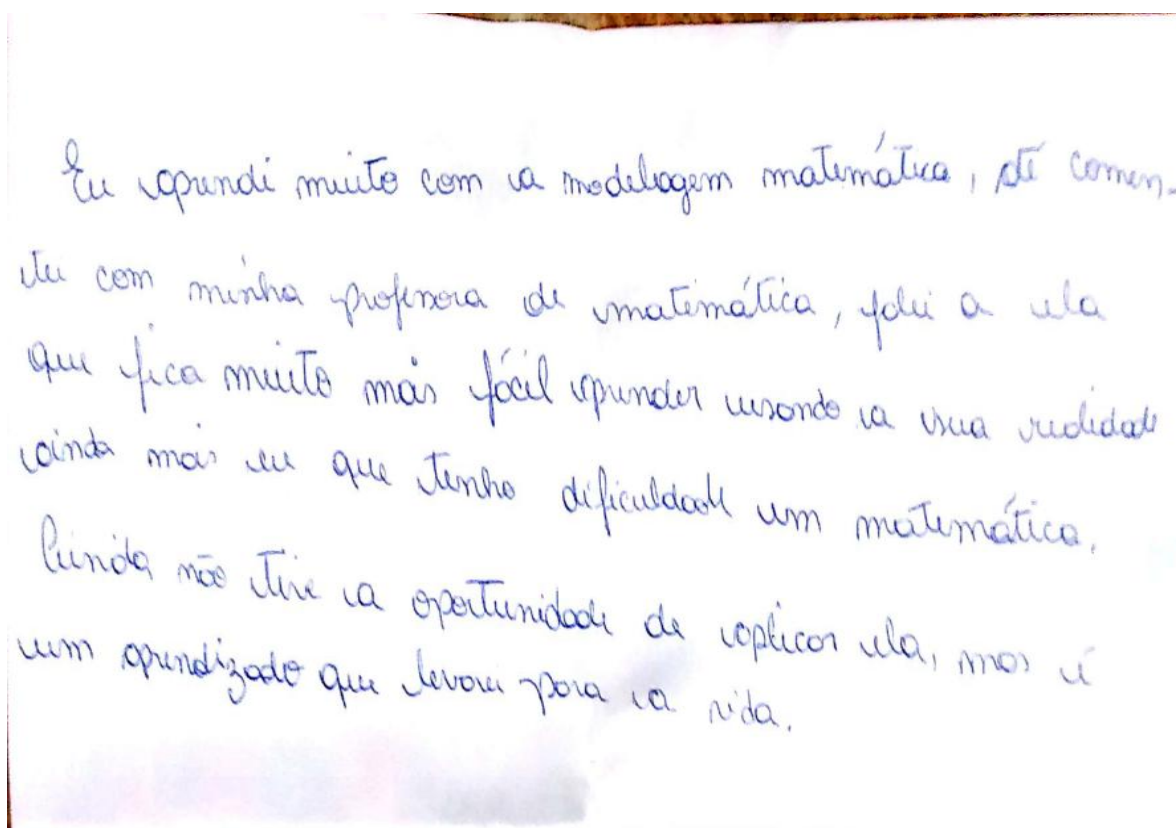


FIGURA 7: DEPOIMENTO DO ALUNO 1 SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.

FONTE: aluno 1 (2017).

“Eu aprendi muito com a Modelagem matemática, até comentei com minha professora de matemática, falei a ela que ficou muito mais fácil aprender usando a sua realidade, ainda mais que eu tenho dificuldade em matemática. Ainda não tive a oportunidade de aplicar ela, mas é um aprendizado que levarei para a vida”.



