Ministério da Educação
Universidade Estadual do Centro-Oeste
Campus Cedeteg

DALLAN MARCELO GREGÓRIO

UMA EXPERIÊNCIA COM MODELAGEM MATEMÁTICA EM TURMAS DO ENSINO MÉDIO

Produto educacional apresentado à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – PPGEN, para a obtenção do título de Mestre.

Prof.ª Orientadora: Dr. ª Michele Regiane Dias Veronez

GUARAPUAVA, PR
2019

Ministério da Educação
Universidade Estadual do Centro-Oeste
Campus Cedeteg

DALLAN MARCELO GREGÓRIO

UMA EXPERIÊNCIA COM MODELAGEM MATEMÁTICA EM TURMAS DO ENSINO MÉDIO

Prof.ª Orientadora: Dr. ª Michele Regiane Dias Veronez

GUARAPUAVA, PR
2019

Catalogação na Publicação
Biblioteca Central da Unicentro, Campus Cedeteg

Gregório, Dallan Marcelo
G821s Signos em atividades de modelagem matemática: matematização e resolução em foco / Dallan Marcelo Gregório. – – Guarapuava, 2019.
xi, 82 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2019

Inclui Produto Educacional intitulado: Uma experiência com modelagem matemática em turmas do ensino médio. 29 f.

Orientadora: Michele Regiane Dias Veronez
Banca examinadora: Michele Regiane Dias Veronez, Leônia Gabardo Negrelli, Marcio André Martins

Bibliografia

1. Ciências Naturais. 2. Matemática. 3. Modelagem matemática. 4. Semiótica. 5. Signos. 6. Ensino Médio. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

CDD 500.7

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO **5**

1. MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA PEDAGÓGICA **7**

1.1 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA? 7

1.2 SOBRE A IMPLEMENTAÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM EM SALA DE AULA 11

2. RELATO DE DUAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS: ENCAMINHAMENTOS DE ALUNOS E PROFESSOR **14**

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS **27**

4. REFERÊNCIAS **29**

APRESENTAÇÃO

O Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade do Centro-Oeste – UNICENTRO, *Campus* de Guarapuava, além das demais obrigações acadêmicas, tais como disciplinas e eventos, tem por propósito o desenvolvimento de uma dissertação, ou seja, a construção de uma pesquisa fundamentada teoricamente e com uma aplicabilidade prática; e, com base na Portaria n.º 7, de 22/06/09 – CAPES/Mestrado Profissional e na Resolução n.º 22 – CEPE/UNICENTRO, de 11 de dezembro de 2017 a elaboração de um produto educacional a fim de ser utilizado nas escolas e/ou ambientes educativos.

Do trabalho da dissertação intitulada "*Signos em atividade de modelagem matemática: Matematização e Resolução em foco*" surge este Material de Apoio Pedagógico que se propõe a abordar e discutir aspectos práticos da Modelagem Matemática nas salas de aula do Ensino Médio, contexto no qual a pesquisa foi realizada. Sendo assim, apresentamos o desenvolvimento de duas atividades de modelagem matemática evidenciando os encaminhamentos dados por alunos e professor. Intercalamos em meio a isso, observações e percepções, enquanto profissionais docentes, acerca das potencialidades que atividades deste gênero têm. Nossas reflexões, no entanto, se relacionam com o processo de geração de problemas que faz emergir o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Este material de apoio pedagógico é destinado, sobretudo, a professores de Matemática que atuam na Educação Básica, licenciandos em Matemática e pesquisadores da área de Matemática. Temos como intuito colaborar ou auxiliar profissionais da educação que, em algum momento, buscam utilizar-se de maneiras alternativas nas suas práticas docentes, em especial aos que pretendam iniciar ou empreender atividades de modelagem matemática.

Considerados nossos propósitos, lançamos nossas reflexões sobre as atividades de modelagem matemática desenvolvidas com alunos de 2.º ano do Ensino Médio de uma escola particular, focalizando a pluralidade de problemas que foram elencados por eles. Além disso, chamamos a atenção para as sugestões e ilustrações presentes nos livros didáticos, uma vez que elas podem sugerir ou favorecer o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Cabe-nos salientar que as atividades e orientações aqui descritas não são modelos a serem reproduzidos, isso porque, dadas as características de uma atividade de modelagem

matemática, cada uma é única. Assim, o que visamos é apresentar reflexões que, de algum modo, despertem curiosidades no sentido de aventar possibilidades para o ensino. Contudo, ressaltamos que o envolvimento e interesse dos alunos na investigação possibilitada no trabalho com Modelagem Matemática é um diferencial no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, principalmente, quando associados à mediação do professor.

1. MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA PEDAGÓGICA

1.1 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?

A Educação Matemática tem centrado esforços em compreender o processo de como vem sendo ensinada a Matemática nos ambientes escolares. Sobretudo, seu interesse está assentado na reflexão de que o que se ensina na sala de aula tal como o modo como se efetiva tal ensino não tem atendido ou correspondido com o que se espera que os alunos aprendam ao término de seus estudos. Desta forma, o que se objetiva é uma educação matemática centrada/voltada ao desenvolvimento da formação deles enquanto seres integrantes de uma sociedade.

Como parte constituinte dos estudos da Educação Matemática figuram tendências pedagógicas como: Resolução de Problemas, Etnomatemática, Modelagem Matemática, entre outros. Destes, direcionamos nossos olhares para a Modelagem Matemática. Segundo Vieira e Caldeira (2008) o termo Modelagem Matemática foi usado primeiramente no princípio do século passado e foi empregado por profissionais da área de Engenharia e Ciências Econômicas no sentido de descrever ou formular e resolver um problema de uma certa área do conhecimento. Para Bassanezzi (2002), esse entendimento é próximo ao utilizado pelos profissionais da Matemática Aplicada, que buscam associar à uma realidade um modelo matemático, com o objetivo de resolver problemas a ela relacionados.

Mesmo que as origens da Modelagem Matemática estejam assentadas na Matemática Aplicada, a Educação Matemática vendo-a de modo circunstancialmente distinto, principalmente quanto à finalidade, destaca que diversos aspectos da Modelagem Matemática podem favorecer potencialidades para a aprendizagem dos alunos que coadunam com objetivos educacionais. Assim, se Matemática Aplicada o objetivo com a Modelagem Matemática é dar uma resposta para um problema da realidade; na Educação Matemática ela surge como uma possibilidade de se discutir conceitos matemáticos, tendo como origem uma situação problema. Porém, o que se almeja é debater sobre o problema, que emergiu de dada situação ou realidade, por meio da matemática, e, se for o caso, agir sobre ela (VERONEZ, VELEDA, 2016).

Ratificando o exposto e contribuindo para a compreensão da multiplicidade que surge de tais afirmações, ou seja, da compreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática, Magnus (2015, p. 4), explica que ela pode ser compreendida segundo diversos autores como:

> [...] “uma metodologia” (LUZ, 2003; BURAK, 2010; PEREIRA, 2010; BRANDT, 2010; BISOGNIN et al, 2012; ROSA, REIS, OREY, 2012), um ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2001; FRANCHI, 2002; BRAZ, KATO, 2014), uma estratégia pedagógica (MALHEIROS, 2004; SOARES, BORBA, 2014), uma abordagem segundo a educação matemática crítica (ARAÚJO, 2002, 2009), uma estratégia de ensino-aprendizagem (BIEMBENGUT, HEIN, 2007; BASSANEZI, 2009), uma concepção de educar matematicamente (CALDEIRA, 2009; MEYER, CALDEIRA, MALHEIROS, 2011).

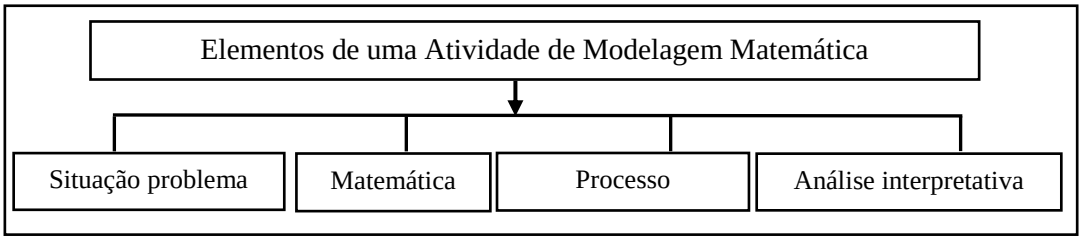
A existência de diferentes formas de ver a Modelagem Matemática, não impede, em momento algum, que elas tenham suas similitudes. Não seria equivocado de nossa parte admitir que a questão central da Modelagem Matemática está associada à busca de uma solução ou resposta a uma situação ou fenômeno não matemático, por meio da matemática. A busca por tal resposta ou solução, no entanto, precisa vir atrelada à mediação do professor e configura-se como uma atividade na qual se utiliza da matemática para debater acerca de um problema que não é necessariamente matemático. Assim, a “modelagem matemática é, em primeiro lugar, sempre sobre algo, uma situação e um problema decorrente dessa situação, e que a matemática é ‘apenas’ uma parte de todo o processo” (PERRENET; ZWANEVELD, 2012, p. 3).