## Aluno 2

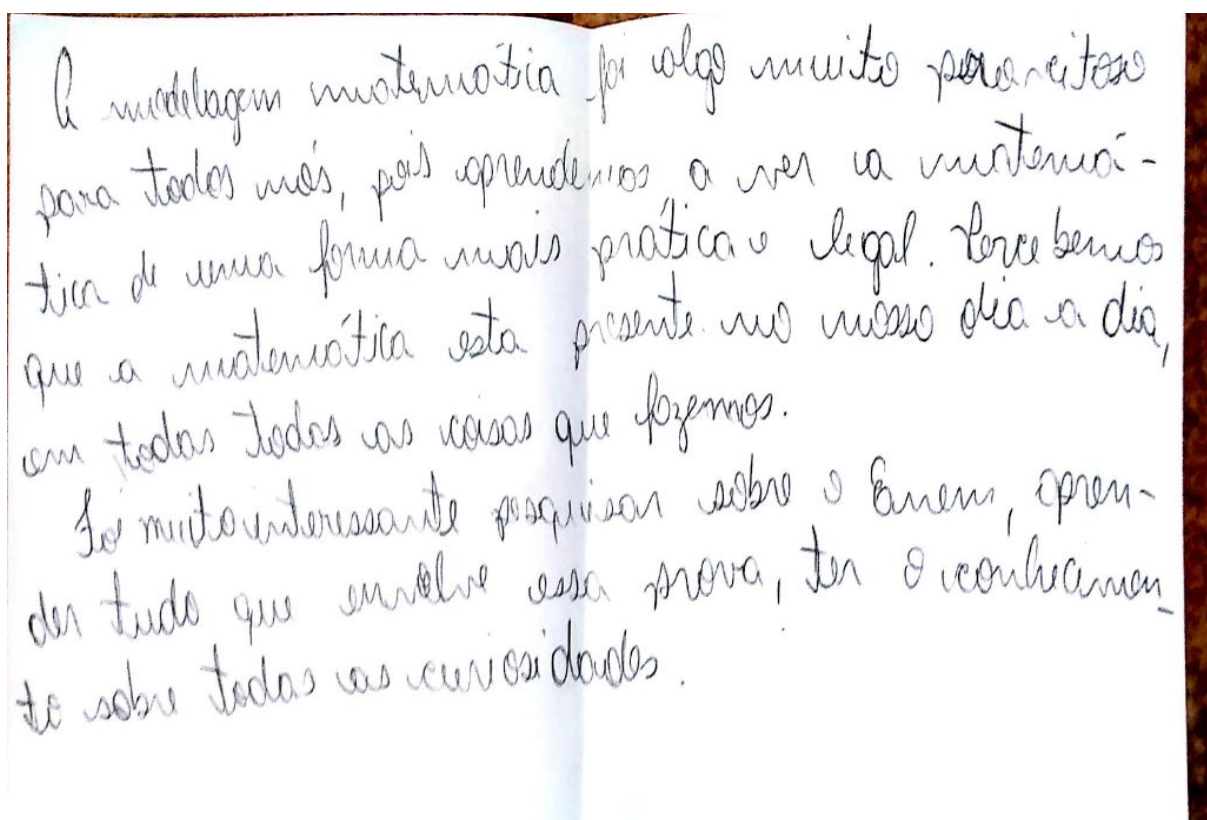


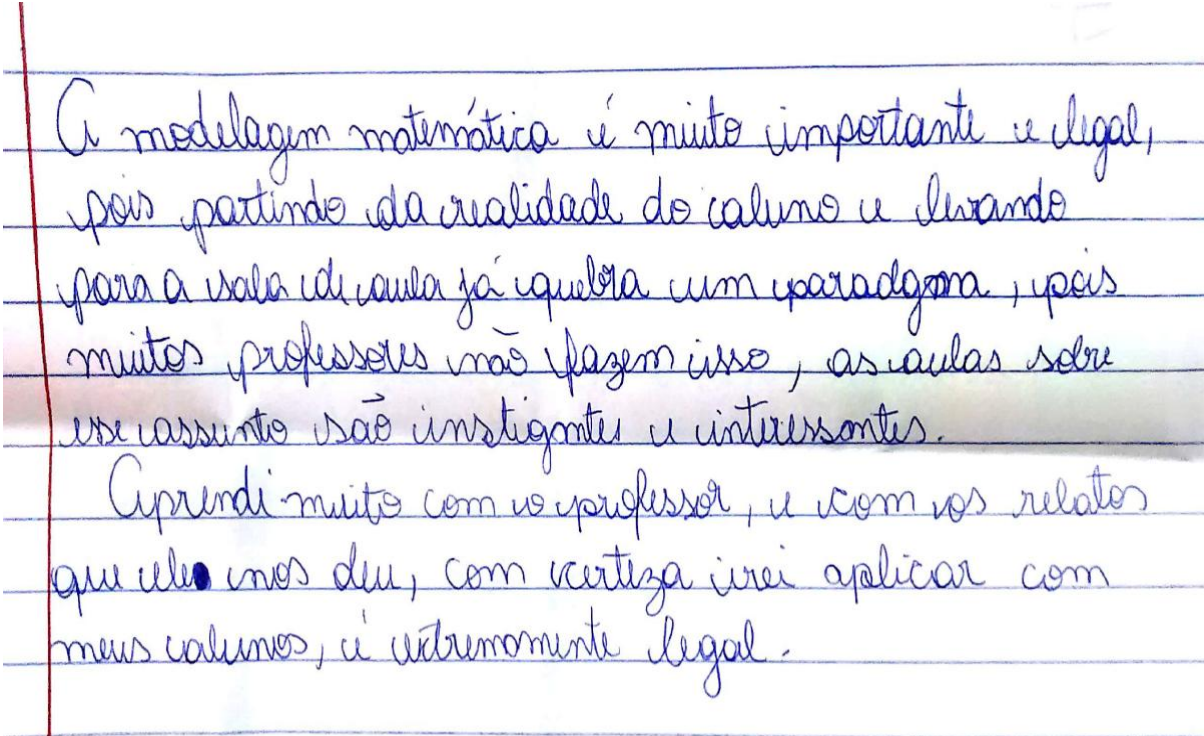
FIGURA 8: DEPOIMENTO DO ALUNO 2 SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.

FONTE: aluno 2 (2017).

“A Modelagem Matemática foi algo muito proveitoso para todos nós, pois aprendemos a ver a matemática de uma forma mais prática e legal. Percebemos que a matemática está presente no nosso dia a dia em todas as coisas que fazemos.

Foi muito interessante pesquisar sobre o ENEM, aprender tudo que envolve essa prova, ter o conhecimento sobre todas as curiosidades”.

## Aluno 3

A photograph of a student's handwritten text on lined paper. The text is written in blue ink and is divided into two paragraphs. The first paragraph discusses the importance of mathematical modeling in the classroom, while the second paragraph shares the student's personal learning experience from a teacher and peers.

A modelagem matemática é muito importante e legal, pois partindo da realidade do aluno e levando para a sala de aula já quebra um paradigma, pois muitos professores não fazem isso, as aulas sobre esse assunto são instigantes e interessantes.

Aprendi muito com o professor, e com os relatos que ele nos deu, com certeza irei aplicar com meus alunos, é extremamente legal.

FIGURA 9: DEPOIMENTO DO ALUNO 3 SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.

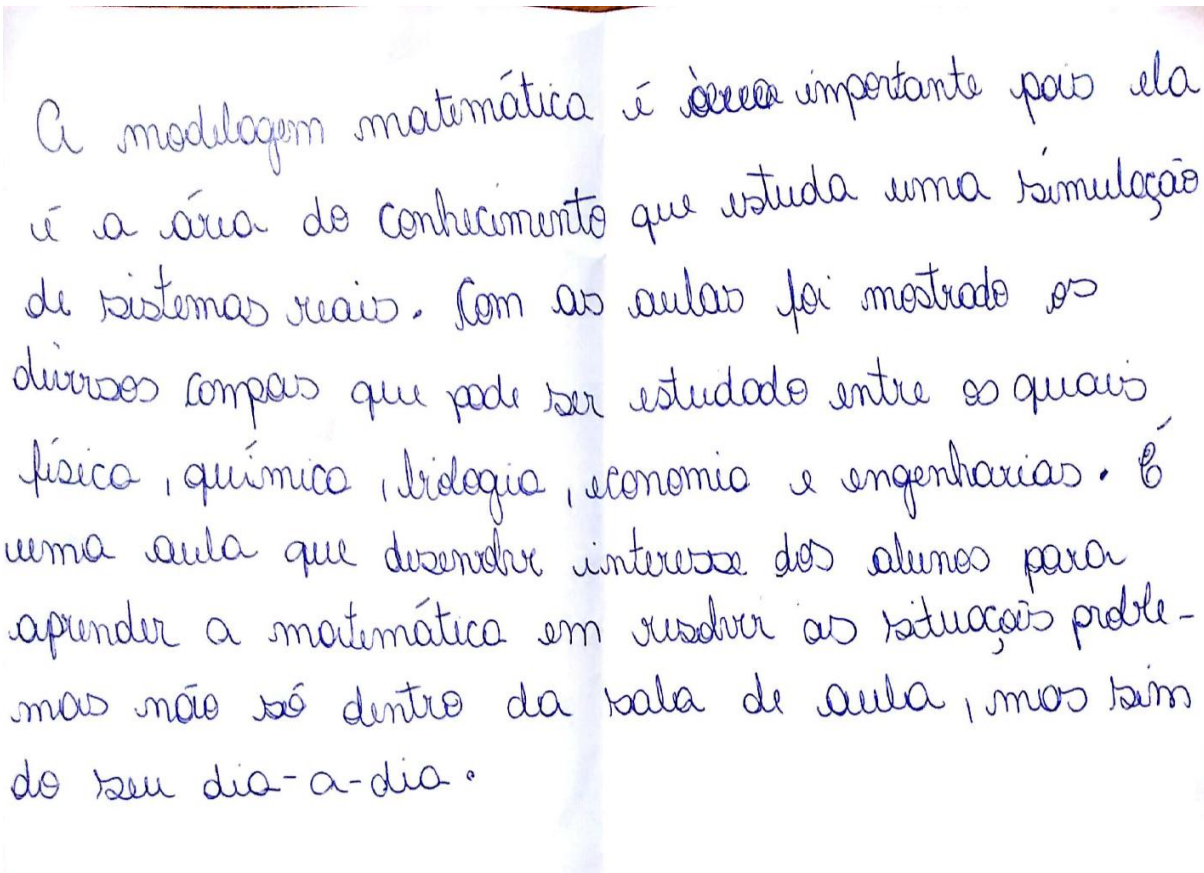
FONTE: aluno 3 (2017).