Segundo Almeida, Silva e Veronez (2015, p. 2), as atividades de modelagem matemática são “orientadas pela busca de solução para um problema cuja origem está, de modo geral, fora da matemática” e, quando desenvolvidas em sala de aula, podem “contribuir para a compreensão de fenômenos do mundo, da vida”, mas que, “todavia, essa compreensão é mediada pela compreensão matemática”.

Nesse contexto, a Modelagem Matemática propicia ao aluno realizar uma leitura de fatos ou acontecimentos do mundo ou de certas coisas da sua vida, mesmo que sejam externos ao espaço tradicional da escola, usando a matemática como lente para tal leitura. Almeida e Silva (2017) nos dizem que o ambiente criado para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática deve se configurar “um procedimento *criativo e interpretativo* que estabelece uma estrutura matemática que deve incorporar, com certo nível de fidelidade, características essenciais do fenômeno que pretende representar” (p. 219, grifos nossos).

Esse procedimento criativo representa a transição de uma situação inicial para uma situação final, perpassando por determinados elementos (Figura 01), que Almeida, Silva e Vertuan (2012), julgam ser característicos quando se referem às atividades de modelagem matemática, cuja gênese é uma situação inicial problemática, a qual chamam de “situação problema”.

Figura 01. Elementos característicos de uma atividade de Modelagem Matemática.

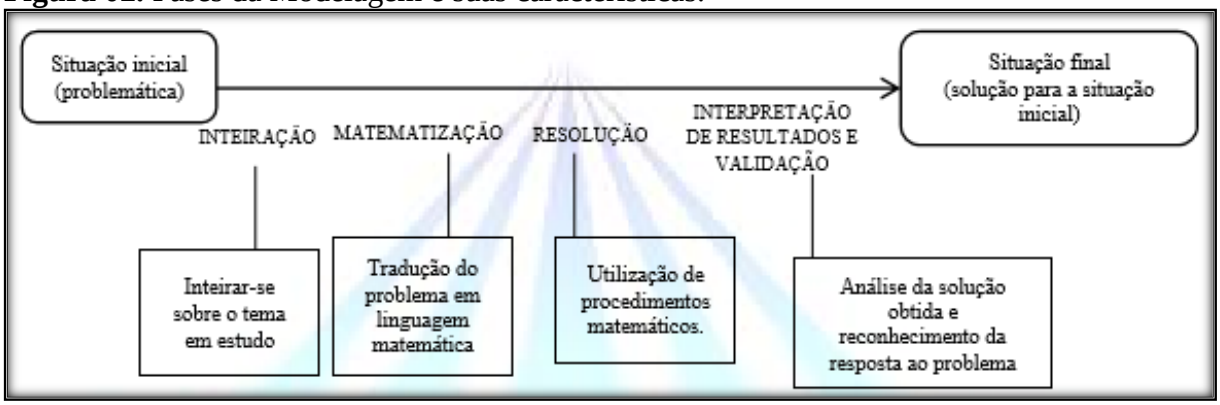


Fonte: Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 17.

As atividades de modelagem matemática possibilitam, portanto, colocar o aluno frente a uma situação investigativa que requer ações, reflexões e atitudes no sentido de compreender/explicar a situação ou problema em foco. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17), uma atividade de modelagem matemática "considera uma situação problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução". Esses autores também explicam que tais atividades, nas salas de aula da Educação Básica, podem colocar os alunos ante um cenário investigativo, favorecer a ocorrência de mudanças na forma dos alunos agirem, além de possibilitar aprendizagem de conceitos matemáticos.

Veronez (2013), ao discutir sobre os elementos apresentados na Figura 01, ressalta que a situação problema torna evidentes questões relacionadas ao problema elegido para estudo, trazendo à tona questões sobre o contexto no qual tal problema emerge; a matemática, está associada à compreensão de matemática do professor e dos alunos, bem como à criação de um modelo matemático que atenda à situação subjacente ao problema; o processo, se relaciona com o tratamento matemático dado e à resolução do problema em estudo; a análise interpretativa, por sua vez, evoca a compreensão do que se analisando a partir da tomada de decisão em relação ao aceite ou não da solução obtida para o problema. Assim, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática tem características peculiares que são dissolvidas, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) em algumas fases por eles denominadas: *inteiração*; *matematização*; *resolução*; e, *interpretação de resultados e validação.* A representação esquemática da Figura 02, além de trazer as fases, ilustrada o que é requerido nelas.

Figura 02. Fases da Modelagem e suas características.



Fonte: Veronez e Veleda (2016). Adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

Na fase ***inteiração***, acontece o primeiro contato com a situação problema, momento em que os alunos procuram conhecer, inteirar-se sobre o assunto (proposto pelo professor ou de livre escolha do grupo de alunos), seja por meio de livros, revistas ou até mesmo internet para então formular um problema de estudo.

A fase ***matematização*** trata da tradução do problema escolhido, que ainda está em linguagem comum para a linguagem matemática. Para isso, segundo Vertuan (2013), o aluno necessita recorrer à escolha de variáveis, construção de hipóteses e idealizar caminhos para a construção do modelo, tudo intrinsecamente relacionado aos aspectos referentes à situação inicial que sejam relevantes ao problema em questão. Neste momento para o autor, quando ocorre a conversão de linguagem é que o aluno representa matematicamente uma organização da realidade, ou seja, a matematização é a maneira como o aluno retrata uma situação real através de regras e normas matemáticas que acabam por evidenciar as técnicas e os procedimentos que os alunos utilizarão para a resolução do problema.

Na fase ***resolução*** o aluno destina seus esforços na resolução do problema, utilizando seus conhecimentos prévios, métodos e representações, técnicas e conceitos adquiridos em matemática para resolvê-lo. Nesta fase ocorre a construção da resposta ao problema, que pode ser um modelo matemático ou estar fundamentado em um modelo matemático. A resposta pode ainda descrever ou mesmo possibilitar a realização de previsões do fenômeno em estudo. Vertuan (2013, p. 35) nos escreve que é nesta fase que o aluno lança mão de:

> [...] conceitos, técnicas, métodos e representações matemáticas, põe em uso seus conhecimentos prévios, busca padrões, recorre a ferramentas computacionais, coordena diferentes representações dos objetos matemáticos, busca conhecer conceitos novos e ressignifica os já conhecidos [...].

Salientamos, conforme expresso nas palavras do autor, de que nessa fase o aluno poderá sentir necessidade de buscar novos conhecimentos e que para além do uso ou busca de

novos conhecimentos, o modelo matemático que os alunos obtiveram, seja ele qual for, deve conter uma finalidade pedagógica, ou seja, deve descrever, representar algo. Além disso, segundo Veronez (2013, p. 24):

> [...] a elaboração de modelos matemáticos não tem um fim em si mesma; visa incentivar a busca por uma solução para o problema evidenciado na situação inicial, alicerçada por atitudes interpretativas. Essa busca também conduz a uma leitura da situação ou à retomada de alguns aspectos não considerados em momento anterior. Além disso, no contexto de sala de aula, favorece discussões sobre conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos.

A fase ***interpretação de resultados e valida***ção é o momento em que os alunos devem proceder ao julgamento e reflexão crítica sobre os procedimentos matemáticos que assumiram para a construção do modelo/resposta e, enfim, proceder a sua conclusão (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Segundo Veronez (2013), a validação da resposta encontrada pelos alunos desencadeia um processo de decisão que culmina em duas possibilidades: a aceitação da resposta como representativa do problema em questão ou, no caso de sua não aceitação, a retomada de todo o desenvolvimento da atividade.

Embora aos olhos do leitor as fases apresentadas possam estar pedagogicamente bem definidas, a sua consecução linear durante a realização de uma atividade de modelagem não o é, pois, conforme alertam Almeida, Silva e Vertuan (2012), atividades de modelagem matemática não são estagnadas ou engessadas, pelo contrário, são dinâmicas e possuem caráter aberto, não necessariamente sequenciado, possibilitando ao aluno, sempre que julgar necessário, transitar livremente entre uma e outra fase.

1.2 SOBRE A IMPLEMENTAÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM EM SALA DE AULA

Considerando que uma atividade de modelagem matemática requer a transição de uma situação inicial (problema) para uma situação final (solução do problema), os papéis desempenhados tanto por professor quanto por alunos precisam ser foco de estudo quando da implementação de atividades de modelagem matemática em sala de aula.

Ao olhar para o professor, Veronez (2013, p. 28), expõe que ele, em sua prática letiva, deve promover um espaço para que os alunos sejam capazes de criar "[...] relações entre seus conhecimentos, seja da situação em estudo, seja da matemática, ou entre ambos". A autora acrescenta também que muito mais que encorajar o estabelecimento dessas relações, o professor

precisa estabelecer um ambiente profícuo às discussões durante a atividade, incentivando a superação conjunta das dificuldades e enriquecendo a investigação. Esse ambiente envolve, sobretudo, o respeito e a valorização de opiniões divergentes.