“A Modelagem Matemática é muito importante e legal, pois partindo da realidade do aluno e levando para a sala de aula já quebra um paradigma, pois muitos professores não fazem isso, as aulas sobre esse assunto são instigantes e interessantes.

Aprendi muito com o professor e com os relatos que ele nos deu, com certeza irei aplicar com meus alunos, é extremamente legal”.



## Aluno 4



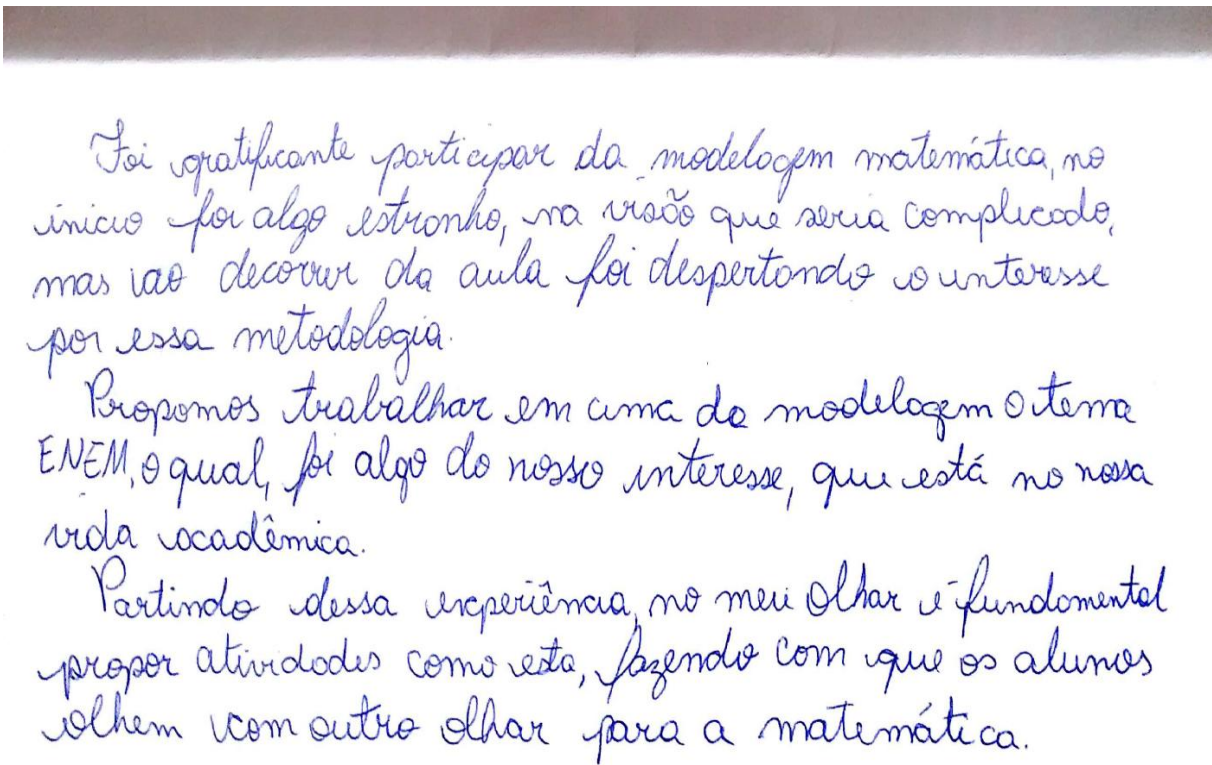
A modelagem matemática é ~~uma~~ importante pois ela é a área de conhecimento que estuda uma simulação de sistemas reais. Com as aulas foi mostrado os diversos campos que pode ser estudado entre os quais física, química, biologia, economia e engenharias. É uma aula que desenvolve interesse dos alunos para aprender a matemática em resolver as situações problemas não só dentro da sala de aula, mas sim do seu dia-a-dia.