Assim, no contexto da Modelagem Matemática, o professor precisa se despir da figura clássica de detentor e transmissor de conhecimentos. É recomendado que ele seja um orientador. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24), ser orientador não implica em "despir-se da autoridade de professor", mas sim, admitir uma nova função, a de "[...] indicar caminhos, [...] não esperar que o aluno simplesmente siga exemplos; d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função".

Malheiros (2008, p. 25), salienta que não devemos perder o foco de que quem aprende é o aluno, em suas palavras "o sujeito aprendedor, é o aluno", logo, não cabe ao professor um papel de protagonista, e sim aos alunos. Assim, a forma como o professor age influencia o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e pode favorecer uma participação mais, ou menos, ativa por parte dos alunos. Veronez (2013, p. 1) afirma que toda a atividade de modelagem está intimamente relacionada com os "[...] encaminhamentos e procedimentos adotados pelos alunos e de seus conhecimentos e das intervenções realizadas pelo professor". Ressalta a autora que as intervenções[1] do professor não devem ser ceifar a autonomia dos alunos, mas, permitir que eles mantenham a posição de autores e principais responsáveis pelo que produzem.

Consideradas as particularidades e características das atividades de modelagem matemática, principalmente no que se refere aos papéis de professor e alunos, Almeida e Dias (2004) propõem que tais atividades sejam inseridas de modo gradativo. Essas autoras sugerem essa gradação a partir do que denominam por momentos. Assim, os três momentos por elas definidos correspondem a processos de familiarização dos alunos com Modelagem Matemática.

O primeiro momento é caracterizado pela "reprodução" de atividades já desenvolvidas, ou seja, o professor leva à sala de aula atividades que já foram realizadas em algum momento por outros alunos, fornecendo aos seus, a temática, o problema e os dados necessários e suficientes para recriação da atividade. No segundo momento, o professor propõe uma temática, seja em forma de texto ou vídeo, e cabe aos alunos identificar um problema que

[1] Em Veronez e Castro (2018) são discutidas algumas formas de intervenções dos professores observadas no contexto de um estudo por elas realizado. São elas: aquelas ações em que o professor intenta gerar nos alunos um processo reflexivo, denominaram de *questionar*, quando as ações do professor buscam inspirar ou direcionar os encaminhamentos dos alunos, chamaram de *sugerir*, e, por fim, quando o professor procura sanar dúvidas que os alunos nomearam de *esclarecer*. O trabalho das autoras nos alerta que o professor deve ser comedido em suas intervenções e romper com o estigma clássico de sempre dar as respostas aos alunos, deve incutir o espírito da reflexão, questionamento e investigação.

seja de interesse do grupo para investigação. Fato importante é que a partir de uma mesma temática pode surgir distintas questões de estudo. No terceiro momento de familiarização, requer que os alunos disponham de liberdade para escolha de tema e problema, ou seja, é neste momento que os alunos desenvolvem a atividade em sua plenitude; tornam-se responsáveis por toda a atividade, desde o início até a comunicação de resultados.

Com a inserção de atividades pautadas nesses momentos espera-se a criação de um ambiente profícuo para a aprendizagem dos alunos. Nas palavras de Almeida e Dias (2004, p. 26) quando o aluno "vai realizando as atividades nos 'diferentes momentos' [...], a sua compreensão acerca do processo de modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando".

A implementação de atividades de modelagem matemática em salas da Educação Básica pode gerar uma ressignificação do processo de ensino e aprendizagem, ou seja, uma mudança conceitual em que o professor deixa de ser o centro do processo para ser um facilitador ou mediador, sem se despir de sua autoridade e permite aos alunos tornarem ativos no processo de aprender, vivenciando um ambiente diferenciado em que seus anseios e opiniões é valorizado.

Atividades de modelagem matemática também possibilitam ao aluno estabelecer relações entre resultados matemáticos e situações reais, favorecendo a tomada de decisões, além de abrir espaço para perceber em quais situações pode ser utilizada a matemática em sua vida, questionamento este, frequente em sala de aula.

Já que atividades de modelagem matemática estão envoltas de situações reais podem desencadear um processo de motivação nos alunos para a identificação da matemática nelas contida e, favorecer mobilização ou construção de conhecimento matemático e extramatemático de forma significativa e crítica.

2. RELATO DE DUAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS: ENCAMINHAMENTOS DE ALUNOS E PROFESSOR

As atividades que constam nesse material foram desenvolvidas com alunos de duas turmas de segundo ano do Ensino Médio de um colégio particular de União da Vitória – PR e para implementação de tais atividades foi assumida as orientações de Almeida e Dias (2004), que estão embasadas na caracterização de Modelagem Matemática defendida por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Para iniciar a intervenção em sala de aula foi explicitado aos alunos que eles deveriam compor grupos de no mínimo três e máximo quatro integrantes (livre escolha dos integrantes desde que respeitassem os limites quantitativo combinado). Além disso, lhes foi alertado que a atividade que eles desenvolveriam em sala nas próximas aulas teria um texto como base (Quadro 01 e Quadro 02). Esses textos tinham por objetivo despertar, ou seja, ser o motivador da escolha de um problema para investigação, contudo, cada turma recebeu apenas um dos textos. Os textos entregues integram a obra de Almeida, Silva e Vertuan (2012) e, embora conste na obra um encaminhamento realizado com outros alunos de outro nível de escolaridade, isto foi omitido aos participantes da pesquisa.

Quadro 01. Texto sobre marés.

Os movimentos periódicos de elevação e abaixamento da superfície dos oceanos, mares e lagos são provocados pela força gravitacional da Lua e do Sol sobre a Terra. As marés ocorrem a intervalos regulares de 6 horas e 12 minutos. Portanto, a cada 24 horas e 50 minutos, o mar sobe e desce duas vezes, constituindo o fluxo e refluxo das águas. À medida que a Terra gira, outras regiões passam a sofrer elevações, como se a subida de nível se deslocasse, seguindo a Lua.

No lado oposto da Terra, dá-se o mesmo: as águas também erguem, de forma que uma elevação compensa a outra. Assim, nas regiões da costa, essas elevações das águas correspondem às marés altas.

Enquanto o nível das águas sobe em dois lados opostos da Terra, em outras duas regiões do globo (também diametralmente opostas) ele desce, é a maré baixa.

Embora muito maior que a Lua, o Sol tem menor efeito sobre as marés, porque sua distância da Terra é muito grande. A elevação das águas, contudo, é bem mais acentuada quando os três corpos estão alinhados, o que é verificado duas vezes por mês, na Lua Cheia e na Lua Nova; são chamadas marés grandes. Quando o Sol, a Lua e a Terra estão dispostos em ângulo reto (sendo a Terra o vértice), a variação das marés é menor; são as marés mortas. A diferença entre a maré baixa e a maré alta é denominada amplitude das marés e se mede por meio de uma régua graduada ou marégrafo.

Fonte: ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 54.

Quadro 2. Texto sobre cercas elétricas.

Cercas elétricas vem sendo amplamente utilizadas na Europa e nos Estados Unidos desde 1930. No Brasil, o uso desse equipamento tornou-se mais significativo a partir da década de 1990.

A finalidade inicialmente proposta para a cerca elétrica era dividir áreas de pastagem e lavouras. Atualmente, ela é utilizada para auxiliar na segurança em residências, estabelecimentos comerciais e industriais, entre outros locais.

O aumento do índice de violência, tanto no campo como na cidade, requer equipamentos de segurança mais sofisticados. Portões altos, muros com pedaços de vidro, grades na janela não são mais suficientes para evitar que residências e estabelecimentos comerciais sejam invadidos. A cerca elétrica é uma alternativa para ampliar o nível de segurança.

Em áreas residenciais, a cerca elétrica costuma ser ligada a uma central, capaz de emitir descarga elétrica suficiente para impulsionar uma pessoa para longe. O choque, nome popular dessa descarga elétrica, afugenta o intruso sem causar maiores danos e, se os fios forem cortados, um alarme é acionado.

Fonte: ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 75.

Ainda antes da leitura do texto pelos grupos, foi combinado com os alunos, tendo como referência as fases da atividade, um cronograma, em que seria destinado aproximadamente três aulas para cada fase. Esta medida se deu para que existisse um parâmetro de acompanhamento do desenvolvimento da atividade e para que o professor pudesse, de certa forma, avaliar o empenho e a dedicação de cada grupo. Após cada grupo realizar a leitura do texto, seguiram para a eleição de questões para estudo.

Assim, na fase inteiração, os alunos tiveram aproximadamente três aulas para buscar elementos que subsidiassem sua investigação, esta busca, em alguns casos, extrapolou o ambiente da sala de aula e por livre mobilização dos alunos foi realizada em casa, inclusive, com auxílio de familiares. Nessas três aulas, os alunos buscaram organizar e estruturar os dados coletados, podendo percebemos a riqueza que atividades de modelagem têm, pois delas emergem conteúdos matemáticos e extramatemáticos, além de oportunizar reafirmar conteúdos já aprendidos ou adquirir novos conteúdos.

Apresentamos primeiro a atividade do G3A, grupo da sala que trabalhou com o texto das marés e depois o G2B, que trabalharam com o texto das cercas elétricas. Com o intuito de apresentar de forma clara as atividades desenvolvidas com os alunos, separadas pelas fases definidas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), construímos esquemas de modo a oferecer uma noção do desenvolvimento da atividade em decorrência das fases.

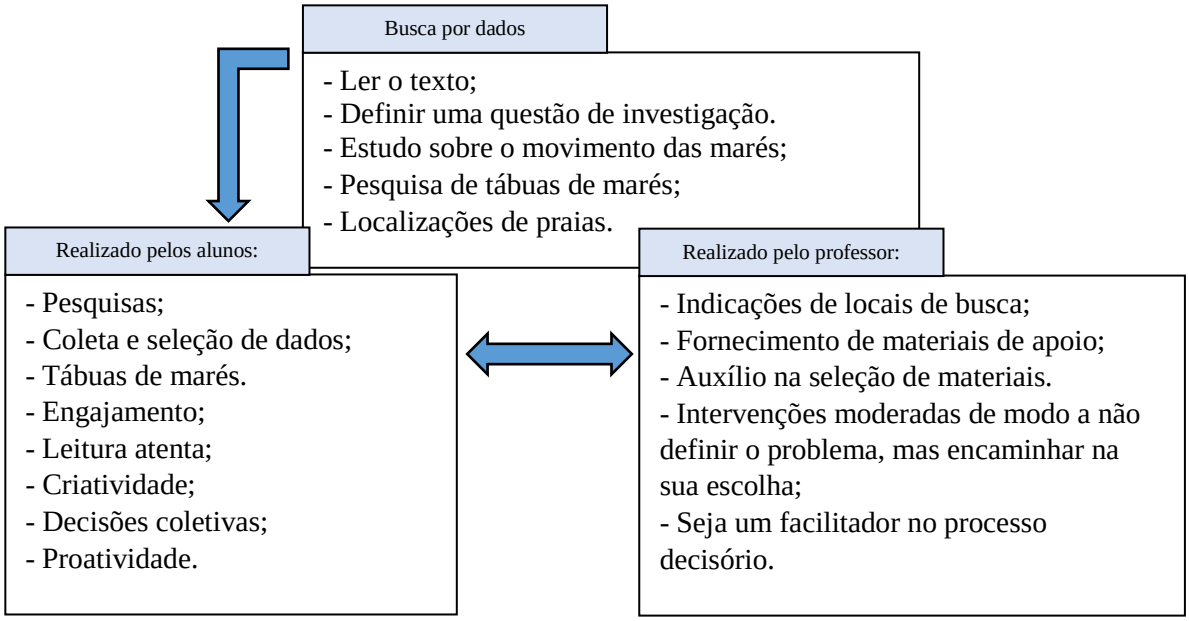
Optamos por apresentar a fase ***inteiração*** em duas partes. Inicialmente trazemos a questão da formulação do problema, para a qual estabelecemos o quantitativo de duas aulas em que os alunos realizaram a leitura e discutiram o texto, as intervenções do professor se deram no sentido de questionar os alunos: qual o interesse que aquele texto despertava neles? Aguçava alguma curiosidade sobre a temática ou algo relacionado a ela? Assim, os grupos escreveram com suas palavras em uma folha quais eram os interesses estimulados a partir do texto, e estimulados a buscar informações que possibilitassem a compreensão do fenômeno escolhido. Fato que ficou evidenciado é a grande dependência dos alunos com relação as intervenções do professor para elencar um problema para estudo. Acreditamos que essa dependência é devida ao fato de que em sua vivência escolar, os alunos, tiveram pouca ou nenhuma oportunidade de realizar tal procedimento.

Realizadas as leituras e algumas intervenções do professor, conforme foi apresentado no parágrafo anterior, os integrantes do grupo G3A, decidiram por estudar: *"Queremos saber o horário que a maré desce, além de saber se acontece alguma diferença para o lado oposto da Terra.*". Para tanto, necessitaram realizar leituras complementares sobre o movimento das marés, escolher uma praia e identificar qual seria a praia do outro lado do planeta em relação a primeira, para além disso, encontrar as tábuas de marés destas praias. As intervenções do professor neste aspecto se relacionaram à indicação de locais de busca, materiais da biblioteca e posteriormente à seleção destes materiais.

Escolhida a questão de pesquisa pelo grupo, considerada a dificuldades em encontrar a tábua de marés para a praia do outro lado, o grupo decidiu por estudar o movimento das marés apenas da praia de Balneário Camboriú – SC. Essa decisão se deu após intervenção do professor, que estimulou a decisão coletiva do grupo. Quando da discussão sobre a praia do outro lado do mundo, ficou-nos evidenciado a dinâmica interdisciplinar da atividade de modelagem, pois os alunos tiveram que recorrer a conteúdos da disciplina de Geografia. Necessitaram ainda, os alunos, lançar mão de proatividade, engajamento e criatividade em buscar essas informações, além disso, a utilização, neste momento, de recursos tecnológicos, como: computadores e smartphones para pesquisar na internet.

O Esquema 01, busca apresentar graficamente alguns dos encaminhamentos dos alunos do grupo G3A durante a fase inteiração.

Esquema 01. Fase inteiração.



Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

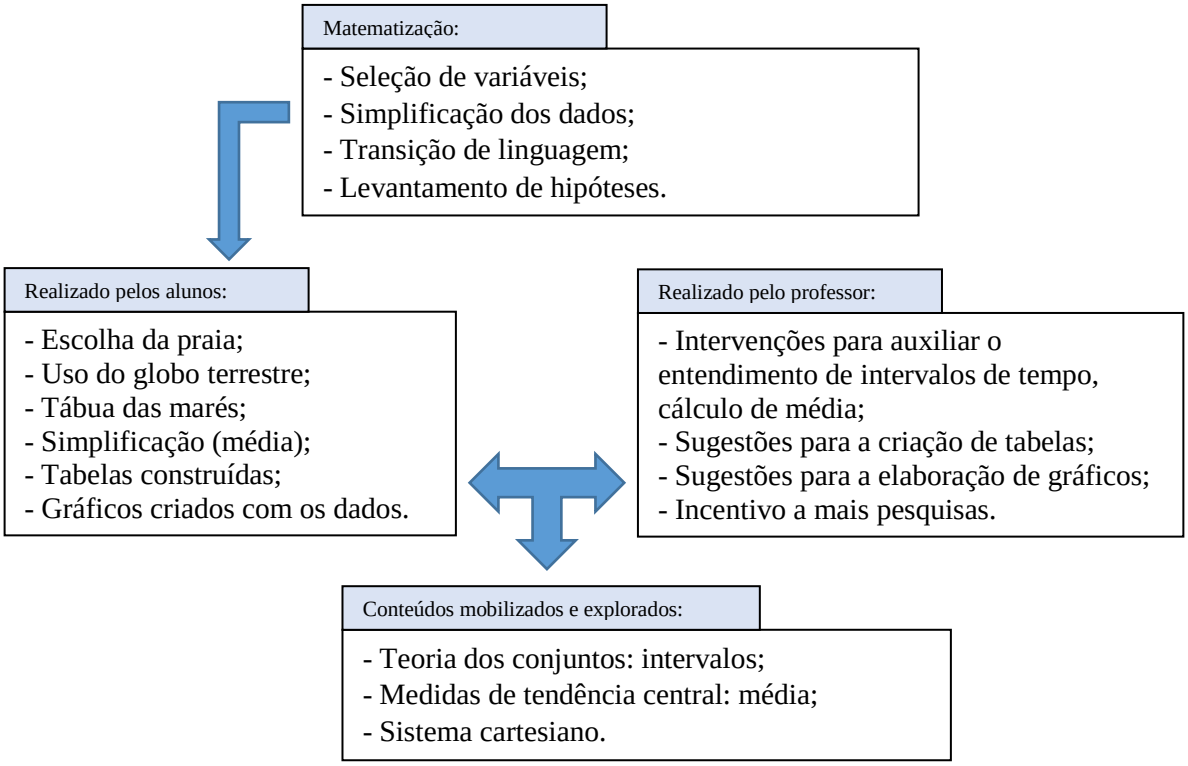
De posse dos dados coletados nas três primeiras aulas, os alunos do G3A, ingressaram na fase matematização (três aulas acordadas anteriormente), ou seja, necessitaram organizar os dados colhidos, com auxílio de recursos matemáticos (quadros, tabelas, gráficos, fórmulas, etc.), foram informados pelo professor que caso fosse necessário, poderiam retomar a busca por informações complementares que viessem a ser necessárias para a continuidade da atividade. Depois que os integrantes do G3A obtiveram a tábua de marés da praia de Balneário Camboriú – SC, por sugestão do professor (em uma de suas intervenções), procederam à simplificação destes dados em uma tabela, a partir do cálculo da média das alturas em intervalos, que inicialmente não eram regulares, e depois de nova intervenção do professor se tornaram regulares, das alturas registradas para as marés na praia em questão. De posse das tabelas construídas e de uma sugestão do professor os alunos construíram um gráfico. Este gráfico, continha um equívoco no eixo das abscissas, o qual foi notado pelo professor e os alunos foram estimulados a observarem a forma como haviam alocado os valores naquele eixo. Após certa reflexão por parte dos membros do grupo, foi transformado em novo gráfico que se configurou como a versão que seria utilizada para a continuidade da atividade.