FIGURA 10: DEPOIMENTO DO ALUNO 4 SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.

FONTE: aluno 4 (2017).

“A Modelagem Matemática é importante pois ela é a área do conhecimento que estuda uma simulação de sistemas reais. Com as aulas foi mostrado os diversos campos que podem ser estudados entre os quais a física, química, biologia, economia e engenharias. É uma aula que desenvolve interesse dos alunos para aprender a matemática em resolver as situações problemas não só dentro da sala de aula, mas sim no seu dia a dia”.

## Aluno 5



Foi gratificante participar da modelagem matemática, no início foi algo estranho, na visão que seria complicado, mas ao decorrer da aula foi despertando o interesse por essa metodologia.

Propomos trabalhar em cima da modelagem o tema ENEM, o qual, foi algo do nosso interesse, que está na nossa vida acadêmica.

Partindo dessa experiência, no meu olhar é fundamental propor atividades como esta, fazendo com que os alunos olhem com outro olhar para a matemática.

FIGURA 11: DEPOIMENTO DO ALUNO 5 SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.

FONTE: aluno 5 (2017).

“Foi gratificante participar da Modelagem matemática, no início foi algo estranho, na visão que seria complicado, mas ao decorrer da aula foi despertando o interesse por essa metodologia.

Propomos trabalhar em cima da Modelagem o tema ENEM o qual, foi algo do nosso interesse, que está na nossa vida acadêmica.

Partindo dessa experiência no meu olhar é fundamental propor atividades como estas, fazendo com que os alunos olhem com outro olhar para a matemática”.