Nesta narrativa que sintetiza a realização da fase matematização, percebemos que dadas as características da atividade de modelagem matemática, foi oportunizada a mobilização de múltiplos conteúdos, ênfase aqui para os matemáticos: a média (relacionado às medidas de tendência central); relações binárias entre as variáveis hora e a altura da maré (relacionado às funções); intervalos (relacionados a teoria de conjuntos); a representação do sistema cartesiano para os pares ordenados e posteriormente função. Essa oportunidade é única, pois permitiu ao professor identificar possíveis

equívocos na compreensão desses conteúdos frente aos alunos, em uma perspectiva singular, ou seja, tratar diretamente com o grupo, isso evidencia um ensino mais individual e dirigido a necessidade do aluno em questão, que foi despertado por uma questão de sua curiosidade. Ao mesmo tempo, permitiu ao professor ter a clareza de conhecimentos que se encontravam, de certa forma, consolidados nos alunos.

O Esquema 02, apresenta em forma gráfica o que foi exposto. Salientamos que cabe ao professor, estar atento as oportunidades que lhe são colocadas no transcorrer da atividade, e ao percebê-las, utilizá-las da melhor forma possível para que o aprendizado seja concretizado. Salutar a explanação de que o professor, em geral, sugeriu encaminhamentos, como a criação de tabelas e gráficos, e coube aos alunos, deliberarem e acatarem tal decisão.

Esquema 02. Fase matematização.



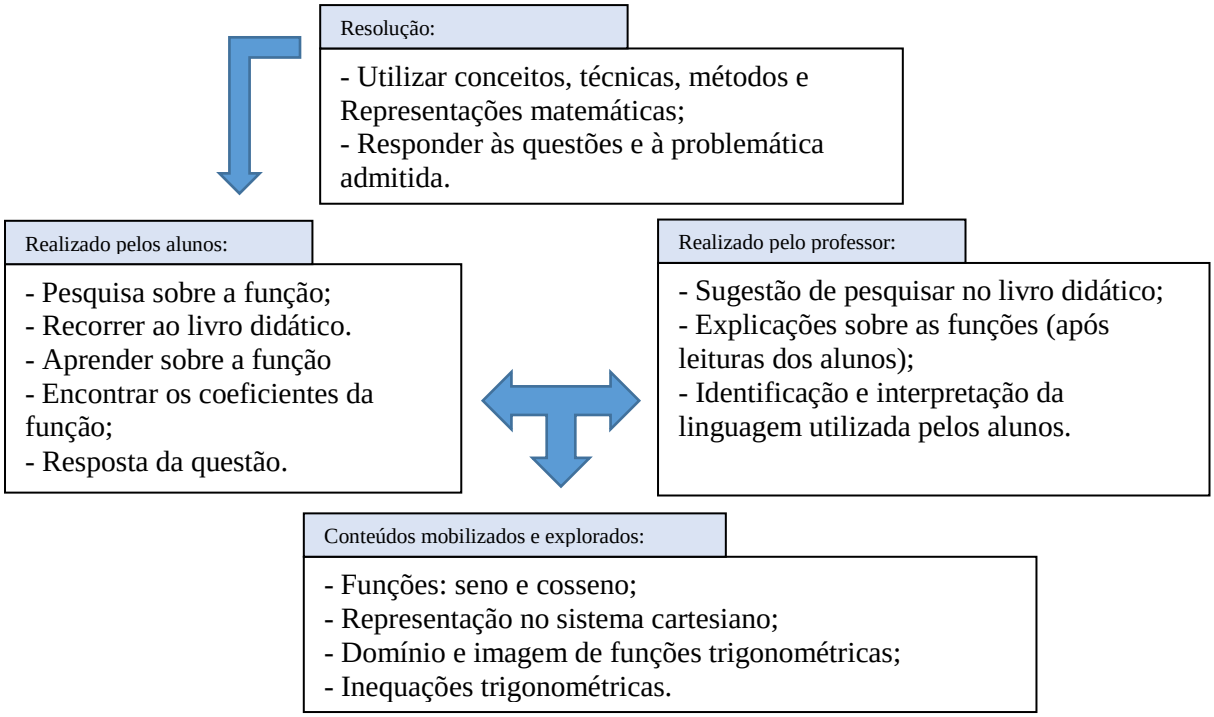
Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Ao elaborarem o gráfico que representava, para os integrantes do G3A, o comportamento das alturas das marés da praia de Balneário Camboriú-SC, o professor questionou sobre o comportamento da função. Neste instante, entendemos que os alunos ingressaram à fase de resolução (três aulas conforme acordo firmado no primeiro dia), pois agora, necessitavam encontrar uma lei de formação para o gráfico construído. Ao serem questionados os alunos manifestaram recordar conteúdos e conhecimentos anteriormente estudados, tais como: funções polinomiais de grau 1 e 2, e inferiram que elas não se adequavam a representação que ali estava. Ocasião em que a sugestão do professor em pesquisar em seu livro didático foi um ponto chave para a continuidade da atividade. Os alunos então

tomaram em mãos o material didático que é adotado com referência pelo colégio e lançaram mão na busca por uma função que tivesse o comportamento semelhante ao que tinham criado com os dados recolhidos, até que encontraram uma seção, cuja introdução trazia um infográfico que tratava dos movimentos do Sol, da Terra e da Lua, bem como suas influências sobre as marés dos oceanos, ou seja, a introdução ao estudo das funções trigonométricas. Após o grupo promover a leitura do capítulo, solicitaram ao professor maiores explicações, momento em que, o professor explicou o novo conteúdo, função seno e cosseno, que foi demandado pelo problema escolhido para a investigação dos alunos.

A necessidade de aprender as funções seno e cosseno para poderem responder sua pergunta, fez com que os alunos, estivessem mais atentos as explicações do professor sobre tais funções, isto se deu no transcorrer das três aulas, e foi explorado todos os elementos das funções seno e cosseno, tais como: domínio, imagem, contradomínio, representação gráfica e influência de seus coeficientes na imagem. Para além disso, no momento em que os alunos buscavam ajustar a curva, ainda foi possível trabalhar com inequações trigonométricas (conforme é apresentado no Esquema 03).

Esquema 03. Fase resolução.



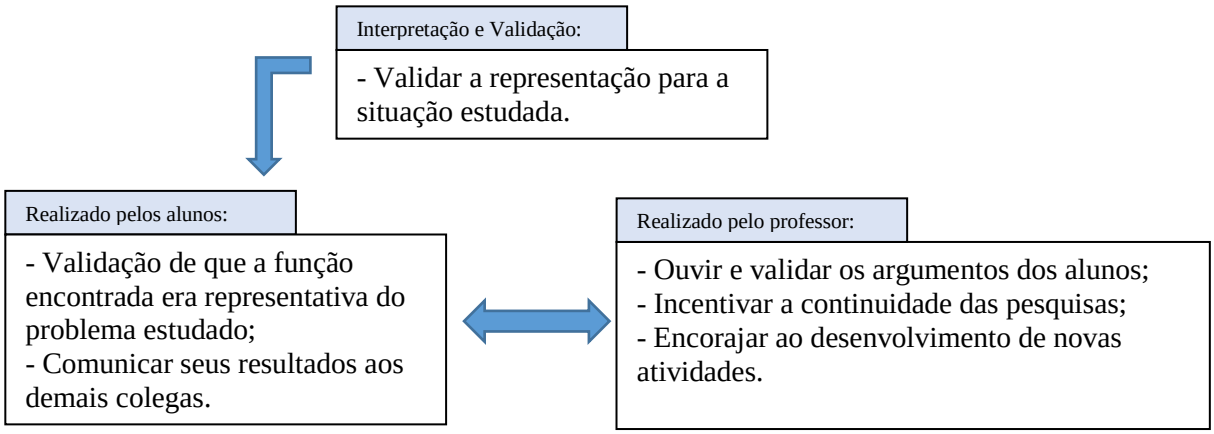
Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Estudada a função, seus parâmetros e seu comportamento, os alunos do G3A encontraram, manualmente, ou seja, sem a utilização do recurso tecnológico (computador ou celular e software matemático), uma função que, *a priori*, era considerada satisfatória para explicar o fenômeno, instante em que adentram a fase interpretação e validação.

Para esta fase, os alunos dispunham de duas aulas, por conta de alterações na programação letiva do colégio, e aconteceram no período do contraturno. Os alunos necessitaram retomar, reavivar sua

questão investigativa e a partir disso, refletir criticamente se o resultado encontrado era coerente com aquilo que se predispunham a fazer. Em outras palavras os alunos precisavam expor seus resultados, argumentar suas razões para simplificações e conclusões, coube ao professor ouvir atentamente a arguição dos alunos.

Esquema 04. Fase Interpretação e validação.



Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

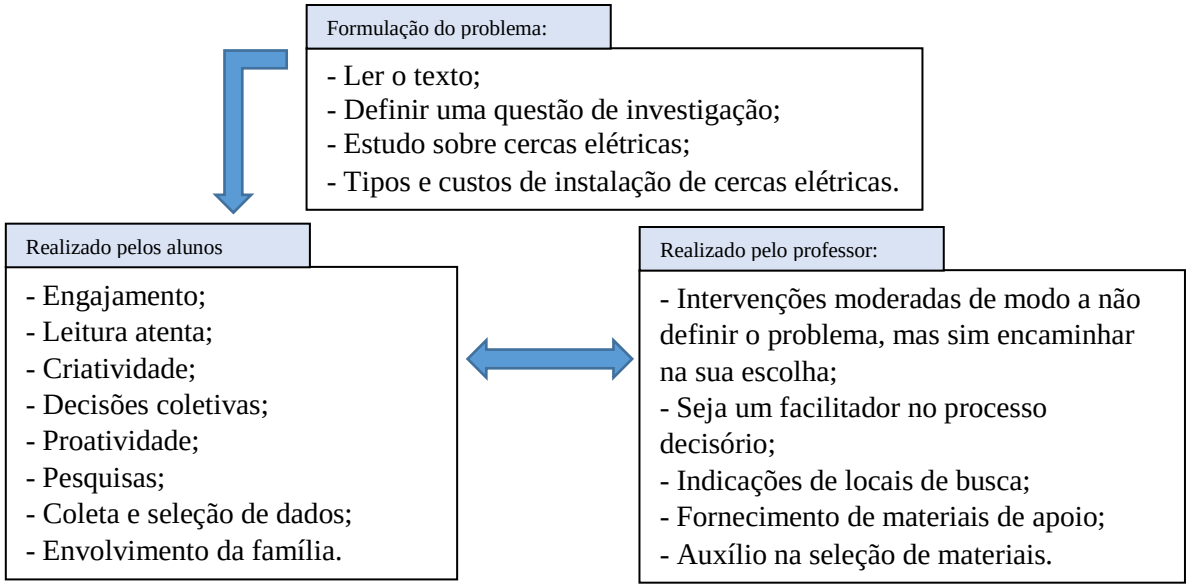
Como conclusão da atividade coube ao professor promover o encerramento proferindo palavras de agradecimento, estímulo e encorajamento de realização de novas atividades deste tipo.

A seguir trazemos o relato da atividade do G2B, que desenvolveu a atividade no mesmo período e o "contrato" firmado com os alunos era similar ao do G3A, ou seja, o quantitativo de três aulas por fase, a última reduzida por alterações na programação letiva do colégio e realizada no contraturno. O grupo G2B, diferentemente do grupo G3A, não teve como texto motivador da atividade o texto do Quadro 01, mas sim o Quadro 02, que versava sobre o uso crescente de cercas elétricas.

Durante a fase inteiração, os alunos do G2B, promoveu a leitura do texto e em seguida solicitaram a presença do professor para elucidar algumas dúvidas. Dúvidas essas estritamente relacionadas sobre o que investigar? Qual problema?. Da mesma forma que a grande maioria dos grupos a definição do problema é algo difícil, e frisamos novamente, muito provável por não ser oportunizado ao aluno problematizar. Uma vez definido que gostariam de investigar *"vale a pena investir no uso de cercas elétricas para a segurança residencial? Com o aumento da criminalidade no Brasil, a segurança pública é adequada?*" que foi posteriormente reformulada pelo entendimento do grupo de qual seria o modelo mais barato para se instalar de cerca elétrica. Os alunos se empenharam em coletar dados sobre os custos das cercas elétricas. Em suas pesquisas encontraram ainda a cerca conhecida como concertina (fios enrolados, estilo prisões americanas, que podem ser eletrificada ou não). Interessante que para essas pesquisas, um dos integrantes do grupo mobilizou a família para auxiliá-los na atividade, pois a sua avó era cliente de uma empresa que disponibiliza serviços de instalação de alarmes, portões eletrônicos e cercas elétricas. Reiterando o que foi exposto no grupo anterior, as intervenções do

professor se deram no sentido de orientar, sugestionar e não responder diretamente as questões formuladas pelos alunos.

Esquema 05. Fase inteiração.

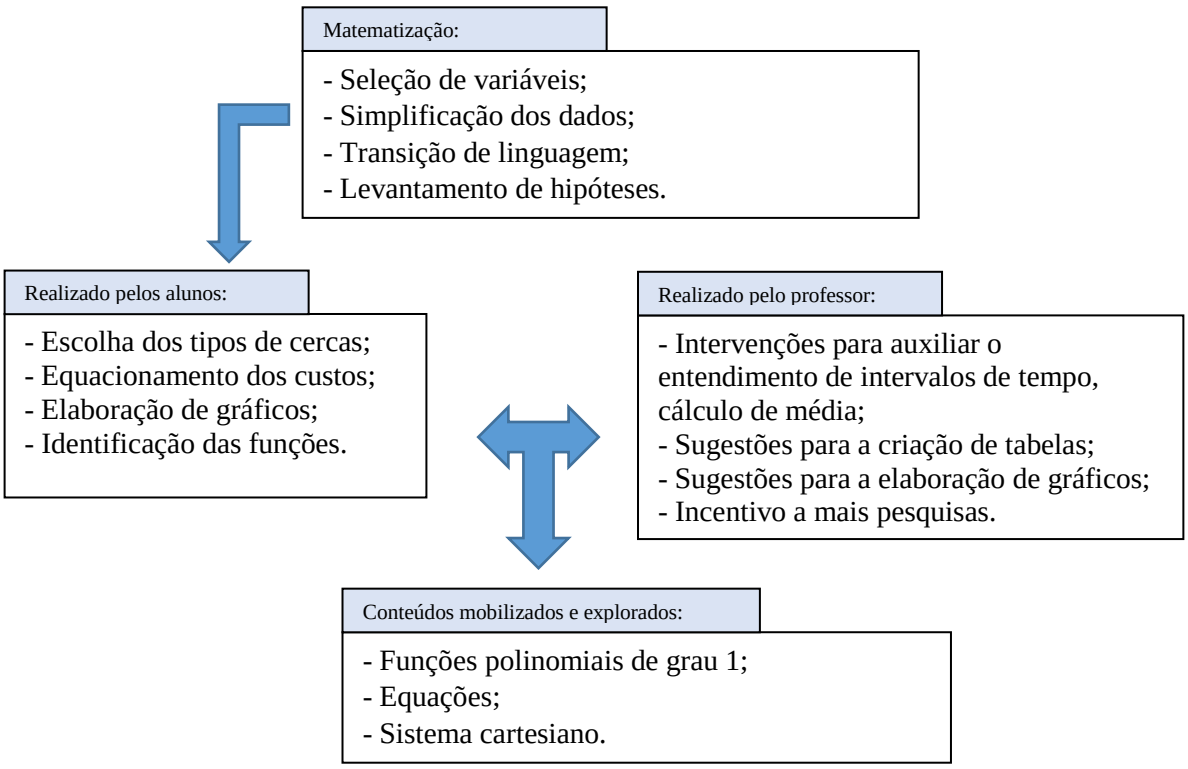


Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

De posse dos dados referentes aos custos de instalação das cercas elétricas, o G2B, na fase matematização, organizaram essas informações, ao que inicialmente entenderam que o custo de instalação da cerca elétrica possuía um custo fixo (que independia da metragem) e um custo variável (associado diretamente à metragem da cerca a ser instalada). A partir disso e da sugestão do professor criaram uma expressão, ainda com termos da língua vernácula, que representava o custo para cada um dos tipos de cerca que identificaram (kit de cerca com: quatro fios, seis fios e a concertina). Transformaram então essa relação em uma sentença de dependência matemática, em que *x* representaria o custo da instalação e *y* seria os metros necessários. Os alunos revelaram ter compreensão destas relações ao construírem um gráfico contendo as curvas que representavam os três modelos de cerca alocando os valores dos custos (x) no eixo das ordenadas e os valores dos metros (y) no eixo das abscissas, sem comprometer a compreensão do fenômeno estudado.

Devido às características de atividades de modelagem os alunos tiveram oportunidade de estabelecer articulação e mobilização de conceitos relacionados às funções polinomiais de grau 1, sistema cartesiano e equações de primeiro grau. O esquema 06, apresenta suscintamente o que ora foi exposto.