Aluno 6

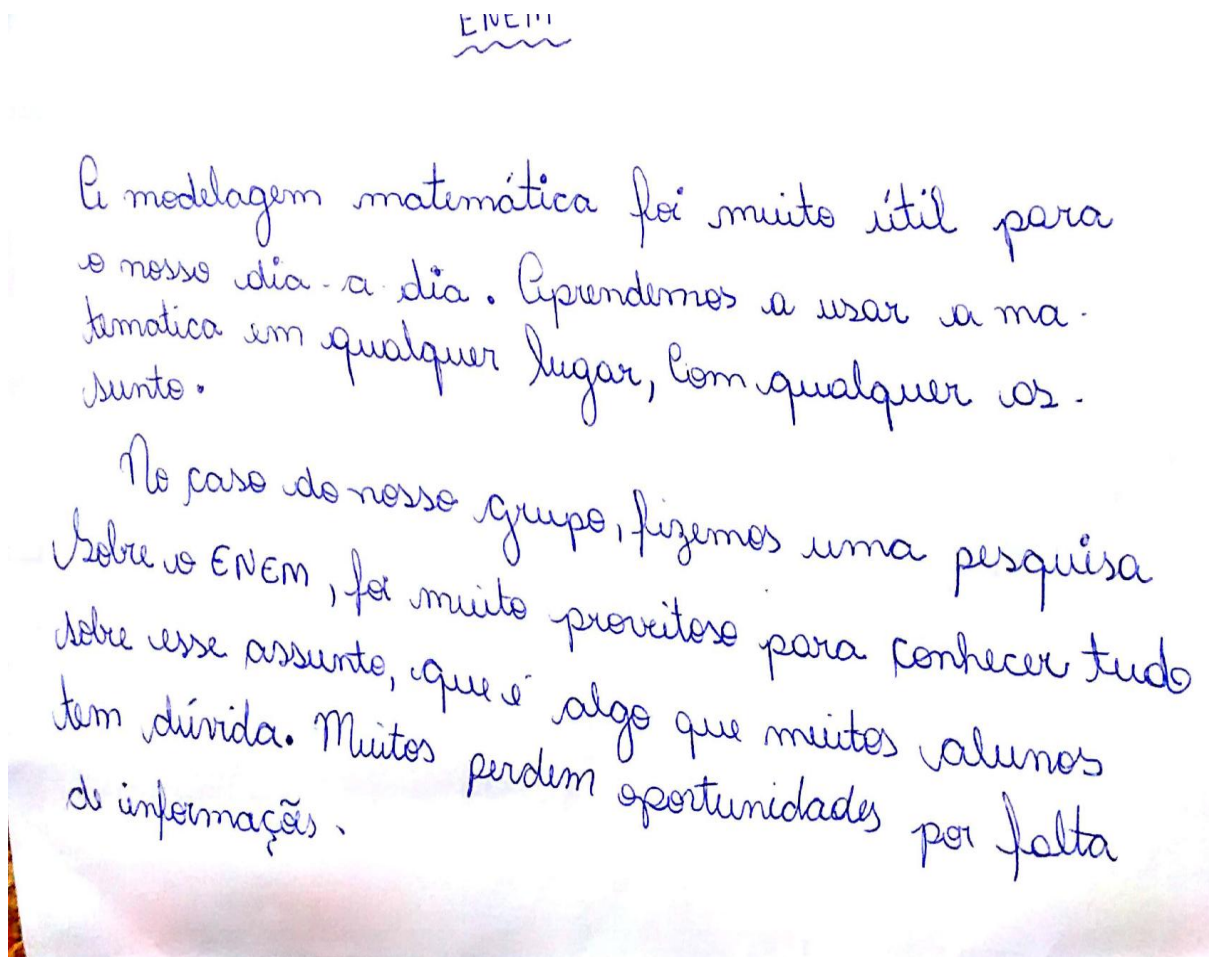


FIGURA 12: DEPOIMENTO DO ALUNO 6 SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.

FONTE: aluno 6 (2017).

“A Modelagem Matemática foi muito útil para nosso dia a dia aprendemos a usar a matemática em qualquer lugar com qualquer assunto.

No caso do nosso grupo, fizemos uma pesquisa sobre o ENEM, foi muito proveitosa para conhecer tudo sobre esse assunto, que é algo que muitos alunos têm dúvida. Muitos perdem oportunidades por falta de informações”.

## Aluno 7

A modelagem que aprendimos aqui, no estágio de regência usamos para fazer o mercadinho para trazer a realidade dos alunos para dentro da sala de aula.

A modelagem foi muito bem explicada fez com que conseguíssemos aprender métodos matemáticos de diversas formas.

FONTE: aluno 7 (2017).

“A Modelagem que aprendemos aqui, no estágio de regência usamos para fazer o mercadinho para trazer a realidade dos alunos para dentro da sala de aula.

A Modelagem foi muito bem explicada fez com que conseguíssemos aprender métodos matemáticos de diversas formas”.

## Anexo 2

## Autorização para o uso da imagem dos alunos



COLÉGIO ESTADUAL  
VISCONDE DE GUARAPUAVA  
Ensino Fundamental, Médio e Normal



*"Fundado em 1912 – Um compromisso educacional centenário"*

Eu, VERA LÚCIA APARECIDA DA MAIA, diretora do Colégio Estadual Visconde de Guarapuava, declaro para os devidos fins, que o mestrando Antônio Roberto Bastos realizou neste colégio com os alunos das turmas de 3º e 4º ano do magistério noturno a pesquisa intitulada **MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. NA FORMAÇÃO INICIAL DOS PROFESSORES DO MAGISTÉRIO: UMA PERSPECTIVA PARA A FORMAÇÃO MATEMÁTICA**. Este trabalho aconteceu durante as aulas de Estágio Supervisionado e Metodologia da Matemática no 3º trimestre de 2017. Os alunos das respectivas turmas que participaram da pesquisa autorizaram uso de imagem no ato de matrícula, ficando estas arquivadas em suas respectivas pastas.

Sendo assim, dato e assino.

Guarapuava, 20 de dezembro de 2017

  
Vera Lúcia Aprª da Maia  
Diretora - RG 4.215.035-2  
Raz. 7412016.000.04030015

VERA LÚCIA APARECIDA DA MAIA

DIRETORA