Esquema 06. Fase matematização.

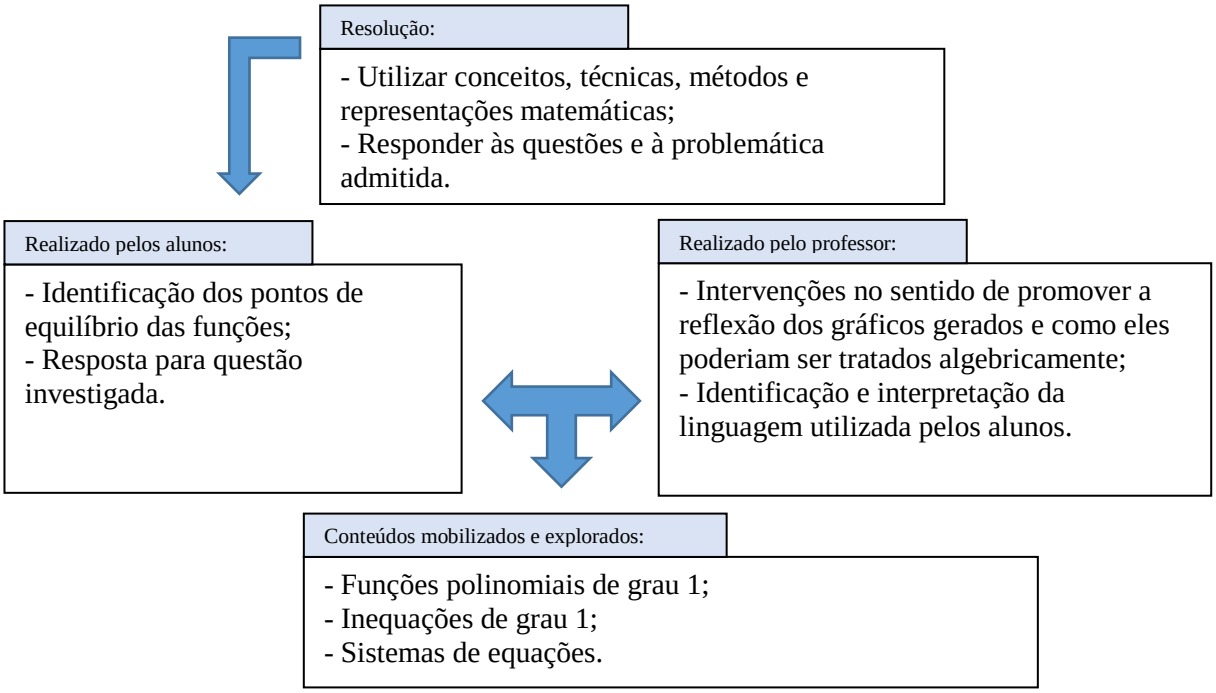


Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Os alunos elaboraram um gráfico contendo as três curvas representativas dos custos de instalação das cercas escolhidas, buscando responder seu questionamento: qual seria a mais vantajosa. E notaram que, de certa forma, o gráfico em si, não lhes dava toda a resposta, pois dependeria da quantidade de metros necessária. Assim, a intervenção do professor em sugerir que para responder essa questão os alunos não necessariamente precisariam ter um único número, mas que poderiam encontrar uma resposta composta do tipo: “até isso... então ...” permitiu que os alunos conjecturassem possibilidades. Daí a fase resolução.

Nesta fase os alunos retomaram os aspectos algébricos das funções, promoveram tentativas para encontrar o ponto de interseção entre as retas, sendo sugerido pelo professor a reflexão se este seria a maneira mais prática de resolver aquela situação. Em que deliberaram que não era. Então necessitaram recorrer a outra forma, ou seja, compreender que o ponto de interseção entre duas retas é o ponto em que as funções possuem a mesma imagem, e com isto, compreender que algebricamente seria o mesmo que igualar as duas funções e encontrar o valor da abscissa (no caso do grupo, em especial, o valor do *y*). Os alunos realizaram estas operações e em seguida promoveram a “prova real”, no sentido de validar o cálculo realizado. Para além de igualar as funções, o grupo ainda precisou fazer uso de inequações do primeiro grau, pois queriam saber até que valor uma das cercas seria mais em conta que a outra. Os conteúdos mobilizados nesta fase da atividade foram: - funções polinomiais de grau 1; - equações e inequações polinomiais de grau 1; sistemas de equações. O esquema 07 apresenta a síntese desta fase.

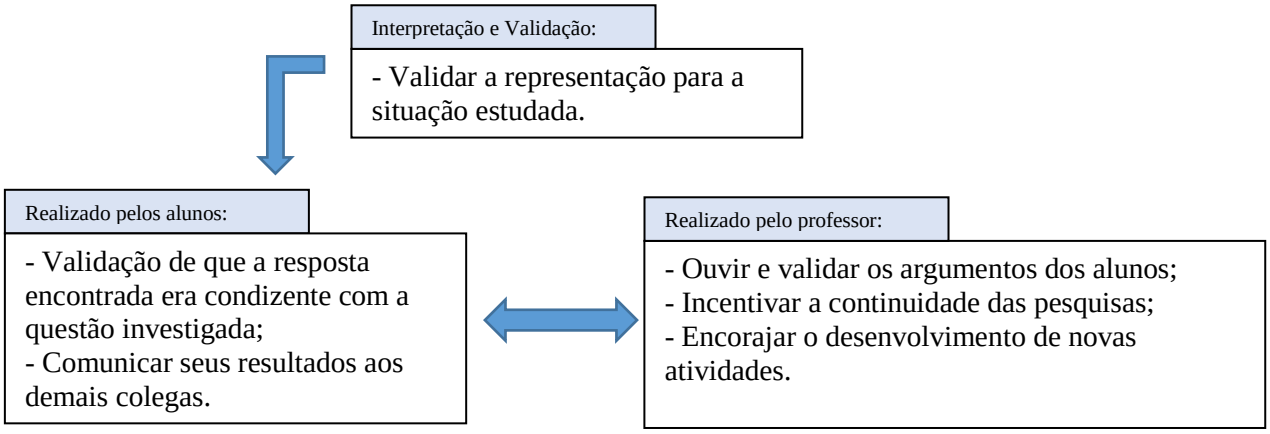
Esquema 07. Resolução



Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Realizadas as tratativas com relação a encontrar os pontos de intersecção das três retas, os alunos perceberam que as retas não possuíam um ponto em comum as três, apenas duas a duas, distintamente. Este fato fez com que no processo de validação, logo, na fase interpretação e validação, desencadeasse certas dúvidas por parte dos alunos, que de alguma forma já haviam sido elucidadas pelo professor pouco antes. Percebemos que os alunos queriam uma única resposta numérica, e esta não foi possível, ou seja, gostariam eles de possuir um único número como resposta, pois pensamos que os alunos ainda percebem que a matemática deve ser estritamente exata, tem que ter um número. No entanto, ela pode sim ter respostas complexas, no sentido de serem condicionais. Fato que ocorreu com a investigação deste grupo, a resposta validada foi condicional.

Esquema 08. Fase interpretação e validação.



Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Apresentadas as duas atividades que julgamos serem as mais ricas em elementos para promover reflexões sobre a prática letiva, gostaríamos de encerrar essa seção trazendo os problemas eleitos pelos demais grupos de alunos e salientar sobre sua diversidade, sobretudo, se considerarmos que o texto recebido pelos grupos foi o mesmo. Embora tenhamos notado certa dificuldade para os alunos formularem problemas, queremos denotar que em nossa intervenção, houve grupos que com poucas (duas ou três) intervenções do professor definiram uma questão a ser investigada. Mesmo em casos contrários, os problemas escolhidos apresentavam relação direta ou indireta com o tema proposto pelo texto, ou seja, o texto despertou curiosidade nos alunos.

Fato é que mesmo considerando que a intervenção para a construção deste material tenha sido desenvolvida no *momento* dois de familiarização com atividade de modelagem (ALMEIDA; DIAS, 2004), e que a intervenção do professor possa contribuir para uma homogeneização de problemas, os problemas escolhidos pelos alunos são, de certa forma, distintos e culminaram em encaminhamentos diversos em cada grupo, mobilizando conteúdos variados. A Tabela 01, traz a relação dos problemas iniciais escolhidos pelos alunos, e lembramos que para manter o anonimato (conforme termo de confidencialidade para a pesquisa previsto em projeto e aprovado pelo COMEP) dos alunos os grupos são identificados por G1A, ..., G5A e G1B, ..., G5B. Deixamos, porém como reflexão ao leitor, fazer um pequeno exercício de imaginar quais os possíveis encaminhamentos e conteúdos passíveis de mobilização em cada problema escolhido. Além disso, gostaríamos de incitá-lo a imaginar possíveis desdobramentos destes problemas elencados. Para assim, notar a riqueza proporcionada por atividades de modelagem matemática em aulas do ensino básico.

Tabela 01. Problemas eleitos pelos grupos.

Grupos	***Problema inicial escolhido***
G1A	"Qual é o máximo que a maré pode subir em 5 dias na praia de Florianópolis?
G2A	"[...] quantas vezes as marés subiriam e desceriam se o planeta estivesse a uma distância de 500.000 km da lua? E a gravidade mudaria?
G3A	"Queremos saber o horário que a maré desce, além de saber se acontece alguma diferença para o lado oposto da Terra."
G4A	"à pressão do mar sobre as pessoas. [...] encontrar o ponto certo que uma pessoa pode chegar"
G5A	"construir uma maquete para explicar e compreender os fenômenos de influência do Sol e da Lua sobre a Terra."
G1B	"por que os carros populares têm maior chance de serem roubados?" ou "qual será a taxa de carros roubados no futuro?
G2B	"vale a pena investir no uso de cercas elétricas para a segurança residencial? Com o aumento da criminalidade no Brasil, a segurança pública é adequada?"
G3B	"[...] uma empresa instalará uma cerca elétrica no estacionamento que mede 100x140m, ele quer instalar câmera a cada 40m. Quanto ele vai utilizar de cerca elétrica e câmeras? [...]quanto ele gastará ao todo?"
G4B	"Qual seria uma forma prática de proteção da sua propriedade? Como podemos diminuir os riscos de um roubo de uma maneira mais eficaz e barata?"
G5B	"quanto mais ou menos uma pessoa gasta para instalar cerca elétrica em um condomínio levando em consideração que todos os terremos tem o mesmo tamanho?".

Fonte: Elaborado pelos autores, 2018.

Para refletirmos acerca das questões de investigação eleitas, direcionamos nossos olhares inicialmente aos problemas dos grupos "A", cujo texto versava sobre o movimento das marés, os grupos G1A e G3A optaram por investigar questões diretamente relacionadas à temática, ou seja, o movimento das marés, o que ao nosso ver, parece-nos uma escolha trivial.

No entanto, por trivial, não queremos menosprezar as potencialidades desta escolha, mas parece intuitivo que se o texto verse sobre maré, eu deva investigar as marés, ou ainda, consciência ambiental que investigue materiais recicláveis, por exemplo. O que pretendemos aventar é o fato de que mesmo a escolha trivial não precisa ser necessariamente igual. Note-se que o G2A investigou qual seria o impacto nesses movimentos das marés se a Lua, estivesse mais distante do que está hoje do planeta Terra, que é completamente diferente o G4A, que motivados pela ideia de um elemento mencionado no texto, o Mar/Oceano, tiveram o objetivo

de saber qual a resistência do corpo humano frente a pressão que água pode exercer, quando este está submerso.

Por sua vez, o G5A objetivava construir uma maquete capaz de explicar os movimentos dos corpos celestes e, a partir disto, explicar os fenômenos de sua influência em nosso planeta.

No tocante aos problemas escolhidos pelos alunos que compunham os grupos “B”, em que o texto discorria sobre o crescente uso de cercas elétricas no mundo, em especial no Brasil, percebemos certo padrão nas ideias que direcionaram as atividades de modelagem desenvolvidas, há novamente a ideia da trivialidade e indução do tema central, mas note que os integrantes do G1B investigavam porque os veículos de modelos populares estão mais suscetíveis à roubo, denota a preocupação dos integrantes com a segurança pública e a proteção ao bem privado (derivado em decorrência da temática das cercas elétricas para a questão da violência). Os grupos G2B e G5B, investigavam questões diretamente relacionadas ao texto, as cercas e seu custo, enquanto que o G3B ampliava esse horizonte ao incluir a questão das câmeras de vigilância. Em um caminho semelhante, o grupo G4B se questionava sobre como minimizar os riscos de atentado ao patrimônio particular.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento desse estudo que levou à produção de um relatório de pesquisa (dissertação) e também desse produto educacional possibilitou a compreensão de muitos aspectos, porém, novos questionamentos foram se construindo, e assim, outros caminhos e problemáticas foram suscitadas. Ademais, desse estudo reconhecemos que sendo a prática letiva tão intensa e rica em elementos para serem estudados, que por vezes, em meio a correria do mundo contemporâneo, infelizmente, acabamos por negligenciar e deixamos escapar por entre os dedos oportunidades únicas de aperfeiçoamento profissional.

Percebemos ao vivenciar essa prática, com todos os desafios que ela carrega, que atividades de modelagem matemática podem proporcionar momentos singulares no processo de ensino e aprendizagem. A diversidade de problemas a partir do mesmo tema ou texto que apresentamos neste material e analisamos na dissertação, cujos quais desencadearam em cada grupo a necessidade de manifestar seus conhecimentos matemáticos e extramatemáticos já adquiridos, bem como culminou na necessidade de buscar, aprender mais. Manifestações de conteúdos essas desde os mais simples aos mais complexos.

Atentamos para o fato de que nos próprios livros didáticos, em geral, existem textos, gráficos, infográficos nos começos ou términos das sessões que podem subsidiar e ser o motivador para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Observe o caso do texto do Quadro 01, variações suas são encontradas nos mais diversos livros didáticos, sejam eles para introduzir, exemplificar ou complementar sessões que tratam de funções trigonométricas. Para além disso, em sua busca pela função que poderia ser representativa de seu fenômeno, o G3A, recorreu ao livro didático, que foi utilizado e explorado amplamente naquele momento.

Ainda sobre o livro didático, deixamos um questionamento: o uso de livro didático é necessariamente um impeditivo para a inserção de atividades de modelagem matemática em sala de aula?

Chamamos a atenção para o fato que embora conceitualmente uma atividade de modelagem matemática não seja voltada ao ensino de um determinado conteúdo específico, ou seja, os conteúdos emergem da necessidade da resolução de uma questão investigativa, a formulação de distintos problemas permite ao professor visualizar uma vasta gama de conteúdos que podem surgir, e a partir disto, discutidos, reafirmados ou adquiridos no transcorrer da atividade.

Em nosso ponto de vista, acreditamos que a atitude demandada do professor deve ser ativa no sentido de se envolver, de querer mudar a forma como percebe e concebe o ato de ensinar, requerendo de sua prática um processo de constante reflexão e atenção aos mais pequenos detalhes no transcorrer das atividades.

Isto posto, não pretendemos apresentar um roteiro pronto e acabado para ser aplicado em sala de aula, até porque as características das atividades de modelagem não nos permitem, objetivamos sim, difundir a ideia de que atividades deste gênero podem ser inseridas no dia a dia da escola básica e pode possibilitar momentos únicos de aprendizagem para alunos e professor. E a partir disso, intervirmos no mundo através de conhecimentos matemáticos

4. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, n. 22, pp. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**. v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (2015). Sobre a geração e a Interpretação de signos em atividades de modelagem matemática. In: VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – GO, Pirenópolis: 2015. **Anais**... Pirenópolis: SBEM, p. 1-13.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, abr. 2017. (p. 202-219).

BASSANEZZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JR., J. R. **Matemática Fundamental:** uma nova abordagem no Ensino Médio. São Paulo: FTD, 2002.

GIOVANNI JR., J. R.; BONJORNO, J. R.; SOUZA, P. R. C. de. **360º matemática fundamental:** uma nova abordagem. Partes 1, 2, 3. Volume Único. 2ª ed. São Paulo: FTD, 2015.

MAGNUS, M. C. M. História da Modelagem Matemática na Educação Matemática Escolar Brasileira. **Anais**. XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Minas Gerais, 2015.

MALHEIROS, A. P. S. Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem Matemática. 2008. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro - SP, 2008.

PERRENET, J.; ZWANEVELD, B. ***The many faces of the mathematical modeling cycle. Journal of Mathematical Modelling and Application***, Blumenau, v. 1, n. 6, p. 3-21, 2012.

VERONEZ, M. R. D. As funções dos signos em atividades de modelagem matemática. 176p. **Tese de Doutorado** (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERONEZ, M. R. D.; VELEDA, G. G. **Reflexões sobre a Realidade em uma Atividade de Modelagem Matemática**. Perspectiva da Educação Matemática. Revista do Programa de

Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), v. 9, n. 21, 2016, p. 1237-1252.

VERONEZ, M. R. D.; CASTRO, E. M. V. de. Intervenções do Professor em Atividades de Modelagem Matemática. *In:* **Acta Scientia**: Revista de Ensino de Ciências e Matemática. Canoas, v. 02, nº 03, p. 431-450, maio/jun. 2018.

VERTUAN, R. E. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. 2013. 247p. **Tese de Doutorado** (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.

VIEIRA, E. M.; CALDEIRA, A. D. Vertentes teóricas presentes nas produções científicas de modelagem matemática no cenário internacional: análise dos artigos publicados nas *International Conference on the Teaching of Matheematical Modelling and Applications – ICTMA* books dos anos 2001 a 2007. *In:* **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, 12. Anais... Rio Claro, SP. 2008.